

## VEHÍCULOS AÉREOS NO-TRIPULADOS CON ALAS QUE MUTAN: ACCIONAMIENTO DE ALAS FLEXIBLES MEDIANTE ACTUADORES PIEZOELÉCTRICOS

Marcos L. Verstraete<sup>a,c</sup>, Sergio Preidikman<sup>b,c</sup>, Luis R. Ceballos<sup>a,b</sup> y Julio C. Massa<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Río Cuarto, Ruta Nacional 36 Km. 601, 5800 Río Cuarto, Argentina, [mverstraete@ing.unrc.edu.ar](mailto:mverstraete@ing.unrc.edu.ar), <http://www.ing.unrc.edu.ar>

<sup>b</sup> Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba, Casilla de Correo 916, 5000 Córdoba, Argentina, [jmassa@efn.uncor.edu](mailto:jmassa@efn.uncor.edu), <http://www.efn.uncor.edu>

<sup>c</sup> CONICET - Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, Av. Rivadavia 1917, Buenos Aires, Argentina, [spreidik@umd.edu](mailto:spreidik@umd.edu), <http://www.conicet.gov.ar>

**Palabras Claves:** UAVs, Morphing-wings, Alas flexibles, Actuadores piezoeléctricos.

**Resumen.** Durante los últimos años, los vehículos aéreos no-tripulados (UAVs) han sido un tópico importante de investigación en el campo de la ingeniería aeronáutica debido a su gran cantidad de aplicaciones. Un nuevo concepto de UAV promete una aeronave que se reconfigura, como lo hacen los pájaros, con el objetivo de alterar sus características aerodinámicas para adaptarse a los distintos regímenes de vuelo que caracterizan una misión. Este concepto conducirá a una nueva generación de aeronaves con capacidades de maniobras similares a las que poseen las aves; esto permitirá realizar las misiones de una manera más eficiente, y aún más importante, cubrir un amplio rango de misiones que aún no es cubierto por los UAVs convencionales. La tecnología asociada a las aeronaves no-tripuladas con alas que mutan (*Morphing wings*) abarca diversas disciplinas de la ingeniería: aerodinámica no-lineal e inestacionaria, aeroelasticidad, mecánica estructural, dinámica de sistemas multicuerpos flexibles, teoría de control, etc.

En este trabajo se presenta el desarrollo de un modelo estructural de alas flexibles para UAVs reconfigurables. La estructura elástica del ala posee actuadores piezoeléctricos inmersos y distribuidos espacialmente, y está compuesta por una viga principal que cubre, casi completamente, la envergadura del ala y por varias vigas en voladizo, orientadas a lo largo de la cuerda, y conectadas en uno de sus extremos a la viga principal. Los actuadores piezoeléctricos, que han sido seleccionados por sus destacadas ventajas respecto a otros tipos de actuadores, son utilizados para inducir deformaciones localizadas sobre cada una de las vigas que conforman la estructura del ala que muta, con el fin de alterar su estado. Las ecuaciones de movimiento que gobiernan la dinámica del sistema vigas/actuadores son discretizadas espacialmente mediante el método de los elementos finitos. Debido a que el modelo estructural incorpora la adhesión de actuadores piezoeléctricos, las matrices de masa y de rigidez se alteran significativamente. El vector de cargas también sufre modificaciones, puesto que se incorpora el término de la llamada fuerza bloqueada, generada por la limitación en la deformación libre del actuador al someterlo a la acción de un campo eléctrico variable en el tiempo.

Con la implementación computacional del modelo estructural desarrollado en este trabajo, se llevan a cabo simulaciones numéricas del comportamiento estático y dinámico de alas flexibles de UAVs reconfigurables sometidas a deformaciones controladas mediante la acción de los actuadores piezoeléctricos. Este esfuerzo es parte de un proyecto de mayor envergadura cuyo fin último es comprender el comportamiento aeroservoelástico de UAVs con alas que cambian dinámicamente de forma durante las distintas fases del vuelo.

## 1 INTRODUCCIÓN

Durante los últimos años, los vehículos aéreos no-tripulados o *Unmanned Aerial Vehicles* (UAVs) han sido un tópico de investigación en el campo de la ingeniería aeronáutica debido a sus importantes aplicaciones. Investigaciones en las diferentes disciplinas que abarca la tecnología asociada a los UAVs fueron dando lugar a diseños de aeronaves no tripuladas cada vez más eficientes. Las operaciones civiles y militares requieren que estas aeronaves pilotadas de manera remota posean niveles de prestaciones cada vez más elevados. La necesidad de mejorar la funcionalidad de los UAVs, inspiró una nueva generación de aeronaves no-tripuladas que imitará a los pájaros, reconfigurándose durante el vuelo con el objetivo de alterar sus características aerodinámicas para adaptarse a los distintos regímenes de vuelo que caracterizan una misión. Este concepto de UAV, denominado *morphing plane*, promete una aeronave con capacidades de maniobras similares a las que poseen las aves; esto permitirá realizar las misiones de una manera más eficiente, y aún más importante, cubrir un amplio rango de misiones que aún no es cubierto por los UAVs convencionales.

La idea principal del concepto *morphing plane* es modificar la forma de la aeronave; en particular se propone cambiar la forma de sus alas (*morphing wings*), para aumentar la eficiencia aerodinámica, disminuir el consumo de energía y permitir un espectro más amplio de maniobras con una única aeronave (Bowman et al., 2002). En esta dirección, en la Universidad de Florida se están desarrollando prototipos de UAVs inspirados en las alas de gaviotas (Abdulrahim y Lind, 2005), cuyo objetivo principal es permitir que las alas de los UAVs se comporten, al momento de realizar maniobras, como las alas de las gaviotas (ver Figura 1) y luego analizar la estabilidad de estos vehículos.



Figura 1: Posiciones típicas de un UAV inspirado en las alas de gaviotas (Abdulrahim y Lind, 2005).

La tecnología asociada a los UAVs con alas que cambian de forma (UAVs reconfigurables) abarca diversas disciplinas de la ingeniería: aerodinámica no-lineal e inestacionaria, aeroservo-elasticidad, mecánica estructural, dinámica de sistemas multicuerpos flexibles, etc.

El comportamiento aeroservoelástico es el aspecto más importante a considerar a la hora de diseñar aeronaves no tripuladas con alas que mutan. Para ello resulta necesario atacar todas las disciplinas que abarca la aeroservoelasticidad: aerodinámica, elasticidad, dinámica y teoría de control. Para tener una comprensión cabal del comportamiento aeroservoelástico, se está desarrollando una herramienta numérica de alta fidelidad que permitirá modelar correctamente los fenómenos no-lineales e inestacionarios asociados a la interacción fluido-estructura. Además se prevé implementar un sistema de control capaz de suprimir cualquier tipo de oscilación de origen aeroelástico no deseada, que incluso posibilitará decidir cuáles son las condiciones óptimas de vuelo en cada etapa de una misión.

Se propone abordar este problema mediante la introducción de: (i) un modelo aerodinámico que permita predecir el campo de movimiento del fluido alrededor de la estructura del ala que muta dinámicamente, y las cargas aerodinámicas actuantes sobre esta estructura; (ii) Un modelo estructural para alas flexibles; (iii) un sistema de control para deformar las alas de manera que se optimice el rendimiento aerodinámico del UAV y/o para eliminar las oscilaciones inducidas por el fluido; y (iv) un método que permita combinar estos modelos. La idea fundamental consiste en tratar el flujo de aire y la estructura del ala del UAV como elementos de un único

sistema dinámico; e integrar numéricamente, en forma simultánea e interactiva en el dominio del tiempo todas las ecuaciones gobernantes, (Preidikman, 1998).

En este trabajo se presenta el desarrollo de un modelo estructural de alas flexibles para UAVs reconfigurables. La estructura elástica del ala del UAV posee actuadores piezoeléctricos inmersos y distribuidos espacialmente. Estos actuadores, que han sido seleccionados por sus destacadas ventajas respecto a otros tipos de actuadores, son usados para inducir deformaciones localizadas y controladas sobre la estructura del ala alterando su geometría, con el fin de modificar las características aerodinámicas.

En este trabajo se desarrolla: (i) un modelo estructural de alas flexibles con actuadores piezocerámicos inmersos; (ii) un código computacional, que implementa el modelo mencionado anteriormente, que permite obtener de manera rápida los parámetros cinemáticos de la superficie alar; y (iii) un generador de gráficos y películas, que ayuda a comprender el comportamiento estático y dinámico de la estructura del ala, y permite visualizar la evolución espacio-temporal del sistema dinámico.

Para discretizar espacialmente las ecuaciones de movimiento que gobiernan la dinámica del sistema viga-actuador, se utiliza el método de elementos finitos. Debido a que el modelo estructural incorpora la adhesión de actuadores piezoeléctricos, las matrices de masa y de rigidez se alteran significativamente. El vector de cargas también sufre modificaciones, puesto que se incorpora el término de la llamada fuerza bloqueada, generada por la limitación en la deformación libre del actuador al someterlo a la acción de un campo eléctrico variable en el tiempo.

## 2 MATERIALES PIEZOELÉCTRICOS

En esta sección, antes de comenzar con el desarrollo del modelo estructural para alas flexibles, se tratan los conceptos básicos del efecto piezoeléctrico; necesario para comprender el comportamiento dinámico de los actuadores que serán integrados en la estructura del ala del UAV. Adicionalmente, se presentan algunos aspectos de la influencia que estos tipos de actuadores ejercen sobre materiales elásticos.

### 2.1 Conceptos básicos de piezoelectricidad

Los materiales piezoeléctricos exhiben un comportamiento muy interesante que permite utilizarlos en un sistema mecánico, al mismo tiempo, como sensores y actuadores. Cuando esos materiales se someten a una deformación mecánica, en su interior se genera un campo eléctrico que se manifiesta como una diferencia de potencial (*efecto piezoeléctrico directo*), y de manera inversa, cuando se exponen a un campo eléctrico experimentan una deformación mecánica (*efecto piezoeléctrico inverso*).

El efecto piezoeléctrico está ligado al acomodamiento, durante la deformación, de partículas cargadas eléctricamente. Cuando existen dos partículas con cargas eléctricas de igual magnitud,  $q$ , y distinto signo, separadas por una distancia  $l$ , se produce un momento eléctrico,  $\mathbf{p}$ , o momento dipolar, dado por la Ec. (1):

$$\mathbf{p} = q \mathbf{l} \quad (1)$$

Por convención  $\mathbf{l}$  está orientada desde la carga negativa hacia la positiva. En un cristal donde existen varios dipolos, el momento dipolar resultante es la suma vectorial de los momentos que genera cada dipolo. La polarización  $\mathbf{P}$  es definida como el momento dipolar resultante por unidad de volumen,  $v$ :

$$\mathbf{P} = \frac{1}{v} \sum_{k=1}^N \mathbf{p}_k \quad (2)$$

Si un material tiene una determinada distribución de carga eléctrica de modo que el centroide

de carga positiva coincide con el centroide de carga negativa, el momento dipolar resultante es nulo y en consecuencia la polarización también lo es ( $\mathbf{P} = \mathbf{0}$ ); a un material con esta característica se lo designa como no-polar. Sin embargo cuando un material, no-polar en el estado no deformado, se somete a una deformación mecánica los centros de cargas pueden dejar de coincidir y convertirse en un material polar ( $\mathbf{P} \neq \mathbf{0}$ ) en el estado deformado (caso de materiales piezoeléctricos). En esta situación la polarización tiene asociada la existencia de un campo eléctrico  $\mathbf{E}$  en el interior del material.

Para hacer uso del efecto piezoeléctrico, se colocan electrodos en dos superficies opuestas del material y cables conductores de electricidad para completar el circuito (ver Figura 2).

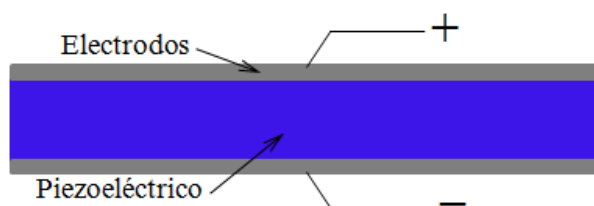


Figura 2: Configuración típica de un sistema electrodos-piezoeléctricos.

Es importante notar que los electrodos que se observan en esa figura forman un capacitor, con sus placas paralelas y con el piezoeléctrico actuando de dieléctrico. Cuando el material es deformado, el campo eléctrico resultante se manifiesta como un diferencial de potencial (o voltaje) entre los dos electrodos. La relación entre la intensidad del campo eléctrico  $\mathbf{E}$  y el voltaje  $V$  está dada por:

$$\mathbf{E} = -\nabla V \quad (3)$$

donde  $\nabla$  es el operador (diferencial) vectorial que en coordenadas cartesianas ortogonales toma la forma,

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k} \quad (4)$$

## 2.2 Ecuaciones constitutivas para actuadores piezoeléctricos

Con el fin de proveer una descripción matemática del comportamiento piezoeléctrico, se define un sistema ( $N$ ) de ejes cartesianos ortogonales  $\mathbf{1}$ ,  $\mathbf{2}$  y  $\mathbf{3}$  (ver Figura 3a). Cuando la deformación mecánica en el material y el campo eléctrico son relativamente pequeños, el efecto piezoeléctrico puede ser expresado en término de relaciones constitutivas lineales que son derivadas de consideraciones energéticas y termodinámicas (Chee, 2000).

$$\varepsilon_{ij} = s_{ijkl}^E \sigma_{kl} + d_{ijk} E_k \quad i, j, k, l = 1, 2, 3 \quad (5)$$

donde:  $\varepsilon_{ij}$  son las componentes del el tensor de deformación,  $\boldsymbol{\varepsilon}$ ;  $s_{ijkl}^E$  las componentes del tensor de flexibilidad a campo eléctrico constante,  $\mathbf{s}^E$ ;  $\sigma_{kl}$  las componentes del tensor de tensión mecánica,  $\boldsymbol{\sigma}$ ;  $d_{ijk}$  las componentes del tensor de acoplamiento electromecánico que contiene los coeficientes de deformación piezoeléctrica,  $\mathbf{d}$ ; y  $E_k$  las componentes del vector campo eléctrico,  $\mathbf{E}$ .

Dada la simetría de los tensores  $\boldsymbol{\sigma}$  y  $\boldsymbol{\varepsilon}$ , sus 9 componentes se reducen a solo 6 componentes independientes, esto permite reducir el orden del tensor  $\mathbf{s}^E$  y el orden del tensor  $\mathbf{d}$ . Consistente con estas consideraciones, las ecuaciones constitutivas toman la siguiente forma:

$$\varepsilon_i = s_{ij}^E \sigma_j + d_{ij} E_j \quad i, j = 1, 2, 3, \dots, 6 \quad (6)$$

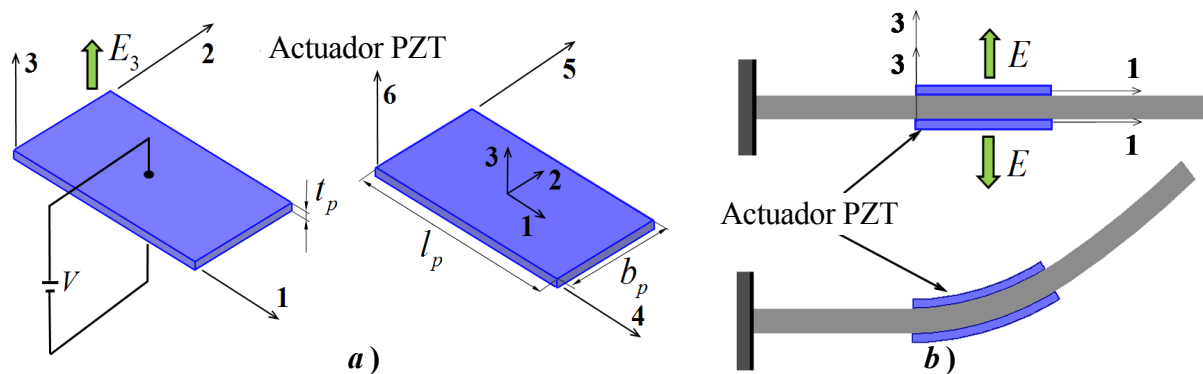


Figura 3: a) lamina PZT y sistemas de referencia  $N$ . b) Influencia de actuadores PZT sobre una viga.

Es oportuno destacar que los subíndices 4, 5 y 6 en el tensor  $\sigma$  y en el tensor  $\epsilon$ , denotan las tensiones y las deformaciones por corte, respectivamente. Para indicar las direcciones de estas tensiones y deformaciones se define un sistema de referencia (4, 5, 6) asociado al sistema  $N$  de iguales características (ver Figura 3a).

### 2.3 Influencia de los actuadores PZT sobre una viga

En este trabajo, para el accionamiento mecánico se usa una lámina de material piezoeléctrico del tipo PZT como se ve en la Figura 3a. De acuerdo a las ecuaciones constitutivas dadas por (6), si en una lámina rectangular de PZT (actuador) se aplica un campo eléctrico  $E_3$ , variable en el tiempo  $t$  y en la dirección 3, la lámina de PZT experimentará deformaciones  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$  en las direcciones 1, 2 y 3 respectivamente. Debido a que se ha adoptado un modelo de viga, y teniendo en cuenta la orientación del PZT sobre la viga, la única deformación que contribuye en el modelo es  $\lambda_1$ , por ello que a partir de aquí se denotará a la única deformación inducida ( $\lambda_1$ ) como  $\lambda$ . De (6) se tiene,

$$\lambda(t) = d_{31} E_3(t) = d_{31} \frac{V(t)}{t_p} \quad (7)$$

La Ec. (7) es una ecuación escalar, y se ha usado la Ec. (3) para expresar el campo eléctrico en función del voltaje. Si para restringir completamente el movimiento en la dirección 1 se bloquea la lámina, la fuerza actuante en dicha dirección está dada por la Ec. (8),

$$F_{bl} = Q A \lambda(t) = Q A d_{31} \frac{V(t)}{t_c} \quad (8)$$

donde  $Q$  es el módulo de elasticidad longitudinal del material PZT,  $A$  es el área transversal de la lámina, y  $F_{bl}$  es la fuerza necesaria para bloquear completamente el desplazamiento en la dirección 1; la cual se conoce como *fuerza bloqueada*. El modelo de fuerza bloqueada es una aproximación simple y físicamente intuitiva para estimar la respuesta de una viga sometida a la acción de una deformación inducida. En este modelo, global y bastante exacto, el actuador es idealizado como una línea de fuerza.

Si dos actuadores idénticos de PZT son adheridos, uno sobre la superficie superior y uno sobre la superficie inferior de una viga, y se aplica un campo eléctrico al actuador superior y otro campo eléctrico de la misma intensidad pero de sentido opuesto al actuador inferior se induce una flexión pura en el sistema viga/actuador, ver Figura 3b. Si los voltajes son de distinto signo, y a su vez de distinta magnitud, además de flexionarse, el sistema es alargado (o acortado) por la fuerza inducida por el PZT.

La fuerza necesaria para flexionar y traccionar (o comprimir) la viga puede expresarse en términos de la fuerza bloqueada. Para más información sobre actuadores piezoeléctricos, y la influencia que ellos ejercen sobre estructuras flexibles puede consultarse el trabajo de [Bandyopadhyay et al. 2007](#).

### 3 CONCEPTOS GENERALES DEL MODELO DE ALA FLEXIBLE

Lo que permite a un ave deformar sus alas es la adaptación de su sistema muscular y de sus huesos, Figura 4. Las aves, para realizar maniobras de vuelo, excitan un sistema muscular que cambia la posición relativa de los huesos del esqueleto en sus alas; este esqueleto es similar al que los seres humanos tenemos en los brazos ([Shyy et al., 1999](#)). En las alas de un UAV, con el fin de reproducir el mismo efecto de deformación y posicionamiento, es necesario modelar un sistema de control compuesto de sensores y actuadores inmersos de manera conveniente en la estructura elástica del ala. La elección del tipo de actuador que induce las deformaciones del ala flexible del UAV es, quizás, la clave para hacer viable esta idea; se requiere de actuadores con poco consumo de energía y poco peso, que sean compactos, de alta eficiencia y larga vida útil. Recientemente, los actuadores piezoeléctricos han sido utilizados para inducir deformaciones controladas en superficies flexibles debido a que cumplen con la mayoría de los requisitos mencionados anteriormente. En este trabajo no se consideran ni el algoritmo de control ni los sensores como parte del modelo.

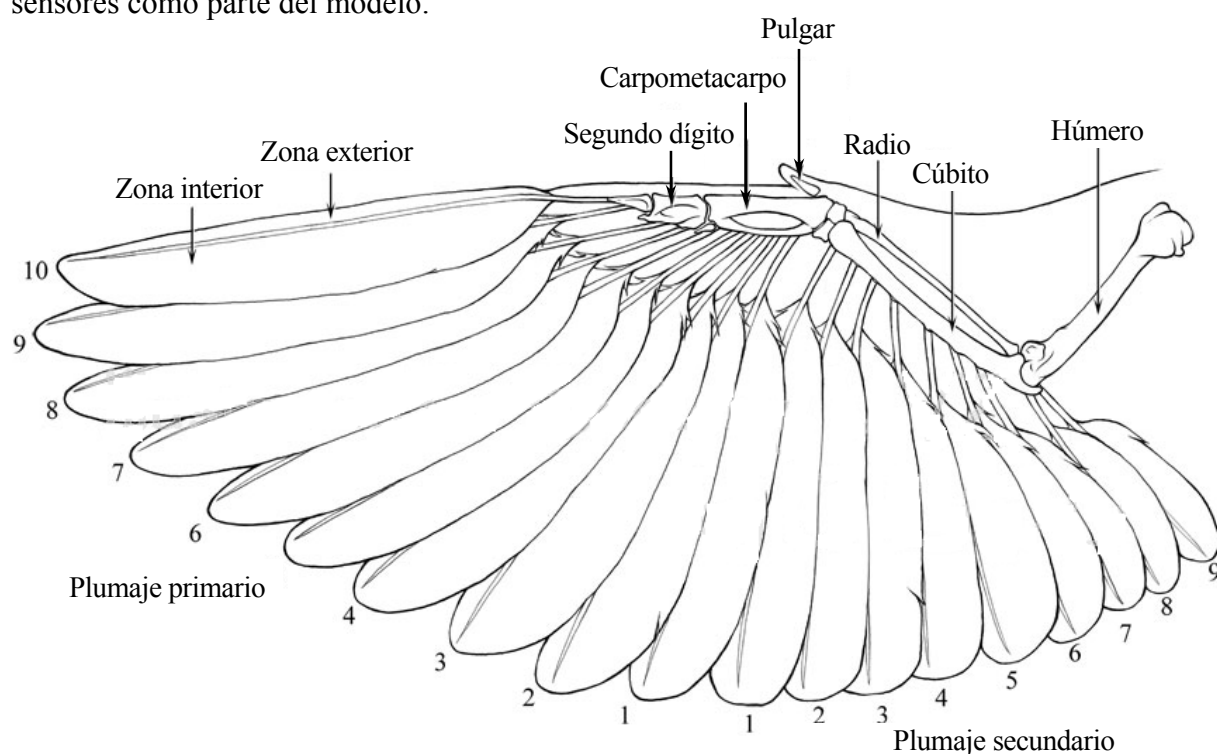


Figura 4: Adaptación del sistema muscular y de los huesos del ala de un ave ([Shyy et al., 1999](#)).

Como se muestra en la Figura 5, la estructura propuesta para el ala del UAV está compuesta por una viga principal, que cubre casi completamente la semi-envergadura del ala, y por varias vigas secundarias en voladizo, orientadas a lo largo de la cuerda y conectadas en uno de sus extremos a la viga principal. Notar que se considera únicamente una semiala del UAV empotrada en su raíz. Sobre la estructura del ala, los actuadores piezocerámicos se distribuyen de a pares con la finalidad de inducir deformaciones sobre dicha estructura, y así cambiar su configuración.

El modelo de ala flexible con actuadores piezoeléctricos inmersos, desarrollado en este trabajo, permite variar el ángulo de diedro del ala mediante la deflexión de la viga principal, y además, cambiar la combadura o ángulo de ataque geométrico y la torsión mediante la deflexión de las vigas secundarias.

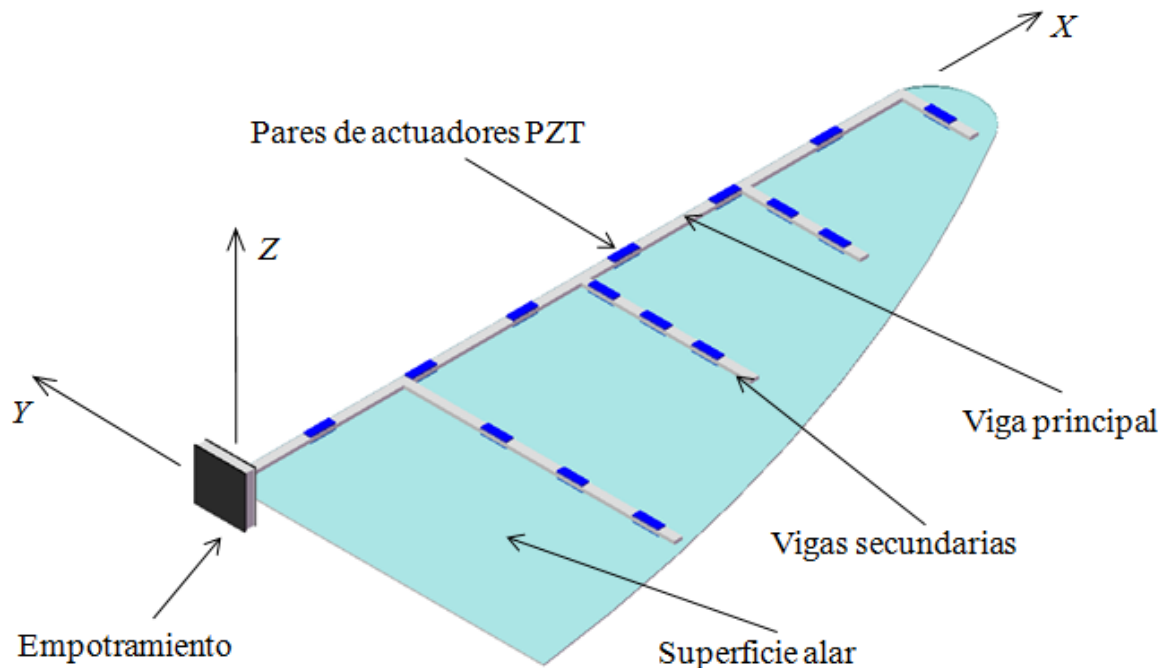


Figura 5: Modelo de ala flexible con actuadores piezoeléctricos distribuidos espacialmente.

#### 4 FORMULACION MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS

En esta sección se presenta el desarrollo y la discretización de las ecuaciones de movimiento de la estructura del ala con actuadores. La formulación de estas ecuaciones, que son discretizadas espacialmente mediante el método de elementos finitos, constituye el núcleo del presente trabajo.

Las vigas que componen la estructura se dividen en un número finito de elementos que están conectados unos a otros mediante puntos que se denominan nodos. Un elemento puede estar compuesto, únicamente, por el material elástico de la viga, o bien tener un par de láminas de PZT (actuadores) adheridas al material elástico formando una estructura “sándwich” como se ve en la Figura 6. Las propiedades del conjunto viga/actuadores se asumen constante a lo largo de cada elemento.

Se define un sistema de referencia (sistema global) fijo a la raíz del ala, cuyas coordenadas cartesianas y ortogonales son  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  (ver Figura 5); y un sistema de referencia (sistema local) fijo a la configuración indeformada de cada elemento cuyas coordenadas son  $x$ ,  $y$  y  $z$  (ver Figura 6). En este modelo se consideran 6 grados de libertad por nodo, correspondientes a 3 desplazamientos y a 3 giros. En la Figura 6 se muestra un elemento típico con sus correspondientes grados de libertad asociados a los nodos “ $i$ ” y “ $j$ ” que determinan el inicio y el fin del elemento.

En una primera etapa se desarrollan las ecuaciones de movimiento para cada elemento que constituyen el sistema, y luego estas ecuaciones se ensamblan para obtener el sistema de ecuaciones diferenciales de movimiento del sistema completo.

#### 4.1 Interpolación del campo de desplazamientos

En este trabajo, el campo de desplazamientos para cada elemento se obtiene como la superposición de los efectos de tracción, torsión y flexión (Verri Kozłowski, 2006). Los actuadores no torsionan la estructura del ala directamente, pero la deflexión de las vigas secundarias, inducida por los PZT, provocan una torsión en la viga principal, es por ello que en este modelo deben incluirse los efectos de torsión.

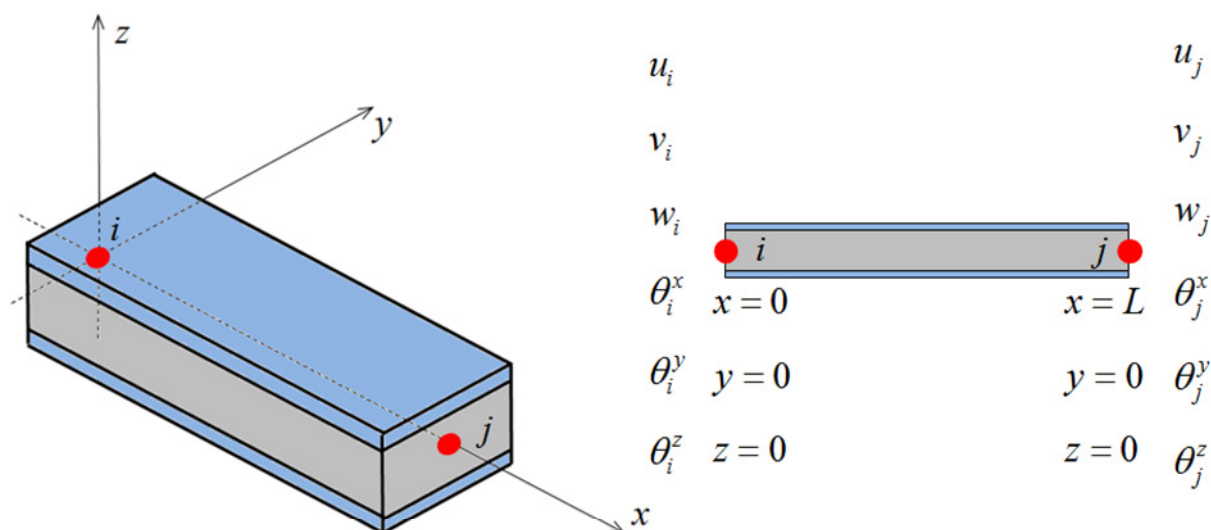


Figura 6: Elemento típico producto de la discretización y grados de libertad de los nodos.

El campo de desplazamientos completo del elemento de viga tridimensional puede representarse mediante un vector (9) cuyas componentes son los desplazamientos longitudinales,  $u$ , y los transversales,  $v$  y  $w$ , medidos desde el origen de sistema de coordenadas locales. Este campo es variable en el tiempo.

$$\mathbf{u} = [u(x, y, z; t) \quad v(x, y, z; t) \quad w(x, y, z; t)]^T \quad (9)$$

El campo de desplazamientos propuesto en este trabajo, se basa en la teoría de vigas, que parte de la hipótesis cinemática fundamental de que las secciones planas permanecen planas. Esto permite expresar el campo de desplazamientos en función de los desplazamientos incrementales del eje elástico de la viga. Según la teoría de vigas, e ignorando la contribución del alabeo de las secciones, el campo de desplazamiento está dado por:

$$\begin{aligned} u(x, y, z; t) &= u^0(x; t) - y \theta_z(x; t) + z \theta_y(x; t) \\ v(x, y, z; t) &= v^0(x; t) - z \theta_x(x; t) \\ w(x, y, z; t) &= w^0(x; t) + y \theta_x(x; t) \end{aligned} \quad (10)$$

donde  $u^0(x; t)$ ,  $v^0(x; t)$  y  $w^0(x; t)$  son los desplazamientos en la dirección  $x$ ,  $y$  y  $z$ , respectivamente, de un punto del eje elástico.  $\theta_x(x; t)$ ,  $\theta_y(x; t)$ ,  $\theta_z(x; t)$  son los giros de la sección normal al eje  $x$  del elemento de viga alrededor de los ejes  $x$ ,  $y$  y  $z$ , respectivamente.

De acuerdo a las hipótesis establecidas por la teoría de Euler-Bernoulli, la relación que existe entre los giros por flexión y los desplazamientos del eje elástico puede deducirse geoméricamente y está dada por la Ec. (11),



$$\theta_y(x;t) = -\frac{\partial}{\partial x} w^o(x;t) \quad \theta_z(x) = \frac{\partial}{\partial x} v^o(x;t) \quad (11)$$

El campo de desplazamientos es a continuación aproximado mediante un conjunto de funciones de forma que interpolan el campo de desplazamiento dado en (10) a partir de los grados de libertad asociados a los nodos del elemento. Los grados de libertad se organizan en un arreglo  $\mathbf{q}$  conocido como vector de coordenadas nodales, y las funciones de forma se arreglan en una matriz  $\mathbf{H}$  denominada matriz de interpolación (12).

$$\mathbf{q} = \left[ u_i \quad v_i \quad w_i \quad \theta_i^x \quad \theta_i^y \quad \theta_i^z \quad u_j \quad v_j \quad w_j \quad \theta_j^x \quad \theta_j^y \quad \theta_j^z \right]^T$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & h_{14} & h_{15} & h_{16} & h_{17} & h_{18} & h_{19} & h_{110} & h_{111} & h_{112} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & h_{24} & h_{25} & h_{26} & h_{27} & h_{28} & h_{29} & h_{210} & h_{211} & h_{212} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} & h_{34} & h_{35} & h_{36} & h_{37} & h_{38} & h_{39} & h_{310} & h_{311} & h_{312} \end{bmatrix} \quad (12)$$

La aproximación del campo  $\mathbf{u}$ , se obtiene de la siguiente manera,

$$\mathbf{u} \approx \hat{\mathbf{u}} = \mathbf{H} \mathbf{q} \quad (13)$$

Es oportuno destacar que en general cada componente  $h_{ij}$  de la matriz  $\mathbf{H}$  es función de las coordenadas  $x$  y  $z$ , y las componentes  $q_j$  del vector  $\mathbf{q}$  son funciones del tiempo  $t$ . De esta manera es posible aproximar el desplazamiento, velocidad y aceleración de cada uno de los puntos que constituye el ala en el dominio del tiempo.

Los elementos  $h_{ij}$  se determinan seleccionando arbitrariamente funciones de acuerdo a la cantidad de grados de libertad disponible en el elemento. Debido a las relaciones que existen entre desplazamientos transversales y giros, que surgen de las hipótesis de secciones planas (11), las funciones de forma elegidas para interpolar los desplazamientos transversales son los polinomios cúbicos de Hermite, que incorporan como variables nodales los desplazamientos transversales y sus derivadas, las cuales están asociadas a los giros de flexión del elemento. El desplazamiento longitudinal del eje elástico y el giro por torsión se interpolan proponiendo un polinomio de primer grado. Para obtener detalles sobre la obtención de las funciones de forma puede consultarse la referencia [Verri Kozlowski, 2006](#).

## 4.2 Interpolación del campo de deformaciones

Desde el punto de vista material (descripción de Lagrange), y considerando una teoría lineal (deformaciones infinitesimales), el campo de deformaciones se obtiene de la ecuación cinemática (14). Esta ecuación, definición del tensor lineal deformaciones, permite expresar el campo de deformaciones a partir del campo de desplazamientos dado en (10).

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + \mathbf{u} \nabla) \quad (14)$$

De acuerdo a la teoría de viga utilizada, reemplazando la Ec. (10) en (14), y considerando la relación establecida en (11), se concluye que las únicas deformaciones no nulas son  $\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{xy}$ ,  $\varepsilon_{xz}$ . Estas tres deformaciones son las componentes del vector de deformaciones  $\mathbf{e}$  que, de acuerdo a (14), puede escribirse como:

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2\frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(x, y, z; t) \\ v(x, y, z; t) \\ w(x, y, z; t) \end{bmatrix} \quad (15)$$

Siguiendo el desarrollo de [Zienkiewicz y Taylor, 1991](#), se define el operador  $\mathbf{S}$ :

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2\frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Con todo esto es posible expresar las deformaciones, en forma vectorial, como,

$$\mathbf{e} = \mathbf{S} \mathbf{u} \quad (17)$$

Reemplazando la expresión (13), que interpola el campo de desplazamientos, en (17) se llega a,

$$\mathbf{e} = \mathbf{S} \mathbf{H} \mathbf{q} \quad (18)$$

Como  $\mathbf{q}$  no depende de las variables espaciales, el operador  $\mathbf{S}$  actúa directamente sobre  $\mathbf{H}$ . Definiendo la matriz  $\mathbf{B}$ , comúnmente denominada matriz de interpolación de deformaciones, como el producto de  $\mathbf{S}$  y  $\mathbf{H}$ , la expresión (18) toma la forma,

$$\mathbf{B} = \mathbf{S} \mathbf{H} \quad \rightarrow \quad \mathbf{e} = \mathbf{B} \mathbf{q} \quad (19)$$

Es importante tener claro en esta instancia que las componentes del vector  $\mathbf{e}$  son aproximaciones de las deformaciones. Estas deformaciones aproximadas están escritas en términos del vector de coordenadas nodales y de la matriz  $\mathbf{B}$ . Los detalles del desarrollo anterior puede consultarse en [Zienkiewicz y Taylor, 1991](#).

### 4.3 Ecuaciones de movimiento de un elemento

Para determinar las ecuaciones de movimiento que gobiernan la dinámica de la estructura del ala se utilizan las ecuaciones de Lagrange. Una de las versiones de estas ecuaciones es la que se presenta en la Ec. (20), en la que se puede ver que el término del lado derecho es igual a cero debido a que, en esta instancia, el modelo no considera la influencia de cargas de naturaleza no-conservativa. Las únicas cargas que excitan la estructura son las fuerzas y momentos producidos por las deformaciones que inducen los actuadores piezoeléctricos, las cuales se introducen a través de la energía la energía interna de deformación  $U$ .

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}} + \frac{\partial U}{\partial \mathbf{q}} = 0 \quad (20)$$

donde  $T$  es la energía cinética. Tanto la energía de deformación como la energía cinética incluyen

el aporte de todos los materiales que componen a un elemento. El material piezoeléctrico contribuye con la deformación mecánica, la cual se obtiene como la diferencia entre la deformación total y la deformación inducida. Con esto en mente, la energía de deformación puede escribirse como,

$$\begin{aligned}
 U = & \frac{1}{2} \int_{\Omega_1} \left( Q(\varepsilon_{xx} - \lambda_1)^2 + 4D_{xy}(\varepsilon_{xy})^2 + 4D_{xz}(\varepsilon_{xz})^2 \right) d\Omega_1 \\
 & + \frac{1}{2} \int_{\Omega_2} \left( C(\varepsilon_{xx})^2 + 4G(\varepsilon_{xy})^2 + 4G(\varepsilon_{xz})^2 \right) d\Omega_2 \\
 & + \frac{1}{2} \int_{\Omega_3} \left( Q(\varepsilon_{xx} - \lambda_3)^2 + 4D_{xy}(\varepsilon_{xy})^2 + 4D_{xz}(\varepsilon_{xz})^2 \right) d\Omega_3
 \end{aligned} \quad (21)$$

donde  $\Omega_1$ ,  $\Omega_2$  y  $\Omega_3$  son los volúmenes que ocupan el actuador superior, la viga y el actuador inferior respectivamente;  $Q$ ,  $D_{xy}$  y  $D_{xz}$  son las tres únicas componentes del tensor de elasticidad del material piezoeléctrico que alteran a  $U$ ;  $C$  y  $G$  son las componentes del tensor de elasticidad del material de la viga. Notar que  $D_{xy}$  y  $D_{xz}$  son los módulos de corte transversales del material PZT (no isótropo), y  $G$  es el módulo de corte transversal de la viga (isótropo); y  $\lambda_1$  y  $\lambda_3$  son las deformaciones inducidas en el actuador superior y en el actuador inferior respectivamente. Es importante no confundir esto con las deformaciones en las direcciones **1** y **3**, recuérdese que antes se estableció que una sola deformación era considerada en el modelo (ver sección 2.3). De acuerdo a la Ec. (7)  $\lambda_1$  y  $\lambda_3$  se obtienen como,

$$\lambda_1(t) = d_{31} \frac{V_1(t)}{t_p} \quad \lambda_3(t) = d_{31} \frac{V_3(t)}{t_p} \quad (22)$$

donde  $V_1(t)$  y  $V_3(t)$  son voltajes aplicados sobre el actuador superior e inferior respectivamente.

A efectos ilustrativos y para no hacer tan extenso el desarrollo matemático se trabaja únicamente con el primer término de (21); los otros términos pueden ser deducidos de manera análoga. Por conveniencia, los términos que contienen la deformación inducida, se separan como sigue:

$$\frac{1}{2} \int_{\Omega_1} \left( Q(\varepsilon_{xx})^2 + 4D_{xy}(\varepsilon_{xy})^2 + 4D_{xz}(\varepsilon_{xz})^2 \right) d\Omega_1 + \frac{1}{2} \int_{\Omega_1} Q(-2\lambda_1\varepsilon_{xx} + \lambda_1^2) d\Omega_1 \quad (23)$$

En este punto, con el fin de trabajar con una formulación matricial, lo que favorece a la programación, y a dar más generalidad al modelo, se hará un paréntesis para definir algunas matrices y vectores asociados a los materiales que constituyen el elemento.

Las matrices  $\mathbf{Y}_1$ ,  $\mathbf{Y}_2$ ,  $\mathbf{Y}_3$  mostradas en (24) contienen información relativa al tensor de elasticidad asociada al actuador superior, a la viga y al actuador inferior, respectivamente.

$$\mathbf{Y}_1 = \begin{bmatrix} Q & 0 & 0 \\ 0 & 4D_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & 4D_{xz} \end{bmatrix} \quad \mathbf{Y}_2 = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ 0 & 4G & 0 \\ 0 & 0 & 4G \end{bmatrix} \quad \mathbf{Y}_3 = \begin{bmatrix} Q & 0 & 0 \\ 0 & 4D_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & 4D_{xz} \end{bmatrix} \quad (24)$$

Los vectores  $\mathbf{\Lambda}_1$ ,  $\mathbf{\Lambda}_2$ ,  $\mathbf{\Lambda}_3$  mostrados en (25), referidos al actuador superior, a la viga y al actuador inferior respectivamente, determinan la deformación inducida en cada material por la

aplicación de un campo eléctrico.

$$\Lambda_1 = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \Lambda_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \Lambda_3 = \begin{bmatrix} \lambda_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

Es importante aclarar que en el material de la viga no hay deformación producida por el campo eléctrico, y es por ello  $\Lambda_2 = \mathbf{0}$ ; simplemente se asocia este vector de deformación para dar mayor generalidad a la formulación aquí presentada. Una vez definidas estas matrices y vectores, la Ec. (23) puede reescribirse utilizando notación matricial como,

$$\frac{1}{2} \int_{\Omega_1} \mathbf{e}^T \mathbf{Y}_1 \mathbf{e} \, d\Omega_1 + \frac{1}{2} \int_{\Omega_1} (-2 \mathbf{e}^T \mathbf{Y}_1 \Lambda_1 + \Lambda_1^T \mathbf{Y}_1 \Lambda_1) \, d\Omega_1 \quad (26)$$

De manera similar a la representación del primer término de (21), es posible desarrollar expresiones matriciales para todos los términos restantes. En consecuencia, la energía interna de deformación puede reescribirse como,

$$U = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \int_{\Omega_k} \mathbf{e}^T \mathbf{Y}_k \mathbf{e} \, d\Omega_k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \int_{\Omega_k} (-2 \mathbf{e}^T \mathbf{Y}_k \Lambda_k + \Lambda_k^T \mathbf{Y}_k \Lambda_k) \, d\Omega_k \quad (27)$$

Reemplazando (19) en (27) se tiene,

$$U = \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \sum_{k=1}^3 \int_{\Omega_k} \mathbf{B}^T \mathbf{Y}_k \mathbf{B} \, d\Omega_k \mathbf{q} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \int_{\Omega_k} (-2 \mathbf{q}^T \mathbf{B}^T \mathbf{Y}_k \Lambda_k + \Lambda_k^T \mathbf{Y}_k \Lambda_k) \, d\Omega_k \quad (28)$$

y definiendo,

$$\mathbf{K} = \sum_{k=1}^3 \int_{\Omega_k} \mathbf{B}^T \mathbf{Y}_k \mathbf{B} \, d\Omega_k \quad F = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \int_{\Omega_k} (-2 \mathbf{q}^T \mathbf{B}^T \mathbf{Y}_k \Lambda_k + \Lambda_k^T \mathbf{Y}_k \Lambda_k) \, d\Omega_k \quad (29)$$

donde  $\mathbf{K}$  se es la matriz de rigidez del elemento, y  $F$  es un término que contine el aporte de energía de la deformación inducida. Finalmente, con todo lo antes mencionado, es posible escribir la energía interna de deformación como,

$$U = \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \mathbf{K} \mathbf{q} + F \quad (30)$$

La energía cinética del sistema se obtiene como,

$$T = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \int_{\Omega_k} \rho_k \dot{\mathbf{u}}^T \dot{\mathbf{u}} \, d\Omega_k \quad (31)$$

donde  $\rho_k$  ( $k = 1,2,3$ ) es la densidad asociada al actuador superior, a la viga y al actuador inferior respectivamente,  $\dot{\mathbf{u}}$  es el campo de velocidades, el cual se obtiene derivando respecto del tiempo la Ec. (13), con lo que se tiene,

$$\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{H} \dot{\mathbf{q}} \quad (32)$$

Como se puede ver en la expresión (32) y (31), para denotar la derivada respecto del tiempo de una cantidad vectorial (o escalar) se utiliza un punto sobre esta cantidad (notación convencional de la mecánica).

Reemplazando (32) en (31) se obtiene,

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \sum_{k=1}^3 \int_{\Omega_k} \rho_k \mathbf{H}^T \mathbf{H} d\Omega_k \dot{\mathbf{q}} \quad (33)$$

La matriz de masa del elemento,  $\mathbf{M}$ , se define como,

$$\mathbf{M} = \sum_{k=1}^3 \int_{\Omega_k} \rho_k \mathbf{H}^T \mathbf{H} d\Omega_k \quad (34)$$

Luego la energía cinética del elemento se puede expresar como,

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}} \quad (35)$$

Una vez que se han obtenido las expresiones para la energía interna de deformación (30) y para la energía cinética (35), estas son reemplazadas en las ecuaciones de Lagrange (20), y se llega a la siguiente expresión matricial de las ecuaciones diferenciales de movimiento:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = \mathbf{Q} \quad (36)$$

donde  $\ddot{\mathbf{q}}$  es el vector de aceleraciones de los grados de libertad, y  $\mathbf{Q}$  es el vector de cargas generalizadas, que está dado por,

$$\mathbf{Q} = - \frac{\partial F}{\partial \mathbf{q}} = \sum_{k=1}^3 \int_{\Omega_k} \mathbf{B}^T \mathbf{Y}_k \boldsymbol{\Lambda}_k d\Omega_k \quad (37)$$

La Ec. (36) gobierna la dinámica de un elemento viga con actuador. Para obtener las ecuaciones de movimiento del sistema se debe ensamblar la matriz de rigidez y la matriz de masa asociada a cada uno de los elementos que constituye el sistema. Al igual que las matrices de rigidez y de masa, el vector de cargas generalizadas también debe ser ensamblado. En la expresión para  $\mathbf{Q}$  dada por la ecuación (37), para un elemento con actuadores PZT, puede observarse el término de la llamada fuerza bloqueo dada por la expresión (8).

## 5 RESULTADOS

El código computacional desarrollado en este trabajo, basado en el modelo estructural de alas flexibles, permite estudiar el comportamiento estático y dinámico de UAVs con alas que se someten a deformaciones controladas mediante la acción de actuadores piezocerámicos, inmersos y distribuidos convenientemente sobre la estructura elástica del ala. Con este código es posible generar gráficos para tener una fácil lectura de los parámetros cinemáticos asociados a los puntos materiales que constituyen la estructura del ala.

En esta sección se presentan tres ejemplos que ilustran la aplicación del modelo estructural de alas flexibles desarrollado en este esfuerzo. La estructura del ala del UAV que se utiliza para estos ejemplos, es de aluminio y está conformada por una viga principal y tres vigas secundarias como se muestra en la Figura 7. Los nodos, producto de la discretización, están numerados del 1 al 20 y sus coordenadas referidas al sistema global se muestran en la Tabla 1.

Nodo	X	Y	Z
1	0	0	0
2	10	0	0
3	20	0	0
4	30	0	0
5	40	0	0
6	50	0	0
7	60	0	0
8	70	0	0
9	80	0	0
10	90	0	0

Nodo	X	Y	Z
11	100	0	0
12	20	-10	0
13	20	-20	0
14	20	-30	0
15	20	-40	0
16	60	-10	0
17	60	-20	0
18	60	-30	0
19	100	-10	0
20	100	-20	0

Tabla 1: Coordenadas de los nodos [cm].

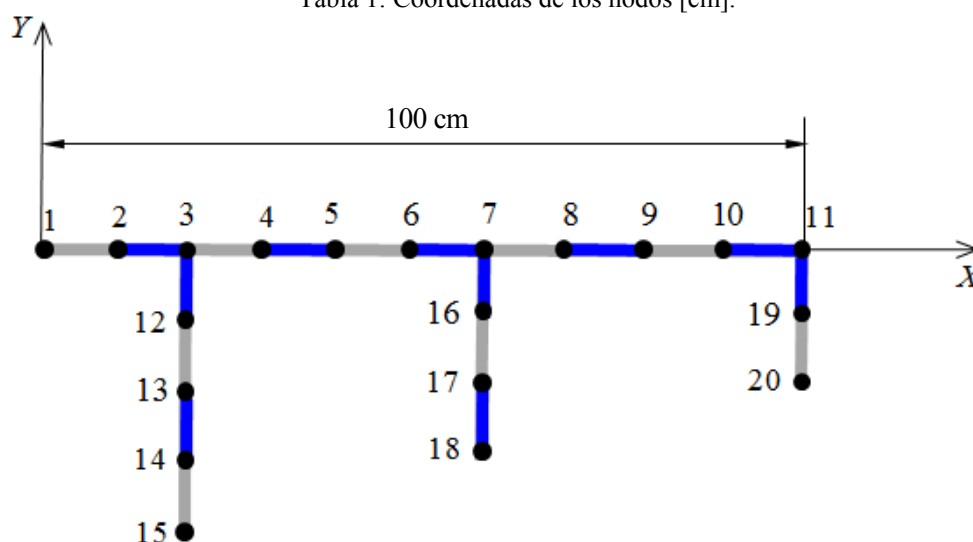


Figura 7: Estructura del ala considera en los ejemplos.

Los elementos que se indican en color azul contienen pares de actuadores del tipo PZT. Las propiedades de los materiales son las mismas del trabajo de [Bandi, 2006](#). Los datos de los elementos piezoeléctricos PZT son: densidad  $7,5 \times 10^{-6}$  kg/mm<sup>3</sup>, coeficiente dieléctrico  $2,74 \times 10^{-7}$  mm/V y módulo de Young  $6,6 \times 10^4$  N/mm<sup>2</sup>. Los datos de los elementos de viga de aluminio sin actuador son: densidad  $2,7 \times 10^{-6}$  kg/mm<sup>3</sup> y módulo de Young  $7,355 \times 10^4$  N/mm<sup>2</sup>. Las dimensiones que definen la sección transversal de los actuadores piezoeléctricos son  $b_p = 0.02$  m y  $t_p = 0.003$  m, ver Figura 3a. Es importante mencionar que la longitud de cada uno de los elementos,  $l_p$ , queda determinada por la discretización. La sección trasversal (rectangular) de la viga dada por los parámetros  $b = 0.02$  m (ancho) y  $t_v = 0.01$  m (espesor), es la misma en todos los elementos que constituyen la estructura.

### 5.1 Ejemplo 1

En este ejemplo se analiza el comportamiento estático de la estructura del ala cuando es sometida a un estado controlado de deformación causado por los actuadores piezoeléctricos. Todos los pares de actuadores son excitados con un voltaje invariante en el tiempo de manera tal de causar una flexión pura en cada viga de la estructura.

En la Figura 8 se muestran dos vistas diferentes de la configuración que adquiere la estructura del ala en estado estático cuando los actuadores son excitados con un voltaje de 150 voltios. Mediante los actuadores que están dispuestos sobre las vigas secundarias es posible ajustar la

combadura del ala, la cual puede variar a lo largo de la envergadura, y mediante los actuadores distribuidos sobre la viga principal se puede ajustar el ángulo de diedro del ala.

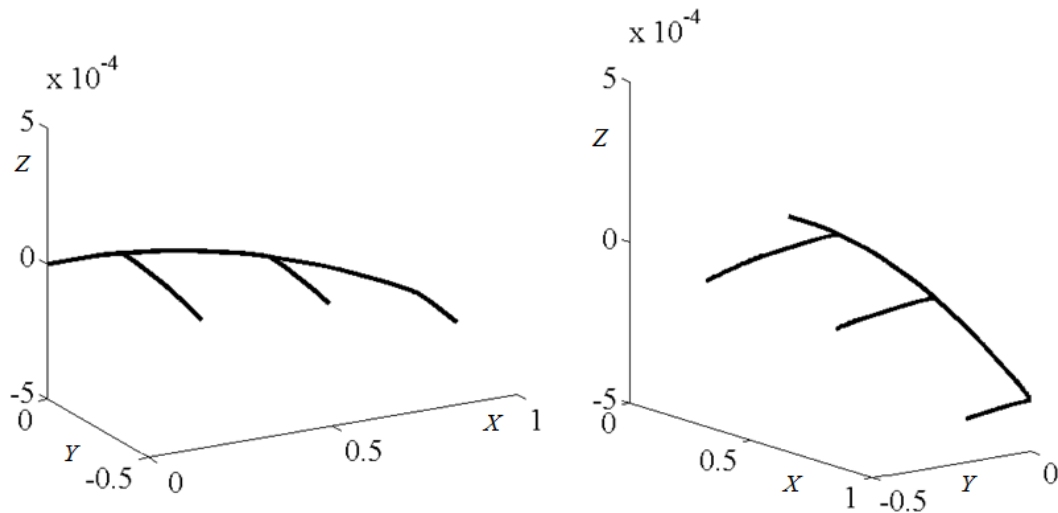


Figura 8: Estructura del ala en el estado deformado.

De la expresión (37) se puede deducir que el vector de cargas depende linealmente del voltaje, esto conjuntamente con la hipótesis de linealidad del modelo implica que existe una relación lineal entre el voltaje aplicado al actuador y el desplazamiento estático de todos los puntos materiales del ala. Es fácil verificar este comportamiento obteniendo la respuesta estática de un número arbitrario de puntos del ala en función del voltaje aplicado, y plasmando los resultados sobre un gráfico respuesta-voltaje. A modo de ejemplo se gráfica, en función del voltaje, el desplazamiento en la dirección Z de todos los extremos de vigas que están libre (W1, W2, W3, W4), ver Figura 9. Los valores provenientes de las simulaciones fueron interpolados, y claramente se ve la relación lineal entre voltaje y desplazamientos.

Aunque los desplazamientos no son significativos, los resultados obtenidos son un buen punto de partida para estudiar estructuras de alas flexibles, especialmente en el caso de UAVs con alas que mutan.

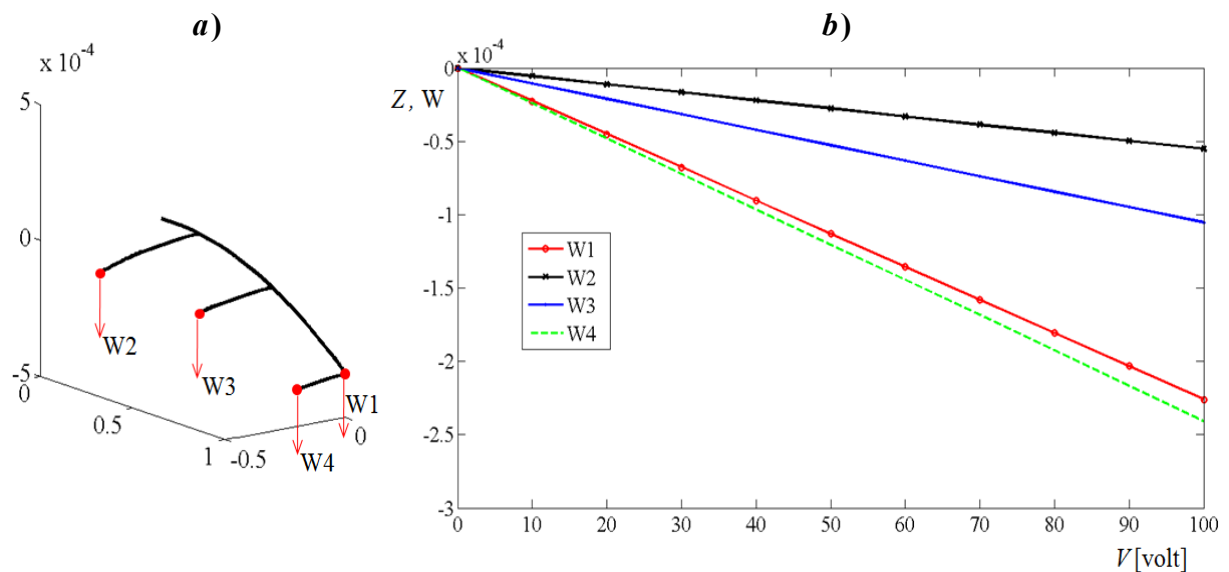


Figura 9: Evolución de los desplazamientos transversales en función del voltaje.

## 5.2 Ejemplo 2

En este ejemplo, las condiciones iniciales son: desplazamientos y velocidades igual a cero. El período de integración es 5 veces el primer período natural de vibración de la estructura ( $T_1 = 0.2016$  s). Los pares de actuadores son excitados con un voltaje variable en el tiempo dado por (38):

$$V(t) = A \sin(2\pi f t) \quad (38)$$

donde  $A$  es la amplitud de la función  $V(t)$ , y  $f$  es la frecuencia de excitación, cuyo valor es el doble de la primer frecuencia natural de la estructura ( $f_1 = 4.96$  Hz).

El voltaje aplicado en el actuador superior es de igual magnitud pero de sentido opuesto al voltaje aplicado en el actuador inferior, de manera inducir flexión pura en el sistema viga-actuador. En este ejemplo se ha obtenido la evolución temporal del desplazamiento en la dirección  $Z$ ,  $W1$ , para tres amplitudes diferentes de  $V(t)$ , 50 V, 100 V y 150 V.

El sistema de ecuaciones diferenciales que gobierna el comportamiento dinámico de la estructura es integrado en el dominio del tiempo mediante un método de Runge-Kutta explícito. En la Figura 10 se presenta la variación temporal de  $W1$  para las tres amplitudes antes mencionadas. En la figura se observa que las formas de las curvas que describen la evolución temporal de  $W1$  se asemejan cualitativamente. Si se considera un dado instante de tiempo, se deduce que la relación entre los valores que toma  $W1$ , en dos de esas curvas, es igual a la relación entre la amplitud de los voltajes aplicados. Es decir, si por ejemplo se toman los valores de la curva correspondiente a  $A = 150$  V y la correspondiente a  $A = 100$  V en el tiempo 0.67 ( $W1_{150} = -3.93 \times 10^{-4}$  y  $W1_{100} = -2.62 \times 10^{-4}$ ), la relación que existe entre ellos es 1.5 lo que es igual a la relación de amplitudes (150/100). Esto es característico de un modelo lineal y es de utilidad para estimar el comportamiento de cualquier punto del ala a partir de una respuesta conocida.

Como se vio en este ejemplo, los actuadores piezoeléctricos permiten inducir movimientos oscilatorios o vibraciones sobre estructuras flexibles. Estas vibraciones, que pueden controlarse mediante el voltaje (amplitud y frecuencia de excitación), pueden utilizarse también para reducir las oscilaciones que el fluido induce en las alas de los UAVs.

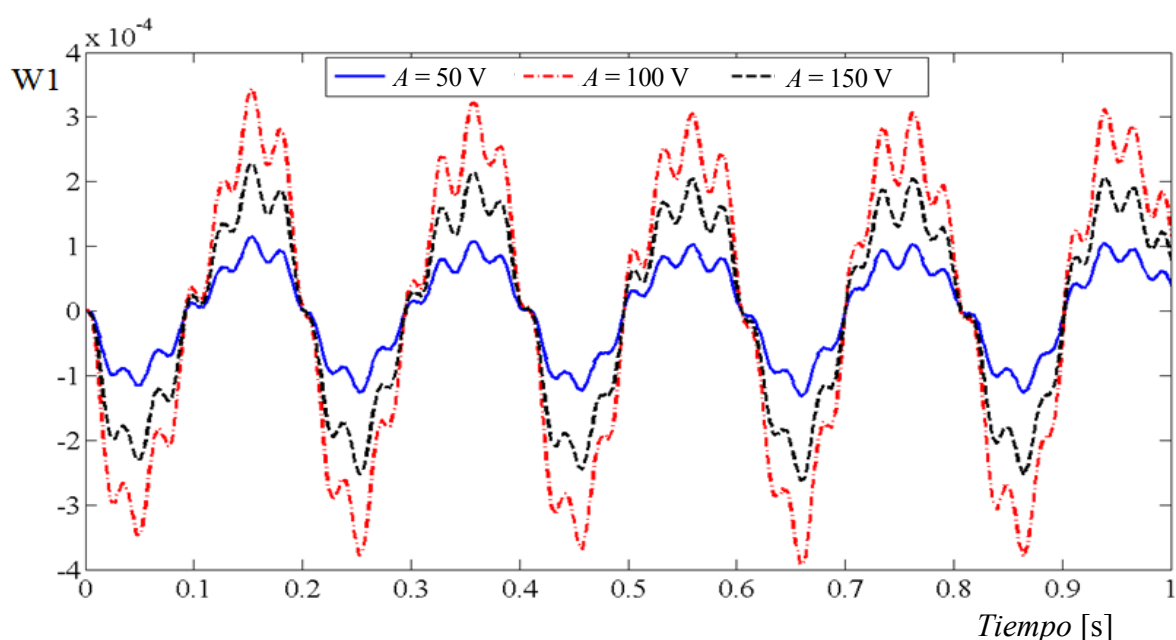


Figura 10: Desplazamiento transversal  $W1$  en función del tiempo.



### 5.3 Ejemplo 3

En este ejemplo se estudia la respuesta dinámica cuando el voltaje aplicado tiene una variación sinusoidal y la frecuencia de excitación coincide con alguna de las frecuencias naturales del sistema. El tiempo de integración y las condiciones iniciales son iguales a las utilizadas en el ejemplo anterior.

Los pares de actuadores son excitados con un voltaje variable en el tiempo dado por (39):

$$V(t) = 50 \sin(2\pi f_n t) \quad (39)$$

donde  $f_n$  coincide con alguna de las frecuencia naturales de la estructura. El voltaje es aplicado de la misma manera que en los ejemplos anteriores con la finalidad de solamente flexionar las vigas de la estructura. El análisis se realiza para las primeras dos frecuencias naturales de esta estructura, denotándose mediante  $R_1$  al desplazamiento transversal de la punta de ala (W1) cuando la excitación tiene la primera frecuencia natural y mediante  $R_2$  cuando la excitación tiene la segunda frecuencia natural.

En la Figura 11 se muestra la respuesta de W1. En la respuesta forzada  $R_1$  predomina la frecuencia asociada al primer modo natural, y en la respuesta forzada  $R_2$  predomina la frecuencia asociada al segundo modo de vibrar. Ambas situaciones corresponden a estados de resonancia ya que la frecuencia de la excitación coincide con una frecuencia natural de la estructura. Como en el modelo no se ha considerado amortiguamiento el desplazamiento en la punta de ala se incrementa indefinidamente a menos que se cambie la frecuencia de excitación.

En la misma figura puede verse que el crecimiento de  $R_1$  es mayor que el correspondiente a  $R_2$ , y después de haber transcurrido 0.8 segundos (4 veces el primer período de vibración)  $R_1$  tiene una amplitud de aproximadamente 350 % más grande que  $R_2$ . Aunque ambas situaciones estén en resonancia, se puede concluir que la estructura está en un estado más comprometido cuando la excitación tiene una frecuencia coincidente con la primera frecuencia natural.

Uno de los objetivos de este ejemplo, y quizás el más importante, es mostrar que a través del voltaje aplicado sobre los actuadores es posible excitar los modos de vibrar de la estructura.

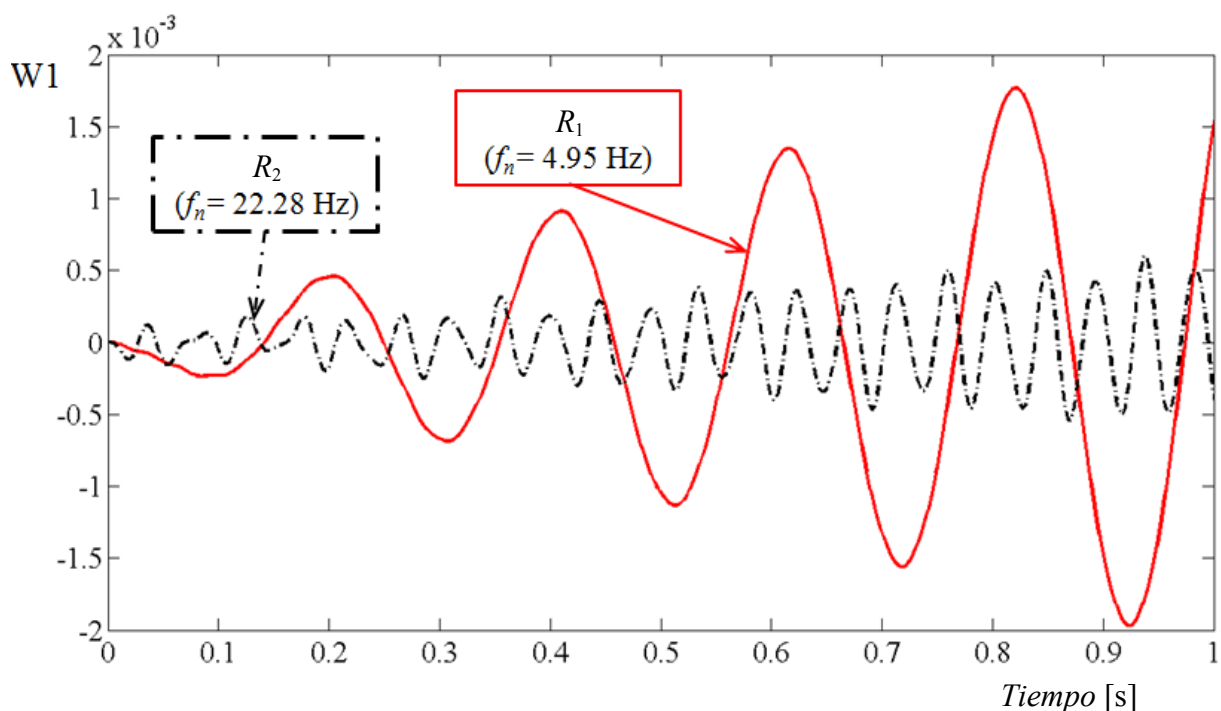


Figura 11: Desplazamiento transversal W1 en función del tiempo.

## CONCLUSIONES

En este trabajo se desarrolló un modelo estructural de alas flexibles para vehículos aéreos no tripulados con alas que cambian de forma. La estructura elástica del ala posee actuadores piezo-cerámicos inmersos y convenientemente distribuidos, cuyo objetivo es inducir deformaciones controladas en la estructura con el fin de alterar la configuración geométrica del ala y, consecuentemente, las características aerodinámicas de acuerdo a los requerimientos de las diferentes etapas de vuelo. El modelo permite variar el ángulo de diedro del ala mediante la deflexión de la viga principal en el plano ( $X-Z$ ), y además variar la combadura del ala a través de la deflexión de las vigas secundarias.

Además, se desarrolló un código computacional que implementa el modelo antes mencionado y que permite obtener la posición, velocidad y aceleración de cada uno de los puntos que conforman la estructura del ala. Este código incorpora un algoritmo que permite post-procesar los resultados con el fin de generar gráficos y películas para lograr una fácil interpretación del comportamiento estático y dinámico del ala, y visualizar la evolución espacio-temporal del sistema dinámico.

Los ejemplos presentados muestran que variando el voltaje se pueden crear movimientos oscilatorios, los cuales serán útiles para reducir las vibraciones que en las alas del UAV induce el fluido. Con la implementación del sistema de control será posible generar movimientos del ala que permitan disminuir y/o quizás aniquilar totalmente las oscilaciones del ala inducidas por el fluido.

Como trabajo futuro se prevé desarrollar un modelo aeroelástico para este tipo de alas, mediante el acoplamiento del modelo estructural para alas flexibles aquí presentado con un modelo aerodinámico (anteriormente desarrollado por los mismos autores de este trabajo), e incorporar, además, un algoritmo de control y la dinámica de los sensores.

## REFERENCIAS

- Abdulrahim, M. and Lind, R., Control and simulation of a multi-role morphing micro air vehicle, *AIAA Paper 2005-6481*, August 2005.
- Bandi M.F, Análisis del accionamiento de alas flexibles de micro-vehículos aéreos basados en la biología utilizando actuadores PZT. Trabajo final de grado. Universidad Nacional de Córdoba, 2006.
- Bandyopadhyay B., Manjunath T.C. and Umopathy M., *Modeling, control and implementation of smart structures*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007.
- Bowman, J., Sanders, B., and Weisshaar, T., Evaluating the impact of morphing technologies on aircraft performance, *AIAA Paper 2002-1631*, April 2002.
- Chee C. Static shape control of laminated composite plate smart structure using piezoelectric actuators. Ph.D. Dissertation. Department of Aeronautical Engineering, Sydney, 2000.
- Preidikman, S., Numerical simulations of interactions among aerodynamics, structural dynamics, and control systems. Ph.D. Dissertation, Department of Engineering Science and Mechanics, Virginia Tech, 1998.
- Shyy, W., Berg, M. and Ljungvist, D., Flapping and flexible wings for biological and micro air vehicles, *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 35, pp. 455-505, 1999.
- Verri Kozlowski A.T., Funciones de forma de clase C1 en elementos de viga. Monografías de Mecánica de Laminados Compuestos, Universidad de Buenos Aires, 2006.
- Zienkiewicz, O.C., and Taylor, R.L., *The finite element method*, volume I. McGraw Hill, 1991.