

INTERACCIÓN FLUIDO-ESTRUCTURA, NO-ESTACIONARIA Y NO-LINEAL, CON MODELOS DE FLUJO POTENCIAL Y ESTRUCTURAS DE VIGAS

Mauro S. Maza^{a,b,c}, Fernando G. Flores^{a,b} y Sergio Preidikman^{a,b}

^aCONICET - Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, Av. Rivadavia 1917, Bs. As., Argentina.

^bDto. de Estructuras, Facultad de C. E. F. y N., Universidad Nacional de Córdoba, Casilla de Correo 916, Córdoba, Argentina.

^cFacultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Río Cuarto, Ruta Nacional 36 Km 601, 5800 Río Cuarto, Argentina.

Palabras Clave: Aeroelasticidad computacional, Aeroelasticidad no-lineal, Aeroelasticidad inestacionaria, Interacción fluido-estructura.

Resumen. En este trabajo se desarrolla un método de transferencia de información que permite realizar simulaciones de interacción fluido-estructura (FSI) utilizando un esquema particionado de interacción débil. Dicho método es implementado en un código computacional mediante el cual se realizan simulaciones del comportamiento aeroelástico de generadores eólicos con el objetivo de comprobar la viabilidad del método propuesto.

Al tratar computacionalmente el problema aeroelástico con un esquema particionado, se atacan separadamente el problema estructural/dinámico (con un método de la dinámica de estructuras computacional - CSD) y el problema aerodinámico (con técnicas de la dinámica de fluidos computacional - CFD), y se utiliza un método de interacción entre ellos que involucra: 1) la transferencia de variables cinemáticas desde los nodos de la malla de CSD hacia los nodos de la grilla de CFD; y 2) la transferencia de fuerzas/presiones desde los puntos de control de la grilla de CFD hacia los nodos de la malla de CSD.

La determinación del método para la transferencia de información no es un problema trivial debido a que las mallas de CSD y las grillas de CFD tienen naturalezas esencialmente diferentes. El proceso de transferencia puede limitar la precisión de la simulación aeroelástica.

Se utiliza como modelo aerodinámico el método de red de vórtices inestacionario y no-lineal (UVLM), de una gran generalidad con costo de cálculo relativamente bajo. El modelo estructural es un sistema formado por elementos finitos de vigas y cuerpos rígidos con rotaciones finitas. La integración en el tiempo se realiza con un esquema numérico explícito. Todo esto provee un método que permite analizar comportamientos subcríticos, como así también críticos y supercríticos exclusivos de la dinámica no-lineal.

A los fines de realizar una primera validación de la formulación propuesta, se modeló inicialmente un generador de 3 palas de 100m de longitud, a partir de los datos geométricos y mecánicos/estructurales proporcionados por Sandia National Laboratories.

1. INTRODUCCIÓN

La principal dificultad en el campo de la aeroelasticidad computacional (CAE del acrónimo en inglés) radica en que las acciones aerodinámicas sobre un cuerpo flexible inmerso en un fluido, con movimiento relativo entre ellos, dependen de la forma, velocidad y aceleración del cuerpo, mientras que estas tres dependen de las cargas aerodinámicas que el fluido ejerce sobre el cuerpo flexible. El problema aeroelástico puede ser tratado computacionalmente de dos maneras:

- Resolviendo en forma conjunta y acoplada las ecuaciones que gobiernan al comportamiento del fluido y la estructura (esquema monolítico); o
- Resolviendo en forma separada (cada problema independientemente) las ecuaciones en ambos medios, utilizando un esquema de interacción entre ellos (esquema particionado).

Muchos autores creen que el enfoque apropiado para resolver el problema de interacción fluido estructura (FSI del acrónimo en inglés) es el de plantear un esquema particionado ([Allen y Rendall, 2007](#); [Cebral y Löwner, 1997](#); [Chen y Jadic, 1998](#); [Farhat et al., 1998](#)). Las principales razones son las siguientes:

- Las matrices involucradas en la solución con el esquema monolítico estarán mal condicionadas debido a las grandes diferencias de rigidez entre la estructura y el fluido;
- Con el esquema particionado se puede utilizar para cada disciplina la estrategia de solución que mejor se adapte, con métodos altamente especializados y probados (en general, técnicas de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD del acrónimo en inglés) para el problema aerodinámico y de Dinámica de Estructuras Computacional (CSD del acrónimo en inglés) para la parte estructural); y
- Se dispone de una estructura modular, de manera tal que los componentes individuales pueden ser reemplazados sin modificar la estructura general.

En este trabajo se propone atacar computacionalmente el problema aeroelástico utilizando un esquema de interacción entre dos herramientas computacionales desarrolladas independientemente, una de las cuales es específica para resolver el problema estructural ([Flores, 2011](#)) mientras que la otra proporciona la solución de la parte aerodinámica ([Gebhardt, 2012](#)).

El objetivo es integrar numéricamente, simultáneamente, e interactivamente en el dominio del tiempo todas las ecuaciones gobernantes. La utilización de un esquema explícito de integración, en conjunto con las no-linealidades estructurales y aerodinámicas consideradas, provee un método que no está restringido a movimientos periódicos o ecuaciones de movimiento lineales, lo que permiten analizar comportamientos subcríticos, como así también críticos y supercríticos exclusivos de la dinámica no-lineal (como oscilaciones de ciclo límite, coalescencia de frecuencias, fenómenos de flutter, entre otros).

1.1. El problema de interacción

La respuesta de la estructura a las cargas aerodinámicas se determina utilizando técnicas de CSD, mientras que para las cargas aerodinámicas sobre la estructura se utilizan métodos de CFD. En ambos casos el dominio del problema particular es discretizado, apareciendo dos mallas o grillas. Dependiendo de los modelos utilizados las mallas en ambos dominios pueden tener dos diferencias esenciales: pueden ser de naturaleza diferente (en lo que se refiere al tipo

de discretización realizada y a las variables que pueden conocerse en los distintos puntos del dominio discretizado) y pueden tener topologías diferentes.

En general se tienen una *malla estructural*, ME, y una *grilla aerodinámica*, GA. Si se utilizan, por ejemplo, métodos de volúmenes finitos para el problema aerodinámico, la GA debe ajustarse lo más fielmente posible a la forma externa de la estructura, ya que las cargas aerodinámicas dependen de ella. Esta discretización es independiente de la ME, que obedece únicamente a consideraciones de la dinámica estructural: por ejemplo, un ala puede ser representada en diferentes análisis por una viga, por el llamado cajón de torsión, o por un modelo completo que incluya el recubrimiento, los largueros y las cuadernas, entre otras tantas opciones.

En la Figura 1 se presentan la GA y la ME que representan la misma ala en dos análisis diferentes. En azul se observa la parte de la grilla de volúmenes finitos que se encuentra sobre el contorno del ala en el modelo aerodinámico, y en rojo una malla de elementos finitos que representa el modelo del cajón de torsión.

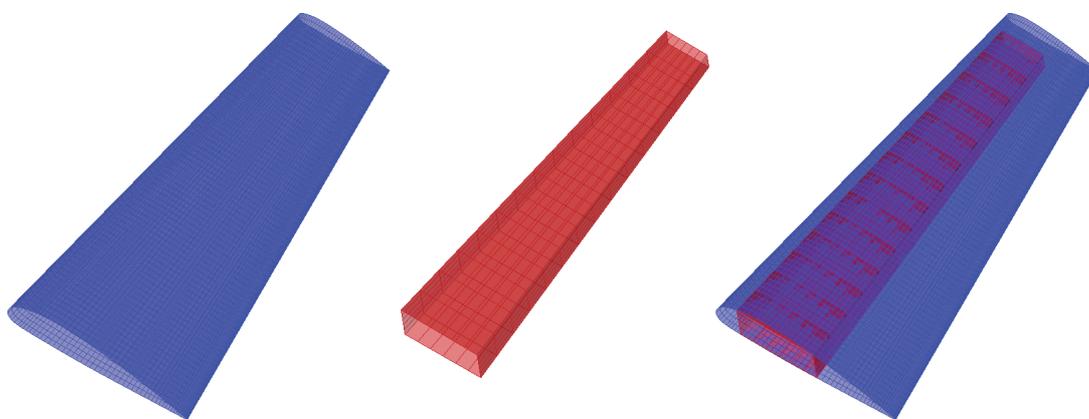


Figura 1: Diferencias entre la malla estructural y la grilla aerodinámica.

En el campo de la aeroelasticidad computacional, el proceso de transferir datos entre una GA y una ME usualmente involucra:

1. la transferencia de desplazamientos, velocidades, y aceleraciones desde los nodos de la ME hacia los de la GA; y
2. la transferencia de fuerzas/presiones desde los llamados puntos de control de la GA hacia los nodos de la ME.

Características deseables en un método de interacción son:

- conservación de las cantidades de movimiento lineal y angular; y
- conservación de la energía total del sistema.

El desarrollo de un esquema particionado para la interacción de códigos dista mucho de ser una tarea trivial. La transferencia de datos es de capital importancia ya que puede fácilmente transformarse en el factor que controla la precisión de la simulación aeroelástica.

En este trabajo se utiliza un modelo aerodinámico inherentemente no lineal: el método de red de vórtices inestacionario y no-lineal (UVLM del acrónimo en inglés - [Preidikman, 1998](#)). El modelo estructural es un sistema formado por elementos finitos de vigas con cuerpos rígidos, con cinemática no lineales ([Flores, 2011](#)).

En las dos secciones siguientes se describen brevemente el modelo aerodinámico y el modelo estructural utilizados y a continuación se desarrolla el método de interacción propuesto. En la sección 5 se presentan los resultados de validación preliminares del método propuesto. El trabajo finaliza con las conclusiones y propuestas de trabajos futuros expuestos en la sección 6.

2. MODELO AERODINÁMICO

En este trabajo se utiliza el método de red de vórtices inestacionario y no-lineal (UVLM). El UVLM puede utilizarse en análisis bi- o tridimensionales de cuerpos de forma general (no restringido a superficies sustentadoras), y es aplicable siempre que el fenómeno de *vortex-bursting* no ocurra cerca de las superficies sustentadoras y la separación del flujo se produzca en líneas conocidas a priori. El método, de la manera que ha sido implementado en este trabajo, no es capaz de predecir, por sí mismo, desde dónde debe convectarse la estela. Sin embargo, es posible realizar implementaciones en las que la línea de convección se determine en cada paso de cálculo (Kandil et al., 1977; Wang et al., 2007; Roccia et al., 2009).

Las razones fundamentales por las cuales fue seleccionado el UVLM para la determinación de las cargas aerodinámicas son:

- el método es no-estacionario y no-lineal, lo que permite analizar movimientos con grandes deformaciones y grandes ángulos de ataque¹;
- las soluciones son evaluadas en el dominio del tiempo, por lo tanto no se limita el análisis a movimientos periódicos de pequeñas amplitudes y de una sola frecuencia;
- el método permite incluir varios cuerpos para estudiar la interferencia aerodinámica, estacionaria e inestacionaria;
- solo son discretizadas las superficies de los sólidos inmersos en el fluido y las estelas;
- la forma de la estela y la correspondiente distribución de vorticidad son determinadas como parte de la solución; y
- información sobre la historia reciente del movimiento se encuentra almacenada en la estela, lo cual permite tener en cuenta efectos de histéresis.

En el UVLM se considera un tipo de flujo algo más general que el flujo potencial. Se trata de *flujo levemente viscoso, dominado por vorticidad*. Los números de Reynolds que caracterizan el flujo en la zona de la superficie sustentadora de la pala de la turbina (donde se calculan las cargas) es suficientemente alto para considerar que la vorticidad se mantiene confinada en zonas muy delgadas correspondientes a la capa límite y las estelas.

Por otro lado, considerando las velocidades relativas máximas del orden de 90 m/s, el número de Mach máximo no supera el valor de $M = 0,25$, por lo que se trata de flujo bajo subsónico y los efectos de compresibilidad son despreciables (Karamcheti, 1980; Valdez et al., 2007).

Un aspecto particularmente interesante del UVLM es que permite realizar análisis mucho más generales que los correspondientes a los modelos analíticos, a la vez que requiere un volumen de cálculo mucho menor que los métodos basados en la ecuaciones de Euler/Navier-Stokes. Esto lo convierte en un excelente balance entre generalidad y costo computacional.

¹En el caso de grandes ángulos de ataque, el desprendimiento ocurrirá desde una línea sobre el extradós. Determinada la ubicación de dicha línea en cada iteración, la convección puede realizarse desde allí.

2.1. Capa límite, estelas, y láminas vorticosas

En el UVLM se restringe toda la vorticidad a estar confinada a la capa límite y la estela, mientras que se trata al resto del fluido como irrotacional. Como una simplificación, se trata a la capa límite y a la estela como láminas o sábanas vorticosas. La capa límite es representada por una lámina vorticiosa adherida en todo momento a la superficie del cuerpo, moviéndose con este. Su posición está dada como dato del problema.

Las estelas son representadas por láminas vorticosas libres y su posición no es especificada a priori. Las estelas son convectadas desde los bordes filosos de los cuerpos a la velocidad local de las partículas de fluido, tomando posiciones de modo que no actúen fuerzas resultantes sobre las mismas.

Los dos tipos de láminas vorticosas se unen en los bordes filosos de la superficie sustentadora desde donde es convectada la estela. En la Figura 2 se observa la representación de un ala y la estela correspondiente. Conforme a la teoría de perfiles delgados, se utiliza la superficie media del ala. En azul se observa la lámina vorticiosa adherida (correspondiente a la capa límite) y en verde la lámina vorticiosa libre (que representa la estela).

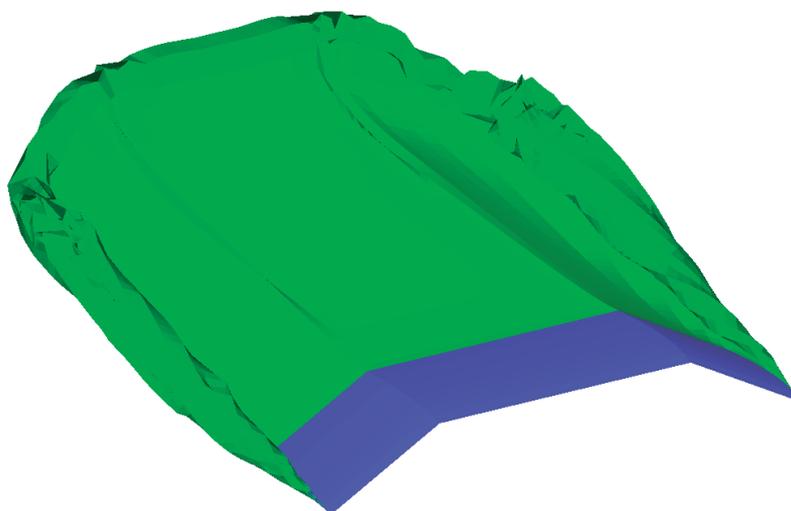


Figura 2: Láminas vorticosas representando al ala y a la estela.

Esto es lo que permite discretizar las sábanas vorticosas que representan la capa límite y la estela convirtiéndolas en mallas de segmentos vorticosos rectos de circulación $\Gamma(t)$ constante a lo largo de su longitud. Estos segmentos dividen las láminas vorticosas en elementos de área. Cada elemento de área consta en su centro geométrico de un punto de control, donde se satisface una de las condiciones de borde del problema. En la Figura 3 se aprecia la discretización de las láminas vorticosas de la Figura 2.

2.2. Cinemática del flujo

Las ecuaciones diferenciales que describen las relaciones entre el campo de velocidad $\mathbf{V}(\mathbf{R}, t)$ y el de vorticidad $\mathbf{\Omega}(\mathbf{R}, t)$ son la ec. (1), de continuidad para un fluido incompresible, y la ec. (2), que define la vorticidad,

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{V} = \mathbf{\Omega} \quad (2)$$

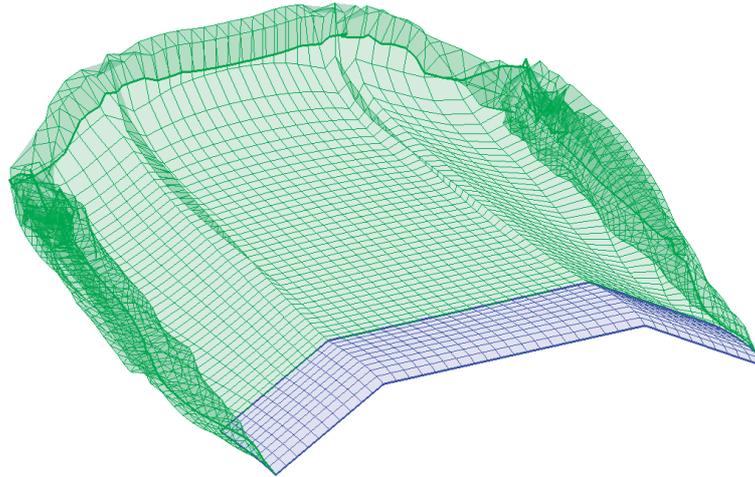


Figura 3: Discretización de láminas vorticosas en redes de vórtices.

Existe una analogía entre estas dos ecuaciones y las ecuaciones de Maxwell relacionando el campo magnético y el flujo de corriente eléctrica. Por lo tanto se pueden utilizar las técnicas establecidas en magnetodinámica para tratar la cinemática del flujo incompresible estudiado en este trabajo. Sin embargo, es muy importante destacar que si bien en magnetodinámica el campo eléctrico produce el campo magnético, *la relación entre $\mathbf{V}(\mathbf{R}, t)$ y $\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{R}, t)$ es pura y exclusivamente cinemática: los dos campos simplemente coexisten.*

El método usual para la evaluación de $\mathbf{V}(\mathbf{R}, t)$ es tomar el rotacional de la ec. (2) y utilizar la ec. (1) para obtener

$$\nabla^2 \mathbf{V} = -\nabla \times \boldsymbol{\Omega} \quad (3)$$

Observando la ec. (1), Wu y Thompson (1971) notaron que el campo vectorial de velocidad $\mathbf{V}(\mathbf{R}, t)$ es solenoidal, y por lo tanto existe un potencial vectorial $\boldsymbol{\Psi}(\mathbf{R}, t)$ tal que

$$\mathbf{V} = \nabla \times \boldsymbol{\Psi} \quad (4)$$

A partir de esto, puede obtenerse una representación integral del campo de velocidad en términos del campo de vorticidad (Preidikman, 1998), que en este caso se reduce a

$$\mathbf{V}(\mathbf{R}, t) = \frac{1}{A} \int_{V_0} \frac{\boldsymbol{\Omega}_0 \times (\mathbf{R} - \mathbf{R}_0)}{\|\mathbf{R} - \mathbf{R}_0\|^2} dV_0 + \mathbf{V}_\infty \quad (5)$$

donde

- V_0 es un volumen fluido;
- \mathbf{R} es el punto donde se evalúa la velocidad;
- \mathbf{R}_0 son los puntos en V_0 ;
- \mathbf{V}_∞ es el vector velocidad de la corriente libre;
- $\boldsymbol{\Omega}_0$ es el vector vorticidad en el punto cuya posición es \mathbf{R}_0 ; y
- $A = 4\pi$ para flujos tridimensionales y $A = 2\pi$ para flujos bidimensionales.

La ec. (5) es una generalización de la conocida Ley de Biot y Savart para la determinación de la intensidad del campo magnético inducido por un flujo de corriente eléctrica. Es importante remarcar que el integrando de la ec. (5) se anula donde quiera que la vorticidad sea nula ($\Omega = 0$). Como consecuencia, la evaluación de \mathbf{V} en términos de Ω puede ser limitada a la región viscosa, sensiblemente más pequeña que el dominio completo.

2.3. Velocidad asociada a una línea vorticiosa

El campo de velocidad $\mathbf{V}(\mathbf{R}, t)$ asociado a la vorticidad $\Omega(\mathbf{R}_0, t)$ de una línea vorticiosa puede obtenerse poniendo a la vorticidad Ω_0 en términos de la intensidad $\Gamma(t)$, de la función delta de Dirac generalizada y de las coordenadas intrínsecas de la línea, y reemplazándola en la ec. (5). La Ley de Biot y Savart para una línea vorticiosa recta de longitud finita (segmento de recta) es

$$\mathbf{V}(\mathbf{R}_P, t) = \frac{\Gamma(t)}{4\pi} \frac{\mathbf{L} \times \mathbf{r}_1}{\|\mathbf{L} \times \mathbf{r}_1\|^2} [\mathbf{L} \cdot (\hat{\mathbf{e}}_1 - \hat{\mathbf{e}}_2)] + \mathbf{V}_\infty \quad (6)$$

donde

- $\Gamma(t)$ es la circulación alrededor de la línea vorticiosa en el instante de tiempo t ;
- P es el punto del espacio donde la velocidad está siendo evaluada;
- \mathbf{L} es el vector que representa a la línea vorticiosa;
- \mathbf{r}_1 y \mathbf{r}_2 son vectores posición del punto donde está siendo evaluada la velocidad, respecto de los nodos inicial y final de la línea vorticiosa respectivamente; y
- $\hat{\mathbf{e}}_1$ y $\hat{\mathbf{e}}_2$ son versores unitarios con la dirección y el sentido de \mathbf{r}_1 y \mathbf{r}_2 respectivamente.

En la Figura 4 se indican todas las variables que intervienen en la ec. (6).

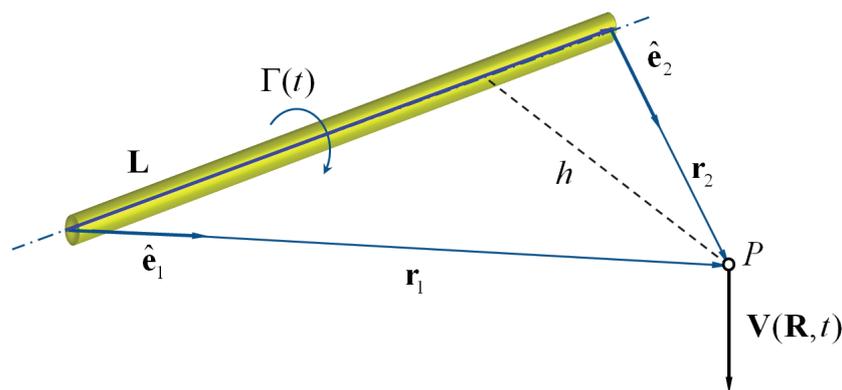


Figura 4: Variables que intervienen en la Ley de Biot y Savart.

2.4. Condiciones de contorno

Para poder determinar al campo de velocidad es necesario contar con un conjunto adecuado de condiciones de borde. En el caso de un flujo exterior, las condiciones de contorno se establecen sobre la superficie de los cuerpos sumergidos en el fluido y en el infinito.

La primera condición de contorno, conocida como *condición de no-penetración*, establece que la velocidad de una partícula de fluido que se encuentra sobre el contorno de un cuerpo sumergido no puede tener componente normal a la superficie del cuerpo (la velocidad debe ser tangente a la superficie del sólido). Denotando con S al contorno completo, la condición de no-penetración se escribe como

$$(\mathbf{V} - \mathbf{V}_S) \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0 \quad \text{sobre } S$$

donde

- \mathbf{V} es la velocidad local de la partícula de fluido;
- \mathbf{V}_S es la velocidad de la superficie S ; y
- $\hat{\mathbf{n}}$ es el versor normal a la superficie.

(En general, estas cantidades son funciones del tiempo).

Debido a la discretización realizada, la condición de no-penetración sólo puede ser impuesta en un número finito de puntos, denominados *puntos de control* (PC). Teniendo en cuenta la ec. (5), \mathbf{V} se calcula como

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_\infty + \mathbf{V}_A + \mathbf{V}_W$$

siendo \mathbf{V}_∞ la velocidad del flujo sin perturbar, \mathbf{V}_A la velocidad de perturbación asociada a la vorticidad de las láminas vorticosas adheridas a la superficie del cuerpo y \mathbf{V}_W la asociada a la vorticidad en la estela (las últimas dos contribuciones provienen del término con la integral en la ec. (5)). Con esto, la condición de no-penetración puede reescribirse como:

$$[(\mathbf{V}_\infty + \mathbf{V}_A + \mathbf{V}_W) - \mathbf{V}_S] \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0 \quad \text{sobre } S$$

La segunda condición de contorno establece que la perturbación del flujo debe ser nula en el infinito, lo que se conoce como *condición de regularidad en el infinito*. La ec. (6) satisface implícitamente esta condición.

2.5. Determinación de las cargas aerodinámicas

La implementación utilizada permite calcular cargas aerodinámicas sólo sobre superficies sustentadoras representadas por la superficie media (sin espesor). Debido a esto, cada pala es representada por una grilla con dos partes:

- una zona con volumen, correspondiente a la raíz y a la transición (entre la raíz y la superficie sustentadora); y
- una zona sin volumen, correspondiente a la superficie sustentadora.

En la Figura 5 se observa la grilla correspondiente a una de las palas (en azul), y la estela convectada desde el borde de fuga de la superficie sustentadora (en verde).

Utilizando la ecuación de Bernoulli para flujos inestacionarios puede calcularse el salto de presión a través de las superficies sustentadoras partiendo del campo de velocidad $\mathbf{V}(\mathbf{R}, t)$. El UVLM permite determinar el salto del coeficiente de presión ΔC_p en cada PC de las superficies sustentadoras. La fuerza normal actuante puede calcularse como

$$\mathbf{F}_i = \Delta C_{pi} A_i \hat{\mathbf{n}}_i q_\infty$$

donde

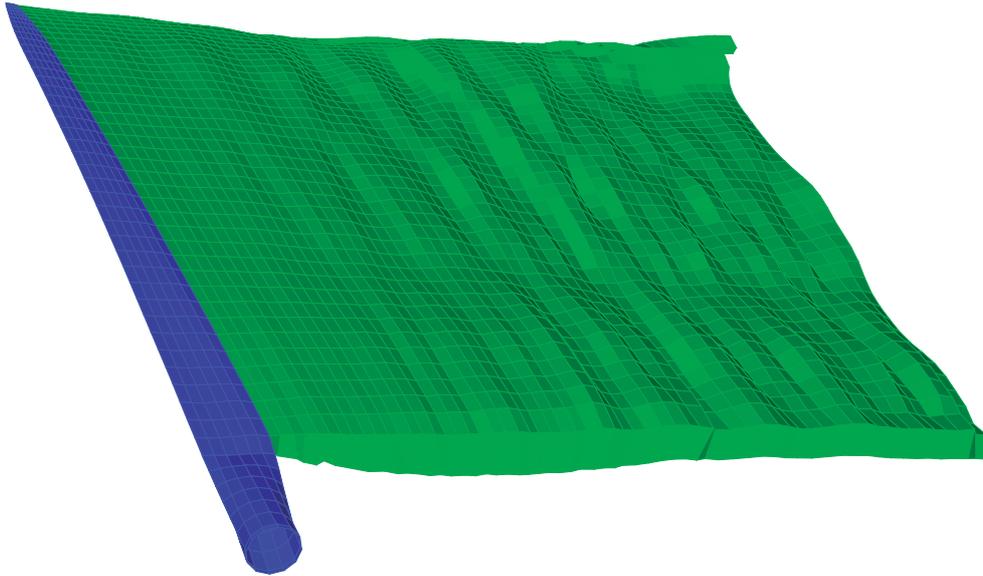


Figura 5: Grilla aerodinámica de una de las palas con su estela.

- \mathbf{F}_i es el vector que representa la carga aerodinámica sobre el elemento i de la superficie sustentadora;
- ΔC_{pi} es la variación del coeficiente de presión en el punto de control del elemento i ;
- A_i es el área del elemento i ;
- $\hat{\mathbf{n}}_i$ es el versor normal al elemento i en el punto de control; y
- q_∞ es la presión dinámica de referencia.

Las superficies sustentadoras de cada pala son las únicas partes de toda la grilla aerodinámica sobre las que se calculan cargas aerodinámicas. Así mismo, el resto de la GA cumple un rol fundamental determinando, en conjunto con las superficies sustentadoras y las estelas, el campo de velocidades en todo el dominio a través de la condición de no-penetración.

2.6. Modelado de la turbina

El código aerodinámico utilizado en este trabajo (Gebhardt, 2012) es una implementación del UVLM diseñada para el análisis de grandes aerogeneradores de eje horizontal (LHAWT del acrónimo e inglés), y debido a ello posee ciertas restricciones en lo que refiere al modelo a utilizar. Se asume que la turbina está compuesta de seis partes, correspondiéndoles mallas diferentes. Las partes son: la torre, la góndola, el cubo y las tres palas.

La malla de cada pala posee una raíz con volumen, la que converge a una sola superficie que representa la parte sustentadora de la pala y que es la única desde la cual se convecta estela. El cubo es una superficie similar a una semiesfera, con tres apéndices sobre los que se montan las palas. El mismo va colocado en la parte frontal de la góndola, la cual posee también un apéndice que la conecta con la torre.

En la Figura 6 (derecha) se observa el conjunto de las seis partes que representan la turbina en el modelo aerodinámico. Se distinguen, en gris la torre, en rojo la góndola, en amarillo el cubo y las palas en azul.

La división de la malla en partes independientes brinda la posibilidad de simular los grados de libertad típicos de una turbina de este tipo, sin que sea necesario deformar las mallas durante la simulación. Dichos grados de libertad son: giro del rotor (conjunto cubo+palas), ángulo de paso de las palas y orientación del conjunto rotor+góndola respecto de la dirección de la velocidad del viento.

El código soporta además diferentes direcciones y velocidades de viento, y simula el efecto de capa límite de la tierra con un perfil de velocidad según normas CIRSOC 102 (para terrenos con rugosidad tipo I).

3. MODELO ESTRUCTURAL

El modelo estructural utilizado en este trabajo consta de un conjunto de elementos finitos de vigas, cuerpos rígidos, restricciones cinemáticas y cargas. Las características de la GA y las propiedades mecánicas de las partes que componen la turbina tienen un papel importante en la definición de la ME: la góndola y el cubo se consideran como cuerpos rígidos, mientras que la torre y las palas se modelan como vigas.

La elección del modelo presentado aquí se debe a que este trabajo corresponde a la primera etapa de un proyecto en el que se intenta analizar las diferencias entre resultados de simulaciones utilizando modelos estructurales con distinto grado de detalle. El objetivo es evaluar, a partir de dicho análisis, la razonabilidad de las diferentes simplificaciones.

Un cuerpo rígido puede definirse a partir de un conjunto de nodos, cuyas posiciones relativas se mantienen constantes. Aquí se optó por modelar el cubo y la góndola como dos cuerpos rígidos, de un solo nodo cada uno. Dichos nodos se ubican en los centros de masas (CM) de los cuerpos que representan y en ellos se concentran las propiedades de inercia (masa y tensor de inercia rotacional). Estas propiedades de inercia corresponden al carenado exterior y a los mecanismos internos.

El CM de la góndola se corresponde con el extremo superior de la torre y se conecta con el CM del cubo mediante una restricción que permite el giro del rotor. Las raíces de las palas se conectan al CM del cubo por medio de vínculos rígidos que no permiten desplazamientos ni giros relativos. En la Figura 6 (izquierda) se observa un ejemplo de ME. Se distinguen en azul y gris los elementos de viga que representan a las palas y a la torre respectivamente, en rojo el nodo que representa la góndola y en amarillo el correspondiente al cubo.

El conjunto de restricciones cinemáticas comprende:

- las condiciones de borde esenciales del problema: el empotramiento en la base de la torre y, eventualmente, la imposición de una velocidad de rotación del rotor (conjunto cubo+palas);
- las uniones rígidas entre el CM del cubo y las raíces de las palas;
- un tipo de restricción especial denominada *sliding* que permite el giro relativo del sistema local del cubo respecto al de la góndola.

Además es posible aplicar un sistema de cargas sobre los grados de libertad activos (no restringidos) del modelo².

²Estas son las limitaciones del modelo estructural utilizado en este trabajo. La herramienta computacional de que se dispone (Flores (2011)) es un código de elementos finitos de propósito general que provee gran cantidad de opciones, además de las mencionadas, con respecto a tipos de elementos finitos y restricciones.

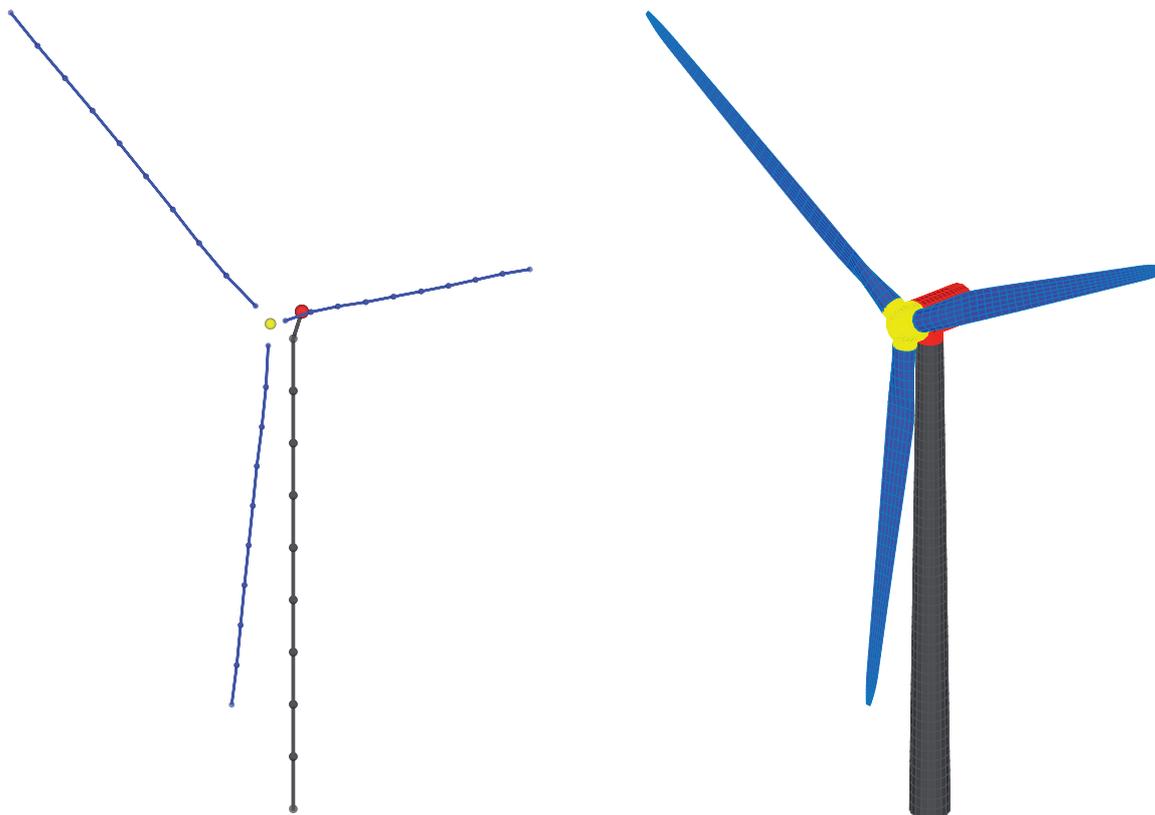


Figura 6: Malla estructural (izquierda) y grilla aerodinámica (derecha) utilizadas en este trabajo.

Para poder simular el giro del rotor fue necesario implementar un tipo de restricción especial que se denominó *sliding*, que permite modelar vínculos del tipo *anillo y pasador*. Específicamente, cada nodo estructural cuenta con un sistema de ejes locales $\{t^1 t^2 t^3\}$. Mediante esta restricción, se obliga a los dos nodos vinculados a mantener alineados sobre la misma recta a sus versores t^1 . Esto permite que los nodos giren al rededor de dicho eje y se desplacen a lo largo de la recta que los une. Cualquiera de estos dos grados de libertad (giro y desplazamiento) puede también restringirse. En caso de eliminar ambos, se obtiene un vínculo rígido. Todas las restricciones son impuestas exactamente, eliminando los grados de libertad esclavos y modificando consecuentemente el resto de los coeficientes en el sistema de ecuaciones.

El código estructural cuenta con la posibilidad de incluir las fuerzas gravitatorias como un tipo de carga. Dada la naturaleza del problema analizado, estas fuerzas tienen carácter esencial y deben ser utilizadas si se desean obtener resultados representativos de la realidad.

3.1. Modelo de vigas

El elemento de viga utilizado es el implementado previamente en Simpack (Flores, 2011). Se trata de un elemento de viga no lineal con deformaciones finitas desarrollado por Simo (1985).

3.1.1. Cinemática

La configuración de la viga es descrita a través de la definición de una familia de secciones transversales, cuyos centroides se conectan por la denominada *línea de centroides*. Las secciones transversales no son necesariamente normales a la línea de centroides. Para especificar la

configuración de la viga son necesarios:

1. Una curva (línea de centroides) definida a través de la aplicación

$$\varphi_0(S) : I \rightarrow \mathbb{R}^3$$

donde I es un intervalo de \mathbb{R} y S define la longitud de arco sobre la viga en la configuración de referencia;

2. Una familia de planos (secciones transversales), cada uno definido por un vector normal unitario

$$\mathbf{t}^1(S) : I \rightarrow \mathbb{R}^3$$

sobre la línea de centroides; y

3. Una dirección arbitraria dentro de la sección transversal definida por un vector unitario

$$\mathbf{t}^2(S) : I \rightarrow \mathbb{R}^3$$

De esta manera que se puede determinar un tercer vector unitario como

$$\mathbf{t}^3 = \mathbf{t}^1 \times \mathbf{t}^2$$

que pertenece también a la sección transversal.

Con esto, un punto cualquiera de la viga queda determinado por

$$\begin{aligned} \varphi(S; \xi^2; \xi^3) : I \times A \rightarrow \mathbb{R}^3 \\ \mathbf{x} = \varphi(S; \xi^2; \xi^3) = \varphi_0(S) + \sum_{\alpha=2}^3 \xi^\alpha \mathbf{t}^\alpha(S) \end{aligned}$$

donde $A \in \mathbb{R}^2$ es compacta y define la sección transversal, en tanto que ξ^α mide la distancia sobre el eje \mathbf{t}^α de un punto de A a la línea de centroides $\varphi_0(S)$.

La hipótesis cinemática básica supone que la sección transversal es indeformable, lo que impide su alabeo. En la Figura 7 se observan las variables utilizadas para describir la viga.

Los versores mencionados previamente definen una matriz de transformación Λ en el grupo ortogonal especial $SO(3)$:

$$\Lambda(S) = [\mathbf{t}^1 \mathbf{t}^2 \mathbf{t}^3]$$

que mapea la base canónica de \mathbb{R}^3 , $\{\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2 \mathbf{e}_3\}$, en la posición espacial instantánea de la terna móvil, lo que junto con la línea de centroides φ_0 define completamente la configuración de la viga. Esto permite utilizar directamente como grado de libertad a la rotación incremental de la terna local, lo que es computacionalmente muy simple. Esta rotación incremental, representada por un campo tensorial antisimétrico, se utiliza para determinar la orientación de la terna local $\Lambda(S)$. Su simplicidad está dada por la de la fórmula de Rodrigues para calcular la función exponencial de una matriz antisimétrica

$$\exp(\Theta) = \mathbf{I} + \frac{\sin(\|\theta\|)}{\|\theta\|} \Theta + 2 \frac{\sin^2(\|\theta\|/2)}{\|\theta\|^2} \Theta^2$$

donde Θ es un tensor antisimétrico con vector axial asociado θ , tal que $\Lambda = \exp(\Theta)$.

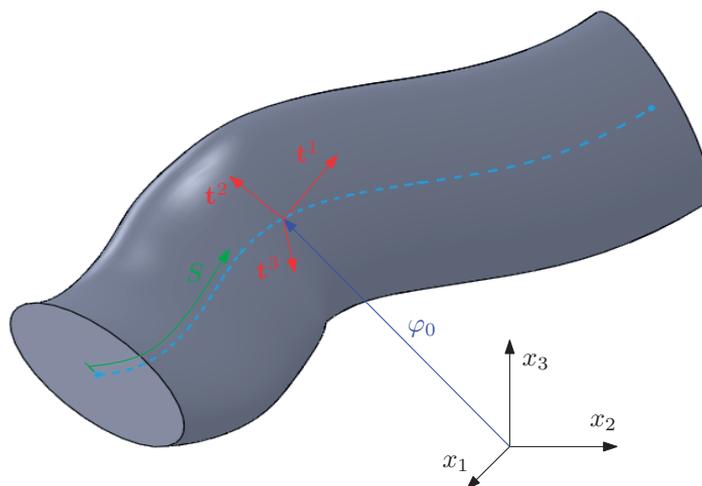


Figura 7: Descripción cinemática de la viga.

3.1.2. Formulación utilizada

Se utiliza una formulación estándar en desplazamientos impuestos, con elementos isoparamétricos. La geometría de la línea de centroides se interpola haciendo

$$\begin{aligned}\varphi_0(S, t) &= \varphi_0^0(S) + \mathbf{u}(S, t) \\ &= \sum_{I=1}^{NN} N^I(S) [\varphi_0^{0I} + \mathbf{u}^I(t)]\end{aligned}$$

donde NN es el número de nodos por elemento y las $N^I(S)$ son las funciones usuales (polinomios de Lagrange) de los elementos unidimensionales de clase C^0 . La parametrización de la terna local se realiza de manera similar, recurriendo al vector axial θ , interpolando sus componentes vectoriales como

$$\theta_i(S, t) = \sum_{I=1}^{NN} N^I(S) \theta_i^I(t) \quad (\text{con } i = 1; 2; 3)$$

El código utilizado brinda la posibilidad de emplear elementos de 2 o 3 nodos. En este trabajo se utilizan sólo elementos de dos nodos.

La geometría inicial puede ser curva y la tangente a la línea de centroides puede no coincidir con el primer vector de la terna local. Para evitar que el elemento bloquee por corte transversal se utiliza integración reducida uniforme en el cálculo de las fuerzas residuales (1 punto de integración para elementos de dos nodos).

Los grados de libertad de los nodos de estos elementos de viga son seis: tres componentes vectoriales de desplazamiento y tres de rotación. Consecuentemente, las cargas nodales que pueden aplicarse a ellos son un vector fuerza y un vector momento, los cuales no necesitan estar alineados con la dirección de alguno de los ejes de referencia, ya sean globales o locales. Esta es una consideración fundamental para el desarrollo del método de interacción presentado en la sección 4.

3.1.3. Modelo material y propiedades de viga equivalente

En la actualidad, la mayor parte de las palas de aerogeneradores se construyen utilizando laminados de materiales compuestos reforzados con fibras (como fibra de vidrio o fibra de car-

bono, con diferentes matrices). En general estas palas constan de dos cáscaras (correspondientes a las superficies del extradós y del intradós del perfil aerodinámico) unidas en el borde de ataque y el borde de fuga, y una cantidad variable de largueros. En la Figura 8 se observa el esquema de una sección típica de una pala de material compuesto. Se observan los diferentes laminados, cada uno compuesto a su vez por varias capas. Cada color corresponde a un material diferente, con propiedades mecánicas y másicas que pueden llegar a ser muy disímiles.

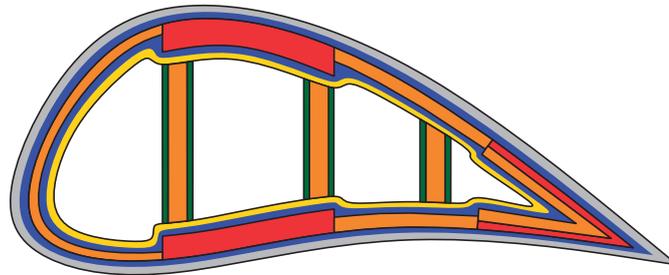


Figura 8: Esquema de laminación de una pala de aerogenerador.

El uso de diferentes laminados a lo largo del contorno de la pala, como así también la utilización de laminados no balanceados, pueden dar origen a acoplamientos de diferentes esfuerzos estructurales. Por ejemplo, la tracción a lo largo del eje longitudinal puede generar deformaciones de torsión y/o de flexión. Estos efectos deben ser tenidos en cuenta si se desea simular correctamente el comportamiento de grandes aerogeneradores. Incluso pueden desarrollarse diseños que provean estrategias de control pasivas que permiten mejorar el rendimiento o suprimir inestabilidades, basados en estos fenómenos de acoplamiento.

El modelado de las palas como vigas equivalentes requiere reconocer que los fenómenos de acoplamiento están asociados no sólo al tipo de laminados utilizados, sino también a la sección de la pala y a la distribución de laminados en ella. Debido a la naturaleza de la sección, las características de rigidez de la viga equivalente no pueden darse por separado en un conjunto de propiedades elásticas de un material y uno de propiedades asociados a la geometría de una sección, sino que deben calcularse *rigideces* asociadas a cada esfuerzo (tracción/compresión, corte en dos direcciones, torsión y flexión en dos direcciones) y a los posibles acoplamientos entre ellos.

En este trabajo se utilizó PreComp (programa disponible gratuitamente en internet - [Bir, 2005](#)) para el cálculo de las rigideces mencionadas. El mismo provee, además, orientaciones de ejes principales de flexión y de inercia (no necesariamente coincidentes), y posiciones del centro de masas, del centro de corte y del eje neutro (para tracción nula). El código estructural tuvo que ser modificado para admitir las relaciones tensión-deformación con acoplamientos entre los diferentes esfuerzos.

4. MÉTODO DE INTERACCIÓN

El método de interacción presentado en esta sección permite acoplar dos herramientas computacionales, haciéndolas interactuar para realizar simulaciones aeroelásticas. La interacción se realiza al nivel de las condiciones de borde de los problemas aeroelástico y dinámico/estructural para los que están diseñados las herramientas mencionadas, y se lleva a cabo mediante la transferencia de información entre ellas.

El proceso generalmente involucra: 1) la transferencia de variables cinemáticas desde la ME a la GA; y 2) la transferencia de fuerzas/presiones en el sentido contrario. La información

específica a ser transferida depende de los modelos en cuestión: el tipo de malla/grilla que utilicen, lo que cada modelo acepte como condiciones de borde (o datos de entrada) y qué tipo de resultados produce. En este trabajo se utilizan el método de red de vórtices inestacionario y no lineal para el problema aerodinámico y el método de elementos finitos (con elementos de viga y cuerpos rígidos) para el problema estructural.

La GA es una red de vórtices: un conjunto de segmentos vorticosos rectos que forman paneles cuadriláteros con un *punto de control* (PC) en el centro geométrico de sus nodos (vértices). Como se ha mencionado en la sección 2, la red de vórtices está dividida en dos partes: la red adherida a la superficie de los cuerpos (que representa la capa límite) y la red libre (que representa la estela). Los paneles de esta última no poseen PC.

Las condiciones de borde del UVLM son la *condición de no penetración*, impuesta en los PC de los paneles de la red adherida y la *condición de regularidad en el infinito*, que no interviene en este análisis. El establecimiento de la primera condición requiere conocer las velocidades de traslación de los PC. Otro dato de entrada esencial para el UVLM es la geometría de las superficies de los cuerpos, lo que define la posición de los nodos y los PC de la GA adherida.

La red adherida está a su vez subdividida en dos partes: la parte correspondiente a las superficies de cuerpos con volumen y la correspondiente a las superficies sustentadoras (representadas por la superficie media). El UVLM permite calcular, en los PC de las superficies sustentadoras, los *saltos de presión* que existen a través de ellas. A partir de esos saltos de presión y de las áreas de los paneles correspondientes, se pueden determinar fuerzas aplicadas en los PC.

Las variables que pueden asociarse a los nodos de la GA son: posiciones, velocidades de traslación y fuerzas aplicadas (no se consideran orientaciones respecto al sistema de referencia global, velocidades de rotación ni momentos aplicados).

En el modelo de elementos finitos utilizado (cuerpos rígidos y vigas tridimensionales), todos los nodos poseen 6 grados de libertad: tres componentes vectoriales de desplazamiento y tres de rotación. Esto a su vez está relacionado con los tipos de cargas que se pueden aplicar: fuerzas y momentos, todos definidos como vectores tridimensionales. Las condiciones de borde pueden estar asociadas a desplazamientos impuestos (esenciales) o a cargas aplicadas (naturales). El método permite calcular desplazamientos y rotaciones, velocidades de traslación y de giro, y aceleraciones de los nodos de la ME.

En este trabajo se utilizan los desplazamientos y velocidades calculados con el código estructural para actualizar las posiciones y velocidades de los nodos y los PC de la GA³. La transferencia en el sentido inverso corresponde al cálculo de un *sistema de cargas equivalente* que actúe sobre la ME, obtenido a partir de las fuerzas que provee el UVLM.

El método de interacción debe conservar tres cantidades: energía total del sistema, cantidad de movimiento lineal y cantidad de movimiento angular. Lo primero se verifica por conservación del trabajo virtual. La preservación de las cantidades de movimiento lineal y angular está relacionado a las cargas totales aplicadas (fuerzas y momentos respecto a un punto fijo en coordenadas globales).

Para forzar la conservación de la energía se puede exigir la igualdad de trabajos virtuales de las cargas a transferir

$$\delta W_e = \delta W_a$$

³No se realiza transferencia de aceleraciones ya que estas no constituyen datos necesarios para el modelo aerodinámico utilizado.

El trabajo virtual de las cargas aplicadas sobre la ME se calcula como

$$\delta W_e = \mathbf{F}_e^T \delta \mathbf{U}_e$$

donde

- $\delta \mathbf{U}_e$ es el vector de desplazamientos virtuales de todos los nodos de la ME que intervienen en el proceso de interacción; y
- \mathbf{F}_e es el vector de cargas aplicadas a los mismos nodos,

y análogamente para δW_a , con lo que se tiene

$$\mathbf{F}_e^T \delta \mathbf{U}_e = \mathbf{F}_a^T \delta \mathbf{U}_a \quad (7)$$

La posición de los nodos (de la ME o de la GA) puede ponerse en términos de una posición de referencia, \mathbf{X}^0 , y un desplazamiento relativo a ella, \mathbf{U} , como

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}^0 + \mathbf{U}$$

Tomando una variación de \mathbf{X} resulta

$$\delta \mathbf{X} = \delta \mathbf{U}$$

por lo que la ec. (7) puede escribirse como

$$\mathbf{F}_e^T \delta \mathbf{X}_e = \mathbf{F}_a^T \delta \mathbf{X}_a \quad (8)$$

Si existe una matriz \mathbf{H} que relaciona las posiciones nodales de la GA, \mathbf{X}_a , a partir de los correspondientes a la ME, \mathbf{X}_e ,

$$\mathbf{X}_a = \mathbf{H} \mathbf{X}_e \quad (9)$$

tomando una variación de \mathbf{X}_a y considerando que las posiciones relativas son constantes se tiene

$$\delta \mathbf{X}_a = \mathbf{H} \delta \mathbf{X}_e \quad (10)$$

Utilizando las ecs. (8) y (10) puede escribirse

$$\mathbf{F}_e^T \delta \mathbf{X}_e = \mathbf{F}_a^T \mathbf{H} \delta \mathbf{X}_e$$

Simplificando los factores $\delta \mathbf{X}_e$ debido a su arbitrariedad, y transponiendo ambos miembros resulta

$$\mathbf{F}_e = \mathbf{H}^T \mathbf{F}_a$$

De esta manera, la imposición de la conservación del trabajo virtual relaciona la transferencia de variables cinemáticas desde la ME a la GA con la de fuerzas en el sentido contrario. En el presente trabajo se utiliza este resultado, determinando en primer lugar la matriz \mathbf{H} como definida en la ec. (10) y luego transponiéndola, de manera de precisar los factores para transferir cargas desde la GA a la ME.

A continuación se desarrolla el método utilizado para realizar transferencia de información entre un PC de la GA y los nodos de un elemento de viga con el que se vincula. Los casos que involucran nodos de la GA o cuerpos rígidos en la ME son casos particulares de este procedimiento. En primer lugar se determina el método de transferencia de posiciones y a partir de éste se deducen los procedimientos para las velocidades y las cargas.

4.1. Posición

El procedimiento presentado a continuación es análogo al método de *seguimiento de superficies* (surface tracking) descrito por Cebal y Löhner (1997). El mismo consiste en fijar, al comienzo de la simulación, la posición relativa de los nodos aerodinámicos respecto de los estructurales, y mantenerla constante a lo largo de la simulación de manera que la malla aerodinámica *siga* a la estructural en sus desplazamientos.

En la Figura 9 se observan las variables utilizadas en el proceso de transferencia de desplazamientos. Dado un nodo aerodinámico n_a y un elemento estructural de viga e , sobre el que se proyecta, se toma como nodo maestro, n_e^m , al punto dado por la intersección del elemento e con la recta que pasa por n_a y que es, a su vez, normal a e . La posición relativa inicial entre n_a y n_e^m en coordenadas globales es

$$\mathbf{r}_m = \mathbf{x}_a^0 - \mathbf{x}_e^{m0}$$

y en coordenadas locales de n_e^m

$$\mathbf{d}_m = (\Lambda_m^0)^T \mathbf{r}_m$$

en donde $\Lambda_m^0 \in SO(3)$ es la matriz de rotación correspondiente a las coordenadas locales del nodo n_e^m en la configuración de referencia. La posición de n_a puede ponerse en función de la correspondiente a n_e^m como

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_a(t) &= \mathbf{x}_e^m(t) + \mathbf{r}_m(t) \\ &= \mathbf{x}_e^m(t) + \Lambda_m(t) \mathbf{d}_m \end{aligned} \quad (11)$$

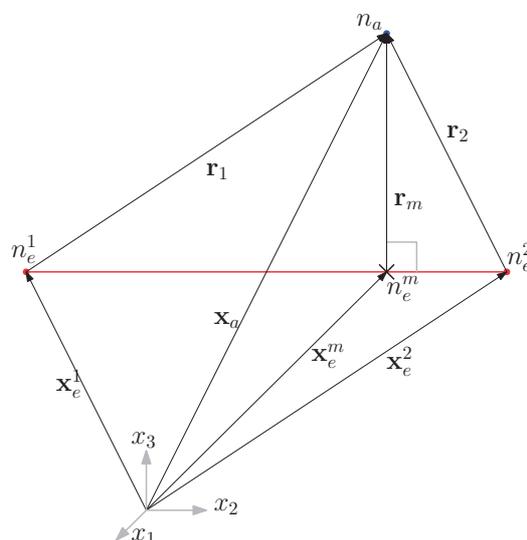


Figura 9: Datos necesarios para la interacción entre un nodo aerodinámico y un elemento de viga.

Conviene expresar a $\mathbf{x}_a(t)$ a partir de las posiciones $\mathbf{x}_e^1(t)$ y $\mathbf{x}_e^2(t)$ de los nodos extremos del elemento e , n_e^1 y n_e^2 , que lo definen y que son los que efectivamente existen en las bases de datos del código estructural. Estos serán los denominados *nodos maestros* de n_a . Para ello es necesario poner a $\mathbf{x}_e^m(t)$ como función de $\mathbf{x}_e^1(t)$ y $\mathbf{x}_e^2(t)$. Ello se logra utilizando la coordenada

ξ que indica a qué distancia de n_e^1 se encuentra n_e^m , midiendo a lo largo de e , en una fracción de su longitud y en la posición de referencia (ver Figura 10), es decir

$$\xi = \frac{\|\mathbf{x}_e^{m0} - \mathbf{x}_e^{10}\|}{\|\mathbf{x}_e^{20} - \mathbf{x}_e^{10}\|}$$

con lo cual resulta

$$\mathbf{x}_e^m(t) = (1 - \xi) \mathbf{x}_e^1(t) + \xi \mathbf{x}_e^2(t) \quad (12)$$

De la misma manera puede tratarse la distancia relativa

$$\mathbf{r}_m = (1 - \xi) \mathbf{r}_1(t) + \xi \mathbf{r}_2(t)$$

que es necesario expresar en coordenadas locales de los nodos maestros

$$\mathbf{r}_m = (1 - \xi) \Lambda_1(t) \mathbf{d}_1 + \xi \Lambda_2(t) \mathbf{d}_2 \quad (13)$$

Finalmente, partiendo de la ec. (11) y utilizando las ecs. (12) y (13), resulta

$$\mathbf{x}_a(t) = (1 - \xi) [\mathbf{x}_e^1(t) + \Lambda_1(t) \mathbf{d}_1] + \xi [\mathbf{x}_e^2(t) + \Lambda_2(t) \mathbf{d}_2] \quad (14)$$

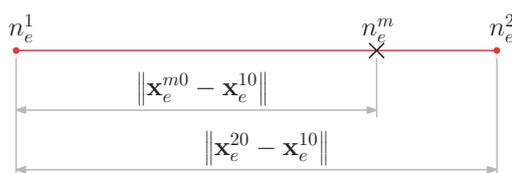


Figura 10: Longitudes utilizadas para determinar ξ .

4.2. Velocidad

La velocidad de un nodo aerodinámico se obtiene derivando respecto al tiempo la expresión que liga su posición con las posiciones de los nodos estructurales

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x}_a(t) = (1 - \xi) \left[\frac{d}{dt} \mathbf{x}_e^1(t) + \frac{d}{dt} \Lambda_1(t) \mathbf{d}_1 \right] + \xi \left[\frac{d}{dt} \mathbf{x}_e^2(t) + \frac{d}{dt} \Lambda_2(t) \mathbf{d}_2 \right]$$

Las matrices de rotación $\Lambda_j(t)$ son ortogonales y su derivada resulta

$$\frac{d}{dt} \Lambda_j(t) = {}^G \Omega_j(t) \Lambda_j(t)$$

donde ${}^G \Omega_j(t)$ es un tensor antisimétrico, con *vector axial asociado* ${}^G \omega_j$, que es precisamente el vector de velocidad angular del nodo estructural i expresado en coordenadas globales. Se tiene entonces

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_a(t) &= (1 - \xi) [\mathbf{v}_e^1(t) + {}^G \Omega_1(t) \Lambda_1(t) \mathbf{d}_1] + \xi [\mathbf{v}_e^2(t) + {}^G \Omega_2(t) \Lambda_2(t) \mathbf{d}_2] \\ &= (1 - \xi) [\mathbf{v}_e^1(t) + {}^G \Omega_1(t) \mathbf{r}_1] + \xi [\mathbf{v}_e^2(t) + {}^G \Omega_2(t) \mathbf{r}_2] \\ &= (1 - \xi) [\mathbf{v}_e^1(t) + {}^G \omega_1(t) \times \mathbf{r}_1] + \xi [\mathbf{v}_e^2(t) + {}^G \omega_2(t) \times \mathbf{r}_2] \end{aligned} \quad (15)$$

Notar que la velocidad de traslación de n_a depende de las velocidades de traslación y de rotación de los nodos maestros.

4.3. Cargas

La determinación de las cargas (fuerzas y momentos) a aplicar sobre los nodos n_e^1 y n_e^2 , que resulten equivalentes a la fuerza \mathbf{f}_a aplicada en n_a calculada por medio del UVLM se hace utilizando la transpuesta de \mathbf{H} definida en la ec. (10). Para ello es necesario explicitar su forma. Tomando variaciones en ambos miembros de la ec. (14) se tiene

$$\delta \mathbf{x}_a = (1 - \xi) [\delta \mathbf{x}_e^1 + \delta \Lambda_1 \mathbf{d}_1] + \xi [\delta \mathbf{x}_e^2 + \delta \Lambda_2 \mathbf{d}_2]$$

que puede escribirse como

$$\delta \mathbf{x}_a = (1 - \xi) [\delta \mathbf{x}_e^1 + \bar{\omega}_1 \times \mathbf{r}_1] + \xi [\delta \mathbf{x}_e^2 + \bar{\omega}_2 \times \mathbf{r}_2]$$

donde se ha utilizado el hecho de que Λ_j es una matriz ortogonal, y por lo tanto su variación puede escribirse como $\delta \Lambda_j = \bar{\Omega}_j \Lambda_j$, siendo $\bar{\Omega}_j(t)$ es un tensor antisimétrico con *vector axial asociado* $\bar{\omega}_j$.

Los términos con producto vectorial pueden ponerse en forma matricial haciendo

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_j \times \mathbf{r}_j &= -\mathbf{r}_j \times \bar{\omega}_j \\ &= \mathbf{R}_j \bar{\omega}_j \\ &= \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{r}_j(3) & -\mathbf{r}_j(2) \\ -\mathbf{r}_j(3) & 0 & \mathbf{r}_j(1) \\ \mathbf{r}_j(2) & -\mathbf{r}_j(1) & 0 \end{bmatrix} \bar{\omega}_j \end{aligned} \quad (16)$$

con lo que la matriz \mathbf{h}_j que vincula los desplazamientos virtuales de n_a con los del nodo maestro n_e^j es

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_j &= \alpha_j \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{R}_j \end{bmatrix} \\ &= \alpha_j \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{r}_j(3) & -\mathbf{r}_j(2) \\ 0 & 1 & 0 & -\mathbf{r}_j(3) & 0 & \mathbf{r}_j(1) \\ 0 & 0 & 1 & \mathbf{r}_j(2) & -\mathbf{r}_j(1) & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

en donde α_j es $(1 - \xi)$ o ξ , según se trate de n_e^1 o n_e^2 respectivamente.

Las cargas sobre los nodos maestros n_e^j son

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_e^j \\ \mathbf{m}_e^j \end{bmatrix} = \alpha_j \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{R}_j^T \end{bmatrix} \mathbf{f}_a$$

es decir

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_e^j &= \alpha_j \mathbf{f}_a \\ \mathbf{m}_e^j &= \alpha_j \mathbf{R}_j^T \mathbf{f}_a \end{aligned} \quad (17)$$

En particular para los momentos, recordando la definición de \mathbf{R}_j (ec. (16)), resulta

$$\mathbf{m}_e^j = \alpha_j (\mathbf{r}_j \times \mathbf{f}_a) \quad (18)$$

donde se ha utilizado el hecho de que $\mathbf{R}_j^T = -\mathbf{R}_j$, por ser \mathbf{R}_j atisimétrica.

Estos resultados son los mismos que se obtienen si se descompone \mathbf{f}_a en $\mathbf{f}_e^1 = (1 - \xi) \mathbf{f}_a$ y $\mathbf{f}_e^2 = \xi \mathbf{f}_a$ y se trasladan estas fuerzas desde \mathbf{x}_a hasta \mathbf{x}_e^1 y \mathbf{x}_e^2 respectivamente.

4.3.1. Conservación de las cantidades de movimiento lineal y angular

En general, cada nodo estructural será nodo maestro de múltiples nodos aerodinámicos, por lo tanto las expresiones (17) y (18) deben generalizarse como

$$\mathbf{f}_e^j = \sum_{k=1}^q \alpha_k \mathbf{f}_a^k \quad (19)$$

$$\mathbf{m}_e^j = \sum_{k=1}^q \alpha_k (\mathbf{r}_k \times \mathbf{f}_a^k) \quad (20)$$

donde \mathbf{f}_e^j y \mathbf{m}_e^j son la fuerza y el momento a aplicar en el nodo estructural n_e^j , q es el número de nodos aerodinámicos n_a^k que son esclavos de n_e^j , \mathbf{f}_a^k es la fuerza sobre dichos nodos aerodinámicos y α_k y \mathbf{r}_k son el coeficiente de participación ($1 - \xi$ o ξ) y el vector posición relativa entre n_e^j y n_a^k respectivamente.

Si se conservan las cargas totales, debe cumplirse que

$$\sum_{j=1}^{N_e} \mathbf{f}_e^j = \sum_{i=1}^{N_a} \mathbf{f}_a^i \quad (21)$$

$$\sum_{j=1}^{N_e} \mathbf{x}_e^j \times \mathbf{f}_e^j + \mathbf{m}_e^j = \sum_{i=1}^{N_a} \mathbf{x}_a^i \times \mathbf{f}_a^i \quad (22)$$

en donde \mathbf{x}_e^j y \mathbf{x}_a^i son las posiciones de los nodos estructurales y aerodinámicos respectivamente (en caso que se tome como referencia para los momentos el origen de coordenadas), y N_e y N_a las cantidades totales de nodos estructurales y aerodinámicos.

Utilizando la ec. (19), el lado izquierdo de la ec. (21) es

$$\sum_{j=1}^{N_e} \mathbf{f}_e^j = \sum_{j=1}^{N_e} \sum_{k=1}^q \alpha_k \mathbf{f}_a^k$$

Recordando que el subíndice k se utiliza para indexar solamente las fuerzas a aplicar en n_e^j , puede escribirse

$$\sum_{j=1}^{N_e} \mathbf{f}_e^j = \sum_{j=1}^{N_e} \sum_{i=1}^{N_a} \alpha_{ij} \mathbf{f}_a^i$$

Para cada valor de i habrá sólo dos coeficientes α_{ij} , uno $1 - \xi_i$ y el otro ξ_i (pues cada n_a^i depende sólo de dos n_e^j). Por lo tanto, la expresión se simplifica a

$$\sum_{j=1}^{N_e} \mathbf{f}_e^j = \sum_{i=1}^{N_a} (1 - \xi_i) \mathbf{f}_a^i + \xi_i \mathbf{f}_a^i$$

de donde resulta la ec. (21).

De manera similar para los momentos, introduciendo las ecs. (19) y (20) en el lado izquierdo de la ec. (22), y utilizando el índice i en lugar del k se tiene

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{N_e} \mathbf{x}_e^j \times \mathbf{f}_e^j + \mathbf{m}_e^j &= \sum_{j=1}^{N_e} \left[\mathbf{x}_e^j \times \sum_{i=1}^{N_a} \alpha_{ij} \mathbf{f}_a^i + \sum_{i=1}^{N_a} \alpha_{ij} (\mathbf{r}_{ij} \times \mathbf{f}_a^i) \right] \\ &= \sum_{j=1}^{N_e} \sum_{i=1}^{N_a} \alpha_{ij} (\mathbf{x}_e^j \times \mathbf{f}_a^i + \mathbf{r}_{ij} \times \mathbf{f}_a^i) \end{aligned}$$

Como $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{x}_a^i - \mathbf{x}_e^j$, resulta $\mathbf{r}_{ij} \times \mathbf{f}_a^i = \mathbf{x}_a^i \times \mathbf{f}_a^i - \mathbf{x}_e^j \times \mathbf{f}_a^i$, por lo tanto

$$\sum_{j=1}^{Ne} \mathbf{x}_e^j \times \mathbf{f}_e^j + \mathbf{m}_e^j = \sum_{j=1}^{Ne} \sum_{i=1}^{Na} \alpha_{ij} (\mathbf{x}_a^i \times \mathbf{f}_a^i)$$

Nuevamente, para cada valor de i habrá sólo dos coeficientes α_{ij} , por lo que

$$\sum_{j=1}^{Ne} \mathbf{x}_e^j \times \mathbf{f}_e^j + \mathbf{m}_e^j = \sum_{i=1}^{Na} (1 - \xi_i) (\mathbf{x}_a^i \times \mathbf{f}_a^i) + \xi_i (\mathbf{x}_a^i \times \mathbf{f}_a^i)$$

de modo que se obtiene la ec. (22).

4.4. Integración temporal

Para la integración temporal se utilizan dos métodos explícitos: en el código aerodinámico el método de Hamming y en el código estructural el método de diferencias centrales estándar.

El método de Hamming es incondicionalmente estable, determinándose el paso de cálculo aerodinámico, Δt_a , a partir de las dimensiones de los paneles de la GA y de la velocidad de la corriente libre (V_∞), de tal manera que los paneles de las estelas posean un tamaño similar al de los paneles de red adherida.

Por el contrario, el método de diferencias centrales es condicionalmente estable, lo que obliga a utilizar un paso de tiempo suficientemente pequeño. El paso de cálculo estructural crítico (máximo estable), Δt_e^c , depende de las características de los elementos de la ME: tipo de elementos, dimensiones y propiedades de masa y rigidez de los mismos.

En general, Δt_e^c será menor que Δt_a . Para poder llevar adelante el proceso de interacción, se utiliza un paso de cálculo estructural, Δt_e , menor o igual que el crítico, que es a su vez una fracción entera del paso de cálculo aerodinámico

$$\Delta t_e = n \Delta t_a, \quad n \in \mathbb{Z}^+, \quad \Delta t_e \leq \Delta t_e^c$$

La integración temporal del problema acoplado se realiza según el siguiente esquema:

1. A partir de las posiciones y velocidades en la GA, \mathbf{X}_a y \mathbf{V}_a , y de la configuración de las estelas en el tiempo t_i , se calculan las cargas aerodinámicas, \mathbf{F}_a , en t_i y la configuración de las estelas en $t_i + \Delta t_a$;
2. Utilizando las ecs. del punto 4.3 se determinan, en función de \mathbf{F}_a , las cargas sobre el modelo estructural, \mathbf{F}_e , en el tiempo t_i ;
3. Manteniendo \mathbf{F}_e constantes se avanza con el código estructural n pasos de cálculo hasta obtener posiciones y velocidades de la ME, \mathbf{X}_e y \mathbf{V}_e , en $t_i + n \Delta t_e = t_i + \Delta t_a$;
4. Utilizando las ecs. de los puntos 4.1 y 4.2 se determinan, en función de \mathbf{X}_e y \mathbf{V}_e , las posiciones y velocidades del modelo aerodinámico, \mathbf{X}_a y \mathbf{V}_a , en el tiempo $t_i + \Delta t_a$;
5. El ciclo vuelve a comenzar en el punto 1.

Esto representa un esquema de interacción débil con un método de integración temporal explícito que puede presentarse inestable. En particular para esta aplicación puede resultar necesario utilizar un esquema de interacción fuerte⁴ si se desea simular inestabilidades aeroelásticas, casos en los que el estado del sistema varía muy rápidamente.

⁴El término *interacción fuerte* se refiere aquí a la utilización de pasos de tiempo iguales ($\Delta t_e = \Delta t_a$), sin que esto implique utilizar un esquema de solución monolítico.

5. VERIFICACIÓN

A los fines de realizar una primera validación de la formulación propuesta en la sección anterior, se modeló una turbina eólica de 3 palas de 100 m de longitud (resultando un rotor de más de 200 m de diámetro). Las propiedades mecánicas de la viga que representa la torre corresponden a un tubo circular de acero que disminuye linealmente el diámetro y el espesor de pared con la altura. Para el caso de la palas (laminadas en material compuesto), se utilizó el programa PreComp (Bir, 2005) para calcular las propiedades de una viga equivalente.

La altura total de la torre, los diámetros y los espesores en la base y el extremo superior, así como las masas del cubo y la góndola, y sus tensores de inercia, fueron determinados por el proceso de escalamiento (*upscaling* - Griffith y Ashwill, 2011), comúnmente utilizado en el diseño preliminar de este tipo de máquinas, a partir de la información en las referencias Kooijman et al. (2003); Jonkman et al. (2009). La geometría exterior y las propiedades mecánicas de las palas fueron calculadas a partir de los datos geométricos y de laminación consignados en un estudio de 2011 realizado por Sandia National Laboratories (Griffith y Ashwill, 2011).

5.1. Datos de la simulación

La GA posee 4037 nodos y 3214 paneles, mientras que la ME es de 47 nodos y 42 elementos. El relativo pequeño tamaño del problema estructural es una ventaja del modelado de las palas y la torre como vigas. Si bien no se realizó un análisis para determinar el tamaño adecuado de los elementos finitos de viga, aún un aumento importante en la cantidad de los mismos mantendría una diferencia muy significativa con respecto a la cantidad de paneles en la GA.

La simulación presentada consta de:

- una etapa inicial (10 s): en la que se bloquea el giro del rotor y se aplica amortiguamiento, para permitir que la estructura tome la posición deformada estable debida a la gravedad y que se desarrolle la estela; y
- una segunda etapa (30 s): en la que se elimina el amortiguamiento y se libera el eje del rotor para que las fuerzas aerodinámicas actuantes pongan en movimiento al sistema.

El ángulo de paso utilizado es fijo, y tal que el viento enfrenta a las palas con ángulo de ataque nulo, cuando la velocidad de giro es también nula. La velocidad del viento es la nominal prevista para esta turbina, de 11,3 m/s, y no posee inclinación lateral respecto al eje de rotación del rotor.

5.2. Resultados

En la Figura 11 (izquierda) se observan la GA y las estelas, ya desarrolladas, al final de la primera etapa. La estela de la Pala I (roja) ha sido recortada en todos los puntos en los que ha colisionado con la torre, por lo que se ve sólo una pequeña parte.

En la parte trasera de la Estela III (verde) se observan las ondulaciones resultantes de la vibración de la Pala III, de la que fue convectada. Estas vibraciones se deben a que, al comenzar la simulación, la gravedad es aplicada con una función escalón. El objetivo de esta primera etapa es permitir que las estelas se desarrollen y que la respuesta dinámica de la estructura a la carga gravitacional impulsiva se amortigüe.

En la Figura 12 se presenta la evolución del momento aplicado al eje del rotor para mantener el giro nulo (reacción de apoyo). Las oscilaciones están relacionadas a las deformaciones de las palas, lo que genera fuerzas dinámicas y modifica las acciones aerodinámicas sobre las palas. El valor medio ($6 \times 10^6 \text{ Nm}$) es el correspondiente al momento producido por las fuerzas

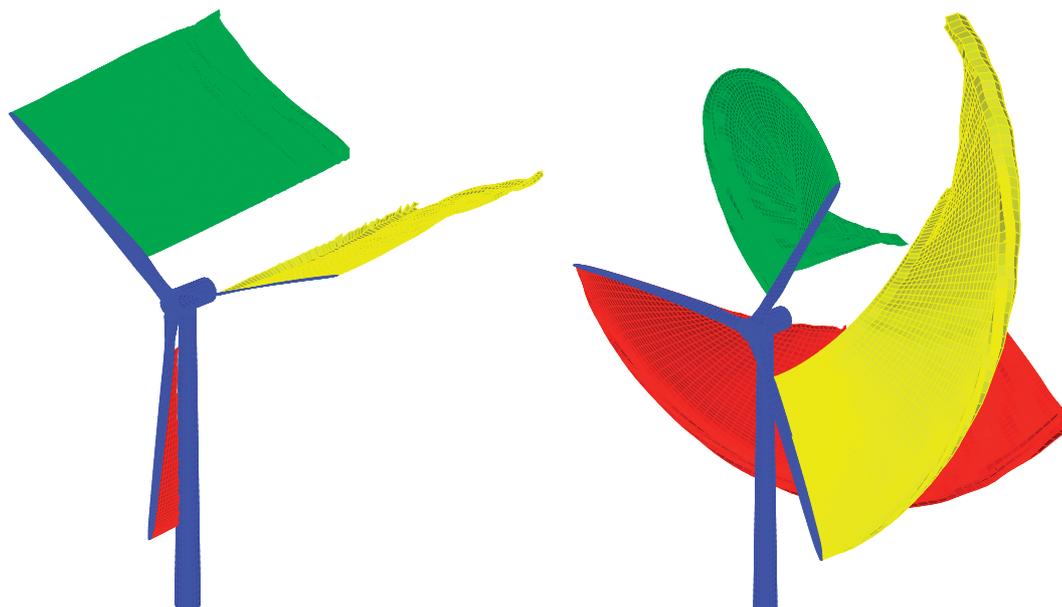


Figura 11: Redes de vórtices al final de la primera etapa (izquierda) y al final de la segunda etapa (derecha).

aerodinámicas para las condiciones de la simulación durante la primera etapa (ángulo de ataque nulo, viento de $11,3 \text{ m/s}$ y velocidad de giro nula).

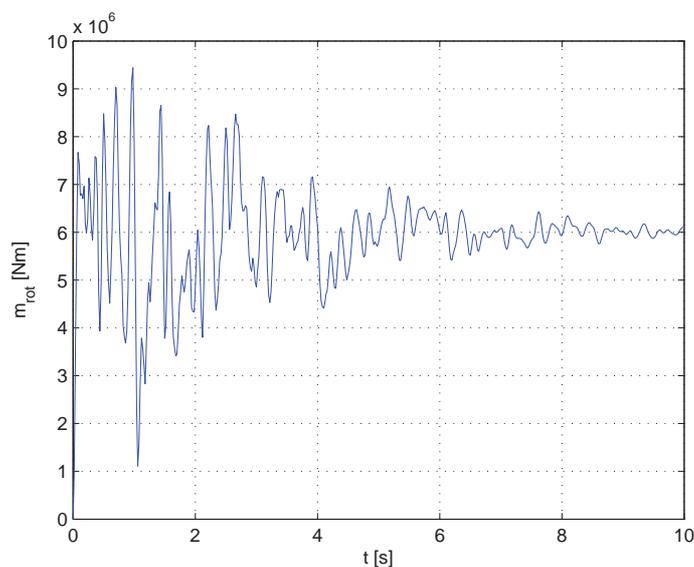


Figura 12: Momento necesario en el eje del rotor.

La GA y las estelas correspondientes a la segunda etapa se muestran en la Figura 11 (derecha). A partir de la liberación del giro del rotor, la velocidad comienza a aumentar hasta alcanzar, en 30 s , la velocidad de giro máxima prevista para esta turbina ($\omega_{max} = 0,8 \text{ rad/s}$, que produce una velocidad de puntera de 80 m/s), como se observa en la Figura 13. Esta predicción no es consecuente con el fenómeno de pérdida de sustentación, que limita la velocidad de giro en turbinas de ángulo de paso fijo (como es el caso de esta simulación). La implementación utilizada del UVLM no permite predecir la pérdida y por lo tanto es incapaz hallar la velocidad

de giro de equilibrio, que en este caso debería ser menor que $0,8 \text{ rad/s}$. Sin embargo, esto no es un problema mayor en la simulación de turbinas con control de ángulo de paso ya que durante su funcionamiento en régimen no se presenta el fenómeno de pérdida.

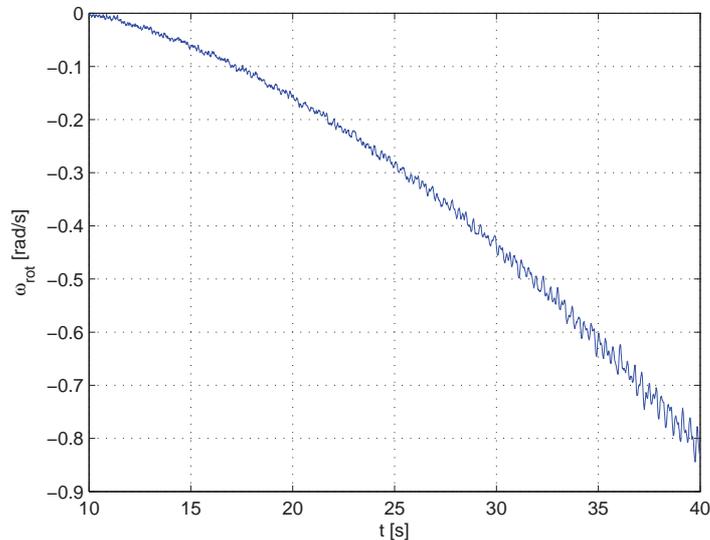


Figura 13: Evolución de la velocidad de giro del rotor durante la segunda etapa.

6. CONCLUSIONES

Se presentó un esquema de interacción que permite acoplar dos herramientas computacionales para realizar simulaciones del comportamiento aeroelástico de estructuras en flujos a elevado número de Reynolds. El esquema fue diseñado para la utilización conjunta del *método de red de vórtices no estacionario y no lineal* y del *método de elementos finitos*, en particular, utilizando *elementos de viga no lineal con deformaciones finitas*.

Se ha demostrado que el método consigue conservar exactamente las cantidades de movimiento lineal y angular, aún cuando existen grandes diferencias entre la naturaleza y la topología de la GA y la ME. La conservación de la energía total del sistema es una de las premisas de las que se parte para el desarrollo del método y por lo tanto se cumple implícitamente.

Las no-linealidades estructurales y aerodinámicas, incorporadas en los respectivos modelos (módulos), sumadas al empleo de un procedimiento de integración temporal explícito, permiten analizar comportamientos poscríticos exclusivos de la dinámica no-lineal, como por ejemplo oscilaciones de ciclo límite, coalescencia de frecuencias, etc. La combinación de los modelos elegidos provee una herramienta con una muy buena relación entre la generalidad de los fenómenos que pueden ser estudiados y el costo computacional asociado a ello.

El método ha sido implementado con éxito y se han realizado simulaciones preliminares obteniéndose resultados altamente satisfactorios en lo que se refiere a la metodología utilizada. Actualmente se encuentran proyectadas tareas de validación por contraste con datos experimentales, a realizarse en el corto plazo.

REFERENCIAS

Allen C. y Rendall T. Unified approach to cfd-csd interpolation and mesh motion using radial basis functions. En *25th AIAA Applied Aerodynamics Conference*. 2007.

- Bir G.S. *Users Guide to PreComp (Pre-Processor for Computing Composite Blade Properties)*. National Renewable Energy Laboratory, 1617, Cole Blvd, Golden, CO 80401, 2005.
- Cebral J. y Löhner R. Conservative load projection and tracking for fluid-structure problems. *AIAA Journal*, 35(4):687–692, 1997.
- Chen P. y Jadic I. Interfacing of fluid and structural models via innovative structural boundary element method. *AIAA Journal*, 36 (2):282–286, 1998.
- Farhat C., Lesoinne M., y Le Tallec P. Load and motion transfer algorithms for fluid-structure interaction problems with non-matching discrete interfaces: Momentum and energy conservation, optimal discretization, and application to aeroelasticity. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 157:95–114, 1998.
- Flores F.G. *SIMPACT, An Explicit Finite Element Program*. Departamento de Estructuras, U.N.C., 2011.
- Gebhardt C.G. *Desarrollo de simulaciones numéricas del comportamiento aeroelástico de grandes turbinas eólicas de eje horizontal*. Tesis de Doctorado, Departamento de Estructuras, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba, 2012.
- Griffith D.T. y Ashwill T.D. The sandia 100-meter all-glass baseline wind turbine blade: Sn100-00. Informe Técnico, Sandia National Laboratories, 2011.
- Jonkman J., Butterfield S., Musial W., y Scott G. Definition of a 5-mw reference wind turbine for offshore system development. Informe Técnico, National Renewable Energy Laboratory, 2009.
- Kandil O.A., Mook D.T., y Nayfeh A.H. A numerical technique for subsonic flows past three dimensional canard-wing configurations with edge separations. En *AIAA 15th Aerospace Sciences Meeting*. 1977.
- Karamcheti K. *Principles of ideal-fluid aerodynamics*. Krieger Pub Co, 1980.
- Kooijman H.J.T., Lindenburg C., Winkelaar D., y van der Hooft E.L. Dowec 6 mw pre-design: Aero-elastic modelling of the dowec 6 mw pre-design in phatas. Informe Técnico, Dutch Offshore Wind Energy Converter Project (Energy Research Centre of the Netherlands), 2003.
- Preidikman S. *Numerical Simulations of Interactions Among Aerodynamics, Structural Dynamics, and Control Systems*. Tesis de Doctorado, Department of Engineering Science and Mechanics, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA, 1998.
- Roccia B., Preidikman S., Ceballos L., y Massa J. Implementación del método de red de vórtices no-lineal e inestacionario para estudiar la aerodinámica de las alas batientes. *Mecánica Computacional*, XXVIII:2955–2973, 2009.
- Simo J.C. A finite strain beam formulation - the three-dimensional dynamic problem. i. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 49:55–70, 1985.
- Valdez M., Preidikman S., y Massa J.C. Interacciones aerodinámicas y efecto suelo en flujos 2d inestacionarios, levemente viscosos, y dominados por vorticidad. *Mecánica Computacional*, XXVI:3246–3266, 2007.
- Wang Z., Chen P., Liu D., y Mook D. Nonlinear aeroelastic analysis for a hale wing including effects of gust and flow separation. En *48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*. 2007.
- Wu J.C. y Thompson J.F. *Proceedings of Project SQUID Workshop on Fluid Dynamics of Unsteady, Three-Dimensional, and Separated Flows*. Purdue University, Lafayette, Indiana, 1971.