

PRONÓSTICO DE REINGRESO DE DESECHOS ESPACIALES CON ÓRBITAS EXCÉNTRICAS

Juan P. Matar^a, Walkiria Schulz^b

^a *Universidad Nacional de Córdoba, Departamento de Aeronáutica
Avenida Vélez Sarsfield 1611, Córdoba, Argentina, 5000, jpmaeronautica@yahoo.com.ar*

^b *Universidad Nacional de Córdoba, Departamento de Aeronáutica
Avenida Vélez Sarsfield 1611, Córdoba, Argentina, 5000, wschulz@efn.uncor.edu,
http://www.efn.unc.edu.ar/departamentos/aero/Monitoreo/Moni_Principal.htm*

Palabras Clave: Reingreso atmosférico, desechos espaciales, funciones de Bessel.

Resumen. El espacio exterior presenta una serie de peligros para los satélites artificiales, temperaturas extremas, radiación, erupciones solares y meteoritos han sido durante mucho tiempo consideraciones esenciales en el diseño de esos objetos y de las misiones espaciales.

Sin embargo, no hace mucho tiempo que los usuarios del espacio han reconocido los riesgos que los satélites artificiales inoperantes y otros tipos de objetos creados por el hombre fuera de control suponen sobre las cargas útiles en actividad. Hasta no hace mucho tiempo, los satélites que entraban fuera de servicio eran descartados y abandonados a su suerte, recién en las últimas dos décadas se incluyó como parte de los protocolos de uso y mantenimiento de este tipo de estructuras el planear el final de la vida útil de los mismos en la atmósfera de la Tierra.

Las cargas térmicas y mecánicas que se presentan sobre el objeto y sus componentes en el reingreso a la atmósfera lo destruyen casi en su totalidad. Lamentablemente, los datos muestran que algunas partes de un vehículo espacial, a veces importantes piezas, como una etapa de cohete, por ejemplo, pueden sobrevivir al proceso de reingreso y representar un peligro en la superficie terrestre.

En el Departamento de Aeronáutica de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la UNC se realiza un monitoreo propio que selecciona candidatos a reingresar a la atmósfera en el corto plazo. El objetivo es pronosticar la fecha de reingreso de dichos objetos abandonados en el espacio y en el futuro calcular con suficiente precisión la trayectoria de reingreso de los mismos. En esta ocasión nos concentraremos en cumplir con el primer objetivo para lo cual será necesario disponer de una herramienta computacional que identifique potenciales objetos en un catálogo general y calcule su fecha probable de reingreso. Para realizar estas simulaciones son utilizadas expansiones en funciones de Bessel para excentricidades menores que 0,2 y un cambio de variables muy específico que tiende a cancelar términos en una expansión por series para órbitas más excéntricas.

1 INTRODUCCIÓN

Después de más de cincuenta años desde el lanzamiento del primer satélite y las primeras misiones, la conquista del espacio ha supuesto muchos adelantos para la humanidad en las comunicaciones, transmisión de datos, realización de mediciones, observación, generación de imágenes, etc. Estos equipos espaciales son diseñados y construidos para resistir el hostil ambiente espacial y garantizar su funcionamiento hasta el fin de la vida útil esperada para ellos. En la actualidad, según la *NASA*, cerca de 8000 satélites en funcionamiento orbitan alrededor de la Tierra y se llevan a cabo por año unas cincuenta misiones espaciales organizadas por las distintas agencias (AIFOCEM, 2011).

Una actividad científico tecnológica de semejante magnitud llevada a cabo durante tanto tiempo, protocolos de generación y manejo de desperdicios poco eficientes y una débil conciencia sobre la gravedad de contaminar el espacio que rodea nuestro planeta, han convertido a la órbita terrestre baja en un verdadero vertedero espacial.

Muchos de estos artefactos no son retirados de sus órbitas al finalizar sus actividades o concluir su vida útil, razón por la cual quedaran a la deriva durante periodos de tiempo muy extensos tales como años, décadas o incluso siglos en algunos casos.

La cantidad de objetos sigue en aumento. Por diversos factores, explosiones, choques, deterioro, etc. un único vehículo espacial puede transformarse en múltiples objetos de diferentes dimensiones, de hecho, cada objeto es plausible de convertirse en cientos de fragmentos potencialmente riesgosos para las misiones operacionales y cargas útiles de su alrededor.

De acuerdo a un informe de la Agencia Espacial Europea (*ESA*), la basura espacial está compuesta por (AIFOCEM, 2011):

- a) 41% son fragmentos diminutos de naves, satélites o sus componentes. Dentro de este porcentaje también debemos destacar fragmentos de combustible sólido, gotas de material refrigerante, pedazos de pintura, etc.
- b) el 22% son naves obsoletas casi completas, ya olvidadas.
- c) 17% son restos de cohetes.
- d) 13% son objetos desechados del interior de las naves.
- e) 7% son naves descompuestas con posibilidades de ser salvadas.

Por un mecanismo natural conocido como **decaimiento orbital**, estos detritos espaciales tienden a reingresar en la atmósfera terrestre en un tiempo que varía según sus características orbitales y físicas.

El reingreso atmosférico de objetos espaciales es un fenómeno diario y provoca la desintegración de la mayoría de los mismos bajo los efectos de las tensiones térmica y mecánica decenas de kilómetros arriba de la superficie terrestre. Este problema incluye tanto el reingreso natural de satélites en sus últimas etapas de vida, así como la decisión de terminar las actividades de un vehículo espacial (*de-orbiting*) proyectándolo en dirección a la atmósfera.

Atentos a esta realidad, la Comisión Nacional de Actividades Espaciales (CONAE) sugirió, ya hace algunos años, un plan sistematizado de monitoreo periódico de la actividad de los detritos espaciales (Schulz et al., 2008). El Departamento de Aeronáutica de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la Universidad Nacional de Córdoba, por medio de convenio con la CONAE, ha tomado la tarea de confeccionar un programa de computadora en lenguaje Fortran que selecciona objetos en órbitas con bajas excentricidades ($e < 0,15$) que posean características propias de reingreso, calcula el decaimiento orbital de los mismos y pronostica la fecha de su reingreso a la atmósfera. Aquellos objetos cuyo reingreso natural es

pronosticado para el plazo de siete días a partir de la actualización de los datos, son publicados en la página Web del Departamento de Aeronáutica (UNC):

http://www.efn.unc.edu.ar/departamentos/aero/Monitoreo/Moni_Principal.htm

Con respecto a los objetos que poseen órbitas muy excéntricas este código computacional se formuló en la base de que dichos objetos no reingresarían en los días próximos siguientes. Esta hipótesis a la que nos permitiremos cuestionar, nos hace surgir la siguiente duda:

¿Existen detritos espaciales en órbitas muy excéntricas con posibilidad de reingreso a la atmósfera en nuestro plazo de estudio de siete días?

Para responder esta pregunta, en primer lugar, tuvimos que proponer una teoría física matemática con la cual modelizar el decaimiento orbital de objetos en órbitas muy excéntricas ($e > 0,15$). Segundo, desarrollamos un programa computacional con el cual aplicamos el modelo elegido. A continuación verificamos si alguno de estos objetos caía dentro del periodo de pronóstico y por último comprobamos si la fecha pronosticada coincide con la fecha de reingreso real.

Algunas hipótesis son tácita o explícitamente asumidas en este trabajo (King-Hele, 1987):

- a) La atmósfera es esférica, simétrica y rota con velocidad angular constante.
- b) La densidad del aire no varía con el tiempo. Esta hipótesis es la debilidad práctica principal de la teoría, pero no afecta las muchas ecuaciones que son independientes del tiempo.
- c) La densidad del aire varía exponencialmente con la altura.
- d) Solo consideraremos la componente tangencial a la órbita de la resistencia aerodinámica.
- e) Una órbita que no presenta perturbaciones es una elipse perfecta.
- f) Durante una revolución, la acción de la resistencia aerodinámica cambia la órbita pero solo en una pequeña cantidad cuyo cuadrado puede ser no tenido en cuenta.
- g) Las perturbaciones debido al Sol y la Luna son ignoradas.

2 CONCEPTOS BÁSICOS

2.1 Elementos orbitales keplerianos

El movimiento que un satélite describe en el espacio puede ser traducido a través de su órbita. Para observar el movimiento de satélites o chatarra espacial se necesitan coordenadas que los ubiquen completamente, estas son medidas con relación a un sistema de referencia que tendrá su origen en el centro de la Tierra. Existen varios conjuntos de coordenadas que pueden ser utilizados, uno de los más corrientes son los elementos orbitales Keplerianos o clásicos (Montenbruck y Gill, 2001).

Cinco de los elementos Keplerianos son necesarios para especificar el tamaño, forma y orientación de una órbita elíptica: semi-eje mayor a , excentricidad e , inclinación i , longitud del nodo ascendente Ω y argumento del perigeo ω . Un sexto elemento orbital define la posición angular de un satélite en esa órbita. Este puede ser la anomalía verdadera v o la anomalía excéntrica E .

Con el semi-eje mayor y la excentricidad es posible definir el perigeo -distancia en la cual el satélite se acerca más a la Tierra y el apogeo, donde el satélite se aleja más de la Tierra.

2.2 Desechos espaciales

Existen miles de objetos espaciales menores que 1 cm no catalogados. Estos objetos incluyen trozos de combustible sólido de motores cohete, gotas de material refrigerante que escaparon de satélites de propulsión nuclear y otros objetos potencialmente peligrosos.

Objetos con dimensiones entre 1 y 10 cm son particularmente difíciles detectar y todavía poseen energía cinética suficiente para causar graves daños. De hecho partículas tan pequeñas como 0,3 mm desplazándose a 14.400 km/h han dañado parabrisas de transbordadores y de la Estación Espacial Internacional.

Sin embargo, existen datos disponibles sobre las dimensiones y características orbitales de detritos más grandes que 10 cm en órbitas bajas y 30 cm en órbitas geoestacionarias, porque estos pueden ser detectados por los radares y antenas en la superficie de la Tierra.

Actualmente, el programa *US Space Surveillance Network*, una red mundial de vigilancia del espacio, que cuenta con radares y telescopios ópticos distribuidos por la superficie terrestre, militares y civiles, se encarga de monitorear la basura espacial. El *1st Command and Control Squadron* de la Fuerza Aérea dependiente del departamento de defensa de los Estados Unidos, localizado en el estado de Colorado, cataloga e identifica todos estos detritos y pone al día la posición de cada uno.

Estas actualizaciones forman el *Space Catalog*, un listado con los más de 45.000 objetos con dimensiones superiores a 10 cm que orbitan o orbitaron la Tierra, que incluye parámetros característicos de esos objetos, dispuestos en la forma de dos líneas de números y letras llamadas *Two Line Elements* (TLE).

Nosotros accedemos a estos datos a través del Departamento de Aeronáutica que cuenta con la autorización expresa del departamento de defensa de EEUU para bajarlos del sitio <http://www.space-track.org/>.

Los *Two-Line Elements* consisten en dos líneas, con 69 caracteres cada una, con los datos que son interpretados por nuestro código computacional para determinar la posición y la velocidad del satélite asociado (Fig. 1).

```
1 00005U 58002B 04104.92609995 +.00000285 +00000-0 +38731-3 0 08829
2 00005 034.2435 051.2985 1851543 071.0152 308.1298 10.83790258563986
```

Figura 1: Conjunto de TLE correspondiente a un satélite cualquiera.

Además los TLE presentan un parámetro aerodinámico asociado al coeficiente de fricción. En aerodinámica, cada objeto tiene un coeficiente balístico, B , que es el producto de su coeficiente de fricción, C_D , y su área seccionada transversalmente al flujo, A , dividido por su masa, m :

$$B = C_D \frac{A}{m} \quad (1)$$

El coeficiente balístico representa cuanto un objeto es susceptible a la fricción atmosférica.

Los nuevos conjuntos de TLE son generados en una base más bien relacionada con la necesidad de cada misión que según un intervalo de tiempo establecido. Cómo ocurre a menudo, estas actualizaciones dependen de un número de factores tales como el tipo de órbita o la capacidad de maniobra del satélite. Por ejemplo, un satélite en órbita baja que se encuentra bajo maniobras orbitales tendría sus TLE actualizados varias veces al día debido a los cambios resultantes de la fricción atmosférica. Un satélite en una órbita con poca fricción y que no realiza maniobra puede necesitar actualizaciones solamente una o dos veces por semana. Los desechos espaciales no son actualizados con frecuencia, a menos que haya una predicción de un acercamiento a una carga útil operacional o se encuentren en las cercanías de un reingreso atmosférico.

En conclusión analizaremos y estudiaremos la actividad de objetos artificiales de cualquier

origen cuyo tamaño sea superior a 10 cm presente en la órbita terrestre baja.

3 LA ATMÓSFERA Y SU ACCIÓN SOBRE UN DETRITO ESPACIAL

Las propiedades físicas de interés de la atmósfera terrestre (temperatura, presión, densidad y viscosidad) varían no solo con la localización geográfica y altitud del detrito sino también con el horario del día y la época del año. En mecánica del vuelo, se adopta un conjunto específico de datos relacionados con condiciones medias. Ese conjunto es conocido como Atmósfera Patrón Internacional (*International Standard Atmosphere, ISA*).

El propósito de la atmósfera patrón es definido como una distribución vertical hipotética de las temperatura, presión y densidad atmosféricas, la cual, a través de un acuerdo internacional y por razones históricas es comúnmente aceptada como una aproximación representativa de las condiciones en latitudes medias en el transcurrir de un periodo de tiempo.

Al buscar un modelo analítico para describir la acción de la resistencia del aire sobre la órbita del detrito, solo haremos énfasis en la idea básica de que la densidad del aire varia exponencialmente con la altura. Esta aproximación se justifica por ser la variación en altitud, el factor dominante en este proceso (Regan y Anandakrishna, 1993).

La temperatura, T , presión, p , y la densidad del aire, ρ , están relacionados por la conocida ley de los gases perfectos:

$$\frac{p}{\rho} = \frac{\mathfrak{R} \cdot T}{M} \quad (2)$$

donde \mathfrak{R} es la constante de los gases y M es la masa molecular del gas.

La disminución de la densidad del aire con la altitud, h , viene dada por la ecuación de la hidrostática:

$$\frac{dp}{dh} = -\rho \cdot g \quad (3)$$

donde g es la aceleración de la gravedad. Estas ecuaciones siguen siendo útiles hasta una altitud de varios cientos de kilómetros. Operando las ecuaciones anteriores nos queda:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{M \cdot g}{\mathfrak{R} \cdot T} \cdot dh \quad (4)$$

Asumiremos que,

$$h_{SC} = \frac{M \cdot g}{\mathfrak{R} \cdot T} \quad (5)$$

donde h_{SC} es un factor constante al que llamaremos escala de altura. Así tenemos que la presión es una función exponencial de la altitud:

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{h-h_0}{h_{SC}}\right) \quad (6)$$

donde p_0 es el valor de la presión atmosférica en una determinada altitud de referencia h_0 .

Si nosotros asumimos además que la Tierra es esférica de radio R_E y que además el campo gravitacional varia con el inverso de la distancia, entonces (King-Hele, 1987):

$$\rho = \rho_0 \exp\left(-\frac{h-h_0}{H}\right) \quad (7)$$

donde H es llamado factor de escala en densidad. Se verifica que la inversa del factor de escala en densidad:

$$\frac{1}{H} = \frac{1}{h_{SC}} - \frac{2}{R_p} \quad (8)$$

donde R_p es el radio del perigeo del objeto que es la distancia desde el centro de la Tierra hasta la altura del perigeo de la órbita del detrito u objeto.

Con suficiente aproximación podemos reescribir la inversa del factor de escala de la siguiente forma:

$$\beta = \frac{1}{H} = \frac{1}{h_{p0}} - \frac{2}{R_p} \quad (9)$$

En donde h_{p0} es la altitud del perigeo de referencia.

Haciendo algunas sustituciones necesarias podemos reescribir la variación de la densidad para una atmósfera esférica y simétrica de la siguiente forma:

$$\rho = \rho_{ISA} \exp(-\beta a_0 e_0 + \beta a e \cos E) \quad (10)$$

donde ρ_{ISA} es la densidad dada por Atmósfera Patrón Internacional (*ISA*) a la altitud del perigeo del objeto, a es el semi-eje orbital, e la excentricidad y E la anomalía excéntrica.

4 MODELOS DE FUERZAS GRAVITATORIAS Y AERODINÁMICAS

El movimiento de un satélite bajo la influencia de una fuerza resultante \vec{F} es descrito por la física Newtoniana por la ecuación diferencial

$$\ddot{\vec{R}} = \frac{\vec{F}(t, \vec{R}, \vec{V})}{m} \quad (11)$$

donde \vec{R} y \vec{V} son los vectores posición y velocidad de un satélite en un sistema de coordenadas geocéntrico no rotacional y m es la masa del satélite o detrito espacial.

Las órbitas elípticas y fijas en un mismo plano son consecuencia de la fuerza gravitatoria radialmente simétrica. Estas órbitas Keplerianas, como son conocidas, son una buena primera aproximación para el movimiento de un satélite alrededor de la Tierra.

Debido a la rotación, la Tierra no es una esfera perfecta, teniendo la forma de un esferoide aplastado con diámetro ecuatorial 20 km mayor que el diámetro polar. Esto promueve un torque sobre los satélites que tiende a atraer sus órbitas al plano del ecuador terrestre siempre que estas se encuentren inclinadas en relación a este plano. Aunque muy importante sobre la dinámica orbital, la no-esfericidad del potencial gravitatorio terrestre no será considerada en este estudio debido a la grande magnitud de la fuerza aerodinámica.

Los satélites que se encuentran a pocas centenas de kilómetros de altitud, están sujetos a una fuerza dependiente de la velocidad, causada por la resistencia de la atmósfera planetaria. Como la densidad de la atmósfera disminuye exponencialmente con el aumento de la altitud, los efectos de esta fuerza aerodinámica son mayores para satélites en órbitas bajas y afectan más el perigeo orbital.

La aceleración debida a la fuerza gravitatoria es independiente del área del objeto espacial, las fuerzas aerodinámicas son fuerzas de superficie y dependen directamente de este parámetro.

La fuerza aerodinámica ocurre siempre que existe movimiento relativo entre un fluido y un

cuerpo inmerso en este fluido. Esta fuerza disminuye la energía cinética orbital y promueve un decaimiento del semi-eje mayor y de la excentricidad.

La fuerza aerodinámica que actúa en un objeto espacial depende entre otras cosas de su forma y actitud, o sea de su posición relativa al flujo de aire (Vinh, 1981):

$$A = \frac{1}{2} C S \rho V^2 \quad (12)$$

donde C es un coeficiente adimensional que depende de la forma del detrito y de su actitud en relación a la velocidad del fluido y describe la interacción de la atmósfera con el material de la superficie del objeto, ρ es la densidad del medio, en este caso la atmósfera terrestre, V es la velocidad relativa entre el objeto y el flujo y S es el área de la sección transversal al flujo.

Es conveniente separar la fuerza aerodinámica en dos componentes: fuerza de frenado aerodinámico \vec{A}_D opuesta al vector velocidad \vec{V} y fuerza de sustentación \vec{A}_L perpendicular al frenado. Sus magnitudes son dadas por:

$$A_D = \frac{1}{2} C_D S \rho V^2 \quad (13)$$

$$A_L = \frac{1}{2} C_L S \rho V^2 \quad (14)$$

En estas expresiones, C_D es el coeficiente de frenado y C_L el coeficiente de sustentación.

El frenado aerodinámico es una fuerza no conservativa, conforme el detrito atraviesa un medio gaseoso, el contacto del aire con su superficie tiende a retardar el movimiento del vehículo restando energía orbital.

4.1 Coeficiente de frenado aerodinámico, C_D

El flujo continuo aerodinámico que gobierna nuestras vidas diarias vía viento y clima no es aplicable para detritos en la enrarecida alta atmósfera. Durante casi todo su vida en órbita un satélite experimenta un fenómeno conocido como flujo de molécula libre (*free molecule flow*) en el cual las moléculas lo golpean como una lluvia de granizo microscópica, pero no interfieren con el flujo incidente cuando son reflejadas por la superficie del objeto.

Las fuerzas sobre un detrito son calculadas suponiendo al mismo como estacionario frente a una corriente de moléculas de aire pasando con una velocidad promedio uniforme V en el que superpondremos una distribución Maxwelliana de velocidades térmicas.

El fenómeno de flujo de molécula libre se producirá si el camino libre promedio λ de las moléculas es superior a una dimensión típica l del cuerpo. La relación entre estas cantidades es llamada Número Knudsen (K). La teoría del flujo de molécula libre se aplica si K es mayor que alrededor de 10.

Sin embargo la teoría que aplicaremos en este trabajo tiene la ventaja de que no requiere los valores exactos de C_D , sino que se maneja con el supuesto fundamental de que el término (SC_D) se mantiene constante en la región de la órbita cercana al perigeo (King-Hele, 1987).

La mayoría de los detritos sufren una disminución considerable en el C_D durante sus últimas órbitas, esto suele alargar su estadía en el espacio unas pocas vueltas más. Sin embargo, podemos considerar que C_D se mantendrá constante durante todo el cálculo, pues un par de órbitas más no afecta la fecha de reingreso.

5 ECUACIONES PLANETARIAS DE LAGRANGE

Podemos escribir las ecuaciones para las tasas de cambio de a y e utilizando las ecuaciones

planetarias de Lagrange y considerando la acción de la fuerza de frenado aerodinámico tangente a la órbita (King-Hele, 1987):

$$\dot{a} = -\frac{a^2 B \rho V^3}{\mu} \quad (15)$$

$$\dot{e} = -\rho V B (e + \cos v) \quad (16)$$

donde el coeficiente balístico es $B = SC_D/m$.

Es más conveniente trabajar en términos de la anomalía excéntrica E que con la anomalía verdadera v . Operando esta transformación, las ecuaciones planetarias de Lagrange nos quedaran de la siguiente forma:

$$\frac{da}{dE} = -a^2 \rho \frac{SC_D}{m} \frac{(1+e \cos E)^{3/2}}{(1-e \cos E)^{1/2}} \quad (17)$$

$$\frac{de}{dE} = -a \rho \frac{SC_D}{m} \left(\frac{1+e \cos E}{1-e \cos E} \right)^{1/2} (1-e^2) \cos E \quad (18)$$

Tomando x como una nueva variable:

$$x = a e \quad (19)$$

$$\frac{dx}{dE} = -a^2 \rho \frac{SC_D}{m} \left(\frac{1+e \cos E}{1-e \cos E} \right)^{1/2} (\cos E + e) \quad (20)$$

Los cambios de a y x durante una revolución Δa y Δx se obtienen integrando las ecuaciones planetarias de Lagrange Ec. (17) y Ec. (20) para E que va de 0 hasta 2π . Así

$$\Delta a = -a^2 \rho \frac{SC_D}{m} \int_0^{2\pi} \frac{(1+e \cos E)^{3/2}}{(1-e \cos E)^{1/2}} dE \quad (21)$$

$$\Delta x = -a^2 \rho \frac{SC_D}{m} \int_0^{2\pi} \left(\frac{1+e \cos E}{1-e \cos E} \right)^{1/2} (\cos E + e) dE \quad (22)$$

Con el fin de desarrollar la teoría en toda su extensión, las integrales deben ser tratadas de distinta manera para los distintos rangos de valores de la excentricidad como desarrollaremos a continuación. Como la mayoría de los satélites tienen excentricidades menores a 0,2 tales excentricidades son llamadas "Normales".

Así la teoría es desarrollada en tres partes como sigue:

- Excentricidades normales: $0,02 \leq e < 0,2$;
- Órbitas circulares y casi-circulares: $0,0 \leq e < 0,02$;
- Grandes excentricidades: $e \geq 0,2$.

5.1 Excentricidades normales ($0,02 \leq e < 0,2$)

Primero sustituimos la densidad por su expresión exponencial dada por la Ec. (10) y en seguida expandimos los términos en las integrales de las ecuaciones planetarias de Lagrange Ec. (21) y Ec. (22) en un desarrollo en serie en potencias de e (King-Hele, 1987):

$$\Delta a = -a^2 \frac{SC_D}{m} \rho_{ISA} \cdot \exp(-\beta a_0 e_0) \int_0^{2\pi} \left\{ 1 + 2e \cos E + \frac{3}{2} e^2 \cos^2 E + e^3 \cos^3 E + O(e^4) \right\} \cdot \exp(\beta x \cos E) dE \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \Delta x = & -a^2 \frac{SC_D}{m} \rho_{ISA} \cdot \exp(-\beta a_0 e_0) \int_0^{2\pi} \left[\cos E + \frac{1}{2} e (3 + \cos 2E) \right. \\ & \left. + \frac{1}{8} e^2 (11 \cos E + \cos 3E) + \frac{1}{16} e^3 (7 + 8 \cos 2E + \cos 4E) \right. \\ & \left. + O(e^4) \right] \cdot \exp(\beta x \cos E) dE \end{aligned} \quad (24)$$

Utilizamos una representación integral de las funciones de Bessel $I_n(\beta x)$:

$$I_n(\beta x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(\beta x \cos \theta) \cos n\theta d\theta \quad (25)$$

para integrar individualmente los términos de las Ecs. (23) y (24):

$$\begin{aligned} \Delta a = & -2\pi \cdot a^2 \frac{SC_D}{m} \rho_{ISA} \cdot \exp(-\beta a_0 e_0) \left[I_0 + 2e I_1 + \frac{3}{4} e^2 (I_0 + I_2) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{4} e^3 (3I_1 + I_3) + O(e^4) \right] \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \Delta x = & -2\pi \cdot a^2 \frac{SC_D}{m} \rho_{ISA} \cdot \exp(-\beta a_0 e_0) \left[I_1 + \frac{1}{2} e (3I_0 + I_2) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{8} e^2 (11I_1 + I_3) + \frac{1}{16} e^3 (7I_0 + 8I_2 + I_4) + O(e^4) \right] \end{aligned} \quad (27)$$

Así obtenemos expresiones analíticas para las variaciones del semi-eje mayor y de la excentricidad por revolución orbital debidas al efecto del frenado aerodinámico.

5.2 Órbitas circulares y casi-circulares ($0 \leq e < 0,02$)

Una órbita perfectamente circular es una idealización una vez que ninguna órbita al rededor de una Tierra real puede mantenerse circular frente a las perturbaciones causadas por la no-homogeneidad del potencial terrestre y a la presencia del Sol y de la Luna. Sin embargo, una órbita circular al rededor de una Tierra esférica y aislada es posible y, si la atmósfera es también esféricamente simétrica, la órbita puede mantenerse circular dentro de las hipótesis de la teoría pues cuando $e = 0$, $I_1(\beta x) = 0$ y $\Delta x = 0$ (King-Hele, 1987).

Así tenemos para la variación del semi-eje:

$$\Delta a = -2\pi a^2 \rho \frac{SC_D}{m} = -2\pi a^2 \rho B \quad (28)$$

donde B^* es el coeficiente balístico modificado: $B^* = B \rho_0 / 2$, $\rho_0 = 156,96615 / R_E^2$ es un valor de referencia de la densidad atmosférica y R_E es el radio ecuatorial terrestre.

5.3 Órbitas con grandes excentricidades ($e \geq 0,2$)

Tomaremos ahora grandes excentricidades por lo que las expansiones en potencias de e ya no son factibles. En su lugar, aprovecharemos el hecho de que la resistencia aerodinámica se concentra alrededor del perigeo (King-Hele, 1987).

Aunque la teoría desarrollada ahora es válida para $0,2 < e < 1$ para un satélite orbitando alrededor de un planeta aislado, el límite superior práctico para un satélite terrestre es regido por las perturbaciones lunares. Si $e > 0,95$, el satélite puede entrar en la esfera de influencia lunar y ser fuertemente perturbado por su efecto gravitatorio. Para satélites terrestres una

excentricidad inicial de $e = 0,8$ será considerada como un límite superior para resultados que buscan definir el tiempo de vida.

Podemos expresar las variaciones de semi-eje y excentricidad sustituyendo los límites de las integrales de 0 a 2π por dos integrales de 0 a π en las Ecs. (21) y (22), además de utilizar la expresión para la variación exponencial de la densidad dada por la Ec. (10):

$$\Delta a = -2 a^2 \frac{SC_D}{m} \rho_0 \cdot \exp(-\beta a_0 e_0) \int_0^\pi \frac{(1+e \cos E)^{3/2}}{(1-e \cos E)^{1/2}} \exp(z \cos E) dE \quad (29)$$

$$\Delta x = -2 a^2 \frac{SC_D}{m} \rho_0 \cdot \exp(-\beta a_0 e_0) \int_0^\pi (\cos E + e) \left(\frac{1+e \cos E}{1-e \cos E} \right)^{1/2} \exp(z \cos E) dE \quad (30)$$

En donde $z = \beta a e$ y el subíndice 0 denota valores iniciales.

Cuando $e > 0,2$, el semi-eje mayor puede ser demasiado grande y es más apropiado trabajar en términos de βR_p que βa , pues si la altitud del perigeo es menor que 1000 km, R_p se mantiene confinado a un estrecho límite entre 6500 y 7400 km. Así:

$$z = \beta a e = \beta R_p \left(\frac{e}{1-e} \right) \quad (31)$$

Debido a los posibles valores de z , el mejor método para integrar las Ecs. (29) y (30) es realizar la sustitución de variables siguiente:

$$\cos E = 1 - \lambda^2 / z \quad (32)$$

$$dE = \left\{ \frac{2}{z(1-\lambda^2/2z)} \right\}^{1/2} d\lambda \quad (33)$$

pues z es tratado como constante durante una revolución.

Sustituyendo las Ecs. (32) y (33) en (29) y (30), escribiendo $\beta a - z = \beta R_p$ y expandiendo los integrandos en potencias de λ^2/z , encontramos:

$$\Delta a = -2 a^2 \frac{SC_D}{m} \rho_{ISA} \sqrt{\frac{2}{z}} \frac{(1+e)^{3/2}}{(1-e)^{1/2}} \cdot \exp[\beta(R_{p0} - R_p)] \int \left[1 - \frac{\lambda^2(8e-3e^2-1)}{4z(1-e^2)} + \frac{K_1 \lambda^4}{z^2} + O\left(\frac{\lambda^6}{z^3}\right) \right] \cdot \exp(-\lambda^2) d\lambda \quad (34)$$

$$\Delta x = -2 a^2 \frac{SC_D}{m} \rho_{ISA} \sqrt{\frac{2}{z}} \frac{(1+e)^{3/2}}{(1-e)^{1/2}} \cdot \exp[\beta(R_{p0} - R_p)] \int_0^{\sqrt{2z}} \left[1 - \frac{\lambda^2(3+e^2)}{4z(1-e^2)} + \frac{K_2 \lambda^4}{z^2} + O\left(\frac{\lambda^6}{z^3}\right) \right] \cdot \exp(-\lambda^2) d\lambda \quad (35)$$

donde:

$$K_1 = \frac{3 - 16e + 50e^2 + 16e^3 - 5e^4}{32(1-e^2)^2} \quad (36)$$

$$K_2 = \frac{-5 + 32e - 14e^2 + 32e^3 + 3e^4}{32(1-e^2)^2}$$

En las Ecs. (34) y (35) los términos de la expansión contienen factores de la forma

$[z(1-e^2)]^{-n}$, pero esos no se hacen grandes con $e \rightarrow 1$ pues según la Ec. (31):

$$z(1-e^2) = \beta R_p e(1+e) \quad (37)$$

Los integrandos de las Ecs. (34) y (35) claramente se hacen muy pequeños cuando λ es grande. Así mismo, como $\sqrt{2z} > 6$ podemos sustituir el límite $\sqrt{2z}$ por ∞ con un error relativo menor que 10^{-16} . Además, utilizando la integral:

$$\int_0^{\infty} \exp(-\lambda^2) d\lambda = \frac{1}{2} \sqrt{\pi} \quad (38)$$

se puede demostrar que integrando por partes obtenemos:

$$\int_0^{\infty} \lambda^2 \exp(-\lambda^2) d\lambda = \frac{1}{4} \sqrt{\pi} \quad (39)$$

$$\int_0^{\infty} \lambda^4 \exp(-\lambda^2) d\lambda = \frac{3}{8} \sqrt{\pi} \quad (40)$$

Así, integramos las Ecs. (34) y (35) por partes y obtenemos:

$$\Delta a = -a^2 \frac{SC_D}{m} \rho_{ISA} \sqrt{\frac{2\pi}{z}} \frac{(1+e)^{3/2}}{(1-e)^{1/2}} \cdot \exp[\beta(R_{p0} - R_p)] \cdot \left\{ 1 - \frac{8e - 3e^2 - 1}{8z(1-e^2)} + \frac{3K_1}{4z^2} + O(z^{-3}) \right\} \quad (41)$$

$$\Delta x = -a^2 \frac{SC_D}{m} \rho_{ISA} \sqrt{\frac{2\pi}{z}} \frac{(1+e)^{3/2}}{(1-e)^{1/2}} \cdot \exp[\beta(R_{p0} - R_p)] \cdot \left\{ 1 - \frac{3+e^2}{8z(1-e^2)} + \frac{3K_2}{4z^2} + O(z^{-3}) \right\} \quad (42)$$

Los valores máximos de $3K_1/4z^2$ y $3K_2/4z^2$ son menores que $5 \cdot 10^{-5}$ para nuestro caso $0,2 < e < 1$ y pueden ser descartados.

6 RESULTADOS

Desde abril de 2007, el Departamento de Aeronáutica de la UNC tiene autorización de la Fuerza Aérea Estadounidense para utilizar los datos orbitales de los diversos objetos alrededor de la Tierra. El catálogo total de objetos es actualizado casi diariamente, así este monitoreo puede ser realizado con igual frecuencia. En cada caso, se realizan simulaciones de la evolución orbital de estos candidatos y el resultado final es un pronóstico que discrimina qué objetos deben llegar a los 100 km de altitud (considerada un indicador de reingreso inmediato).

Los resultados fueron divididos en dos. Para los objetos con órbitas iniciales circulares, casi-circulares y normales fue utilizado el código computacional MonitOR (Monitoreo de Objetos en Reentrada). Cuando las órbitas iniciales eran muy excéntricas ($e > 0,2$) aplicamos el programa PRADE (Pronosticador de Reentradas a la Atmósfera de Detritos Espaciales). Ambos códigos fueron desarrollados en el Departamento de Aeronáutica de la UNC.

6.1 Análisis de objetos con excentricidades normales

Las figuras a continuación presentan comparaciones entre tres factores para simulaciones de órbitas con excentricidades normales (Schulz, 2009). En celeste están los objetos que efectivamente reingresaron a la atmósfera terrestre en el período correspondiente. Estos datos son publicados por el *Space-Track*, el sitio del Departamento de Defensa Estadounidense que

concentra la información difundida sobre objetos espaciales. Siendo un catálogo directo de las observaciones, es la fuente más confiable para este tipo de información. Sin embargo, la publicación de estos datos no es inmediata y puede tardar hasta un mes para que un objeto que reingresó tenga su fecha difundida. Las restantes columnas muestran dos predicciones. En color burdeos se presentan los resultados obtenidos con las simulaciones de la UNC, llamadas MonitOR (Monitoreo de Objetos en Reentrada). En verde se muestran aquéllas realizadas por el propio *Space-Track*.

En la Fig. 2 se presenta una comparación del número total de objetos que reingresaron entre los meses de febrero y junio de 2009. De los 131 objetos que reingresaron, 83 fueron previstos por MonitOR. Un estudio de los 48 objetos no identificados reveló que los mismos no tuvieron sus elementos orbitales actualizados divulgados, motivo por lo que no fueron considerados por MonitOR. No se conoce el motivo por el cual estos datos no estuvieron disponibles. La existencia de este tipo de objetos constituye una limitación al poder de previsibilidad del monitoreo.

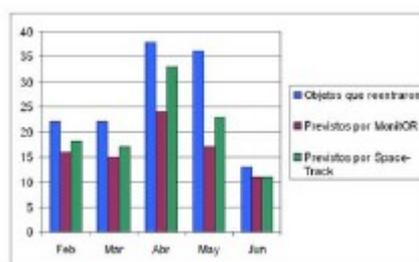


Figura 2: Total de objetos que reingresaron entre febrero y junio de 2009.

A su vez, en el mismo período, el equipo del *Space-Track* pudo pronosticar 102 reingresos, siempre teniendo en cuenta que este equipo dispone de la totalidad de los datos, incluyendo los objetos militares y secretos. La no-detección de los 29 objetos restantes puede deberse tanto a la falta de actualización de los datos orbitales como a la baja frecuencia de sus pronósticos. Durante esos meses, *Space-Track* realizó un pronóstico por semana, mientras que en la UNC fueron realizadas 3 simulaciones semanales.

En la Fig. 3, se muestra una discriminación de los objetos según su tipo. Esta categorización permite identificar con mayor facilidad qué tipos de objetos están terminando su vida útil y con qué frecuencia. Puede notarse una masiva presencia de fragmentos de satélites. En el periodo de análisis, 41 fragmentos corresponden a restos de los satélites *Kosmos 2251* (satélite militar ruso fuera de operación) e *Iridium 33* (satélite americano privado de telecomunicaciones activo), que chocaron en el espacio en febrero de 2009. Al acercarse a una velocidad relativa de 11,7 km/s, ambos fueron destruidos y una gran cantidad de detritos fue generada.

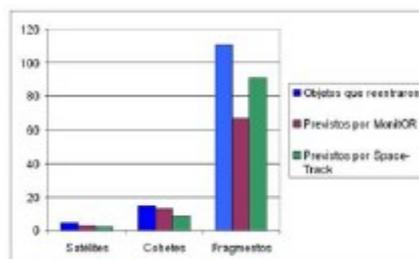


Figura 3: Objetos que reingresaron divididos por categoría.

En la Fig. 3, puede también verse que, entre los objetos reingresados, se encuentran 15 etapas de cohetes y 5 satélites. Estos objetos son, por un lado, los de mayor dimensión en órbita alrededor de la Tierra y, por otro, los que tienen más chances de sobrevivir a un reingreso atmosférico. Entre esos objetos, MonitOR pudo pronosticar el reingreso de 16 de ellos, mientras que el *Space-Track* no previó el reingreso de 6 etapas de cohetes y de 2 satélites.

Es interesante destacar que la mayoría absoluta de los objetos que entran a la atmósfera terrestre no sobreviven a este pasaje, desintegrándose como resultado de las altas temperaturas a que son sometidos. Para determinar qué objetos son capaces de atravesar este escudo protector, es necesario especificar parámetros como las dimensiones y forma del objeto, su actitud con relación a la órbita, ángulo de reingreso con respecto a la atmósfera, composición, etc. Por no disponer de todos estos datos para los más de 8 mil objetos espaciales alrededor de la Tierra, se realiza una estimación basada en un factor conocido como sección de área determinada por radar. La Fig. 4 presenta los resultados para objetos de grandes dimensiones reingresados entre febrero y junio de 2009. Puede observarse que MonitOR pronosticó el reingreso de 14 de los 16 objetos que efectivamente cruzaron la atmósfera y *Space-Track* previó 9 reingresos.

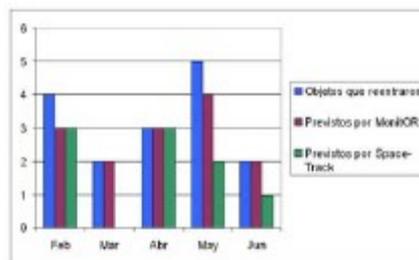


Figura 4: Objetos que podrían sobrevivir al reingreso atmosférico por sus grandes dimensiones.

Además de contabilizar las cantidades de objetos pronosticados, es necesario estudiar la precisión de los tiempos previstos para los reingresos a la atmósfera. La Fig. 5 presenta el error (en días) que cometió el modelo de la UNC en comparación con el de *Space-Track* entre febrero y junio de 2009. En las abscisas se presenta la diferencia en días entre la fecha pronosticada y el reingreso real y, en las ordenadas, la cantidad de eventos ocurridos en el período de datos estudiado.

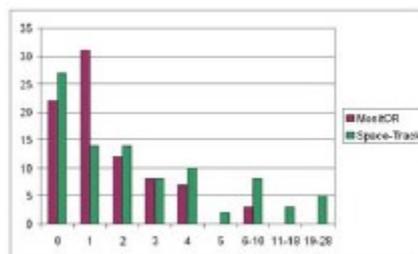


Figura 5: Días de error de los pronósticos por cantidad de objetos.

MonitOR se muestra bastante preciso, con errores menores o iguales a dos días en la mayoría de los casos. En parte, esta precisión se debe a la frecuencia con que los pronósticos son realizados. Además, una limitación intrínseca del problema de propagación orbital en la

atmósfera es que los resultados conllevan un error de 10-20% del tiempo de vida, dada la imposibilidad de modelar la atmósfera terrestre con todas sus variaciones conocidas (vientos, estaciones, posición geográfica, ciclo solar). Por tal motivo, se trató de minimizar el error absoluto realizando pronósticos para no más de 7 días, mientras que las previsiones del *Space-Track* son para 60 días. A su vez, los pronósticos de *Space-Track* presentan un elevado índice de error en los días previstos para el reingreso. Los resultados muestran que 18 eventos fueron previstos con más de 5 días de diferencia entre la fecha probable y el efectivo reingreso, de los cuales en 4 los errores superaron los 20 días.

6.2 Análisis de objetos con excentricidades altas

Cuando tratamos de objetos espaciales con altas excentricidad la metodología a ser aplicada debe ser distinta, pues no podemos más realizar las expansiones en serie de e que realizamos anteriormente. El código PRADE utiliza las Ecs. (41) y (42) para calcular las respectivas variaciones de semi-eje mayor y excentricidad de esos objetos. El escenario en que pasamos a trabajar cuando consideramos $e > 0,2$ tiene particularidades cuantitativas y cualitativas que deben ser llevadas en consideración.

Como ejemplo numérico consideremos el caso de una simulación realizada en 29 de septiembre de 2010. En esta fecha existían 458 objetos espaciales con excentricidades superiores a $e = 0,2$ y altitudes de perigeo menores que 400 km. Desde entonces solamente 17 de esos objetos reingresaron en la atmósfera terrestre a una tasa de aproximadamente un objeto a cada 15 días. Hay que considerarse que el efecto "circularizante" del frenado aerodinámico sobre la órbita de los detritos espaciales tiende a retirar esos objetos del rango de casos altamente excéntricos en evaluación en un periodo de tiempo normalmente mayor que los 7 días posteriores a la simulación. Otro factor importante reside en el hecho de que algunos de los objetos en estudio son satélites en final de su tiempo de vida. Esos vehículos orbitales muchas veces son maniobrados en dirección a la atmósfera con el propósito de recuperarlos en tierra o destruirlos bajo los efectos térmicos de este pasaje. Los satélites controlados de esta forma no responden a las variaciones calculadas en este estudio pues las fuerzas de propulsión no son consideradas aquí.

| | |
|---|-----|
| Objetos de todas las excentricidades reingresados a la atmósfera desde el 01-01-2010 hasta el 31-12-2010. | 376 |
| Objetos en órbitas de excentricidad normal ($0 < e < 0,2$) reingresados a la atmósfera desde el 01-01-2010 hasta el 31-12-2010. | 370 |
| Pronósticos acertados para objetos de excentricidad normal (Coincidencias). | 200 |
| Pronósticos considerados buenos, para objetos de excentricidad normal (± 1 día). | 67 |
| Pronósticos considerados malos, para objetos de excentricidad normal ($> \pm 1$ día). | 103 |
| Objetos en órbitas de gran excentricidad ($0,2 < e < 1$) reingresados a la atmósfera desde el 01-01-2010 hasta el 31-12-2010. | 6 |
| Pronósticos acertados para objetos de gran excentricidad (Coincidencias). | 0 |
| Pronósticos considerados buenos, para objetos de gran excentricidad ($\pm 1-5$ días). | 2 |
| Pronósticos considerados malos, para objetos de gran excentricidad ($> \pm 5$ día). | 4 |

Tabla 1: Descripción de lo encontrado durante el análisis.

Este conjunto de factores tiende a disminuir el número de potenciales candidatos a un reingreso cercano que pueden ser evaluados con la teoría presentada en este estudio. Sin embargo, no anula las posibilidades, solamente reduce nuestros resultados a casos puntuales.

La Tabla 1 presenta los informes de reingreso, realizados por el programa PRADE para todos los objetos informados como reingresados a la atmósfera entre el 1 de enero y el 31 de diciembre de 2010. Entre coincidencias y buenos pronósticos tenemos casi un 82% de confiabilidad en las predicciones hechas para objetos de excentricidad normal.

La Tabla 2 presenta un informe mas detallado de los objetos en órbitas de gran excentricidad reingresados a la atmósfera durante el 2010.

| NODAD | TIPO DE OBJETO | PAIS/ ORG | EPOCA | PRONOST. PRADE | FECHA DE REINGRESO SPACETRACK | CALIDAD DEL PRONOST. |
|-------|-----------------|-----------|------------|----------------|-------------------------------|----------------------|
| 34251 | BREEZE-M DEB | CIS | 2009-06-07 | 2009-07-15 | 2010-02-10 | Mal Pronóstico |
| 32971 | COSMOS 1409 DEB | CIS | 2009-11-29 | 2010-01-06 | 2010-03-16 | Mal Pronóstico |
| 35311 | SL-12 DEB | CIS | 2010-03-05 | 2010-03-05 | 2010-03-19 | Mal Pronóstico |
| 35313 | SL-12 DEB | CIS | 2010-02-16 | 2010-03-26 | 2010-03-30 | Buen Pronóstico |
| 27542 | SL-12 R/B(2) | CIS | 2010-10-30 | 2010-10-30 | 2010-11-03 | Buen Pronóstico |
| 29309 | SL-12 DEB | CIS | 2010-12-14 | 2011-01-21 | 2010-11-29 | Mal Pronóstico |

Tabla 2: Informe de los objetos en órbitas de gran excentricidad reingresados durante el 2010.

El objeto NORAD 27542 es un motor de cohete en órbita de gran excentricidad con TLE actualizado 4 días antes de su reingreso a la atmósfera. El programa PRADE realizó un pronóstico de reingreso que solo difirió en 4 días con la fecha real de reingreso, en virtud de esto, lo consideramos un buen pronóstico.

El objeto NORAD 35313 es un detrito que pese a tener datos antiguos ha tenido un buen pronóstico. Desconocemos el porque de esto, pero no debemos caer en el error de suponer que la antigüedad de los datos es el único responsable de la imprecisión de la fecha de reingreso.

| NORAD | Tipo | Probable razón del mal pronóstico. |
|-------|-----------------|---|
| 34251 | BREEZE-M DEB | El TLE tiene su última actualización 248 días antes de la fecha de reingreso. Como el programa no contaba con los últimos datos pronosticó mal. |
| 32971 | COSMOS 1409 DEB | El TLE tiene su última actualización 107 días antes de la fecha de reingreso. La antigüedad de los datos hizo que el programa pronosticara mal. |
| 35311 | SL-12 DEB | El TLE tiene su última actualización 14 días antes de la fecha de reingreso. Nótese que si bien los datos son antiguos no lo son tanto como los de los otros. El pronóstico solo falló por 14 días. |
| 29309 | SL-12 DEB | El TLE tiene su última actualización 38 días antes de la fecha de reingreso. La antigüedad de los datos hizo que el programa pronosticara mal. |

Tabla 3: Análisis de los objetos que tuvieron pronósticos malos.

Podemos ver como la excesiva antigüedad de los TLEs en algunos casos hace que el programa PRADE, pronostique fechas de reingreso irreales. Parece ser que muchos de los objetos que se encuentran inicialmente en órbitas de gran excentricidad, carecen de un monitoreo periódico debido a que no presentan las características propias de un reingreso inminente. Muchos dan la apariencia de estar olvidados por *Space Track* que deja que pasen espacios de tiempo, muchas veces muy extensos, entre actualización y actualización. Sin embargo estamos encontrando objetos que aún en condiciones aparentes de un reingreso poco probable, han reingresado en nuestro periodo de estudio. Es probable que el protocolo de seguimiento de objetos con estas características que posee *Space Track* sea un tanto deficitario.

Los resultados encontrados hasta el momento muestran buena concordancia en casos de órbitas con excentricidades aproximadamente iguales a 0,2 y grandes discrepancias en los pronósticos de objetos con órbitas muy excéntricas ($e > 0,65$). Una posible explicación para estas discrepancias puede ser la no consideración de otra importante fuerza perturbadora sobre esos objetos en particular: la presión de radiación solar. El efecto de la presión de radiación solar sobre órbitas muy excéntricas es el de aumentar sus excentricidades y los objetos que pasan por altitudes mayores (grandes excentricidades y semi-ejes mayores aumentan la distancia al apogeo) son más afectados por esta fuerza perturbadora. Así el efecto combinado de las fuerzas de frenado aerodinámico y presión de radiación solar podría explicar los retardos en el tiempo de reingreso de los objetos que fueron seleccionados como potenciales candidatos a reingresar rápidamente por PRADE.

7 CONCLUSIONES

Al realizar un monitoreo frecuente y selectivo de los objetos espaciales que orbitan nuestro planeta, es posible presentar buenos pronósticos para los 7 días siguientes. También es posible mantener un histórico de objetos que reingresaron (Schulz et al., 2008). Más allá de las dificultades inherentes a los problemas de simulación atmosférica, los resultados encontrados sólo presentaron inconvenientes relacionados a objetos puntuales que no tuvieron sus datos orbitales actualizados divulgados o que presentaban características orbitales no concordantes con las simplificaciones del modelo. De forma general, las previsiones son acertadas y confiables. Están disponibles con una capacidad de actualización mejor que lo que se encuentra en otros organismos espaciales.

El estudio de los casos particulares con órbitas iniciales más excéntricas que las normales ($e > 0,2$) nos muestra que por mejor que tratemos de adecuar una teoría matemática al rango de valores en cuestión, el modelo inicial no puede prescindir de determinadas consideraciones físicas. Un análisis más detallado del efecto combinado del frenado aerodinámico con la presión de radiación solar sobre órbitas muy excéntricas es el próximo paso natural de este estudio.

AGRADECIMIENTO

Este trabajo fue financiado por la Secretaria de Ciencia y Tecnología de la Universidad Nacional de Córdoba (SECyT-UNC) por medio del proyecto de investigación "Dinámica de satélites en situaciones de reentrada atmosférica".

REFERENCIAS

AIFOCEM, *Segunda Reunión Ordinaria del Consejo Directivo de la Asociación de*

- Instituciones para el Fomento de las Ciencias Espaciales Mexicanas* - AIFOCM, Mazatlán, 2011 (comunicación oral).
- King-Hele, D. *Satellite Orbits in an Atmosphere: Theory and Applications*. Blackie, 1987.
- Montenbruck, O. y Gill, E. *Satellite Orbits – Models, Methods, and Applications*. Springer-Verlag, 2001.
- Regan, F.J. y Anandakrishnan, S.M. *Dynamics of Atmospheric Re-Entry*. AIAA, 1993.
- Schulz, W., Suarez, M. y Caretti, J.C. Debris surveillance near atmospheric reentry. *Advances in Space Dynamics 5: Celestial Mechanics and Astronautics*. INPE, 2008.
- Schulz, W. Dinámica de objetos artificiales alrededor de la Tierra. *Boletín de la Asociación Argentina de Astronomía*. Clariá, J.J., Editor. n.52, 2009.
- Vinh, N.X. *Optimal Trajectories in Atmospheric Flight*. Elsevier, 1981.