

## MODELACIÓN CONSTITUTIVA DE UNA MEZCLA ASFÁLTICA MEDIANTE EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

Daniel H. Felix<sup>a,b</sup>, Matías Fernández Hurst<sup>b</sup>, Silvia S. Fernández<sup>b</sup> y Silvia Alvarez<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Instituto de Mecánica Aplicada (IMA), <sup>b</sup>Departamento de Ingeniería, Universidad Nacional del Sur  
Avda. Alem 1253, 8000 Bahía Blanca, dhfelix@uns.edu.ar, <http://www.uns.edu.ar>

**Palabras clave:** mezclas asfálticas, ensayo Marshall, modelación constitutiva, elementos finitos

**Resumen.** La modelación numérica del comportamiento mecánico-estructural de materiales compuestos resulta de interés creciente en varias aplicaciones de la ingeniería. En el presente trabajo se propone un análisis empírico-mecanicista que conjuga ensayos experimentales y modelos constitutivos numéricos de mezclas asfálticas compactadas. El estudio se orienta principalmente a representar las condiciones del ensayo de “Tracción Indirecta” y del ensayo “Marshall” debido a que son frecuentemente utilizados en el diseño de mezclas asfálticas flexibles. Las mezclas asfálticas se componen fundamentalmente de los agregados pétreos, los cuales tienen comportamiento elastoplástico, y del betumen (material cohesivo), cuyo comportamiento es viscoelástico. No obstante, el presente trabajo constituye una primera aproximación al comportamiento real, en la que se adoptan fuertes hipótesis simplificativas. En primer lugar se considera que el material de la mezcla es homogéneo y de comportamiento elástico, y se desprecian los efectos del proceso de daño progresivo (propagación de fisuras) que ocurren previamente al colapso estructural. En segundo término se considera de manera simplificada el comportamiento elastoplástico y/o el daño progresivo, a los efectos de poder comparar los respectivos modelos. Para realizar el análisis numérico, se construyen modelos en elementos finitos con diferentes densidades de malla, con el fin de observar la convergencia de resultados.

## 1 INTRODUCCIÓN

Las mezclas asfálticas bituminosas destinadas a la construcción de pavimentos flexibles, se componen de agregados inertes (material pétreo), inmersos en una matriz cohesiva constituida por ligantes asfálticos (betumen) y aditivos destinados a mejorar propiedades específicas del material resultante. Estas mezclas no son extremadamente compactas, es decir, una fracción de su volumen está constituida por vacíos.

Las propiedades mecánicas de la mezcla resultante dependerán esencialmente de las proporciones y características de los componentes que la conforman.

Por otra parte, dichas propiedades para una mezcla dada, son muy sensibles a los cambios de temperatura, humedad, grado de confinamiento del material y a procesos de deterioro con el paso del tiempo (envejecimiento del material).

Un ejemplo de lo anteriormente comentado, lo constituye la influencia de la temperatura en la viscosidad y consistencia de la mezcla, que hace que el material pase de un comportamiento sólido a uno fluido en un rango de temperaturas mucho menor al de otros materiales convencionales.

Finalmente, desde el punto de vista mecánico y teniendo en cuenta su destino, se caracteriza por ser un material heterogéneo y anisótropo (Martinez et al, 2005) sujeto a cargas dinámicas (Vidal V. J, 2006) y particularmente, desde el punto de vista constitutivo, puede presentar comportamiento elástico, plástico, viscoso y/o con daño progresivo por aparición de fisuras (Norabuena-Contreras et al, 2011).

Como lo han manifestado diversos autores (Martinez et al, 2004), la enorme variedad de mezclas posibles y el grado de complejidad que puede presentar su comportamiento, conjugado con el costo de los ensayos, justifica la utilización de técnicas de modelación numérica, como herramienta complementaria de la realización de los ensayos normalizados.

Se propone en esta primera etapa de implementación, la confección de modelos constitutivos simples generados por la aplicación de fuertes hipótesis simplificativas, resueltos mediante la utilización del software de elementos finitos ALGOR (ALGOR, 2009), (Zienkiewicz et al, 1999) y ajustados con los resultados experimentales disponibles.

Se analizaron los resultados experimentales de dos tipos de ensayo: El ensayo de tracción indirecta por compresión diametral (NLT 346/90) y el ensayo "Marshall" (ASTM D 1559, 1989) o de estabilidad dinámica y fluencia. El análisis se focaliza fundamentalmente en el período elástico y se incursiona brevemente en el período plástico y en el proceso de daño progresivo. Los modelos numéricos son ajustados basándose en la concordancia con los diagramas carga-deformación, obtenidos mediante los ensayos mencionados. La reciprocidad carga-deformación con deformación-carga fue verificada mediante estados de carga constituidos por un desplazamiento impuesto.

Los modelos son bidimensionales y el análisis es estático, es decir en los casos en que la carga se divide en pasos de tiempo, éste solo actúa como un parámetro que define la historia de carga y la precisión del análisis. En resumen se desprecian las fuerzas inerciales y las viscosas.

También se incluye el modelado de las mordazas correspondientes a cada tipo de ensayo, con el objeto de obtener una distribución de tensiones y deformaciones que se aproxime mejor al que se produce en la muestra.

Es necesario aclarar que debido a las simplificaciones anteriormente mencionadas, obtenemos aquí una primera aproximación al comportamiento real.

## 2 ENSAYOS REALIZADOS

Como se mencionó anteriormente, se realizaron dos tipos de ensayos utilizados en diseño de pavimentos flexibles, el ensayo de tracción indirecta por compresión diametral para determinar la resistencia a tracción de la mezcla, y el ensayo Marshall para determinar la estabilidad dinámica y fluencia. Con las mediciones obtenidas de cada una de las probetas ensayadas se construyeron los correspondientes diagramas carga-deformación, que posteriormente se utilizaron como base para ajustar los parámetros de diseño del modelo numérico.

### 2.1 Ensayo de tracción indirecta

Es un ensayo para medir la resistencia a tracción de mezclas bituminosas. Se encuentra especificado en la norma NLT-346/90, denominada: “Resistencia a compresión diametral (ensayo brasileño) de mezclas bituminosas”.

El principio del método consiste en imponer una deformación por compresión diametral a una probeta cilíndrica de dimensiones normalizadas, situada entre los platos de una prensa, de forma que los esfuerzos aplicados a la probeta sean sobre dos generatrices opuestas. El parámetro a medir es la carga de rotura de la probeta. La Figura 1a) muestra la preparación de la mezcla, en la Figura 1b) se observan las probetas a ensayar, la Figura 1c) muestra las mordazas utilizadas en los ensayos, las planchuelas colocadas en el interior son las únicas piezas en contacto con la probeta y las encargadas de transmitir la carga de compresión diametral. La Figura 1d) muestra una probeta después de ensayada, en la que se observa la falla en una sección diametral de la misma.

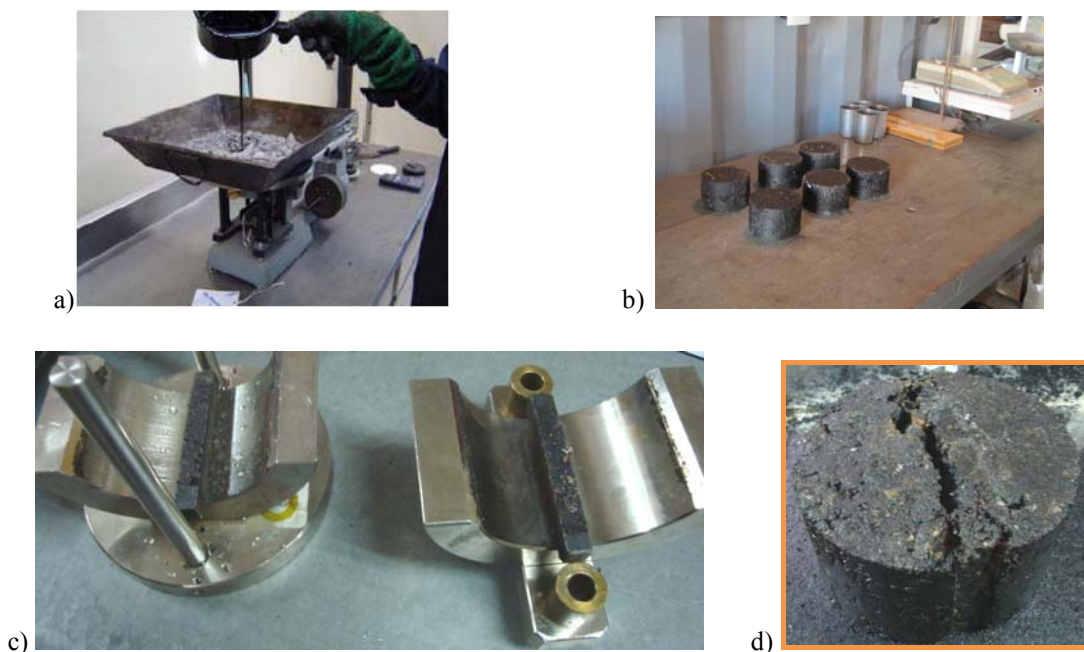


Figura 1: Ensayo de tracción indirecta por compresión diametral: a) Dosificación de la mezcla, b) Probetas antes del ensayo, c) Adaptación de las mordazas, d) Probeta luego de ser ensayada.

Se ensayaron 3 probetas a 25° C y otras 3 a 60° C. En cada ensayo se utilizaron 2 flexímetros con el fin de medir deformaciones verticales y horizontales simultáneamente. De este modo se construyeron las curvas carga versus desplazamiento en cada dirección.

La Tabla 1 muestra los valores medidos de carga aplicada, deformación vertical y

deformación horizontal en las probetas ensayadas a 25 °C, mientras que en la Tabla 2 se encuentran los respectivos valores para las probetas ensayadas a 60 °C.

<b>T = 25° C</b>		<b>7% AM3 - granitos 56% 6-20 - 44% 0-6</b>				
Deformación vertical	<b>Probeta Nº 1</b>		<b>Probeta Nº 2</b>		<b>Probeta Nº 3</b>	
	<b>Carga</b>	<b>Deformación Lateral</b>	<b>Carga</b>	<b>Deformación Lateral</b>	<b>Carga</b>	<b>Deformación Lateral</b>
[mm]	[kN]	[mm]	[kN]	[mm]	[kN]	[mm]
0,00	<b>0,00</b>	0,00	<b>0,00</b>	0,00	<b>0,00</b>	0,00
0,10	<b>0,78</b>	0,12	<b>0,78</b>	0,06	<b>0,78</b>	0,06
0,20	<b>0,97</b>	0,20	<b>0,97</b>	0,08	<b>0,97</b>	0,06
0,30	<b>1,17</b>	0,22	<b>1,17</b>	0,10	<b>1,17</b>	0,06
0,40	<b>1,36</b>	0,30	<b>1,36</b>	0,12	<b>1,26</b>	0,08
0,50	<b>1,56</b>	0,40	<b>1,56</b>	0,14	<b>1,56</b>	0,10
0,60	<b>1,75</b>	0,46	<b>1,85</b>	0,16	<b>1,85</b>	0,14
0,70	<b>1,95</b>	0,54	<b>1,95</b>	0,18	<b>2,04</b>	0,16
0,80	<b>2,04</b>	0,60	<b>2,04</b>	0,22	<b>2,24</b>	0,20
0,90	<b>2,24</b>	0,66	<b>2,43</b>	0,22	<b>2,43</b>	0,20
1,00	<b>2,33</b>	0,74	<b>2,72</b>	0,22	<b>2,82</b>	0,24
1,10	<b>2,53</b>	0,80	<b>2,82</b>	0,24	<b>2,92</b>	0,28
1,20	<b>2,72</b>	0,84	<b>3,02</b>	0,26	<b>3,02</b>	0,32
1,30	<b>2,92</b>	0,92	<b>3,11</b>	0,26	<b>3,21</b>	0,38
1,40	<b>3,02</b>	<b>0,98</b>	<b>3,21</b>	0,26	<b>3,50</b>	0,40
1,50	<b>3,02</b>	<b>1,04</b>	<b>3,40</b>	0,28	<b>3,70</b>	0,42
1,60	<b>3,21</b>	1,14	<b>3,70</b>	0,30	<b>3,89</b>	0,44
1,70	<b>3,40</b>	1,20	<b>3,79</b>	0,30	<b>3,99</b>	0,46
1,80	<b>3,50</b>	1,24	<b>3,89</b>	0,30	<b>4,09</b>	0,50
1,90	<b>3,70</b>	1,36	<b>3,99</b>	0,32	<b>4,28</b>	0,54
2,00	<b>3,89</b>	1,44	<b>4,09</b>	0,34	<b>4,57</b>	0,58
2,10	<b>3,99</b>	1,60	<b>4,18</b>	0,36	<b>4,67</b>	0,62
2,20	<b>3,99</b>	1,80	<b>4,38</b>	0,38	<b>4,86</b>	0,68
2,30	<b>4,09</b>	2,06	<b>4,57</b>	0,38	<b>4,96</b>	0,74
2,40	<b>4,18</b>	2,16	<b>4,77</b>	0,40	<b>5,06</b>	0,80
2,50	<b>4,18</b>	2,20	<b>4,86</b>	0,40	<b>5,25</b>	0,82
2,60	<b>4,28</b>	2,24	<b>4,96</b>	0,40	<b>5,35</b>	0,86
2,70	<b>4,47</b>	2,28	<b>5,06</b>	0,44	<b>5,54</b>	0,90
2,80	<b>4,57</b>	2,32	<b>5,16</b>	0,50	<b>5,64</b>	1,00
2,90	<b>4,67</b>	2,36	<b>5,16</b>	0,58	<b>5,74</b>	1,06
3,00	<b>4,67</b>	2,38	<b>5,25</b>	0,62	<b>5,74</b>	1,14
3,10	<b>4,77</b>	2,40	<b>5,35</b>	0,70	<b>5,84</b>	1,20
3,20	<b>4,77</b>	2,42	<b>5,45</b>	0,80	<b>5,84</b>	1,30
3,30	<b>4,86</b>	2,44	<b>5,54</b>	0,88	<b>5,93</b>	1,40
3,40	<b>4,86</b>	2,46	<b>5,64</b>	0,92	<b>5,93</b>	1,48
3,50	<b>4,86</b>	2,48	<b>5,64</b>	1,00	<b>5,93</b>	1,58
3,60	<b>4,96</b>	2,54	<b>5,64</b>	1,06	<b>6,03</b>	1,64
3,70	<b>4,96</b>	2,60	<b>5,74</b>	1,16	<b>6,03</b>	1,76
3,80	<b>5,06</b>	2,62	<b>5,74</b>	1,20	<b>6,03</b>	1,88
3,90	<b>5,06</b>	2,68	<b>5,84</b>	1,26	<b>6,03</b>	2,00
4,00	<b>5,06</b>	2,68	<b>5,84</b>	1,36	<b>6,03</b>	2,04
4,10	<b>5,06</b>	2,72	<b>5,84</b>	1,40	<b>6,03</b>	2,12
4,20	<b>5,06</b>	2,76	<b>5,84</b>	1,50	<b>6,03</b>	2,20
4,30	<b>5,16</b>	2,80	<b>5,84</b>	1,54	<b>6,03</b>	2,26

Tabla 1: Probeta ensayada a tracción indirecta por compresión diametral. Temperatura de la muestra 25° C .

<b>T = 60 °C</b>		<b>7% AM3 - granitos 56% 6-20 - 44% 0-6</b>					
Deformación vertical	<b>Probeta N°4*</b>		<b>Probeta N°5*</b>		<b>Probeta N°6*</b>		
	Carga	Deformación Lateral	Carga	Deformación Lateral	Carga	Deformación Lateral	
(mm)	(kN)	(mm)	(kN)	(mm)	(kN)	(mm)	
0,00	<b>0,00</b>	0,00	<b>0</b>	0,00	<b>0,00</b>	0,00	
0,10	<b>0,39</b>	0,00	<b>0,58</b>	0,04	<b>0,10</b>	0,02	
0,20	<b>0,78</b>	0,04	<b>0,78</b>	0,08	<b>0,19</b>	0,02	
0,30	<b>0,97</b>	0,10	<b>0,97</b>	0,10	<b>0,49</b>	0,06	
0,40	<b>1,07</b>	0,16	<b>1,07</b>	0,12	<b>0,68</b>	0,08	
0,50	<b>1,26</b>	0,22	<b>1,17</b>	0,16	<b>0,78</b>	0,10	
0,60	<b>1,36</b>	0,30	<b>1,26</b>	0,20	<b>0,97</b>	0,10	
0,70	<b>1,46</b>	0,38	<b>1,36</b>	0,22	<b>1,17</b>	0,10	
0,80	<b>1,65</b>	0,42	<b>1,56</b>	0,26	<b>1,17</b>	0,10	
0,90	<b>1,75</b>	0,48	<b>1,75</b>	0,34	<b>1,36</b>	0,10	
1,00	<b>1,95</b>	0,52	<b>1,85</b>	0,40	<b>1,56</b>	0,10	
1,10	<b>1,95</b>	0,58	<b>1,95</b>	0,42	<b>1,75</b>	0,14	
1,20	<b>2,04</b>	0,62	<b>1,95</b>	0,46	<b>1,85</b>	0,16	
1,30	<b>2,04</b>	0,64	<b>2,04</b>	0,48	<b>1,95</b>	0,16	
1,40	<b>2,04</b>	0,70	<b>2,14</b>	0,54	<b>1,95</b>	0,18	
1,50	<b>2,14</b>	0,76	<b>2,24</b>	0,60	<b>2,04</b>	0,18	
1,60	<b>2,24</b>	0,80	<b>2,33</b>	0,62	<b>2,14</b>	0,18	
1,70	<b>2,24</b>	0,82	<b>2,43</b>	0,64	<b>2,33</b>	0,18	
1,80	<b>2,24</b>	0,84	<b>2,63</b>	0,66	<b>2,43</b>	0,20	
1,90	<b>2,33</b>	0,88	<b>2,72</b>	0,70	<b>2,53</b>	0,20	
2,00	<b>2,33</b>	0,92	<b>2,82</b>	0,72	<b>2,72</b>	0,20	
2,10	<b>2,33</b>	1,00	<b>2,82</b>	0,76	<b>2,82</b>	0,20	
2,20	<b>2,33</b>	1,02	<b>2,82</b>	0,78	<b>2,82</b>	0,20	
2,30	<b>2,33</b>	1,04	<b>2,92</b>	0,80	<b>2,92</b>	0,20	
2,40	<b>2,33</b>	1,04	<b>2,92</b>	0,80	<b>2,92</b>	0,22	
2,50	<b>2,33</b>	1,06	<b>3,02</b>	0,80	<b>2,92</b>	0,24	
2,60	<b>0,00</b>	1,08	<b>3,02</b>	0,78	<b>2,92</b>	0,30	
2,70	<b>0,00</b>	1,10	<b>3,11</b>	0,78	<b>3,02</b>	0,36	
2,80	<b>0,00</b>	1,14	<b>3,11</b>	0,76	<b>3,11</b>	0,40	
2,90	<b>0,00</b>	1,16	<b>3,11</b>	0,74	<b>3,11</b>	0,44	
3,00	<b>0,00</b>	1,16	<b>3,21</b>	0,72	<b>3,11</b>	0,50	
3,10	-	-	<b>3,31</b>	0,70	<b>3,11</b>	0,56	
3,20	-	-	<b>3,40</b>	0,70	<b>3,11</b>	0,60	
3,30	-	-	<b>3,40</b>	0,70	<b>3,11</b>	0,64	
3,40	-	-	<b>3,40</b>	0,70	<b>3,11</b>	0,70	
3,50	-	-	<b>3,40</b>	0,70	<b>3,11</b>	0,78	
3,60	-	-	<b>3,40</b>	0,74	<b>3,11</b>	0,82	
3,70	-	-	<b>3,50</b>	0,80	<b>3,11</b>	0,92	
3,80	-	-	<b>3,50</b>	0,82	<b>3,11</b>	0,98	
3,90	-	-	<b>3,50</b>	0,84	<b>3,11</b>	1,02	
4,00	-	-	<b>3,50</b>	0,90	<b>3,11</b>	1,06	
4,10	-	-	<b>3,50</b>	0,94	<b>3,11</b>	1,18	
4,20	-	-	<b>3,50</b>	1,00	<b>3,11</b>	1,22	
4,30	-	-	<b>3,50</b>	1,02	<b>3,11</b>	1,26	

Tabla 2: Probeta ensayada a tracción indirecta por compresión diametral. Temperatura de la muestra 60° C .

La Figura 2 muestra las curvas carga-deformación vertical y carga-deformación horizontal correspondientes a las probetas ensayadas a 25 °C. En las mismas se señalan con un círculo sobre el diagrama, los valores en que se produce la falla. La misma se evidencia en las

mediciones al repetirse el valor de carga en dos lecturas sucesivas.

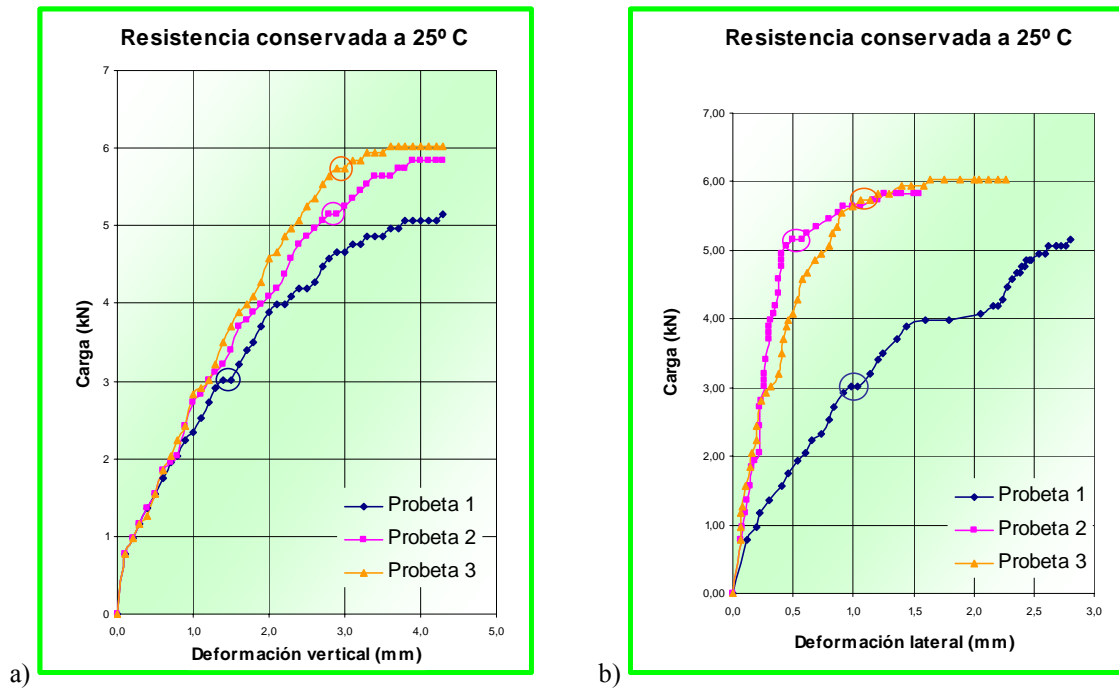


Figura 2: Ensayo de tracción indirecta por compresión diametral, de probetas a 25° C.  
 a) Curvas carga –deformación vertical, b) curvas carga-deformación horizontal.

De un modo similar se construyeron las curvas de la Figura 3, correspondientes a las probetas ensayadas a 60 °C.

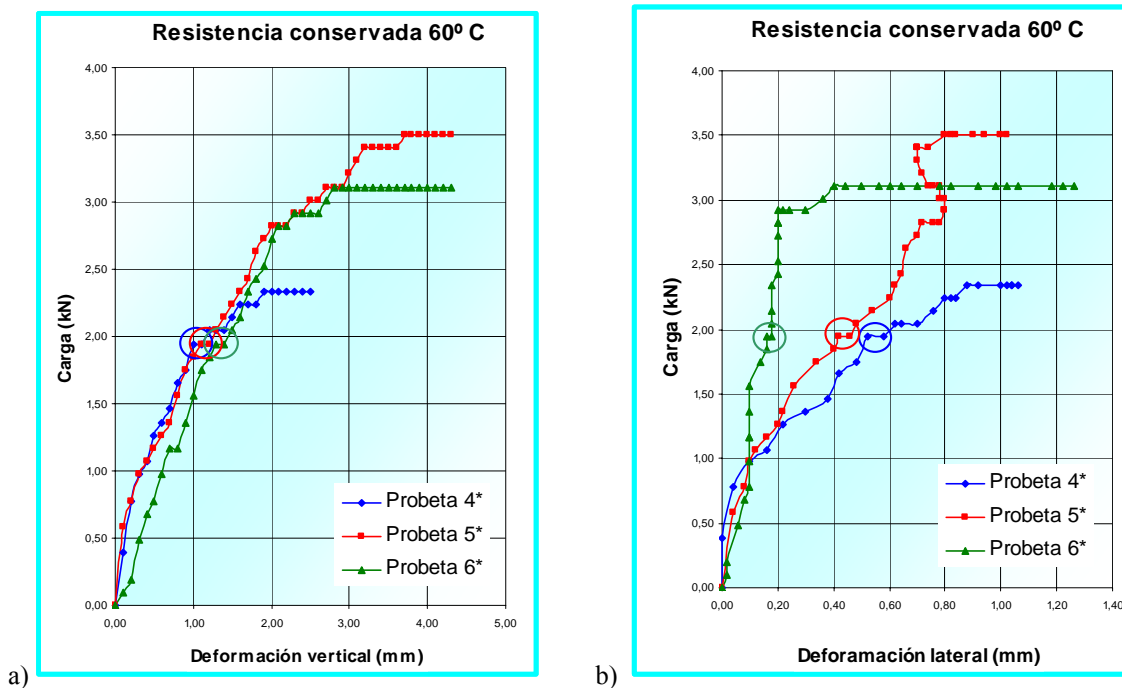


Figura 3: Ensayo de tracción indirecta por compresión diametral, de probetas a 60° C.  
 a) Curvas “carga –deformación vertical”, b) curvas “carga-deformación horizontal”.



## 2.2 Ensayo Marshall.

El ensayo está normalizado por la Dirección Nacional de Vialidad como DVN-E9-86, también puede hallarse en las normas ASTM 1559/89 y AASHTO T 225.

Se trata de un ensayo destinado a determinar la estabilidad y la fluencia de una probeta cilíndrica de dimensiones similares a la del ensayo anterior. Este método es aplicable únicamente a mezclas preparadas en caliente, utilizando cemento asfáltico como ligante y como inerte agregados pétreos de tamaño máximo 25 mm o menor. La probeta se confecciona compactando la mezcla dentro de un recipiente cilíndrico y la energía de compactación la establece la norma de ensayo, especificando la cantidad de impactos, las dimensiones del martillo y la altura de caída del mismo.

Se denomina “Estabilidad Marshall” de una mezcla asfáltica a la carga máxima que soporta una probeta de 6,35 cm de altura y 10,16 cm de diámetro cuando se la ensaya a una temperatura de 60 ° C, cargándola en sentido diametral a una velocidad de 5,08 cm/min.

Se denomina “Fluencia Marshall” a la deformación total expresada en mm que experimenta la probeta desde el comienzo de la aplicación de carga en el ensayo de estabilidad, hasta el instante de producirse la falla. La Figura 4 muestra la disposición de los diferentes elementos en el ensayo.



Figura 4: Ensayo Marshall. Imágenes del procedimiento, elaboración y aplicación de carga. a) Colocación de la mezcla, b) Compactación, c) Extracción de la probeta, d) Aplicación de la carga y medición de deformaciones.

En la Tabla 3 se muestran los valores medidos de carga y deformación vertical en una probeta ensayada bajo las condiciones de ensayo Marshall.

Ensayo Marshall: Curva Carga-Deformación vertical					
Deformación	Carga	Deformación	Carga	Deformación	Carga
[mm]	[kN]	[mm]	[kN]	[mm]	[kN]
0,0	<b>0,00</b>	1,7	-	3,4	<b>9,73</b>
0,1	<b>0,19</b>	1,8	<b>4,86</b>	3,5	<b>9,82</b>
0,2	<b>0,39</b>	1,9	<b>5,06</b>	3,6	<b>10,21</b>
0,3	<b>0,58</b>	2,0	<b>5,54</b>	3,7	<b>10,41</b>
0,4	<b>0,78</b>	2,1	<b>5,84</b>	3,8	<b>10,60</b>
0,5	<b>0,97</b>	2,2	<b>6,13</b>	3,9	<b>10,70</b>
0,6	<b>1,26</b>	2,3	<b>6,52</b>	4,0	<b>10,80</b>
0,7	<b>1,56</b>	2,4	<b>6,81</b>	4,1	<b>10,99</b>
0,8	<b>1,85</b>	2,5	<b>7,20</b>	4,2	<b>11,28</b>
0,9	<b>1,95</b>	2,6	<b>7,59</b>	4,3	<b>11,48</b>
1,0	<b>2,24</b>	2,7	<b>7,78</b>	4,4	<b>11,57</b>
1,1	<b>2,63</b>	2,8	<b>7,98</b>	4,5	<b>11,87</b>
1,2	<b>2,92</b>	2,9	<b>8,46</b>	4,6	<b>11,87</b>
1,3	<b>3,11</b>	3,0	<b>8,75</b>	4,7	<b>11,96</b>
1,4	<b>3,50</b>	3,1	<b>8,95</b>	4,8	<b>11,96</b>
1,5	<b>3,79</b>	3,2	<b>9,14</b>	4,9	<b>11,96</b>
1,6	<b>4,09</b>	3,3	<b>9,43</b>	5,0	<b>11,96</b>

Tabla 3: Gráfica Carga -Deformación vertical de un ensayo Marshall. Temperatura de la probeta: 60 °C.

Como se observa en la Tabla 3, la estabilidad Marshall arrojó un valor de 11.87 kN con una fluencia Marshall de 4.5 mm. La Figura 5 muestra el correspondiente diagrama Carga – Deformación vertical en la que se resalta el punto de falla.

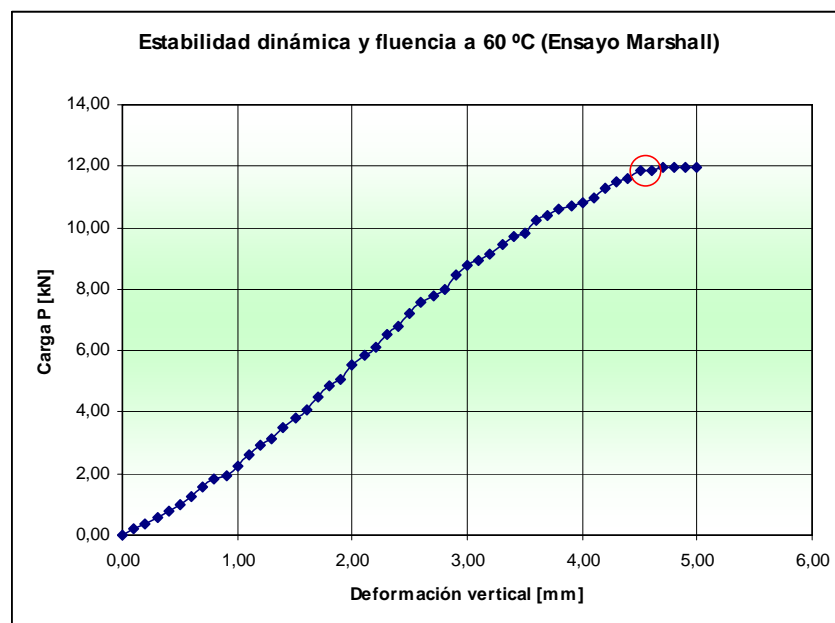


Figura 5: Gráfica Carga -Deformación vertical de un ensayo Marshall. Temperatura de la probeta: 60 °C.



### 3 MODELACIÓN NUMÉRICA

Se modelaron numéricamente ambos ensayos con el objeto de observar la distribución de tensiones y deformaciones en la probeta en el instante de la falla, considerando inicialmente un comportamiento elástico lineal y posteriormente un comportamiento elastoplástico.

#### 3.1 Modelo para ensayo de compresión axial y tracción indirecta

En primer lugar se consideró una distribución teórica de tensiones en la probeta asumiendo que el material es isótropo, homogéneo y de comportamiento elástico lineal, y que la carga aplicada es puntual y genera en su interior un estado plano de tensiones.

Al ubicar el sistema de referencia de manera tal que la dirección de los ejes coordenados coincida con la dirección de tensiones principales no tendremos tensiones de corte y entonces sólo dos componentes de tensión serán no nulas:  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$ . De acuerdo a la teoría de elasticidad, si la carga aplicada es puntual, la distribución de tensiones desarrolladas a lo largo del eje  $x$  viene dada por:

$$\begin{aligned}\sigma_x(x) &= \frac{2P}{\pi h d} \left( \frac{d^2 - 4x^2}{d^2 + 4x^2} \right)^2 \\ \sigma_y(x) &= -\frac{2P}{\pi h d} \left( \frac{4d^2}{d^2 + 4x^2} - 1 \right) \\ \tau_{xy}(x) &= 0\end{aligned}\quad (1)$$

Mientras que la distribución de tensiones en el diámetro vertical resulta:

$$\begin{aligned}\sigma_x(y) &= \frac{2P}{\pi h d} = cte. \\ \sigma_y(y) &= -\frac{2P}{\pi h} \left( \frac{2}{d-2y} + \frac{2}{d+2y} - \frac{1}{d} \right) \\ \tau_{xy}(y) &= 0\end{aligned}\quad (2)$$

Siendo  $h$  y  $d$ , el espesor y el diámetro de la probeta respectivamente, y  $P$  la carga aplicada. En la Figura 6 se grafican las distribuciones de tensiones mencionadas.

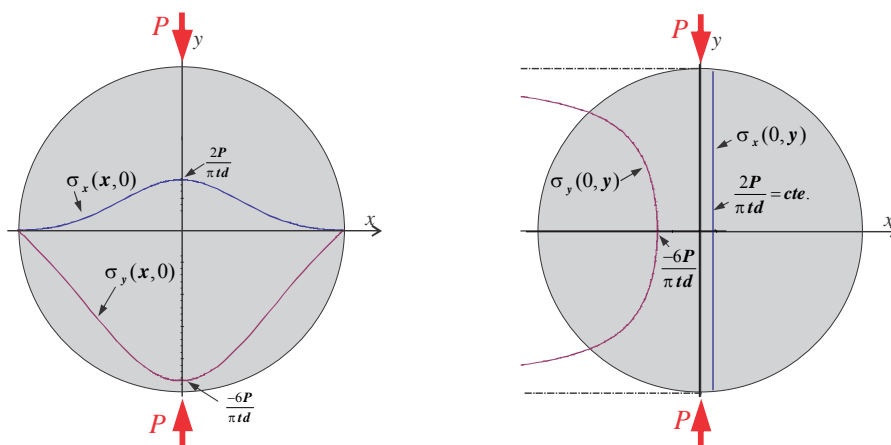


Figura 6: Distribución de tensiones normales sobre los ejes coordenados.

Puede apreciarse que la máxima tensión horizontal  $\sigma_x$  se ubica en el centro de la probeta, y que la correspondiente tensión de compresión  $\sigma_y$  es 3 veces mayor en valor absoluto.

De acuerdo a las expresiones (1) y (2), las tensiones que se registran en el centro de la probeta resultan:

$$\begin{aligned}\sigma_x(0,0) &= \frac{2P_{\max}}{\pi h d} \\ \sigma_y(0,0) &= -\frac{6P_{\max}}{\pi h d}\end{aligned}\quad (3)$$

La Tabla 4 muestra los valores obtenidos para las tensiones teóricas en el centro de cada probeta ensayada.

Temperatura [°C]	Probeta N°	d [mm]	h [mm]	$P_{\max}$ [kN]	$\sigma_x(0,0)$ [MPa]	$\sigma_y(0,0)$ [MPa]
25	1	101.1	70.5	3.020	0.270	-0.809
	2	101.4	68.2	5.160	0.475	-1.425
	3	101.8	67.6	5.740	0.531	-1.593
60	4	101.9	71.8	1.950	0.170	-0.509
	5	101.6	68.0	1.950	0.180	-0.539
	6	101.2	68.7	1.950	0.179	-0.536

Tabla 4: Tensiones teóricas en el centro de la probeta para la carga máxima, en cada muestra ensayada.

A continuación, manteniendo la hipótesis de comportamiento elástico lineal, se realizaron para algunos casos modelos en elementos finitos con el fin de obtener una distribución de tensiones más realista que incluya la presencia de las mordazas, y para conocer el campo de deformaciones y desplazamientos. Se consideró un material homogéneo e isotrópico, ajustándose cada modelo mediante los valores medidos en las muestras ensayadas (Tablas 1 y 2) de carga máxima y desplazamiento horizontal. Se adoptó,  $\nu=0.35$  para el coeficiente de Poisson. La Figura 7 muestra el modelo en elementos finitos de la probeta y las planchuelas utilizadas para lograr una distribución uniforme de la carga.

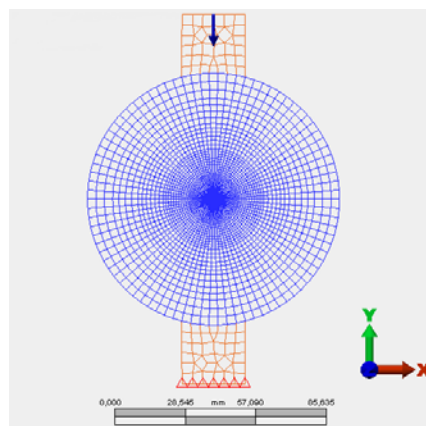


Figura 7: Ensayo de tracción indirecta: Modelo en elementos finitos de la probeta y mordazas.

La adopción de la densidad de malla se realizó mediante un análisis de convergencia y de estabilidad numérica, tomando como parámetro de comparación el módulo de elasticidad obtenido en cada modelo. En la Tabla 5 y en la Figura 8 se resumen los resultados obtenidos.

Nº de elementos	E [MPa]	Nº de elementos	E [MPa]
320	49.35	3360	49.05
480	47.75	4232	48.40
720	47.80	5936	48.35
768	48.50	7076	48.30
1100	48.20	8820	48.50
1232	49.05	8960	48.50
3268	48.65		

Tabla 5: Análisis de convergencia del módulo de elasticidad obtenido para el modelo de la probeta 3.

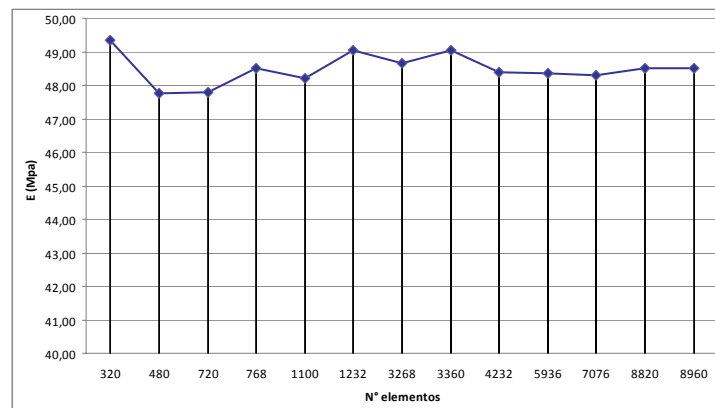


Figura 8: Análisis de convergencia del módulo de elasticidad obtenido para el modelo de la probeta 3.

Se optó por utilizar el modelo de 8960 elementos con la finalidad de obtener mayor precisión en la determinación del campo de tensiones.

Una vez definido el número de elementos para modelar la probeta, se determinaron las propiedades mecánicas del material ajustando el modelo mediante los diagramas de carga-deformación horizontal de los respectivos ensayos. Al asumirse la condición de isotropía no se pudo ajustar simultáneamente con el diagrama carga-deformación vertical. Se calcularon entonces las diferencias entre la deformación vertical total de la muestra y la del modelo.

Se determinaron para cada caso los valores de las componentes de tensión y deformación en el centro de la probeta. En la Tabla 6 se muestran los resultados mencionados.

Se observó que en promedio, el cociente entre el módulo de la tensión máxima de compresión y la tensión máxima de tracción fue de 3.34, frente al valor de 3 que arroja la distribución teórica de tensiones. No obstante, las discrepancias en las deformaciones verticales totales indican que el modelo requiere consideraciones adicionales para lograr un mejor ajuste.

Ajuste del modelo con probetas ensayadas					Valores calculados con elementos finitos						
T [°C]	Probeta [N°]	$P_{max}$ [kN]	$\delta_h$ [mm]	E [MPa]	Valores en el centro de la probeta				Deformación vertical total		
					$\sigma_x$ [MPa]	$\sigma_y$ [MPa]	$\epsilon_x$ [m/m]	$\epsilon_y$ [m/m]	$\delta_{vEF}$ [mm]	$\delta_{ve}$ [mm]	Dif [%]
25	1	3.020	0.98	26.2	0.220	-0.734	0.0182	-0.0309	3.50	1.40	150
	2	5.160	0.50	90.5	0.339	-1.296	0.0093	-0.0158	1.79	2.80	-36
	3	5.740	1.06	48.5	0.440	-1.467	0.0197	-0.0334	3.78	2.90	30
60	4	1.950	0.52	31.3	0.139	-0.465	0.0097	-0.0164	1.86	1.00	86
	5	1.950	0.42	40.8	0.147	-0.489	0.0078	-0.0132	1.50	1.10	36
	6	1.950	0.10	168.0	0.146	-0.486	0.0019	-0.0032	0.36	0.70	-49

Tabla 6: Resultados obtenidos con elementos finitos para el modelo elástico lineal.

En la Figura 9 se muestra la distribución de desplazamientos y tensiones sobre el eje x, obtenida con el modelo correspondiente a la probeta N°3. Los valores de tensión están expresados en MPa y los de desplazamiento en mm.

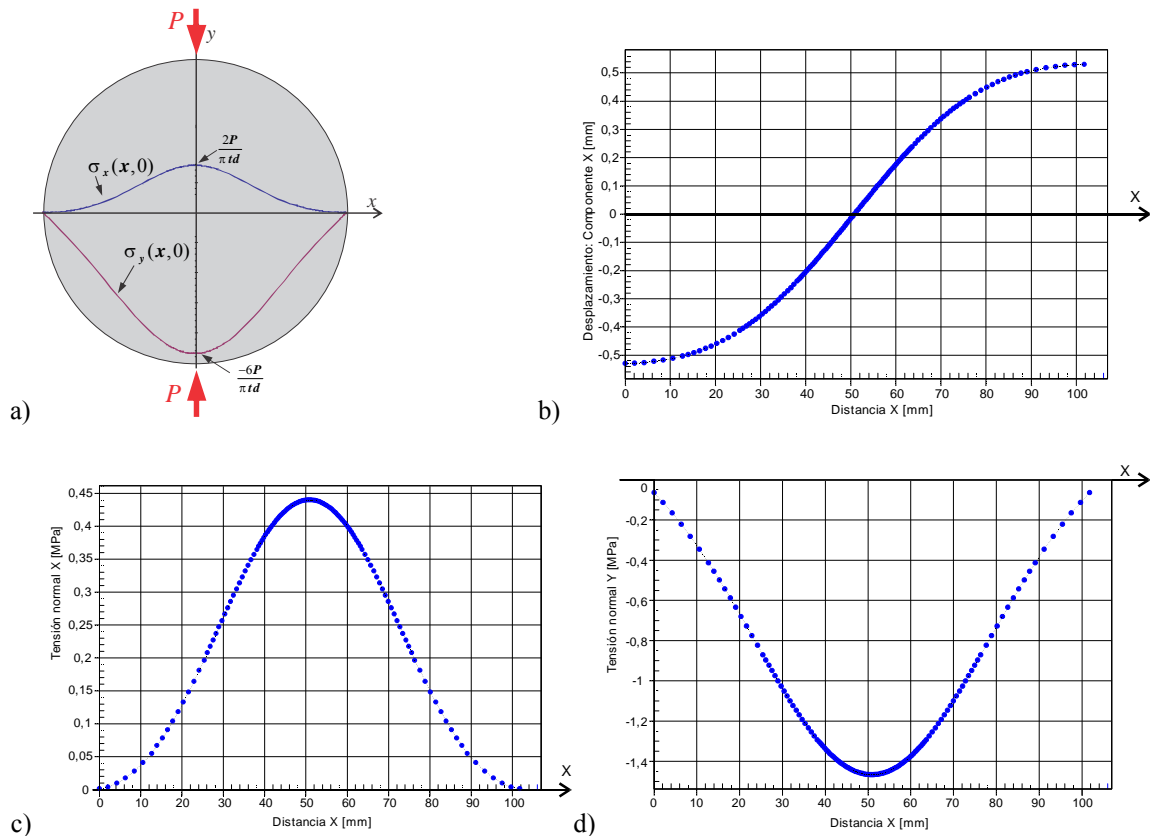


Figura 9: Distribución de desplazamientos y tensiones sobre el eje x correspondientes a la probeta N°3. a) Distribución teórica, b) Corrimientos horizontales, c) Tensión normal x, d) Tensión normal y.

Puede observarse en este caso una buena concordancia con la distribución teórica de tensiones (Figura 9a).

En la Figura 10 se muestra la correspondiente distribución de desplazamientos y tensiones sobre el eje y.

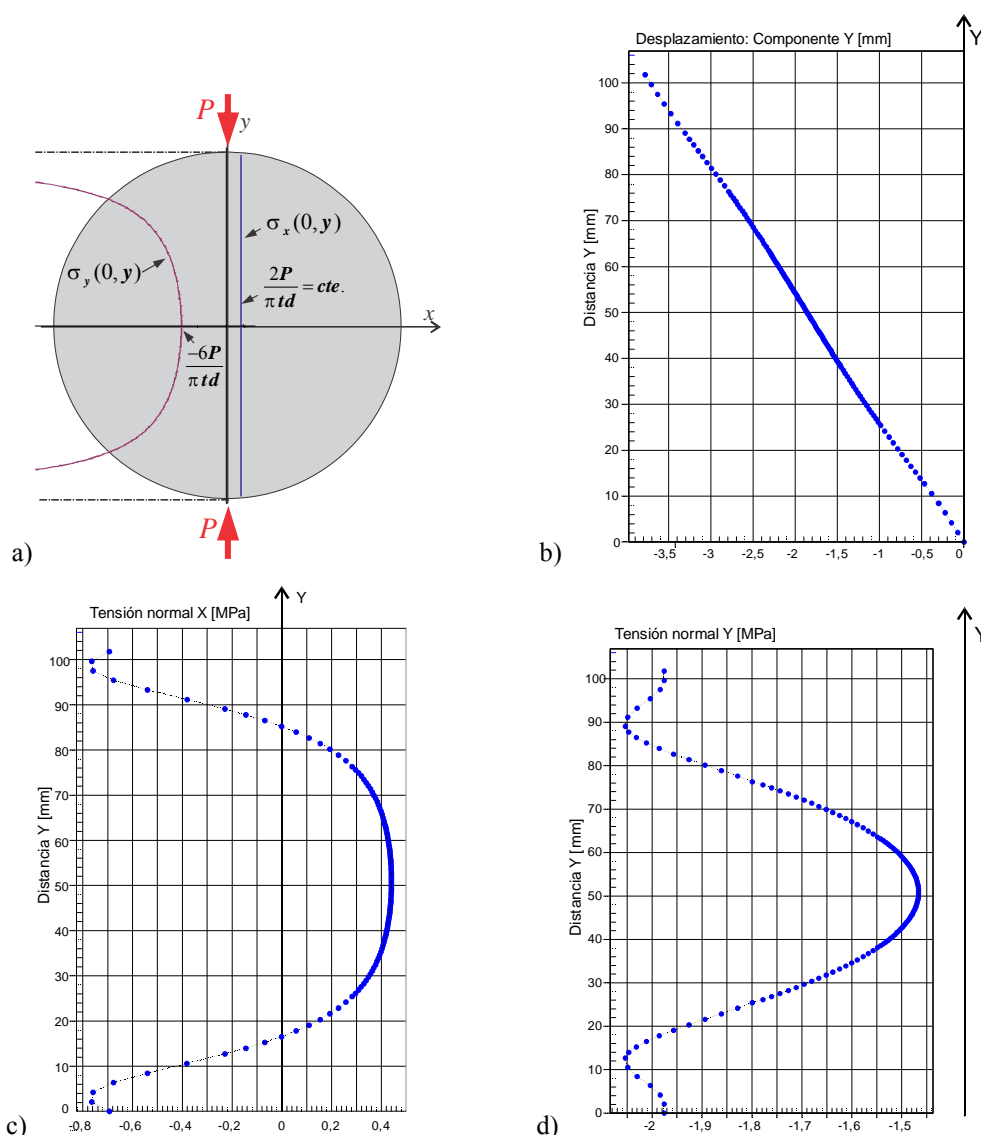


Figura 10: Distribución de desplazamientos y tensiones sobre el eje y correspondientes a la probeta N°3.  
 a) Distribución teórica, b) Corrimientos horizontales, c) Tensión normal x, d) Tensión normal y.

Se observa que la distribución de tensiones sobre el eje y, en el modelo de elementos finitos es similar a la distribución teórica (Figura 10a) en la zona central de la probeta y difiere significativamente respecto a la misma en las zonas extremas, cerca de los puntos de aplicación de la carga.

Finalmente para la probeta N°3, que fue ensayada a 25°C, se realizó un modelo de reticulado plano, identificando las barras traccionadas y comprimidas. Luego se modelaron las mismas asumiendo un comportamiento elástico con diferente rigidez a tracción y a compresión, ajustando el modelo esta vez simultáneamente con las curvas de ensayo  $P-\delta_h$  y  $P-\delta_v$ . La Figura 11a muestra el modelo de reticulado plano realizado, la Figura 11b muestra sólo las barras traccionadas y la Figura 11c las barras comprimidas.

Para mejorar el ajuste se consideró la hipótesis de comportamiento elasto-plástico en el caso de las barras sometidas a esfuerzos de tracción y se continuó asumiendo un comportamiento elástico en las barras comprimidas.

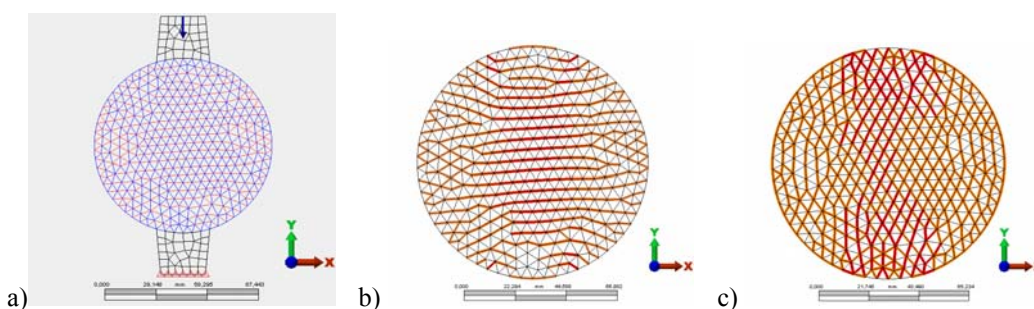


Figura 11: a) Probeta modelada mediante un reticulado plano. b) Barras traccionadas. c) Barras comprimidas

La Figura 12 muestra los ajustes mencionados y en la Tabla 7 se indican las propiedades del material obtenidas en cada caso, siendo  $E_t$  y  $E_c$  los módulos de elasticidad de las barras traccionadas y comprimidas respectivamente. En el caso del modelo elasto-plástico se obtuvo adicionalmente, para la barras traccionadas, el módulo de rigidización  $R_t$  por deformación plástica y el valor del límite elástico  $\sigma_e$ .

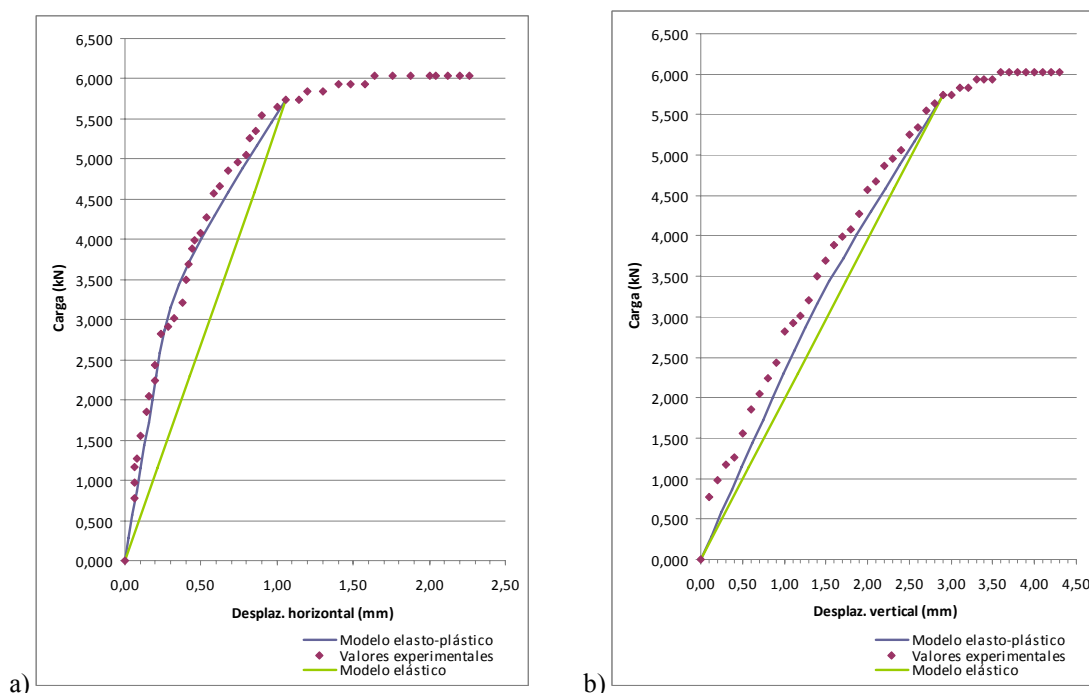


Figura 12: a) Ajuste de los modelos elástico y elasto-plástico con la curva de ensayo  $P-\delta_h$ .  
 b) Ajuste de los modelos elástico y elasto-plástico con la curva de ensayo  $P-\delta_v$ .

Modelo	$E_t$ [MPa]	$R_t$ [MPa]	$\sigma_e$ [MPa]	$E_c$ [MPa]
Elástico	48.5	-	-	63.2
Elasto-plástico	110.0	19.0	0.49	66.0

Tabla 7: Propiedades del material que constituye el modelo de reticulado

Se observa en los gráficos de la Figura 12 la buena concordancia entre los valores experimentales y la curva obtenida con el modelo elasto-plástico.



### 3.2 Modelo para ensayo Marshall

Se realizó un modelo en elementos finitos para reproducir la probeta ensayada con la metodología Marshall. A diferencia del ensayo anterior, las mordazas están en contacto con la probeta en gran parte del contorno, como puede apreciarse en la Figura 13.

Para definir el número de elementos del modelo, se realizó un análisis de convergencia mediante la confección de 3 mallas de diferente densidad, como se muestra en la Tabla 8 y en la Figura 14.

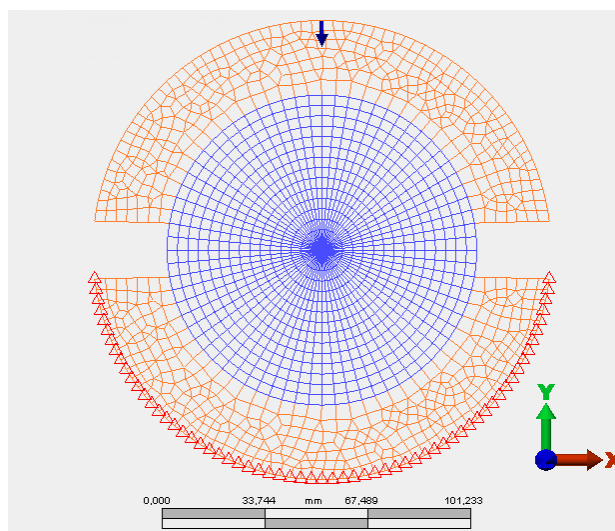


Figura 13: Ensayo Marshall: Modelo en elementos finitos de la probeta y mordazas.

Nº de elementos	E [MPa]
1080	20,80
3000	22,00
6300	22,10

Tabla 8: Análisis de convergencia del módulo de elasticidad, obtenido para el modelo de la probeta para ensayo Marshall.

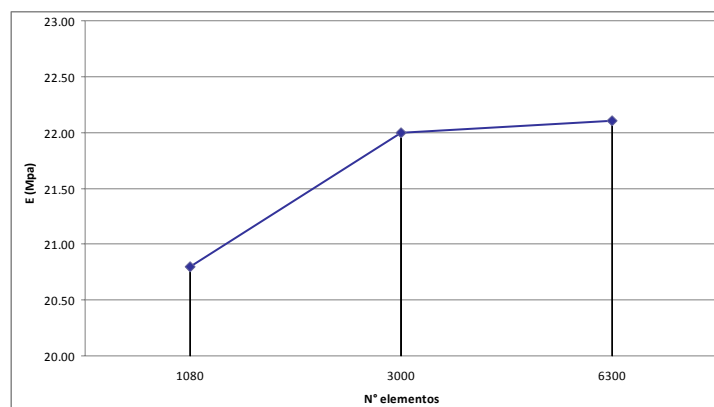


Figura 14: Análisis de convergencia del módulo de elasticidad obtenido para el modelo de la probeta.

Se consideró como primer aproximación un modelo de comportamiento elástico y posteriormente se realizó un análisis elasto-plástico con pequeñas deformaciones y con endurecimiento isotrópico.

Ambos modelos se ajustaron mediante los datos obtenidos de la curva de ensayo correspondiente (Figura 5). En el diagrama de la Figura 15a se observa el ajuste del modelo elástico con la curva de ensayo  $P-\delta_v$ , y en el diagrama de la Figura 15b se tiene el correspondiente ajuste del modelo elasto-plástico.

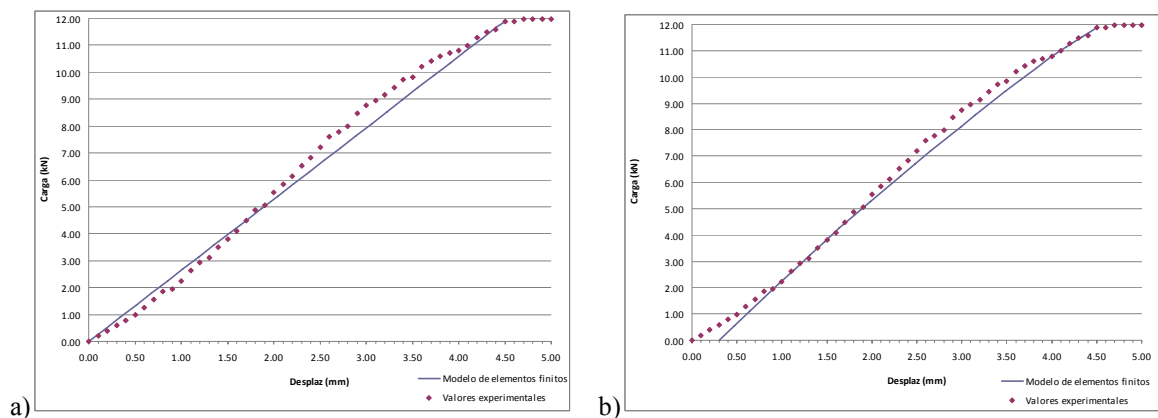


Figura 15: Ensayo Marshall: Ajuste entre el modelo y la curva de ensayo.

a) Modelo elástico, b) Modelo elasto-plástico.

En la Tabla 9 se muestran los valores de tensión y deformación obtenidos en el centro de la probeta, para ambos análisis.

Ajuste del modelo con la probeta ensayada							Valores calculados con elementos finitos			
Modelo	T [°C]	$P_{max}$ [kN]	$\delta_v$ [mm]	$E$ [MPa]	$R$ [MPa]	$\sigma_e$ [MPa]	Valores en el centro de la probeta			
							$\sigma_x$ [MPa]	$\sigma_y$ [MPa]	$\epsilon_x$ [m/m]	$\epsilon_y$ [m/m]
elástico	60	11.87	4.50	22.1	-	-	-0.704	-1.198	-0.0129	-0.0430
elasto-plástico	60	11.87	4.50	27.0	17.5	1.10	-0.750	-1.345	-0.0104	-0.0412

Tabla 9: Resultados obtenidos con elementos finitos para el modelo elástico y para el modelo elasto-plástico de la probeta para ensayo Marshall.  $\nu = 0.35$ .

La Figura 16 muestra cualitativamente el inicio y progreso de la plastificación de la mezcla en el modelo elasto-plástico.

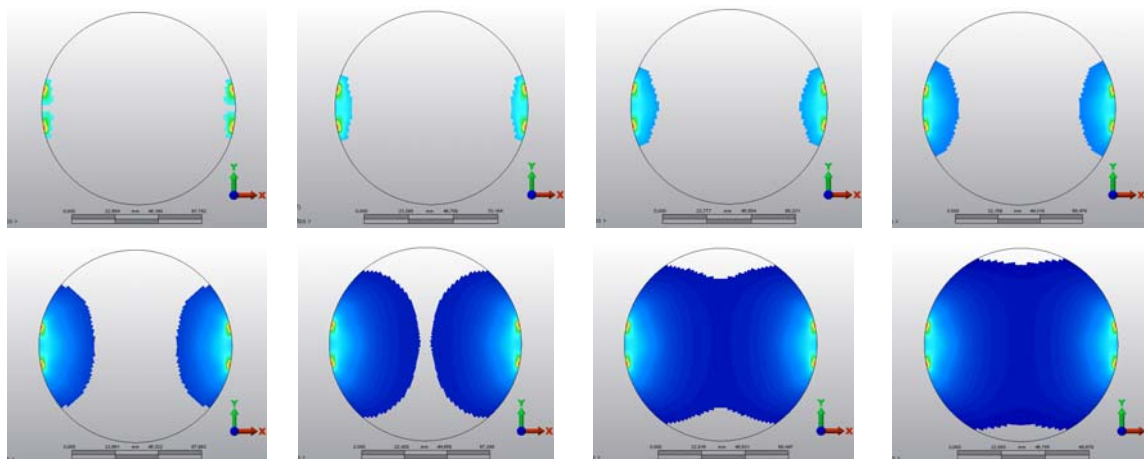


Figura 16: Inicio y progreso de la plastificación de la mezcla en el modelo elasto-plástico.

En la Figura 17a se muestra la deformación horizontal de la probeta a lo largo del eje  $x$ , mientras que en las Figuras 17b y 17c se tienen las componentes de tensión normal, también a lo largo de dicho eje.

**Modelo elástico:** Valores sobre el eje  $x$

**Modelo elasto-plástico:** Valores sobre el eje  $x$

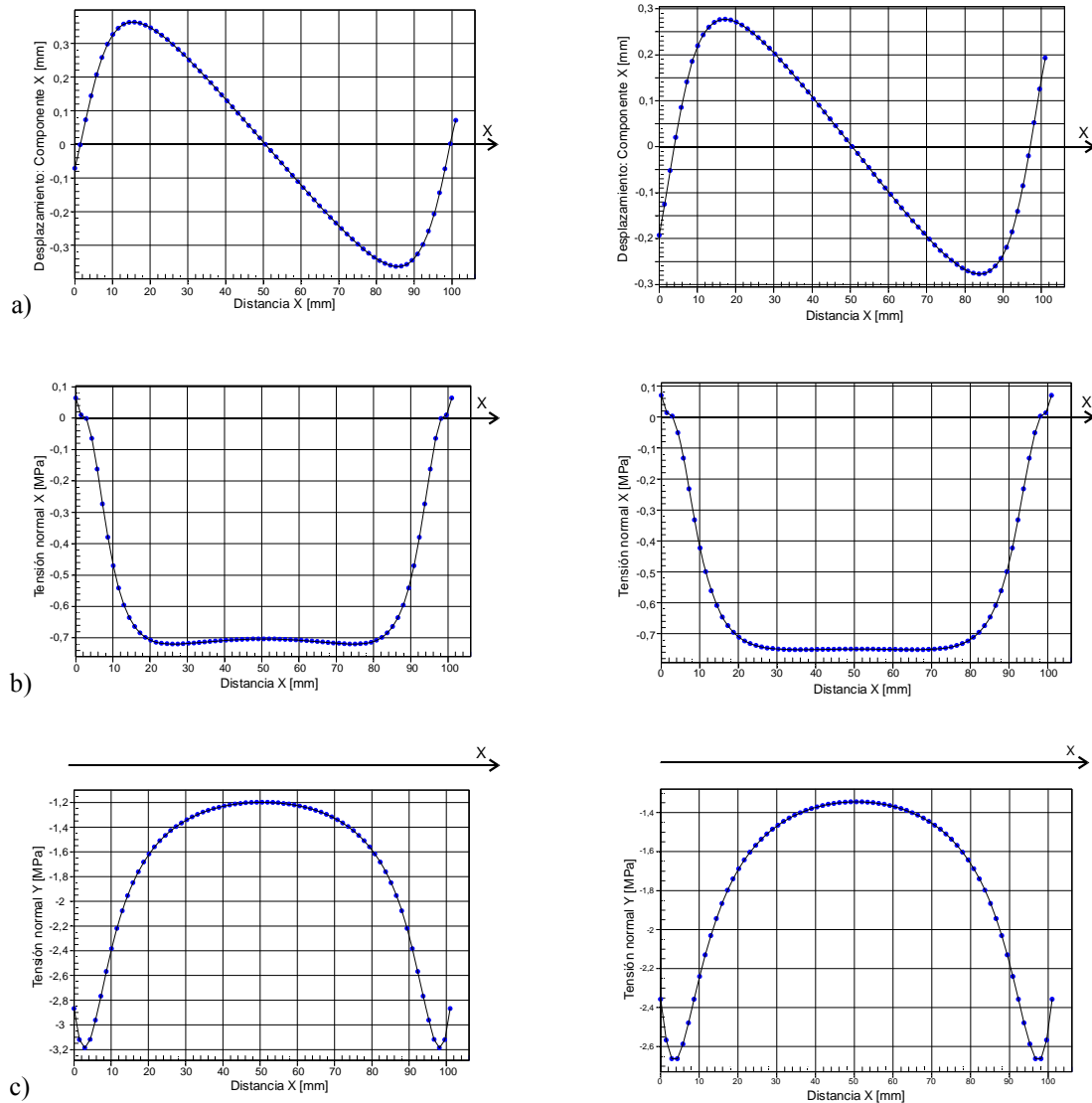


Figura 17: Distribución de desplazamientos y tensiones sobre el eje  $x$  correspondientes al modelo elástico y elasto-plástico. a) corrimientos horizontales, b) tensión normal  $x$ , c) tensión normal  $y$ .

De un modo similar se presenta en las Figuras 18a-c el corrimiento vertical y las componentes de tensión normal a lo largo del eje  $y$ .

**Modelo elástico:** Valores sobre el eje y

**Modelo elasto-plástico:** Valores sobre el eje y

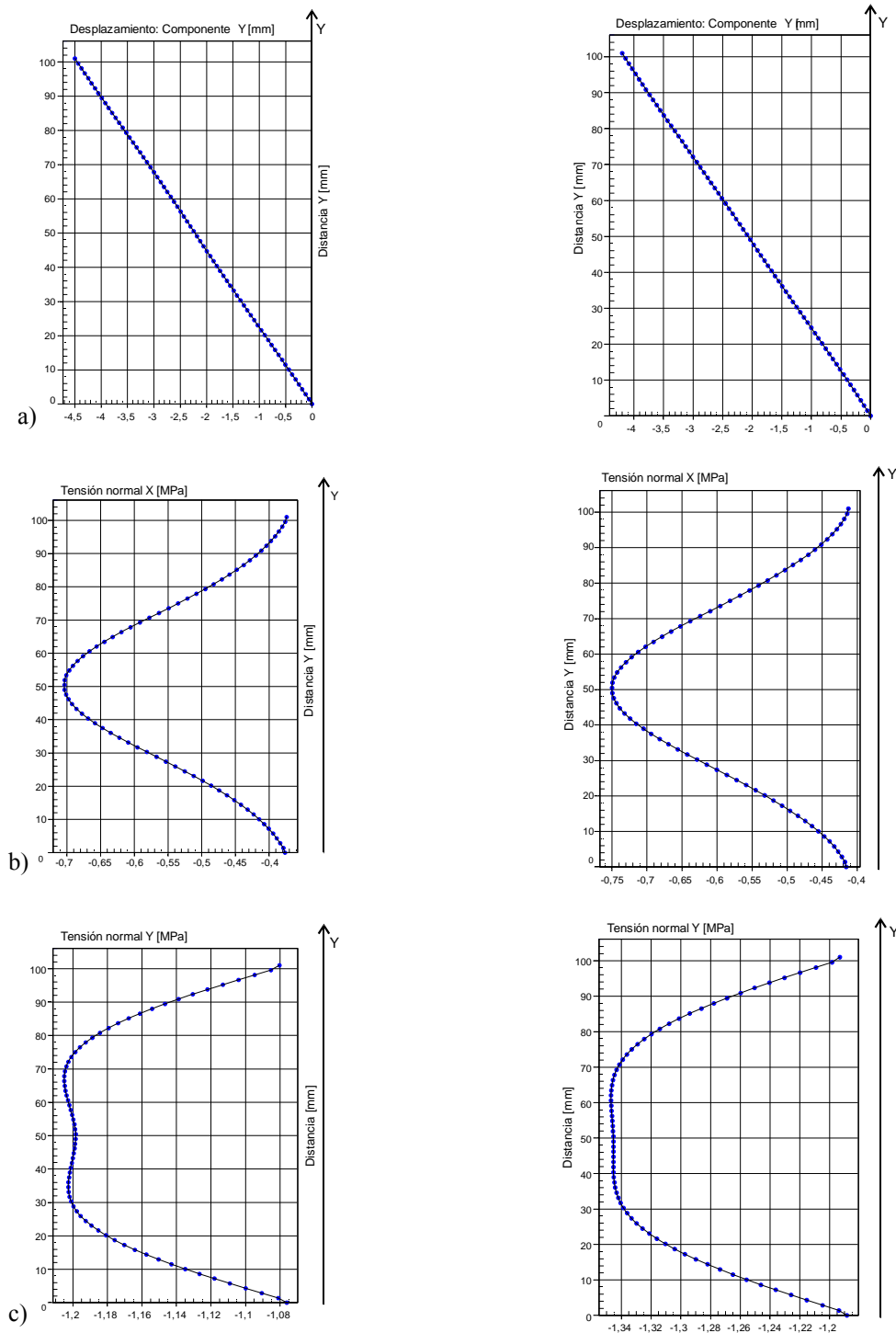


Figura 18: Distribución de desplazamientos y tensiones sobre el eje y correspondientes al modelo elástico y elasto-plástico. a) corrimientos horizontales, b) tensión normal  $x$ , c) tensión normal  $y$ .

Puede apreciarse, que la distribución de tensiones en el interior de la probeta es similar en forma, en ambos modelos.

#### 4 DISCUSIÓN DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En la faz experimental se observa que aún bajo condiciones de ensayo normalizado y con mezclas asfálticas muy similares pueden obtenerse probetas con propiedades mecánicas significativamente diferentes, lo que hace de la simulación numérica una herramienta de análisis muy valiosa.

El modelo elástico realizado con elementos finitos ofrece una buena alternativa para representar numéricamente las condiciones de ensayo de tracción indirecta por compresión diametral, especialmente en el caso de las probetas ensayadas a 25 °C.

Por otra parte puede apreciarse que dicho modelo permite observar diferencias significativas con los resultados arrojados por las expresiones analíticas, fundamentalmente en la distribución de tensiones a lo largo del eje y.

Debido a la elevada sensibilidad de las propiedades mecánicas del material a la temperatura de la mezcla, el modelo elástico pierde considerable precisión cuando la probeta es ensayada a 60°C, en cuyo caso se requiere tener en cuenta el comportamiento plástico.

Un modelo más adecuado que escapa al alcance del presente trabajo debería tener en cuenta las propiedades viscoelásticas del material ligante y un criterio de fluencia más adecuado a las características de la mezcla analizada.

No obstante se concluye que aún los modelos numéricos más simples aportan considerable información que complementan el proceso de caracterización realizado por medio de los ensayos experimentales.

#### Agradecimientos

Este trabajo se desarrolló en el Departamento de Ingeniería bajo el auspicio de la Secretaría General de Ciencia y Tecnología de la Universidad Nacional del Sur (UNS) y del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), contándose con la invaluable colaboración de docentes, alumnos y personal no docente del Laboratorio de Suelos y Carreteras del mencionado Departamento.

#### REFERENCIAS

- ALGOR V23.1, “*Linear Static Analysis*” and “*Nonlinear Static Analysis*”, Algor Inc. 2009.
- ASTM D 1559 Test Method for Resistance of Plastic Flow of Bituminous Mixtures Using Marshall Apparatus, 1989.
- Martínez F. y Angelone S., Un modelo micromecánico simplificado para mezclas asfálticas. *Reunión Anual del Asfalto*, Comisión Permanente del Asfalto de la Argentina, Mendoza, 2004.
- Martínez F. y Angelone S., Modelación micromecánica de mezclas asfálticas. *XIV Congreso Argentino de Vialidad y Tránsito*, Buenos Aires, 2005.
- NLT 346/90 Resistencia a compresión diametral (ensayo brasileño) de mezclas bituminosas. 1990.
- Norambuena-Contreras J., Castro-Fresno D., Del Coz J. J. y García P.J., Simulación numérica de una mezcla asfáltica usando MEF y diseño de experimentos. *Revista de la Construcción*, Santiago, Chile, **10(2)**, 4-15, 2011.
- Vidal Valencia J., Comportamiento dinámico de mezclas asfálticas. *Revista Universidad EAFIT*. Medellín, Colombia. **42(143)**, 72-88, 2006.
- Zienkiewicz, O.C., and Taylor, R.L., *The finite element method*, volume II. McGraw Hill, 1991.