

MODELADO DEL FLUJO DE ESCURRIMIENTO EN MICRORESONADORES PERFORADOS

Juan José Gómez Barroso^a, Claudio Berli^b y Alberto Cardona^{a,c}

^a*Centro Internacional de Métodos Computacionales en Ingeniería (CIMEC), INTEC-Universidad Nacional del Litoral-CONICET, Güemes 3450, S3000GLN Santa Fe, Argentina*

^b*INTEC-Universidad Nacional del Litoral-CONICET, Güemes 3450, S3000GLN Santa Fe, Argentina*

^c*e-mail: acardona@intec.unl.edu.ar, web page: <http://www.cimec.org.ar>*

Palabras Clave: Squeeze flow, microplacas perforadas, Flujo Poiseuille, MEMS.

Resumen. En el presente trabajo se presenta un modelo alternativo para simular la presencia de perforaciones en micro-placas, para el problema de amortiguamiento viscoso (squeeze flow) presente en dispositivos de microescala. Este tipo de geometrías se encuentran frecuentemente presentes en micro-actuadores de radiofrecuencia (switch RF-MEMS). El problema de amortiguamiento viscoso en placas perforadas está siendo abordado actualmente por varios autores, por considerarse de gran importancia en el estudio de la dinámica de dispositivos MEMS, ya que las perforaciones están presentes en gran parte de dichos dispositivos que actúan en presencia de aire o algún otro gas (no en vacío). Para modelar las perforaciones, se considera que el flujo de aire que atraviesa las mismas es de tipo Poiseuille. El modelo que se presenta está implementado en Oofelie, y los resultados de simulación se comparan con datos experimentales, principalmente para placas de polisilicio con perforaciones de sección cuadrada y relaciones de aspecto acordes a la formulación del modelo.

1. INTRODUCCIÓN

El estudio del amortiguamiento de flujo viscoso (efecto de *squeeze*) debido al aire confinado entre estructuras móviles en MEMS es un problema abordado en la actualidad, principalmente en placas y vigas perforadas. En los procesos de fabricación de micro-dispositivos, las perforaciones se realizan con el objetivo de lograr una mayor uniformidad en la remoción de la capa de sacrificio. Por esta razón resulta importante pensar un modelo que represente el amortiguamiento viscoso en presencia de estas perforaciones.

En la bibliografía se encuentran varios modelos analíticos (Bao et al., 2003a,b; Homentcovschi y Miles, 2010; Veijola y Råback, 2007), en los cuales se modifica principalmente la ecuación de Reynolds para representar la presencia de las perforaciones en dispositivos MEMS. También hay trabajos con modelos numéricos basados principalmente en los modelos analíticos antes mencionados, como por ejemplo Veijola y Råback (2007); De Pasquale y Veijola (2008); De Pasquale et al. (2010).

El presente trabajo muestra una formulación para modelar estructuras perforadas, considerando el aire que circula por las perforaciones es de tipo Poiseuille. Primeramente se presenta el modelo completo, partiendo de la ecuación de Reynolds y utilizando condiciones de borde mixtas en las perforaciones. Seguidamente, se construye el modelo numérico debilitando el problema diferencial, utilizando el método de Elementos Finitos. Continuamos describiendo la implementación de dicho modelo, finalizando con algunos resultados que se comparan con datos experimentales y de otros modelos.

2. FORMULACIÓN DIFERENCIAL DEL MODELO

2.1. Ecuación de Reynolds

Al considerar la interacción del aire confinado entre dos superficies en movimiento relativo, la velocidad del fluido y el campo de presión se puede obtener resolviendo la ecuación de Navier-Stokes. Para dispositivos MEMS (es decir, en la micro-escala) se puede considerar que este problema es isotérmico, y teniendo en cuenta la compresibilidad del aire, la ecuación de Navier-Stokes se reduce, en este caso particular, a la ecuación no lineal de Reynolds (Bao y Yang, 2007).

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Ph^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Ph^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial y} \right) = \frac{\partial(hP)}{\partial t} \quad (1)$$

donde μ es la viscosidad del aire, $P = p_0 + p$ y $h = h_0 + z$, siendo P la presión sobre la parte móvil, p_0 la presión ambiente, h_0 la distancia de equilibrio entre las dos partes (gap) y z el desplazamiento en la dirección vertical. Esta ecuación es válida para el efecto *squeeze* bajo ciertas hipótesis, como muestra Gomez Barroso et al. (2009), y se cumplen en los problemas que trataremos en este trabajo.

2.2. Condiciones de contorno y formulación general completa

Consideremos el caso de una placa rectangular con M perforaciones que se mueve en dirección normal al sustrato, y que se encuentra empotrada en uno de los bordes (cantilever) o en dos bordes opuestos entre sí (placa doblemente empotrada) (ver Fig. 1). En los contornos Γ_P que quedan libres podemos considerar que la presión no varía respecto de la presión ambiente, y la variación de la presión en la dirección normal a los bordes empotrados Γ_{q_0} es nula (Darling et al., 1998).

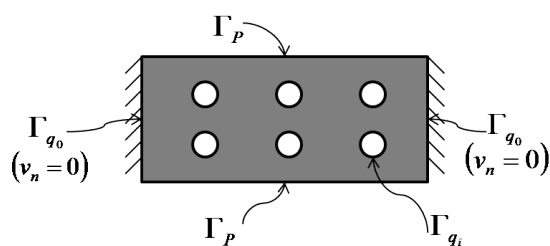


Figura 1: Dominio Ω (en gris) y fronteras con distintas condiciones de contorno.

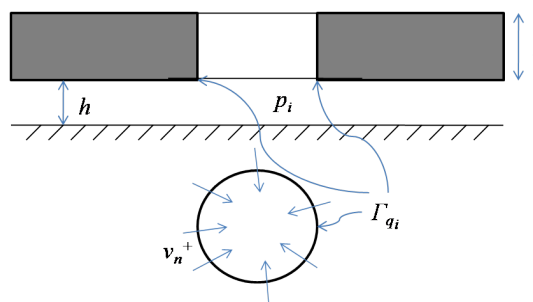


Figura 2: Perforación

El los contornos Γ_{q_i} (con $i = 1, 2, \dots, M$) de las perforaciones, la variación de la presión varía en forma proporcional a la velocidad normal promedio v_n del fluido sobre esas fronteras (ver Fig. 2). Por lo tanto, el problema para resolver el campo de presión que ejerce el fluido sobre la placa móvil queda determinado a partir de la Ec. (1) como sigue:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{ph^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{ph^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{\partial(hp)}{\partial t} \quad \text{en } \Omega \quad (2a)$$

$$p = 0 \quad \text{sobre } \Gamma_P \quad (2b)$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{12\mu}{h^2} v_n \quad \text{sobre } \Gamma_{q_i}, i = 0, 1, \dots, M \quad (2c)$$

Donde Ω es la superficie inferior de la placa, que es la que entra en contacto con el fluido confinado y las fronteras Γ_P y Γ_{q_i} , como se describió anteriormente, son las fronteras libres y fronteras donde se considera la velocidad normal del fluido respectivamente. El caso $i = 0$ es la frontera de empotramiento ($v_n = 0$), mientras que $i = 1, \dots, M$ correspondería a las fronteras de las perforaciones. Es decir, resolvemos un problema acoplado 2D entre el campo de presiones y el desplazamiento vertical, considerando condiciones de frontera mixtas en los bordes 2D de las perforaciones.

3. MODELO NUMÉRICO

Consideremos una perforación en particular. El caudal de fluido que atraviesa el contorno Γ_{q_i} (ver Fig. 2) es:

$$Q_i \equiv \int_{\Gamma_{q_i}} v_n h d\Gamma \quad (3)$$

Considerando que este caudal es el que fluye por la perforación y suponiendo que este flujo es de tipo Poiseuille, tenemos:

$$Q_i = \frac{8r_h^2 s_0^2}{\mu \chi t} p_i \quad (4)$$

para una perforación de sección cuadrada, siendo s_0 el lado de la perforación, r_h el radio hidráulico y $\chi = 24/0.422$ el factor de fricción (De Pasquale y Veijola, 2008).

Por otro lado, utilizando la Ec. (2a) más las condiciones de contorno (2b) y (2c), obtenemos

la siguiente formulación débil del problema:

$$\int_S \delta p \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{ph^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{ph^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) - \frac{\partial(hp)}{\partial t} \right) dS - \sum_{i=0}^M \int_{\Gamma_{q_i}} \delta p \left(\frac{p_0 h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial n} - hp_0 v_n \right) d\Gamma = 0 \quad (5)$$

donde hemos utilizado en esta última sumatoria la identidad (3). Integrando por partes (5) y reemplazando la expresión del caudal por (4) obtenemos:

$$\int_S \frac{ph^3}{12\mu} \left(\frac{\partial(\delta p)}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial(\delta p)}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial y} \right) dS + \int_S \delta p \frac{\partial}{\partial t} (hp) dS - \sum_{i=1}^M \delta p_i Y_i p_i = 0 \quad (6)$$

donde

$$Y_i = \frac{8r_h^2 s_0^2}{\mu \chi t} p_0 \quad (7)$$

4. IMPLEMENTACIÓN

La implementación del modelo numérico se puede describir en dos etapas: un análisis estático y un análisis armónico.

En el análisis estático la parte móvil de la geometría se somete a un potencial eléctrico continuo (DC), el cual genera una deflexión de la misma. Aquí resolvemos un problema electrostático acoplado al sistema estructural. Para ello se encierra a la placa (o cantilever) en un volumen dieléctrico, cuyo contorno externo resuelve el potencial eléctrico mediante elementos de contorno (BEM). En la Figura 3 se muestra una geometría con la malla correspondiente para este análisis.

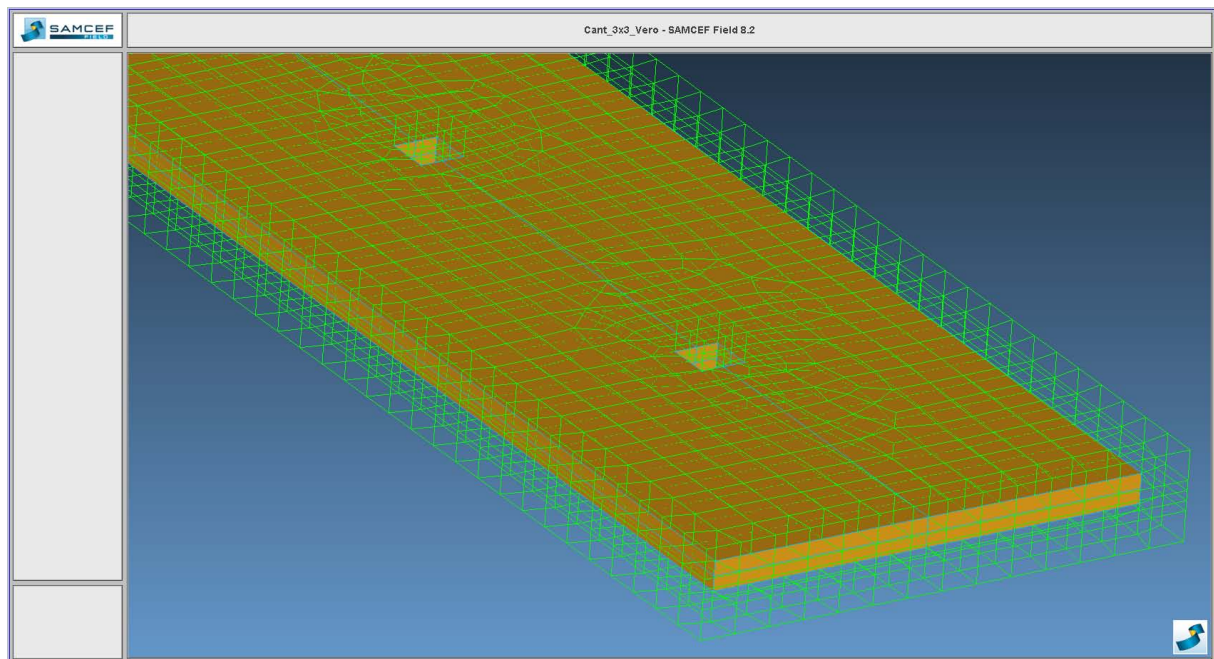


Figura 3: Malla de la geometría dentro de volumen dieléctrico.

En el análisis armónico, se parte de la deformación inicial del análisis estático, y se realiza un barrido en frecuencia simulando la excitación de la parte móvil por medio de una fuerza electrostática debida a un potencial alterno (AC). Es en esta parte donde obtenemos el campo de presiones sobre el dominio Ω a través del método de elementos finitos como lo plantea la Ec. (6).

Estos dos análisis se realizan utilizando el software *Samcef Field* para generar la geometría y el software *Oofelie* como solver.

Oofelie (Object Oriented Finite Element Led by Interactive Executer) es un software desarrollado en el lenguaje C++, que permite la resolución de problemas multifísicos. La plataforma existente en Elementos Finitos (FEM) y Elementos de Contorno (BEM) permite una fácil incorporación en la implementación de nuevos elementos.

Oofelie tiene su propio intérprete de línea de comandos que permite al usuario describir su problema en un archivo de texto ASCII. La extensión de los archivos de Oofelie es ".e". En ellos se puede describir un esquema de resolución adaptado al problema a modelar (esquema de resolución interpretado). El intérprete de línea de comandos (CLI) permite, por lo tanto, introducir datos y métodos para trabajar con ellos.

Para modelar los problemas que presentamos en este trabajo, desarrollamos primero la geometría usando el software *Samcef Field*, el cual generará, una vez terminado el modelo con sus mallas respectivas, un archivo ".e" para que *Oofelie* lo interprete y resuelva. Posteriormente se exportarán los resultados obtenidos para su visualización y pos procesamiento nuevamente a *Samcef Field*.

5. RESULTADOS

A continuación se muestran los resultados obtenidos con la implementación, como se describió en la sección anterior. Se utilizan datos experimentales de Rochus et al. (2012) y de Somà y De Pasquale (2008) para validar el modelo propuesto.

5.1. Cantilever 175 μm

El micro-resonador de este ejemplo consiste en una viga cantilever de polisilicio suspendida sobre un electrodo depositado sobre el sustrato. El módulo de Young se estima en 158 ± 10 GPa, el coeficiente de Poisson es 0.22 ± 0.01 y la densidad del material 2330 kg/m^3 . Se utiliza una viscosidad del aire de $1.8 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ y la presión ambiente de 10^5 Pa . En la Fig. 4 se muestra el resultado obtenido para el caso sin perforaciones, y en la Fig. 5 el caso con 5 perforaciones.

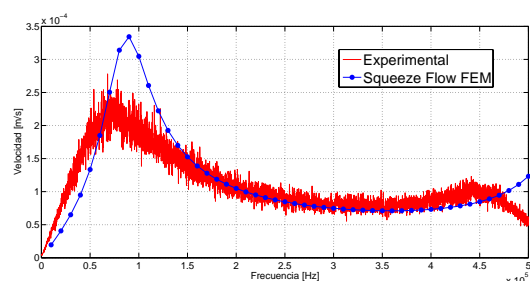


Figura 4: Cantilever sin perforaciones: Datos experimentales (línea continua) y simulación (línea continua con puntos)

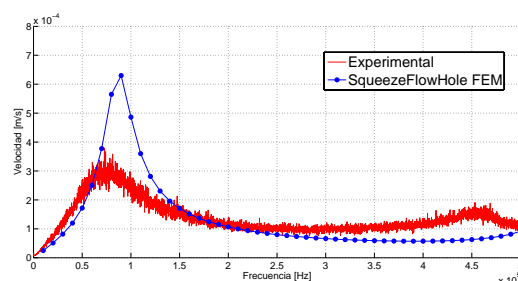


Figura 5: Cantilever con perforaciones: Datos experimentales (línea continua) y simulación (línea continua con puntos)

Podemos apreciar diferencias en las frecuencias de resonancia. Esto es debido a que el mode-

lo no considera el efecto del empotramiento, lo que variaría las propiedades estructurales de la geometría en cuestión. Otra diferencia que se aprecia es en las amplitudes de la velocidad, al no poder determinar con mucha precisión la excitación armónica a la que se somete el cantilever.

5.2. Placa con 36x6 perforaciones

En este ejemplo, se simula una estructura de prueba de [Somà y De Pasquale \(2008\)](#) con las siguientes dimensiones:

- Placa: $364\mu\text{m} \times 66\mu\text{m} \times 15\mu\text{m}$
- Soporte: $122\mu\text{m} \times 3.5\mu\text{m} \times 15\mu\text{m}$
- Perforaciones: $5\mu\text{m} \times 5\mu\text{m}$

La estructura es de polisilicio y sus características estructurales son: $E = 147 \text{ GPa}$, $\nu = 0.21$ y $\rho = 2 \cdot 10^{-15} \text{ kg}/\mu\text{m}^3$.

Se modela un cuarto de la placa por simetría, como muestra la Fig. 6. Se realiza un análisis armónico y se calcula la amplitud del desplazamiento en cada frecuencia para determinar el factor de calidad de la estructura. La gráfica obtenida se muestra en la Fig. 7.

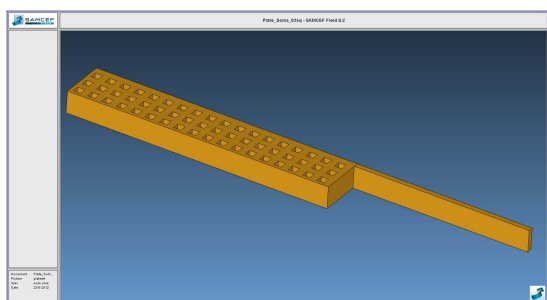


Figura 6: Modelo de placa perforada realizado en Samcef Field

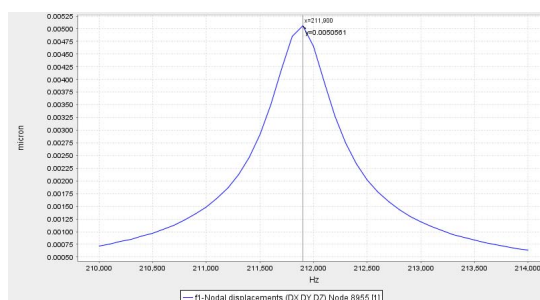


Figura 7: Amplitud de desplazamiento en función de la frecuencia

En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos para calcular el factor de calidad (Frecuencia de resonancia/anchura de banda).

	Experimental	Simulación	Error %
Frec. [kHz]	201.64	211.90	5.1
Ancho de banda [kHz]	11.037	0.5	95.5
Factor de Calidad	18.269	423.8	>> 100

Tabla 1: Datos obtenidos para la placa perforada

6. CONCLUSIONES

Se presenta un modelo alternativo para simular perforaciones en dispositivos MEMS, resolviendo la presión en las mismas con condiciones de contorno Robin. Si bien el modelo presentado anteriormente ([Gomez Barroso et al., 2009](#)) para resolver la ecuación de Reynolds fue validada para geometrías simples con expresiones analíticas, al incorporar el elemento de perforaciones y validar el método con ejemplos experimentales de la bibliografía, se aprecian

diferencias propias de mediciones, como así también algunas que nos direccionan a mejorar la precisión en la construcción de geometrías que simulen mejor los modelos experimentales usados (principalmente en los cantilevers estudiados en Rochus et al. (2012). Se proyecta a futuro seguir estudiando el problema y también implementar en Oofelie otros modelos (Bao et al., 2003a,b; Veijola y Råback, 2007) para comparar con el propuesto.

En el caso de la placa perforada, si bien el resultado en la frecuencia de resonancia es satisfactorio, se aprecia una clara discrepancia en el factor de calidad, lo que significa que se ha obtenido un amortiguamiento mucho menor al de las experiencias del modelo de comparación. Esta diferencia es un punto de partida para trabajar a futuro, mejorando el modelo cuando tenemos una alta presencia de perforaciones en la geometría.

REFERENCIAS

- Bao M. y Yang H. Squeeze film air damping in MEMS. *Sensors and Actuators, A* 136:3–27, 2007.
- Bao M., Yang H., Sun Y., y French P. Modified Reynolds' equation and analytical analysis of squeeze-film air damping of perforated structures. *Micromech. Microeng.*, 13:795–800, 2003a.
- Bao M., Yang H., Sun Y., y Wang Y. Squeeze-film air damping of thick hole-plate. *Sensors and Actuators, A* 108:212–217, 2003b.
- Darling R., Hivick C., y Xu J. Compact analytical modeling of squeeze film damping with arbitrary venting conditions using a Green's function approach. *Sensors and Actuators, A* 70:32–41, 1998.
- De Pasquale G. y Veijola T. Comparative numerical study of FEM methods solving gas damping in perforated MEMS devices. *Microfluid Nanofluid*, 5:517–528, 2008.
- De Pasquale G., Veijola T., y Somà A. Modelling and validation of air damping in perforated gold and silicon MEMS plates. *Micromech. Microeng.*, 20:015010(12pp), 2010.
- Gomez Barroso J., Brùls O., Berli C., y Cardona A. Modelling of the squeeze film air damping in MEMS. *AMCA Mecánica Computacional*, XXVIII:519–527, 2009.
- Homentcovschi D. y Miles R. Viscous damping and spring force in periodic perforated planar microstructures when the Reynolds' equation cannot be applied. *J. Acoust. Soc. Am.*, 127 No3:1288–1299, 2010.
- Rochus V., Gutschmidt S., Cardona A., y Geuzaine C. Electro-mechano-fluidic modeling of microsystems using finite elements. *IEEE Transactions on Magnetics*, 48 No2:355–258, 2012.
- Somà A. y De Pasquale G. Numerical and experimental comparison of MEMS suspended plates dynamic behaviour under squeeze film damping effect. *Analog Integr. Circuits Signal Process*, 57:213–224, 2008.
- Veijola T. y Råback P. Methods for solving gas damping problems in perforated microstructures using a 2d finite-element solver. *Sensors*, 7:1069–1090, 2007.