

## COMPORTAMIENTO PIEZOELÉCTRICO DEL HUESO UTILIZANDO EL MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO (MEC)

Vannessa Duarte<sup>a,b</sup>, Gabriel Torres<sup>b</sup> y Miguel Cerrolaza<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>Aula CIMNE INABIO, Av. Los Estadios, Edif. IMME norte, PB, Universidad Central de Venezuela, Ciudad Universitaria, Caracas, Venezuela, [vannessa.duarte@inabio.edu.ve](mailto:vannessa.duarte@inabio.edu.ve), <http://www.inabio.edu.ve>

<sup>b</sup>Instituto Nacional de Bioingeniería, Av. Los Estadios, Edif. IMME norte, PB, Universidad Central de Venezuela, Ciudad Universitaria, Caracas, Venezuela, [miguel.cerrolaza@inabio.edu.ve](mailto:miguel.cerrolaza@inabio.edu.ve)

**Palabras Clave:** Remodelado óseo, Piezoelectricidad, Elementos de contorno.

**Resumen.** Este trabajo muestra el comportamiento piezoeléctrico del hueso y como las propiedades electromecánicas juegan un rol importante en el proceso de remodelado. El uso de la estimulación eléctrica representa una alternativa terapéutica para tratar problemas óseos en los cuales no hay unión, por ello se realiza una simulación utilizando el método de los elementos de contorno (MEC) para observar el comportamiento como material piezoeléctrico, anisotropo, homogéneo del fémur humano. Para obtener las soluciones fundamentales se utiliza la transformada de Radon y la integración de esas soluciones desarrolladas numéricamente en una rejilla de  $150 \times 150$  puntos, evaluando el desplazamiento, potencial, tracciones y superficie de carga. En el ejemplo mostrado se toma un segmento de hueso con pérdida ósea y se aplica un diferencial de carga eléctrica en la zona afectada, comparando los resultados en la simulación con o sin carga eléctrica y observando que existe una diferencia considerablemente favorable para el remodelado óseo.

## 1. INTRODUCCIÓN

El proceso de adaptación de los huesos a sus formas funcionales requiere de fuerzas internas y un complejo mecanismo de control biológico. Las propiedades mecánicas del hueso son gobernadas por los mismos principios que las estructuras artificiales de cargas-torsión. Sin embargo, la matriz extracelular del hueso es la responsable del proceso de adaptación y el comportamiento bioeléctrico que incluyen el mecanismo de modelado y remodelado en donde se ha sugerido que las propiedades piezoeléctricas juegan un papel importante. De acuerdo con esta teoría, la aplicación de esfuerzos mecánicos genera un gradiente de potencial local a lo largo de las fibras de colágeno que provocan un estímulo para la generación de células óseas.

En este trabajo se estudia la influencia de cargas eléctricas en el hueso como material piezoeléctrico.

## 2. COMPORTAMIENTO ELECTROMECAÁNICO Y EL REMODELADO

El uso de la estimulación eléctrica como una terapia para la curación de daños óseos data de los años 70 (Fleischli y Laughlin (1997)). El mecanismo por el cual se produce la osteogénesis ante la estimulación eléctrica se asume que es generado por fuerzas internas que son inducidas por un campo de señales eléctricas externas contenidas en las células óseas que regulan las funciones biológicas. Las propiedades eléctricas del hueso son relevantes no sólo como una hipótesis del mecanismo de control de adaptación y remodelado del hueso, sino también en el contexto que la estimulación eléctrica externa del hueso promueve la curación y reparación (Ramtani (2008))

La relación entre la polarización eléctrica producida en el hueso por los esfuerzos y el desarrollo de la arquitectura ósea es debida a que se considera el hueso como material piezoeléctrico (Fukada y Yasuda (1957)), por lo que es usado como una señal de control para el remodelado de huesos. Se sabe que los huesos crecen, se esculpen por modelado y continuamente se renuevan por el remodelado o en algunos casos, se reparan ante fracturas. Todos estos procesos son importantes, sin embargo, sólo el remodelado es el proceso que ocurre durante toda la vida. En consecuencia para este estudio, se considera el hueso como anisótropo, mecánica y eléctricamente homogéneo, cuyas propiedades son simplificadas en su aspecto macroscópico con la finalidad de observar su comportamiento de remodelado ante la estimulación eléctrica.

## 3. PROPIEDADES DEL HUESO

Las propiedades sobre la regeneración y remodelado, consideran el hueso en su comportamiento electromecánico. El objetivo de muchos estudios han sido principalmente la exploración de las causas y resultados del remodelado y de la adaptación de los huesos a las formas fisiológicas funcionales sobre este efecto.

Para un cuerpo elástico-piezoeléctrico el tensor de esfuerzo y el de polarización se asumen en función de la tensión y el campo eléctrico. La forma de estas funciones y el número de constantes del material están relacionadas por el grado de linealidad de las relaciones y el tipo de anisotropía que posee.

En este trabajo se han estudiado las propiedades elásticas, piezoeléctricas y dieléctricas del hueso compacto en donde se considera el remodelado y regeneración del tejido óseo.

### 3.1. Propiedades elásticas

Los componentes del hueso son en su mayoría estructuras cristalinas, hidroxiapatita, colágeno y la piezoeléctricidad son características que sugieren un comportamiento elásticamente

hexagonal, no-isotrópico y tampoco homogéneo; estas propiedades varían con la posición. Por tanto la relación esfuerzo-tensión toma la siguiente forma (ecuación (1)):

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\gamma_{kl} \tag{1}$$

Por tanto tomando como eje de isotropía  $z$  (Figura 1) y la simetría del tensor elástico la matriz  $C_{ij}$  luce(Lawrence-Katz (1984))(ecuación (2)):

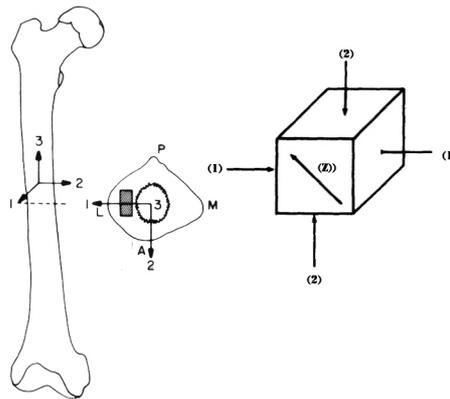


Figura 1: Ejes coordenados, convención de signos y orientación de la muestra (Guzelsu y Demiray (1979))

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) \end{bmatrix} \tag{2}$$

### 3.2. Propiedades piezoeléctricas

Ciertas propiedades de los huesos, tal como el remodelado, la adaptación del hueso a las características de sus formas funcionales y al estudio de la macroestructura que muestra el tejido óseo en su mecanismo de control, son considerados como un sistema de control biológico que generan ciertas señales bioeléctricas.

Después del descubrimiento del comportamiento electromecánico del hueso en relación al proceso de remodelado, se ha concluido que el posible mecanismo de control de adaptabilidad es la piezoeléctricidad. El esfuerzo induce polarización, lo que podría usarse como señal de control de remodelado (Gjelsvik (1973a) , Gjelsvik (1973b)). Una polarización adicional es inducida por una deformación elástica, donde se asume que la polarización depende linealmente del esfuerzo (ecuación (3)).

$$D_i = e_{ikl}\sigma_{kl} \tag{3}$$

Este efecto es conocido como efecto piezoeléctrico directo, donde  $e_{ikl}$  describe el modulo piezoeléctrico. Existe también el efecto piezoeléctrico inverso, en el cual la aplicación de un campo eléctrico induce a una deformación de acuerdo con la ecuación (4).

$$\sigma_{ij} = e_{kij}E_k \tag{4}$$

El efecto piezoeléctrico solo aparece en cristales que carecen de un centro de simetría. Como consecuencia, los materiales piezoeléctricos son siempre anisotropos. En el caso de los huesos, la piezoeléctricidad aparece solo cuando fuerzas compartidas actúan sobre las fibras de colágeno orientadas, entonces, se pasan de una a otra (Silva et al. (2001)) y la matriz que enlaza los esfuerzos y el vector de campo eléctrico (matriz piezoeléctrica) es (ecuación (5))

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & e_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

### 3.3. Propiedades dieléctricas

A pesar del interés en las propiedades electromecánicas del hueso, hay poco conocimiento acerca de las propiedades dieléctricas. Esto es una sorpresa debido a que las propiedades dieléctricas en el hueso podrían en parte, determinar la relación entre la corriente y el campo eléctrico e incluso la distribución de la corriente durante la estimulación eléctrica (Basset y Becker (1962)).

La relación entre los desplazamientos eléctricos y el tensor de campo  $\epsilon_{ij}$  es perpendicular al eje z y es dado por la ecuación (6) y la matriz que describe el comportamiento en hueso compacto viene dada por la ecuación (7).

$$D_i = \epsilon_{il} E_l \quad (6)$$

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

## 4. METODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO (MEC) PARA PIEZOELECTRICIDAD

En este estudio algunos de los resultados conciernen a las propiedades piezoeléctricas del tejido óseo como la principal causa de la respuesta bioeléctrica debido a fuerzas externas. Sin embargo, las ecuaciones constitutivas para piezoeléctricidad lineal vienen dadas por el acople de campo electro-elástico.

### 4.1. Ecuaciones constitutivas

El campo elástico consiste en el vector de desplazamientos  $u_j$ , tensor de esfuerzos  $\sigma_{ij}$ , y el tensor de tensión  $\epsilon_{ij}$ . El campo eléctrico es descrito por el potencial  $\phi$ , carga  $q$ , vector de inducción eléctrica  $D_j$ , y el vector de campo eléctrico  $E_j$ , ecuaciones (8, 9) (Denda y Wang (2009)):

$$C_{ijkl} u_{k,li} + e_{ij} \phi_{,il} = 0 \quad (8)$$

$$e_{ikl} u_{k,li} - \epsilon_{il} \phi_{,li} = 0 \quad (9)$$

en donde  $C_{ijkl}$ ,  $e_{ijk}$  y  $\epsilon_{ik}$  son el tensor elástico de rigidez, tensor piezoeléctrico y el tensor de permisibilidad dieléctrica respectivamente.

Basados en la simetría existente en las ecuaciones, se combinan las variables elásticas y eléctricas dentro de un generalizado vector y tensor piezoeléctrico. En el contorno  $\Gamma$  para un

cuerpo piezoeléctrico tridimensional, el vector combinado de desplazamiento  $u$  y de tracción  $t$  son relacionados por la ecuación integral de contorno (ecuación (10)).

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} C_{xx}(P) & C_{xy}(P) & C_{xz}(P) & C_{x\phi}(P) \\ C_{yx}(P) & C_{yy}(P) & C_{yz}(P) & C_{y\phi}(P) \\ C_{zx}(P) & C_{zy}(P) & C_{zz}(P) & C_{z\phi}(P) \\ C_{\phi x}(P) & C_{\phi y}(P) & C_{\phi z}(P) & C_{\phi\phi}(P) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_x(P) \\ U_y(P) \\ U_z(P) \\ \phi(P) \end{bmatrix} \\
 = & \int_{\Gamma} \begin{bmatrix} U_{xx}^*(P, Q) & U_{xy}^*(P, Q) & U_{xz}^*(P, Q) & U_{x\phi}^*(P, Q) \\ U_{yx}^*(P, Q) & U_{yy}^*(P, Q) & U_{yz}^*(P, Q) & U_{y\phi}^*(P, Q) \\ U_{zx}^*(P, Q) & U_{zy}^*(P, Q) & U_{zz}^*(P, Q) & U_{z\phi}^*(P, Q) \\ U_{\phi x}^*(P, Q) & U_{\phi y}^*(P, Q) & U_{\phi z}^*(P, Q) & U_{\phi\phi}^*(P, Q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_x(Q) \\ T_y(Q) \\ T_z(Q) \\ q(Q) \end{bmatrix} d\Gamma \quad (10) \\
 - & \int_{\Gamma} \begin{bmatrix} T_{xx}^*(P, Q) & T_{xy}^*(P, Q) & T_{xz}^*(P, Q) & T_{x\phi}^*(P, Q) \\ T_{yx}^*(P, Q) & T_{yy}^*(P, Q) & T_{yz}^*(P, Q) & T_{y\phi}^*(P, Q) \\ T_{zx}^*(P, Q) & T_{zy}^*(P, Q) & T_{zz}^*(P, Q) & T_{z\phi}^*(P, Q) \\ T_{\phi x}^*(P, Q) & T_{\phi y}^*(P, Q) & T_{\phi z}^*(P, Q) & T_{\phi\phi}^*(P, Q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_x(Q) \\ U_y(Q) \\ U_z(Q) \\ \phi(Q) \end{bmatrix} d\Gamma
 \end{aligned}$$

#### 4.2. Implementación de las soluciones fundamentales anisotropas en un medio piezoeléctrico

La solución fundamental de la ecuación diferencial por valores unitarios de carga y campo eléctrico puede ser obtenida usando la transformada de Radon (Thoeni (2005), Gaul et al. (2003)). La solución fundamental en 3D para  $U_{MK}^*$  que combina los desplazamientos y el potencial eléctrico está dada por la ecuación (11)

$$U_{MK}^*(r, \theta_1, \theta_2) = \frac{1}{r} G_{MK}^u(\theta_1, \theta_2), \quad (11)$$

donde  $r$  es el radio entre el punto P y Q. Ya que  $G_{mk}^u(\theta_1, \theta_2)$  son función de dos variables, el ángulo polar  $0 \leq \theta_1 \leq \pi$  y el ángulo horizontal  $0 \leq \theta_2 \leq 2\pi$  y a la complejidad al obtener la solución fundamental, todos los valores de  $\theta_1$  y  $\theta_2$  están localizados dentro de un área rectangular en el plano  $\theta_1 - \theta_2$ . Cualquier valor deseado de  $G$  se puede obtener mediante una interpolación Lagrangeana de los valores almacenados en los puntos  $\theta_1^m$  y  $\theta_2^n$  dentro de la retícula en el correspondiente arreglo, obteniendo así, la solución fundamental  $U_{MK}^*$  y la solución fundamental para la tracción (ecuación (12)).

$$T_{MJ}^*(r, \theta_1, \theta_2) = C_{iJKl} U_{MK,l}^*(\theta_1, \theta_2) n_i \quad (12)$$

#### 4.3. Simulación MEC de un medio óseo piezoeléctrico

Las soluciones fundamentales anisotropas piezoeléctricas tridimensionales fueron implementadas dentro de un código de comportamiento elástico-lineal de elementos de contorno (Beer (2001), Beer et al. (2008), Thoeni (2005)), con el fin de analizar la promoción de la osteogénesis y el mecanismo de regulación ósea por cargas eléctricas generadas por un material piezoeléctrico debido a presiones de carga eléctrica.

Gjelsvik (1973a) ha presentado un modelo, el cual indica que la señal de la superficie de remodelado es el vector de polarización piezoeléctrica normal a la superficie, con simetría en la dirección de crecimiento y deposición, entonces, no hay esfuerzos residuales resultantes.

El comportamiento óseo es considerado en un nivel macroscópico elástico y eléctrico de la misma manera que un cristal con simetría hexagonal. Basados en esta información, los componentes de las matrices piezoeléctrica, elástica y dieléctrica son (tabla 1):

$e_{14}$	$C_{11}$	$C_{12}$	$C_{13}$	$C_{33}$	$C_{44}$	$\epsilon_{11}$	$\epsilon_{33}$
55.53	21.2	9.5	10.2	37.6	7.5	10	12

Tabla 1: Valores aproximados de las constantes del fémur humano (El-Naggar et al. (2001), Ramos et al. (1995))

#### 4.4. Simulación numérica

Se toma un segmento de fémur humano de  $1\text{cm}^3$  con una cavidad de aproximadamente  $1/3$  del mismo, representando la pérdida ósea con propiedades dadas en la tabla 1 y un mallado con elementos cuadriláteros en el contorno (ver figura (2)). Las soluciones fundamentales en los

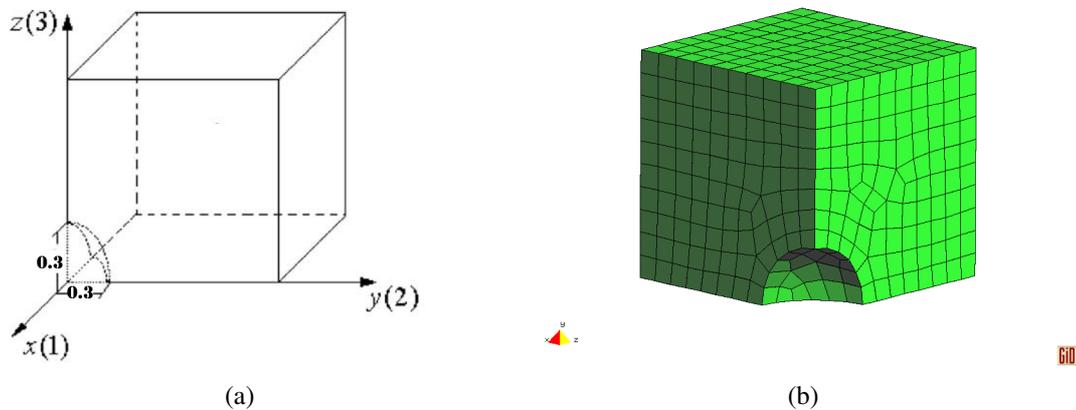


Figura 2: Modelo del segmento óseo y sistema de coordenadas a) malla MEC para el caso b) cubo con distribución simple y cavidad circular

puntos de integración fueron calculadas usando interpolación lineal Lagrangiana en una rejilla de  $150 \times 150$ . Debido a la simetría existente, las condiciones de contorno de la muestra unitaria pueden ser descritas como  $U_x, x = 0$ ;  $U_y, y = 0$ ,  $U_z, z = 0$  y  $\phi, x, y, z = 0$ , donde  $U_x, U_y$  y  $U_z$  son los desplazamientos a lo largo de la dirección del eje  $x, y$  y  $z$ ,  $\phi$  es el potencial eléctrico.

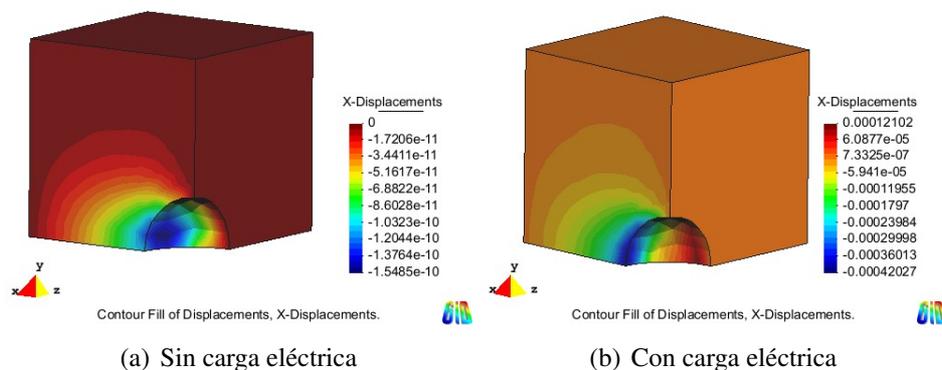


Figura 3: Desplazamientos en x

Las figuras (3, 4, 5) muestran el resultado de aplicar una carga unitaria distribuida en la cavidad y se compara el resultado de la simulación con otra en la que adicionalmente se aplica un potencial eléctrico negativo de  $0.3 \mu V$ , evidenciando que existe mayor deposición ósea cuando

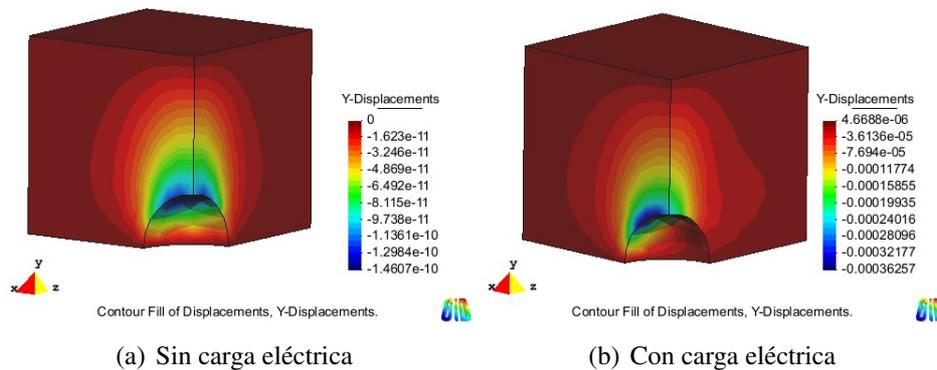


Figura 4: Desplazamientos en y

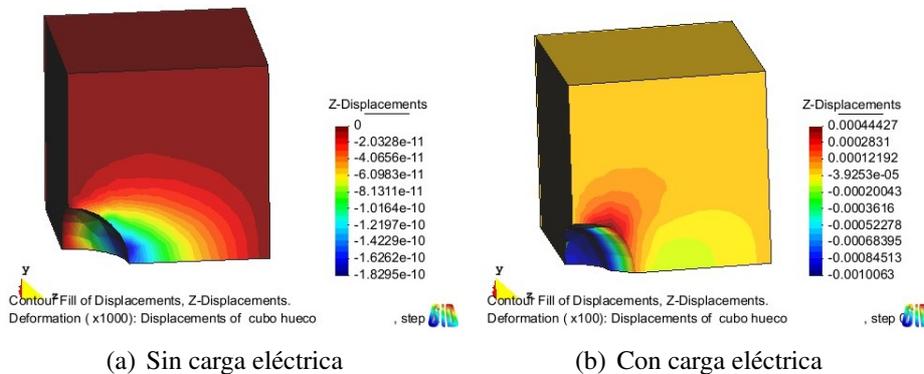


Figura 5: Desplazamientos en z y visualización de las deformaciones

se aplica una carga eléctrica. Con ello se puede concluir que el efecto piezoeléctrico podría ser el responsable del proceso de remodelado de los huesos.

### 5. CONCLUSIONES

A partir de los resultados de este estudio, se puede concluir que la deposición ósea es estimulada por un potencial negativo. El mecanismo exacto de porque el potencial estimula el crecimiento de hueso es desconocido, sin embargo, se ha utilizado dicho método en el tratamiento y curación de fracturas, así como enfermedades en la que existe perdida ósea considerable.

El uso de MEC para el estudio es una alternativa para la evaluación de dicha teoría, explicando el comportamiento electromecánico del hueso.

### 6. AGRADECIMIENTOS

Agradecimientos a la Academia de Ciencias Físicas, Matemáticas y Naturales de Venezuela y al proyecto ELBENet-Europe Latin-America Boundary Element NETwork /Alfa Program. Unión Europea por su apoyo en la realización de la investigación

### REFERENCIAS

Basset C. y Becker R. Generation of electric potential by bone in generation of electric potential by bone in response to mechanical stress. *Science*, 137(3535):1063–1964, 1962.  
 Beer G. *Programming the boundary Element Method: An introduction for Engineers*. UK: John

- Wiley & Son, 2001.
- Beer G., Smith I., y Duenser C. *The boundary element method with programming*. Springer Wien, New York, 2008.
- Denda M. y Wang C. 3d bem for the general piezoelectric solids. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 198:2950–2963, 2009.
- El-Naggar A.M., Abd-Alla A., y Mahmoud S. Analytical solution of electro-mechanical wave propagation in long bones. *Appl. Math. Comput.*, 119:77–98, 2001.
- Fleischli J. y Laughlin T. Electrical stimulation in wound healing. *J. Foot Ankle. Surg.*, 36(6):457–461, 1997.
- Fukada E. y Yasuda I. On the piezoelectric effect of bone. *J. of Phys. Soc. J. of Phys. Soc. Japan*, 12(10):1158–1162, 1957.
- Gaul L., Kölg M., y Wagner M. *Boundary element methods for engineers and scientists*. Springer-Verlag, Berlin, Germany, 2003.
- Gjelsvik A. Bone remodeling and piezoelectricity - i. *J. Biomechanics*, 6:69–77, 1973a.
- Gjelsvik A. Bone remodeling and piezoelectricity - ii. *J. Biomechanics*, 6:187–193, 1973b.
- Guzelsu N. y Demiray H. Recent advances: Electromechanical properties and related models of bone tissues. *Int. J. Engng Sci.*, 17:813–851, 1979.
- Lawrence-Katz J. The structure and anisotropic mechanical properties of bone. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, BME-31(12):878–884, 1984.
- Ramos R.R., Hernández J.A.O., Castillero J.B., y del C. Rivalta Valladares M. Vibraciones torsionales de un cilindro piezoeléctrico. *Revista Mexicana de Física*, 41(6):865–874, 1995.
- Ramtani S. Electro-mechanics of bone remodelling. *International Journal of International Journal of Engineering Science*, 46:1173–1182, 2008.
- Silva C., Thomazinib D., Pinheiroc A., Arandhad N., Figueire S., Gesf J., y Sombra A. Collagenhydroxyapatite films: piezoelectric properties. *Materials Science and Engineering B.*, 86(3):721–727, 2001.
- Thoeni K. *Effiziente Brechnung anisotropic Fundamentallösungen für die Methode der Radelemente*. Tesis de Maestría, Graz University of Technology, Graz, Austria, 2005.