

MODELACIÓN NUMÉRICA DEL COMPORTAMIENTO LATERAL DE PILOTES MEDIANTE ELEMENTOS DE VIGA EMBEBIDOS EN SÓLIDOS

Diego F. Turello ^a, Federico Pinto ^b, Pablo J. Sánchez ^c

^a*Becario Doctoral Interno, CONICET. Universidad Nacional de Córdoba. Universidad Tecnológica Nacional-FRSF, Santa Fe, Argentina. diegoturello@gmail.com.ar*

^b*Investigador CONICET, Departamento de Estructuras, F.C.E.F.yN., Universidad Nacional de Córdoba. Casilla de Correo 916, Córdoba, Argentina. fpinto@efn.uncor.edu*

^c*Investigador CONICET, CIMEC, Universidad Tecnológica Nacional-FRSF, Santa Fe, Argentina. psanchez@intec.unl.edu.ar*

Palabras Claves: Comportamiento lateral de pilotes, elementos embebidos, interacción suelo estructura.

Resumen. La modelación del problema de interacción suelo-pilote debido a cargas laterales mediante métodos numéricos requiere la representación de dos subdominios: suelo y pilote. Con el objeto de optimizar el proceso de modelación, resulta atractiva la idea de representar el pilote mediante elementos de viga y el suelo mediante elementos de sólidos. En los últimos años se desarrolló el concepto de elementos de vigas embebidos en sólidos, los cuales interactúan directamente con los elementos de sólidos circundantes en el contexto del Método de Elementos Finitos, a través de restricciones cinemáticas. Los elementos embebidos han adquirido notable popularidad debido a su gran atractivo computacional, y debido a su disponibilidad en programas comerciales, sin embargo, debido a las distintas alternativas posibles para imponer las restricciones cinemáticas, se logran diferentes modelos de interacción suelo estructura. En este trabajo se comparan la performance numérica de distintos elementos finitos de vigas embebidos en sólidos entre sí y con distintas soluciones de referencia, a fin de desarrollar conclusiones respecto a las posibilidades de modelación numérica para este tipo de problemas.

1 INTRODUCCION

La estimación de la respuesta mecánica de pilotes sometidos a carga lateral está fuertemente influenciada por la interacción suelo estructura que se desarrolla en la superficie del pilote, por la relación entre las rigideces relativas entre el suelo y el pilote y por el rango de cargas al que está sometido.

A la hora de hacer estimaciones confiables sobre esta respuesta mecánica, se pueden utilizar modelos de complejidad creciente: desde modelos de vigas sobre fundación elástica bidimensionales, métodos de curvas de transferencia de carga, métodos de equilibrio límite, llegando a modelos de elementos finitos tridimensionales.

La técnica de elementos finitos, si bien se aplica a la resolución de estos problemas, lleva consigo un costo computacional elevado si se pretende modelar mediante elementos sólidos el suelo y pilote, dado que en general resultan modelos tridimensionales (3D) con un gran número de grados de libertad ya que el tamaño de malla se ve influenciado por el tamaño de los pilotes a modelar mediante elementos finitos. Estas limitaciones han sido evitadas mediante modelos de elemento de contorno (por ejemplo, Pinto y Prato, 2006), los cuales sin embargo poseen ciertas limitaciones para problemas no lineales.

Además, en los modelos 3D de pilotes resulta compleja la vinculación con la superestructura, la cual es práctica común modelarla mediante elementos de viga.

Para resolver estas limitaciones de los modelos de elementos finitos, se han planteado elementos de viga embebidos (Sadek y Shahrour, 2004) en los cuales el suelo es representado mediante elementos sólidos y los pilotes mediante modelos de viga embebidos, donde se debe prestar atención a la hora de ensamblar la contribución de los elementos de viga en el problema de sólidos, debido a la diferencia de significado físico entre las variables nodales, como consecuencia de las diferentes aproximaciones cinemáticas. Cabe destacar que los elementos embebidos propuestos por Sadek y Shahrour (2004) no consideran la transferencia de cargas entre suelo y pilote a través de una superficie de interacción en forma explícita, y degeneran en un simple ensamble de una matriz de rigidez de viga con una de sólido para el caso en que el eje del pilote coincida con una arista del elemento de sólido.

Según los resultados obtenidos en trabajos anteriores de Turello y Pinto (2011), este tipo de aproximación carece de sentido mecánico estricto, hecho que se traduce al modelo numérico exhibiendo una falta de convergencia para tamaños de malla decrecientes en los modelos de elementos de viga convencionales embebidos en sólidos. Para evitar este inconveniente se desarrolló un elemento de viga embebido con fuerzas de contorno definidas en una superficie de interacción finita.

En este trabajo se muestra la capacidad de modelar pilotes a carga lateral de los distintos elementos propuestos para vigas embebidas en sólidos.

2 ELEMENTOS EMBEBIDOS

2.1 Formulación del elemento de pilote embebido

En este modelo se explicita la superficie de interacción (Ω) entre el elemento de sólido y el elemento de viga de manera que la transferencia de carga se realice a través de esta superficie, como se muestra en el esquema de la [Figura 1](#).

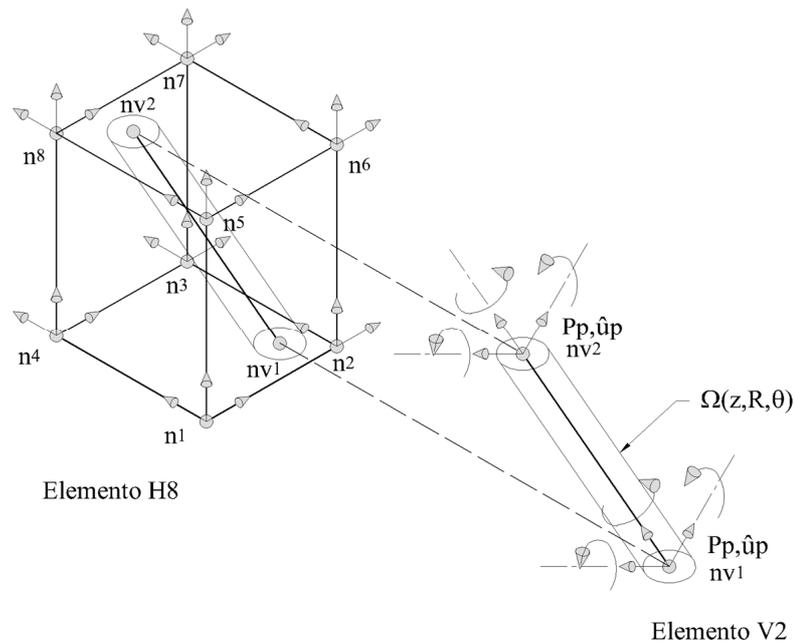


Figura 1: Esquema del pilote embebido con superficie de interacción. Elemento H8-V2.

Se define la interpolación indicada en la Eq.(1) para los desplazamientos en la superficie de interacción, u_s , en función de los desplazamientos nodales de sólido \hat{u}_s , donde las \mathbf{N}_u^s son las funciones de interpolación utilizadas en los elementos de sólido.

$$u_s = \mathbf{N}_u^s \hat{u}_s \quad (1)$$

Por otra parte, se definen las interpolaciones indicadas en las Eq.(2) para los desplazamientos y fuerzas de interacción en la superficie de interacción en función de los desplazamientos nodales de vigas \hat{u}_p , y las fuerzas distribuidas evaluadas en los nodos de vigas \hat{f}_p .

$$\begin{aligned} u_p &= \mathbf{H}_u^p \hat{u}_p \\ f_p &= \mathbf{H}_f^p \hat{f}_p \end{aligned} \quad (2)$$

Donde \mathbf{H}_u^p y \mathbf{H}_f^p son las matrices de interpolación de desplazamientos y fuerzas distribuidas, respectivamente.

La ecuación de equilibrio de la viga puede resumirse mediante las siguientes expresiones

$$\begin{aligned}
\mathbf{K}_p \hat{u}_p &= P_p \\
P_p &= \mathbf{B} \hat{f}_p \\
\text{con} & \\
\mathbf{B} &= \int_{\Omega} \mathbf{H}_u^p{}^T \mathbf{H}_f^p d\Omega
\end{aligned} \tag{3}$$

Donde \mathbf{K}_p es la matriz de rigidez 3D convencional de viga mediante la cual se modela el pilote, P_p son las fuerzas nodales consistentes, y Ω es la superficie de interacción.

Dado que la interpolación de desplazamientos del pilote se realiza en función del mismo número de grados de libertad (gdl) al utilizado para la interpolación de fuerzas, la matriz \mathbf{B} resulta cuadrada. Además, como la interpolación de fuerzas se elige de la misma forma que la interpolación cinemática, la matriz \mathbf{B} resulta invertible.

Planteando la igualdad del trabajo virtual realizado en la superficie Ω por el sistema de fuerzas distribuidas y las cargas nodales equivalentes, ante un desplazamiento virtual de la superficie de interacción, y haciendo uso de la Eq.(3) se llega a expresar el vector de cargas nodales equivalentes del sólido, P_s , en función de los desplazamientos nodales de la viga, como se indica en la Eq.(4), donde la matriz \mathbf{A} resulta en general rectangular.

$$\begin{aligned}
P_s &= \mathbf{A} \mathbf{B}^{-1} \mathbf{K}_p \hat{u}_p \\
\text{con} & \\
\mathbf{A} &= \int_{\Omega} \mathbf{N}_u^s{}^T \mathbf{H}_f^p d\Omega
\end{aligned} \tag{4}$$

Similarmente, planteando la igualdad de trabajo virtual en la superficie Ω desarrollado por un sistema de fuerzas distribuidas arbitrario, cuando la superficie se interpola en función de los desplazamientos nodales de vigas y de sólidos respectivamente, se llega a la Eq.(5).

$$\mathbf{A}^T \hat{u}_s = \mathbf{B}^T \hat{u}_p \tag{5}$$

Despejando los desplazamientos nodales de la viga, \hat{u}_p , en función de los del sólido, \hat{u}_s , y reemplazando en la Eq.(4) se llega a expresar la matriz de rigidez equivalente de viga en función de los grados de libertad del sólido como se muestra en las Eq.(6).

$$\begin{aligned}
P_s &= \mathbf{A} \mathbf{B}^{-1} \mathbf{K}_p \hat{u}_p = \mathbf{A} \mathbf{B}^{-1} \mathbf{K}_p \mathbf{B}^{-T} \mathbf{A}^T \hat{u}_s \\
P_s &= \mathbf{K}_p^s \hat{u}_s \\
\mathbf{K}_p^s &= \mathbf{A} \mathbf{B}^{-1} \mathbf{K}_p \mathbf{B}^{-T} \mathbf{A}^T
\end{aligned} \tag{6}$$

Donde \mathbf{K}_p^s la matriz representa la rigidez del elemento de viga, expresada en función de los grados de libertad del elemento de sólido. Esta matriz de rigidez es simétrica ya que hereda la simetría de la matriz de rigidez de vigas y relaciona las fuerzas nodales equivalentes en grados de libertad del sólido en función de los desplazamientos nodales equivalentes de la viga, expresados en grados de libertad de sólidos. Esta matriz puede ser ensamblada directamente con la matriz de rigidez de sólido clásica a fin de obtener la matriz de rigidez total del elemento de pilote embebido en medio continuo.

2.2 Parametrización de la superficie de interacción.

En la Figura 2 se muestra la parametrización utilizada para describir la posición de un punto sobre la superficie de interacción, en función de las variables R, r, ϑ , siendo R el radio del pilote, r la coordenada longitudinal a lo largo del eje del elemento unidimensional y ϑ el ángulo medido desde el eje global 1, y adoptando como sentido positivo las coordenadas crecientes.

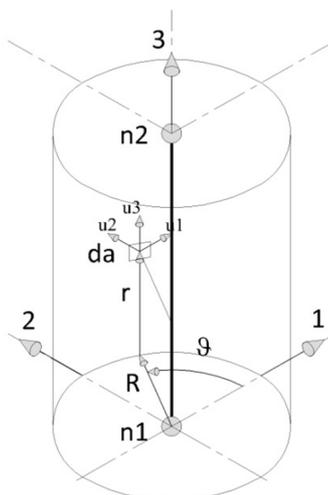


Figura 2: Parametrización en la superficie de interacción.

2.3 Interpolación de la cinemática.

Se asume que el campo de desplazamientos según el eje 1 es debido a la flexión en el plano 1-3 y a las componentes debido a la torsión, mientras que el campo de desplazamiento en dirección 2 es debido a la flexión en el plano 2-3 y a las componentes de torsión en esa dirección. Para el campo de desplazamientos según el eje 3 se suman las contribuciones debidas al propio desplazamiento según ese eje del pilote más las contribuciones debidas a la flexión en los otros dos planos. En la Figura 3 se muestra la convención de signos utilizada en flexión y en la Figura 4 la utilizada en torsión.

Para la flexión se tiene que:

$$\begin{aligned}
 u_1 &= \phi^I \hat{u}_1^I + \phi^I \hat{\theta}_2^I \\
 u_2 &= \phi^I \hat{u}_2^I - \phi^I \hat{\theta}_1^I \\
 u_3 &= -\frac{du_1}{dx_3} RC_\vartheta + \frac{du_2}{dx_3} RS_\vartheta = -(\phi_{,x}^I \hat{u}_1^I + \phi_{,x}^I \hat{\theta}_2^I) RC_\vartheta + (\phi_{,x}^I \hat{u}_2^I - \phi_{,x}^I \hat{\theta}_1^I) RS_\vartheta
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

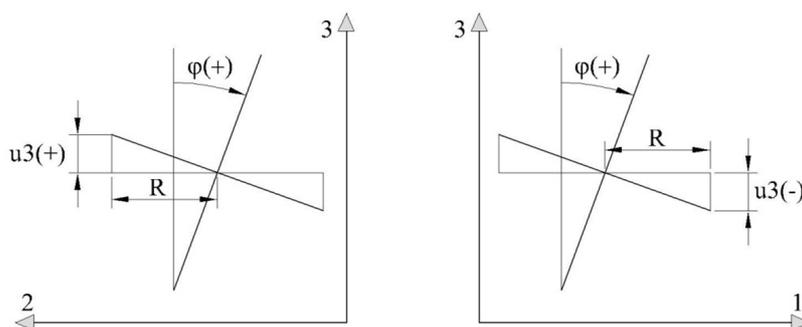


Figura 3: Convención de signos utilizada en flexión.

La contribución del propio desplazamiento según el eje 3 resulta:

$$u_3 = N^I \hat{u}_3^I \quad (8)$$

La contribución debido a torsión puede escribirse como:

$$\begin{aligned} u_1 &= -N^I \hat{\theta}_3^I R S_\vartheta \\ u_2 &= +N^I \hat{\theta}_3^I R C_\vartheta \end{aligned} \quad (9)$$

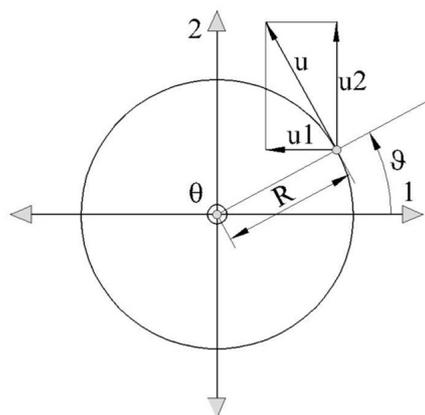


Figura 4: Convención de signos utilizada en torsión.

Sumando las contribuciones de los distintos mecanismos, se obtiene la siguiente expresión matricial:

$$u = \mathbf{H}_u \hat{u}$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi^I & & & \phi^I & -N^I R S_\vartheta \\ & \phi^I & & -\phi^I & +N^I R C_\vartheta \\ -\phi_{,x}^I R C_\vartheta & \phi_{,x}^I R S_\vartheta & N^I & -\phi_{,x}^I R S_\vartheta & -\phi_{,x}^I R C_\vartheta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{u}_1^I \\ \hat{u}_2^I \\ \hat{u}_3^I \\ \hat{\theta}_1^I \\ \hat{\theta}_2^I \\ \hat{\theta}_3^I \end{bmatrix} ; \quad I = 1, 2 \quad (10)$$

donde $C_\vartheta = \cos(\vartheta)$, $S_\vartheta = \sin(\vartheta)$.

2.4 Interpolación de las fuerzas de contacto

Para el campo de fuerzas de contacto sobre la superficie de interacción se adopta la misma interpolación que la considerada para la interpolación de la cinemática, salvo los coeficientes apropiados a cada término para llevar las cargas distribuidas en el eje del pilote al perímetro del mismo.

Para las fuerzas distribuidas se tiene que por equilibrio se deben satisfacer las siguientes igualdades:

$$f_i = \oint_P f_{ip} dL = f_{ip} \oint_P dL = f_{ip} 2\pi R \rightarrow f_{ip} = \frac{f_i}{2\pi R} \quad ; \quad i = 1, 2, 3$$

$$\Theta_1 = \oint_P f_{3p} x_2 dL = \int_0^{2\pi} f_{3p \text{ máx}} \sin(\varphi) R \sin(\varphi) R d\varphi = \int_0^{2\pi} f_{3p \text{ máx}} \sin^2(\varphi) R^2 d\varphi = \quad (11)$$

$$\Theta_1 = f_{3p \text{ máx}} R^2 \left[\frac{\varphi}{2} - \frac{\sin(2\varphi)}{4} \right]_0^{2\pi} = f_{3p \text{ máx}} R^2 \pi \rightarrow f_{3p \text{ máx}} = \frac{\Theta_1}{\pi R^2}$$

De la misma manera se tiene para el eje 2:

$$f_{3p \text{ máx}} = \frac{\Theta_2}{\pi R^2} \quad (12)$$

Para la torsión se tiene que:

$$\Theta_3 = \oint_P f_{1-2p} R dL = \int_0^{2\pi} f_{1-2p} R^2 d\varphi = f_{1-2p} R^2 \varphi \Big|_0^{2\pi} = f_{1-2p} 2\pi R^2 \rightarrow f_{1-2p} = \frac{\Theta_3}{2\pi R^2} \quad (13)$$

Proyectando los valores sobre los ejes, se obtiene:

$$f_{1p} = -\frac{\Theta_3 R S_g}{2\pi R^2}$$

$$f_{2p} = +\frac{\Theta_3 R C_g}{2\pi R^2} \quad (14)$$

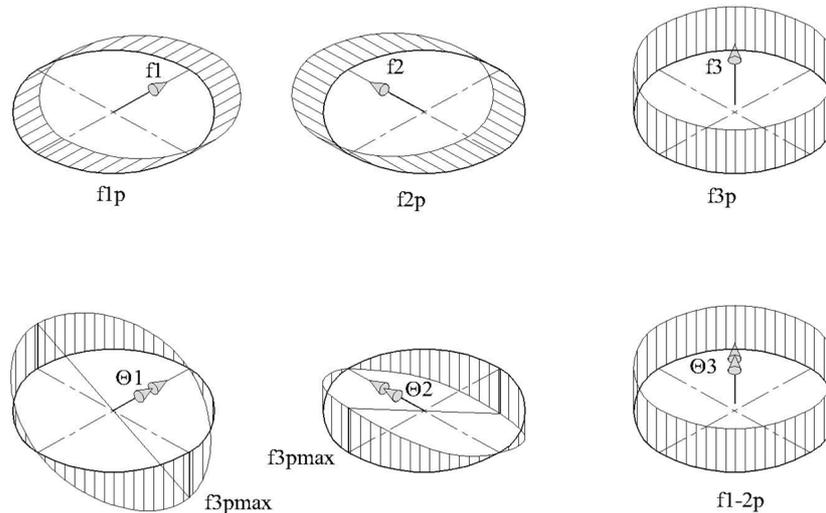


Figura 5: Transformación de fuerzas en el eje del pilote en fuerzas distribuidas en la superficie de interacción.

donde los valores de amplitud de fuerza, f , se encuentran ilustrados esquemáticamente en la [Figura 5](#).

Finalmente, se escribe la matriz de interpolación de fuerzas como:

$$f = \mathbf{H}_f \hat{f}$$

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\phi^I}{2\pi R} & & & \frac{\phi^I}{\pi R^2} & \frac{-N^I R S_g}{2\pi R^2} \\ & \frac{\phi^I}{2\pi R} & & \frac{-\phi^I}{\pi R^2} & \frac{+N^I R C_g}{2\pi R^2} \\ \frac{-\phi_{,x}^I R C_g}{2\pi R} & \frac{\phi_{,x}^I R S_g}{2\pi R} & \frac{N^I}{2\pi R} & \frac{-\phi_{,x}^I R S_g}{\pi R^2} & \frac{-\phi_{,x}^I R C_g}{\pi R^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{f}_1^I \\ \hat{f}_2^I \\ \hat{f}_3^I \\ \hat{\Theta}_1^I \\ \hat{\Theta}_2^I \\ \hat{\Theta}_3^I \end{bmatrix}; \quad I=1,2 \quad (15)$$

2.5 Comportamiento cinemático del elemento embebido

Dado que se pueden expresar los desplazamientos nodales de la viga en función de los desplazamientos nodales del sólido, como se indica en la Eq. (16), se impone un gradiente de desplazamientos a un elemento de sólido a fin de estudiar la respuesta recuperada por el elemento de viga.

$$\hat{u}_p = \mathbf{B}^{-T} \mathbf{A}^T \hat{u}_s \quad (16)$$

De esta manera la posición deformada de los nudos sólidos se obtiene según la Eq. (17).

$$\mathbf{x} = c_{(t)} + \mathbf{F}_{(t)} \mathbf{X} \quad (17)$$

Donde $c_{(t)}$ es el movimiento de cuerpo rígido y $\mathbf{F}_{(t)}$ es el gradiente de deformación.

Se observa que para elementos sólidos hexaédricos de 8 y 27 nodos (H8 y H27 respectivamente) y para elementos de vigas de 2 y 3 nodos (V2 y V3 respectivamente) se recupera la deformación esperada cuando el gradiente de deformación es simplemente una rotación de cuerpo rígido. Cuando el gradiente de deformación es principalmente una distorsión angular, que es el modo de deformación esperado en la cercanía del pilote dentro de la longitud activa del mismo, se puede ver un comportamiento distinto si se considera o no la contribución de fuerzas según el eje 3 en la superficie de interacción. Esto puede entenderse como comportamiento de “pilote rugoso” cuando se consideran estas fuerzas y como “pilote lubricado” o “liso” cuando se las ignora.

En la Figura 6 puede verse el comportamiento de un elemento embebido H8-V2 ante una distorsión impuesta al medio sólido. Se observa que al considerar todas las componentes de fuerzas de interacción; es decir el pilote rugoso, la deformada obtenida en el pilote es diferente a la del caso de pilote liso. En este último caso el eje del pilote permanece recto manifestándose solo un giro del mismo. En el caso de pilote rugoso, la deformada es tal que tiende a mantener paralelas las secciones extremas a las caras del elemento de suelo.

En la Figura 7 se muestra el caso de un elemento embebido H8-V3 donde se ve que el comportamiento es similar al caso anterior, siendo las diferencias entre rugoso y liso más pronunciadas.

En la Figura 8 y Figura 9 se muestra la respuesta de elemento embebido H27-V2 y un H27-V3 respectivamente, donde se puede ver un comportamiento similar a los casos anteriores.

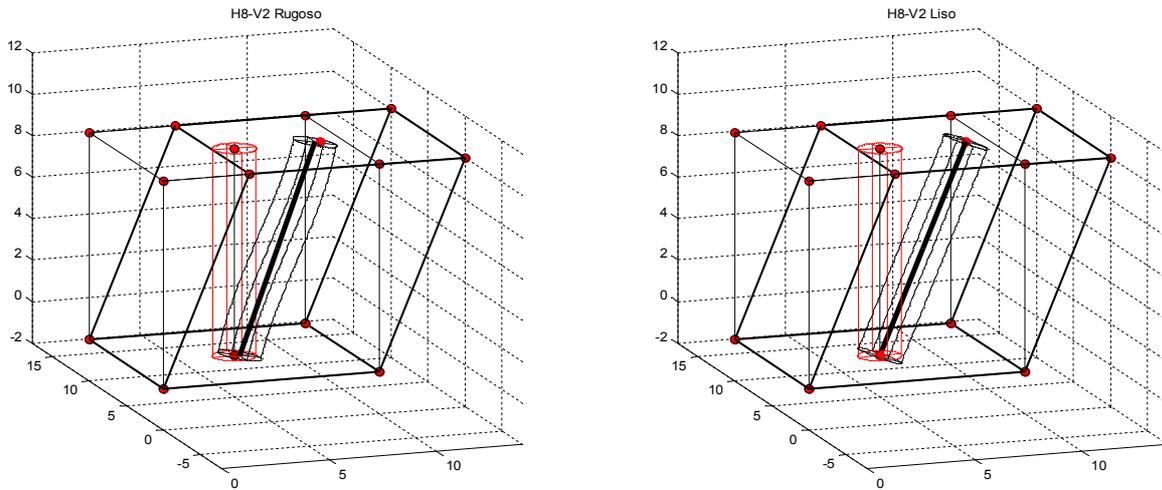


Figura 6: Elementos H8-V2. Comportamiento ante una deformación de corte inducida en el suelo.

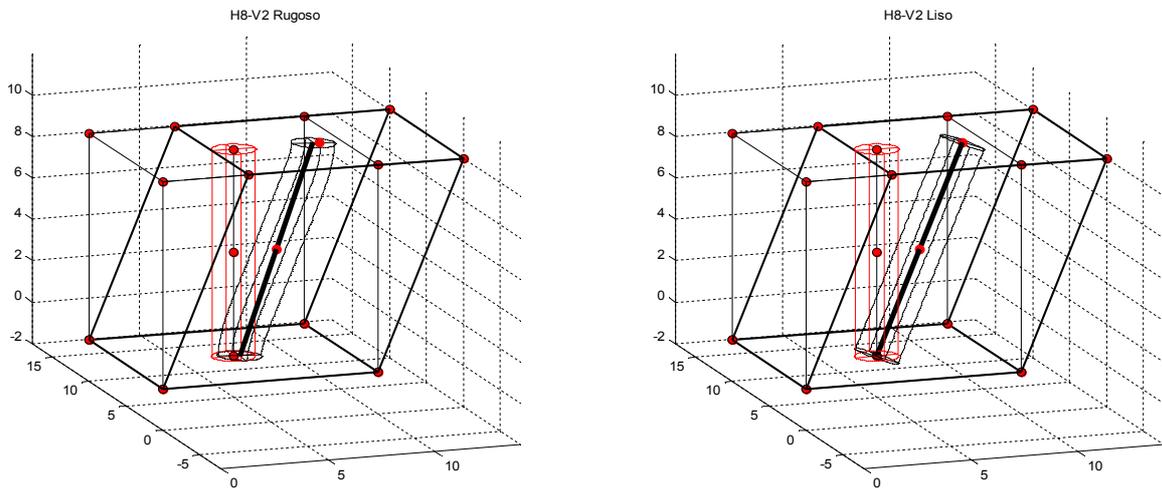


Figura 7: Elementos H8-V3. Comportamiento ante una deformación de corte inducida en el suelo.

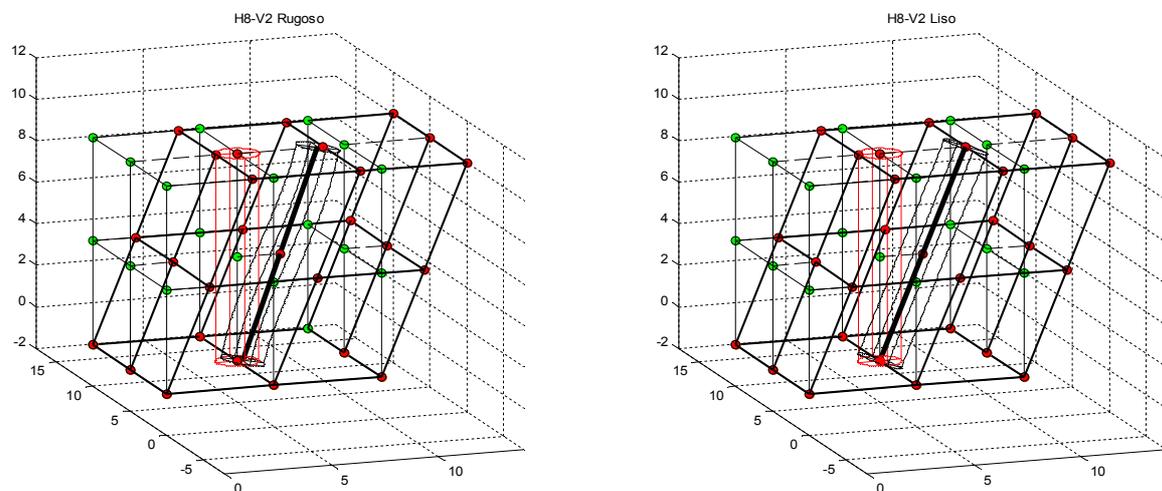


Figura 8: Elementos H27-V2. Comportamiento ante una deformación de corte inducida en el suelo.

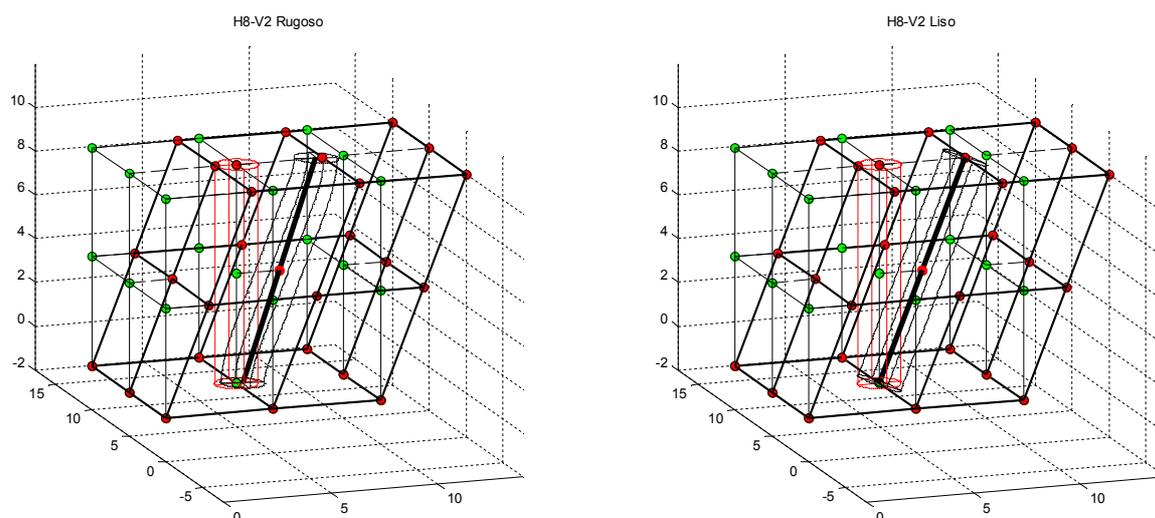


Figura 9: Elementos H27-V3. Comportamiento ante una deformación de corte inducida en el suelo.

3 MODELO COMPLETO 3D

3.1 Descripción del modelo

A fin de comparar los resultados obtenidos con los elementos embebidos, se realizó un modelo 3D completo del problema que consta en un pilote vertical de longitud suficiente para evitar un comportamiento de pilote corto, dispuesto en un medio elástico-lineal, isótropo y homogéneo, solicitado lateralmente por una carga puntual horizontal en la superficie.

El problema tiene un plano de simetría, que contiene la carga horizontal y el pilote y un plano de anti-simetría, que contiene al pilote y es perpendicular a la carga.

El tamaño del medio sólido se eligió de manera que los bordes no influyeran en la respuesta del pilote. En la Figura 10 se muestra una vista del modelo de elementos finitos 3D utilizado.

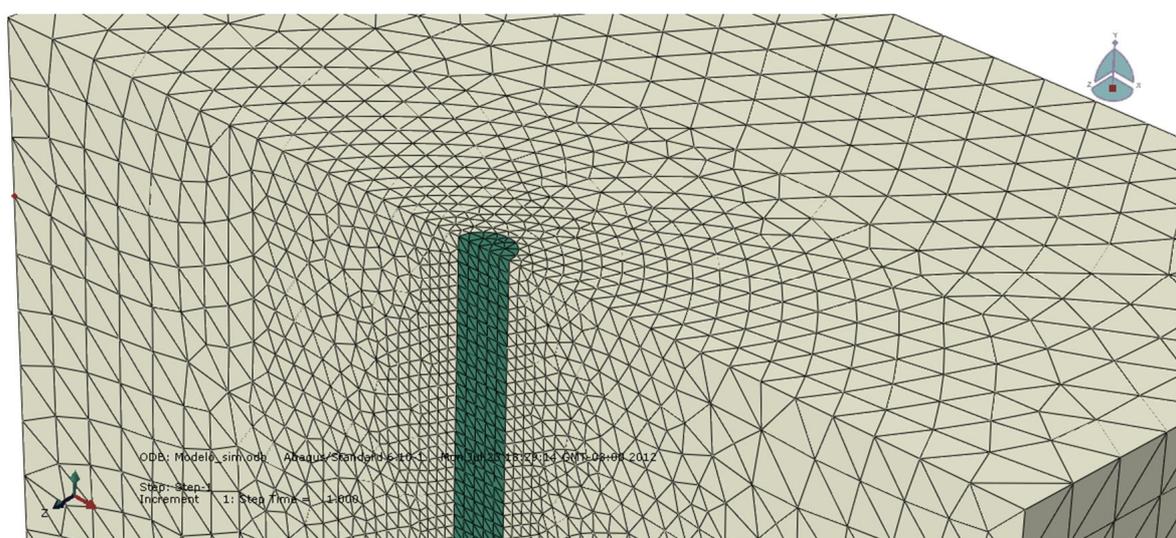


Figura 10: Vista del modelo 3D utilizado. Se muestra en diferentes colores los distintos materiales utilizados en el problema.

El modelo material de sólido que caracteriza al suelo y al pilote, queda definido mediante

los parámetros E, ν , siendo el módulo de elasticidad y coeficiente de Poisson, respectivamente.

Para la discretización de este modelo se utilizaron elementos de sólidos tridimensionales tetraédricos de 4 nodos, asignándose a cada dominio los datos de materiales correspondientes. Se considera una adhesión perfecta en la interface suelo-pilote.

Tanto para el suelo como para el pilote se utilizan modelos materiales elásticos-lineales, isótropos y homogéneos.

Sobre el pilote se aplica una carga en la superficie en dirección del eje 1 de 1Mpa de magnitud. Mediante el modelo se obtienen los desplazamientos en el eje del pilote y la curvatura del mismo, calculada a partir de las deformaciones en el sentido del eje del pilote y su distancia al eje. Con dicha curvatura se calculan los momentos flectores en el eje del pilote utilizando la teoría de vigas. Se analizaron dos situaciones distintas: una con suelo rígido (S1) y otra con un suelo blando (S2), en relación a los parámetros materiales del hormigón.

Los parámetros adoptados para el suelo y el hormigón son:

$$E_p = 30.000 \text{ Mpa}$$

$$\nu_p = 0.30$$

$$E_{s1} = 470 \text{ Mpa}$$

$$E_{s2} = 23,5 \text{ Mpa}$$

$$\nu_s = 0.25$$

Las dimensiones características del problema son:

$$L_p = 10.00 \text{ m}$$

$$D_p = 0.50 \text{ m}$$

3.2 Resultados del modelo completo 3D

En la [Figura 11](#) se muestran los desplazamientos horizontales U1 en el plano de simetría del problema, que pasa por el eje del pilote y contiene al eje 1 (eje paralelo a la carga aplicada), para el caso de pilote dispuesto en el suelo más rígido. En la figura puede apreciarse la validez de la hipótesis de Bernoulli referida a que las secciones planas se mantienen planas luego de la deformación para casos con comportamiento lineal. En la figura puede verse que los desplazamientos tienen un valor significativo hasta una profundidad de 3.5 diámetros aproximadamente.

En la [Figura 12](#) se muestran las deformaciones axiales en la dirección 2, E22, para el caso de suelo de $E_{s1}=470$ Mpa, donde puede observarse que los máximos y mínimos se dan aproximadamente en un plano ubicado a 1 diámetro de profundidad, indicando que en ese lugar se dan también los máximos momentos flectores sobre el pilote.

En la [Figura 13](#) se muestran los desplazamientos U1 referidos al plano de simetría para el caso de suelo blando ($E_{s2}=23.5$ Mpa), donde se aprecia que en este caso los desplazamientos son significativos hasta una profundidad de 6 diámetros aproximadamente.

En la [Figura 14](#) se muestran las deformaciones axiales E22 para el caso de suelo blando ($E_{s2}=23.5$ Mpa), donde se puede ver que los máximos y mínimos se dan aproximadamente en un plano ubicado a 2.6 diámetros de profundidad, indicando que en ese lugar se dan también los máximos momentos flectores sobre el pilote.

Mediante este modelo se obtienen los desplazamientos del eje del pilote y los momentos flectores, los cuales serán usados en las secciones siguientes como valores de referencia para los resultados de los elementos embebidos.

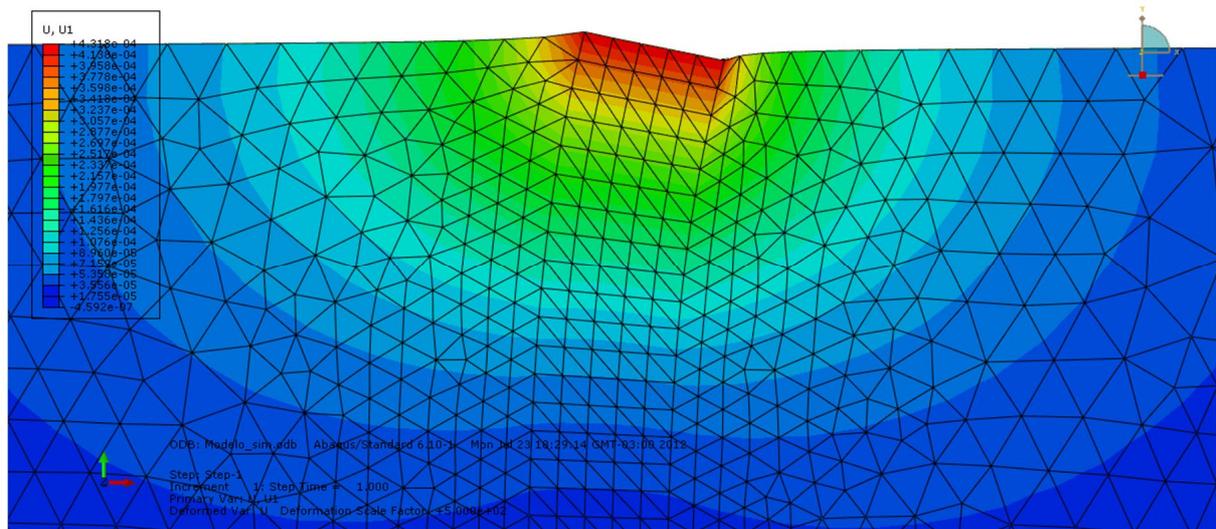


Figura 11: Desplazamientos U1 en el Modelo completo 3D para $E_{s1}=470\text{Mpa}$

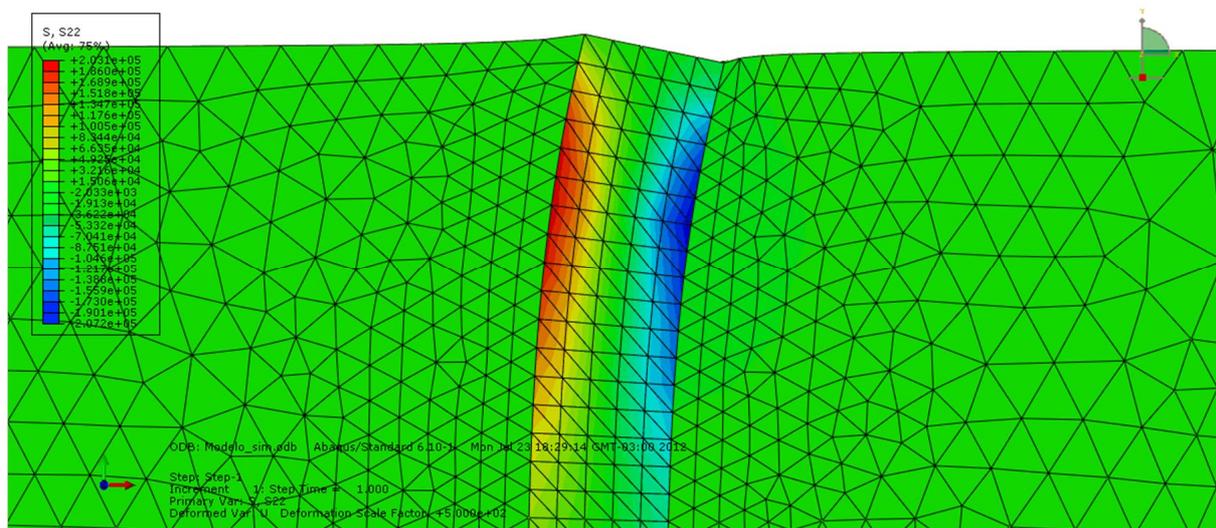


Figura 12: Deformaciones E22 en el Modelo completo 3D para $E_{s1}=470\text{Mpa}$.

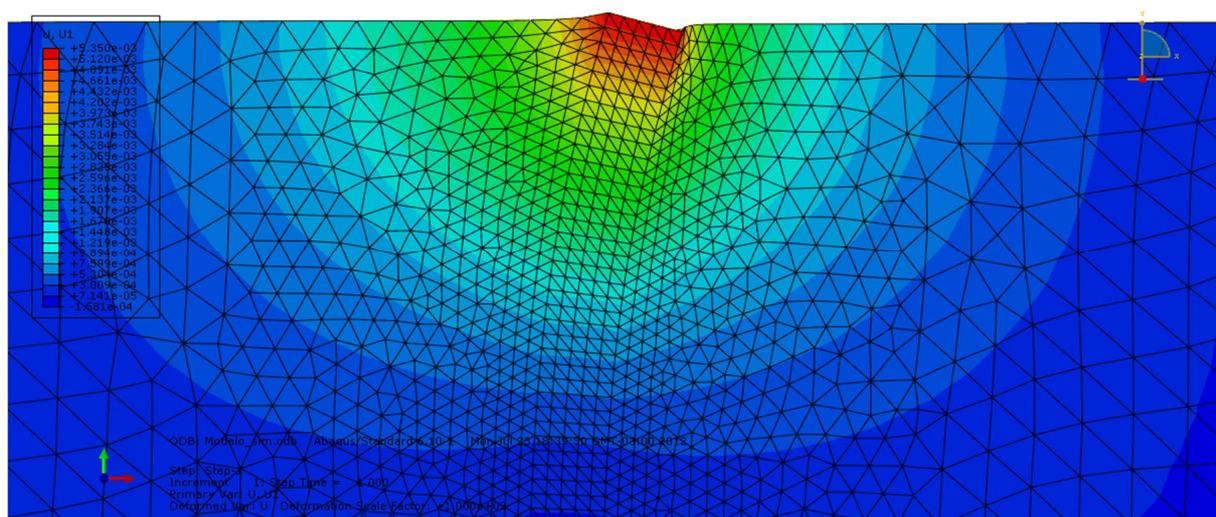


Figura 13: Desplazamientos U1 en el Modelo completo 3D para $E_{s2}=23.5\text{Mpa}$

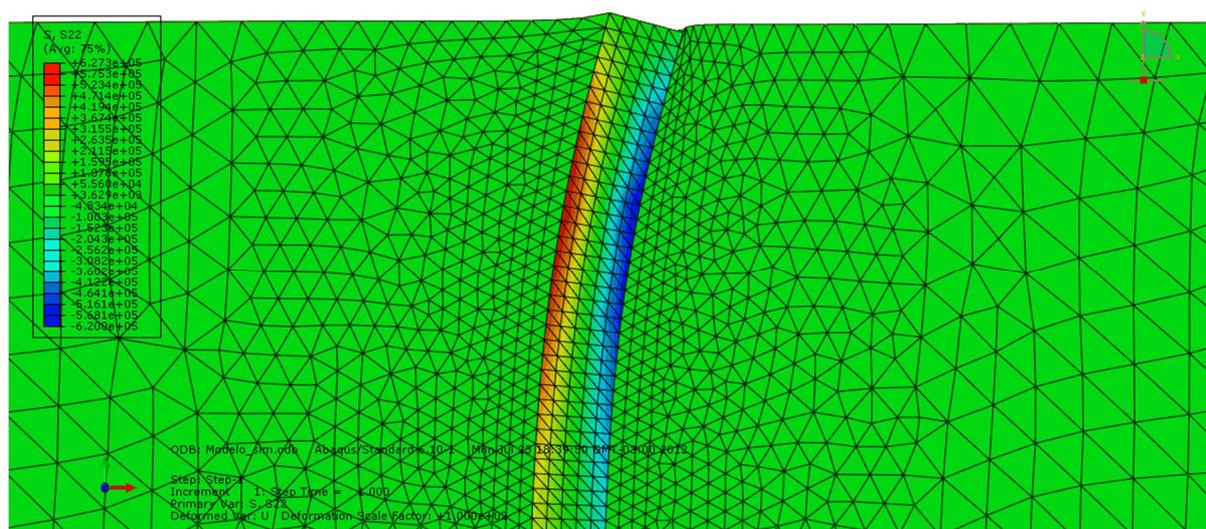


Figura 14: Deformaciones E22 en el Modelo completo 3D para $E_s=23.5\text{Mpa}$.

4 COMPARACION CON EL ELEMENTO EMBEBIDO

A modo de ejemplo se presenta el caso de un pilote sometido a carga lateral en la cabeza. Las dimensiones y propiedades mecánicas del problema son: $D_p=0,50\text{ m}$, $E_p=30.000\text{ Mpa}$, $\nu_p=0,30$, con módulos de elasticidad en el suelo de $E_s=470,0\text{ Mpa}$ y $E_s=23,5\text{ Mpa}$, y $\nu_s=0,25$ modelado mediante diferentes tipos de elementos embebidos: H8-V2 y H27-V3. A continuación se presentan los resultados obtenidos comparados contra la solución de Randolph (1981) y la solución del modelo completo 3D y una comparación final entre los tipos de elementos embebidos.

4.1 Elemento H8-V2

En la Figura 15 se muestra el resultado obtenido (en términos de desplazamientos y momentos flectores sobre el eje del pilote) mediante el modelo elemento embebido tipo H8-V2. El modelo considera un módulo de elasticidad del suelo de $E_{s1} = 470,0\text{ Mpa}$ y pilote rugoso; es decir que se toman en cuenta todas las componentes de esfuerzos sobre la superficie de interacción del pilote. En la misma se muestra cómo cambia la respuesta del modelo, en desplazamientos y momentos flectores, cuando se refina el tamaño de malla utilizado, partiendo con una relación de longitud de malla, L_m , referida al diámetro del pilote de $L_m/D_p = 2.222$, usando una relación intermedia de 1.538 y con una relación final de 1.052.

Se observa que la convergencia en los momentos flectores obtenidos con respecto a la solución del modelo completo 3D es buena, quedando ambas un poco por debajo de lo obtenido aplicando la solución analítica de Randolph. Para el caso de los desplazamientos, puede verse que la deformada es similar, aunque no se alcanzan los mismos valores de desplazamientos en la cabeza del pilote, siendo la respuesta obtenida más rígida que la observada en el modelo completo 3D.

En la Figura 16 se muestra el caso de suelo blando con $E_{s2} = 23.5\text{ Mpa}$, donde se aprecia que los momentos flectores convergen a un perfil situado entre los obtenidos del modelo completo 3D y la solución de Randolph, teniendo una mejor aproximación con esta última.

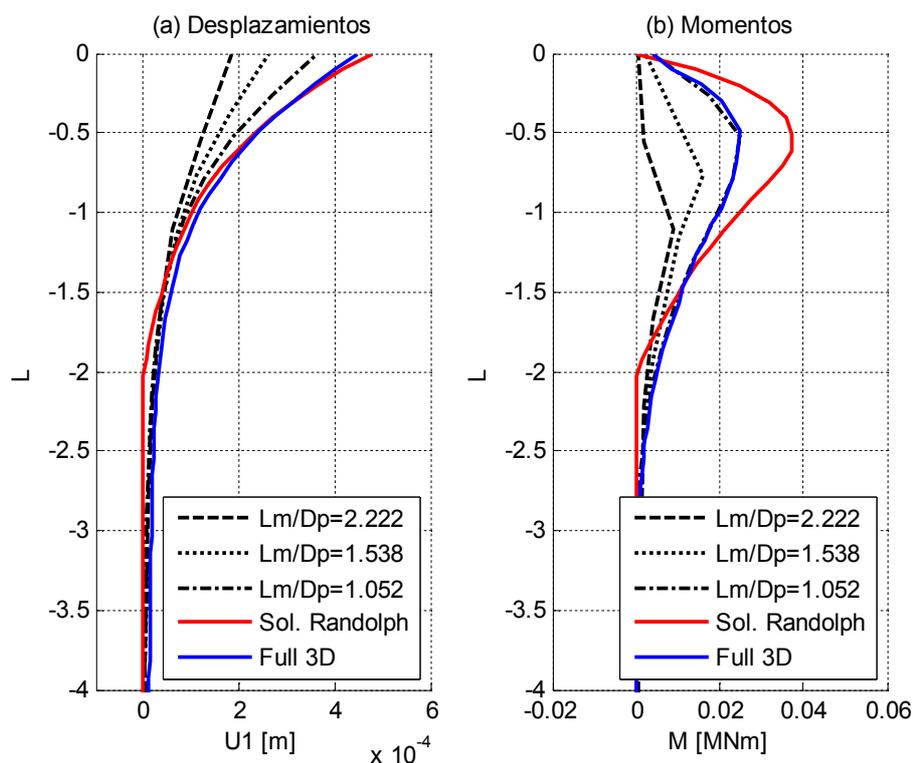


Figura 15: H8-V2 rugoso. Resultados obtenidos para $E_{s1} = 470$ Mpa. (a) Desplazamientos (b) Momentos

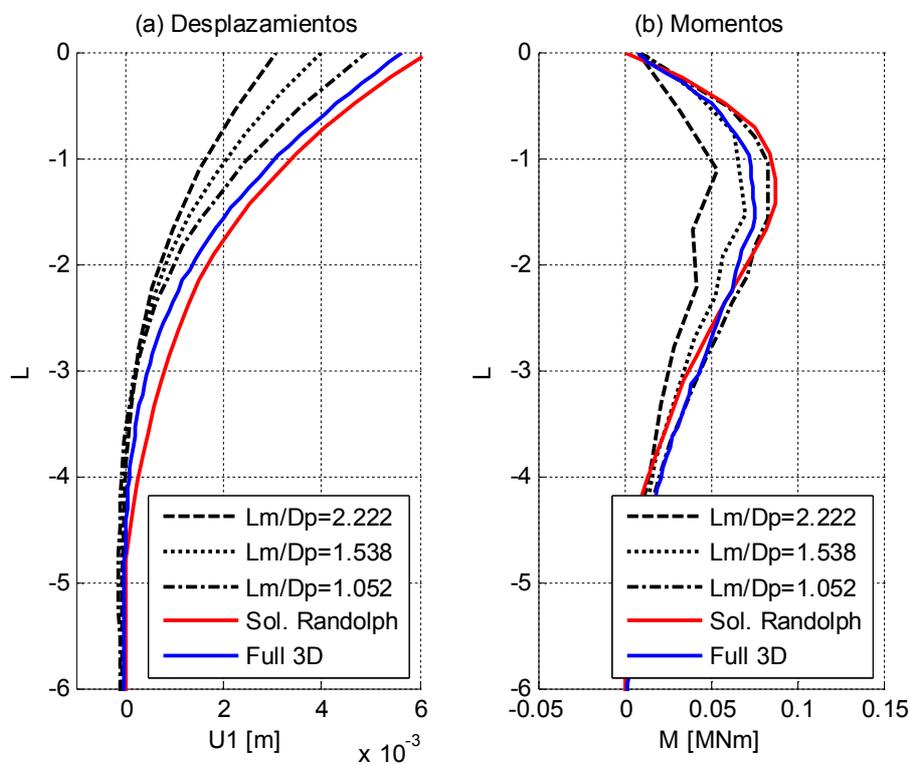


Figura 16: H8-V2 rugoso. Resultados obtenidos para $E_{s2} = 23.5$ Mpa. (a) Desplazamientos (b) Momentos

Puede verse que en ambos casos el elemento embebido es capaz de capturar el modo de deformación correcto del pilote, aunque los valores finales de deformación queden por debajo

de los observados en la solución de Randolph y en el modelo completo 3D. La valoración de los esfuerzos de flexión es correcta, arrojando valores que se sitúan entre los obtenidos en el modelo completo 3D para el caso de suelo rígido y la solución de Randolph para suelo blando.

4.2 Elemento H27-V3

Se muestra en la Figura 17 el caso de la modelación del problema mediante elementos embebidos tipo H27-V3, con módulo de elasticidad de suelo $E_s1=470$ Mpa y con los tamaños de malla indicados en el ejemplo anterior. En el mismo gráfico puede observarse que la respuesta en desplazamientos mejora considerablemente con respecto al caso de los elementos de sólido bilineales, siendo los resultados más próximos a los de la solución mediante el modelo completo 3D. Los momentos flectores convergen a una distribución similar a la conseguida en el modelo completo 3D.

En la Figura 18 se muestran los desplazamientos y momentos obtenidos para el caso de suelo con módulo de elasticidad de $E_s2=23.5$ Mpa. En la misma gráfica puede observarse un buen acuerdo en desplazamientos entre el resultado del modelo completo 3D y el modelo de elementos embebidos. Los momentos flectores obtenidos mediante el modelo de elementos embebidos son similares a los obtenidos mediante la solución de Randolph, quedando ambos un poco por encima de lo obtenido mediante el modelo completo 3D.

En este caso, la utilización de elementos con interpolaciones de mayor orden, se traduce en que, aún con mallas gruesas (del orden de 2 veces el diámetro del pilote) se consiguen respuestas bastante cercanas a la respuesta del modelo completo 3D. La tendencia en los momentos flectores es consistente al caso anterior, donde la respuesta con elementos embebidos se ajusta mejor a la del modelo completo 3D para suelo rígido y a la solución de Randolph para suelo blando.

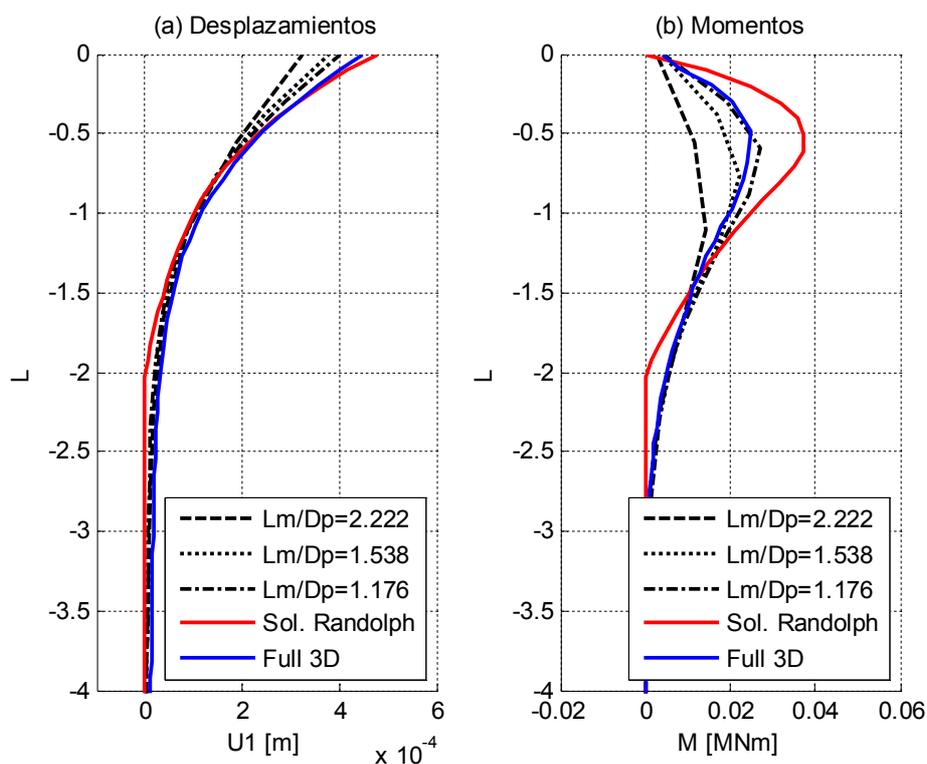


Figura 17: H27-V3 rugoso. Resultados obtenidos para $E_{s1}=470$ Mpa. (a) Desplazamientos (b) Momentos

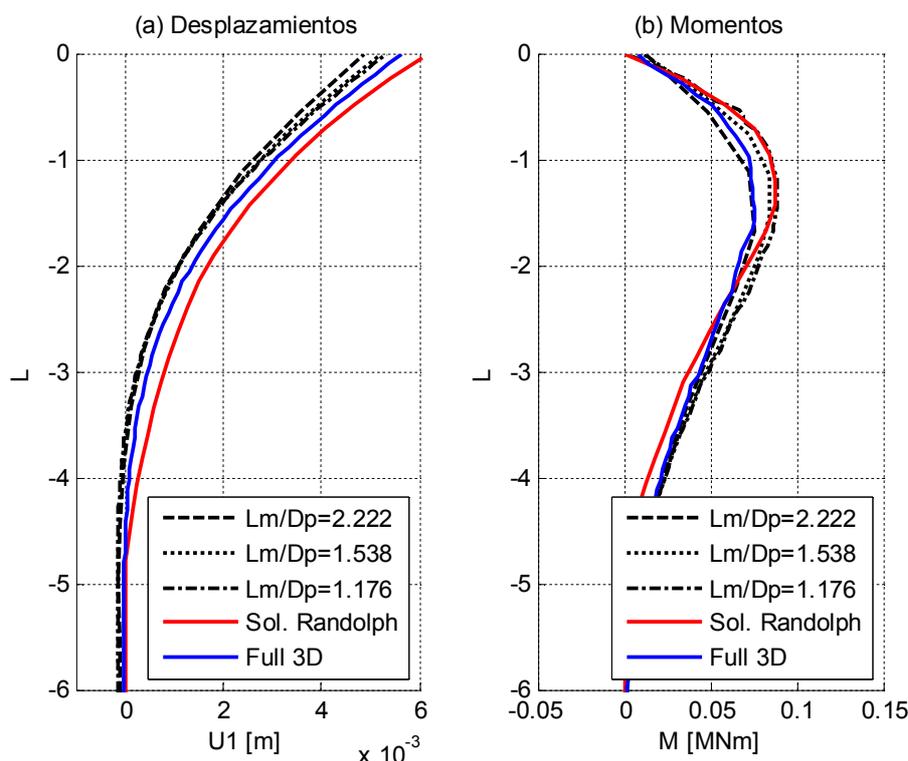


Figura 18: H27-V3 rugoso. Resultados obtenidos para $E_s2=23.5$ Mpa. (a) Desplazamientos (b) Momentos

4.3 Comparación entre los elementos H8-V2 y H27-V3

Para ponderar la respuesta obtenida mediante las dos combinaciones de elementos embebidos, se compara la solución obtenida en desplazamientos en la cabeza del pilote para los diferentes casos de elementos finitos utilizados, considerando que la interacción suelo estructura en la superficie es tipo rugosa o lisa, designado a las mismas como situación a1 o a0 respectivamente en las figuras, y para suelo rígido y blando, es decir para $E_s1=470$ Mpa $E_s2=23.5$ Mpa, respectivamente.

En la Figura 19 se muestra el desplazamiento en la cabeza del pilote relativo al obtenido en el modelo completo 3D, en función de la relación del tamaño de malla, L_m , al diámetro del pilote, D_p . Se muestra además la solución de Randolph y la solución del modelo completo 3D. Se observa que los elementos embebidos H27-V3 convergen a la solución del modelo completo 3D de mejor manera que los elementos embebidos H8-V2. Así mismo, dentro de los elementos embebidos H27-V3, al considerar una superficie de interacción lisa, se tiene una mejor convergencia a la solución en desplazamientos en la cabeza del pilote obtenida en el modelo completo 3D.

Para los elementos embebidos H8-V2 la diferencia en desplazamientos de la cabeza del pilote por considerar rugosa o lisa la superficie de interacción es menor, coincidiendo a fines prácticos ambos resultados.

La respuesta en desplazamientos obtenida mediante los elementos embebidos es siempre más rígida que la solución del modelo completo 3D. Cabe destacar que el elemento de viga utilizado no considera deformaciones por corte.

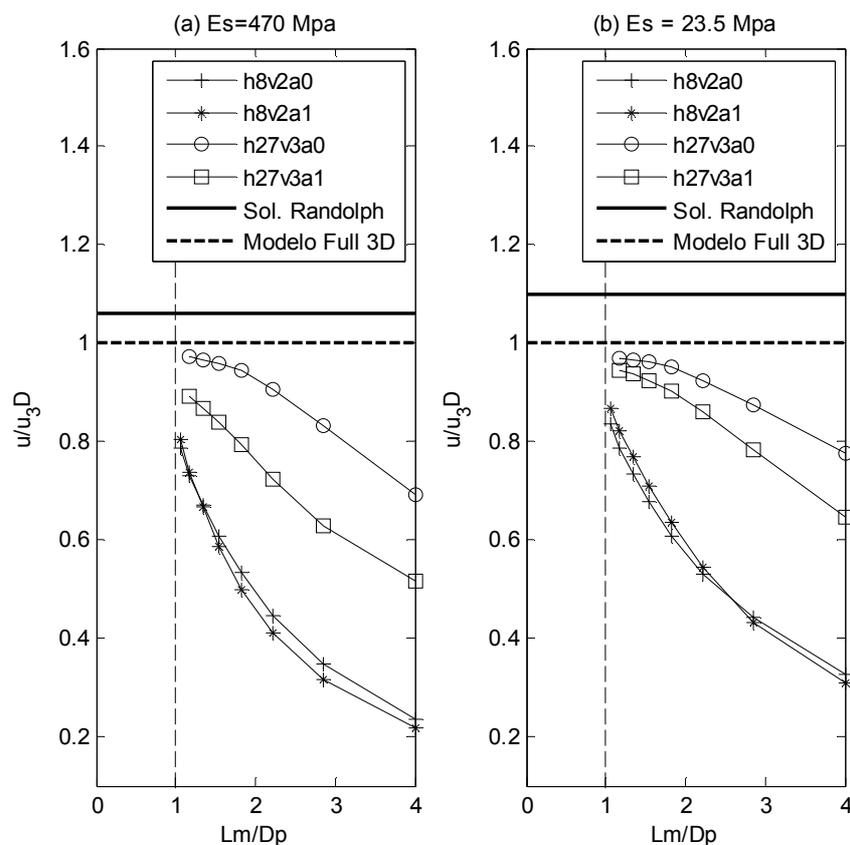


Figura 19: Desplazamiento en la cabeza del pilote. (a) Es1 = 470 Mpa (b) Es2 = 23.5 Mpa

Puede observarse en la [Figura 19](#) que los elementos embebidos H27-V3 lisos aproximan en un rango del 95% de la respuesta del modelo completo 3D con relaciones tamaño de malla sobre el diámetro del pilote del orden de 2.

En la [Figura 20](#) se muestra la gráfica de la norma del error relativo vs. el tamaño de malla, L_m , en un gráfico log – log, donde puede verse que la tasa de convergencia de los elementos embebidos H8-V2 es menor a la de los elementos embebidos H27-V3. La norma del error relativo se estima según la Eq.(18), tomando como u_{ref} la solución correspondiente a la malla más fina empleada en cada caso. Se observa, además, que los elementos embebidos H27-V3 incurren siempre en un menor error relativo que los elementos embebidos H8-V2. Se grafica como referencia en esta figura las pendientes 1:2 y 1:3 correspondientes a las tasas de convergencia de elementos lineales y cuadráticos de sólido únicamente respectivamente.

$$e = \frac{\int_0^l \sqrt{(u_{ref} - u)^2}}{\int_0^l \sqrt{(u_{ref})^2}} \quad (18)$$

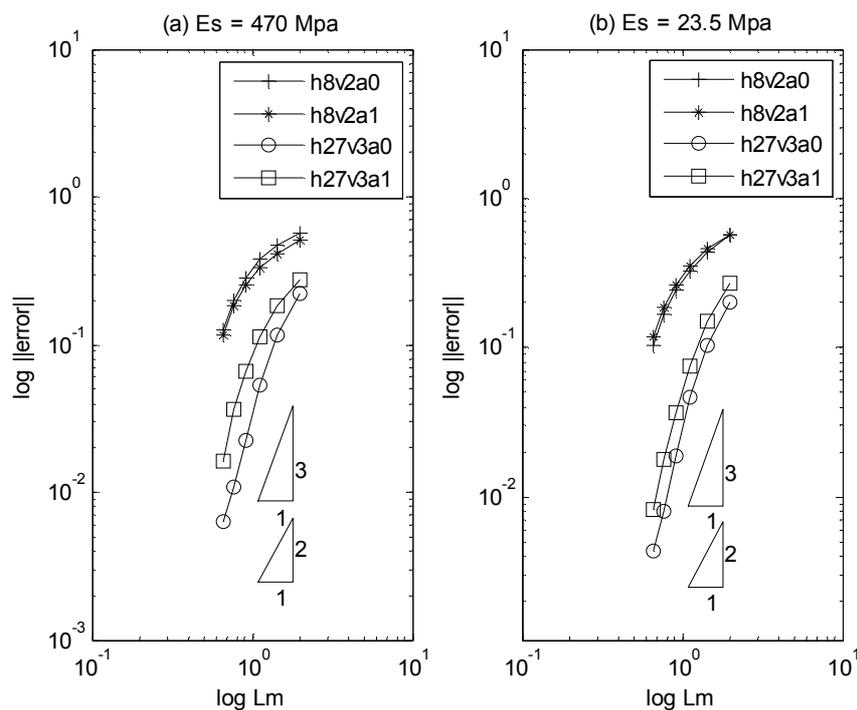


Figura 20: Error vs. Lm. (a) $E_s = 470$ Mpa (b) $E_s = 23.5$ Mpa

5 CONCLUSIONES

Se realizó en este trabajo una comparación entre los modelos de vigas embebidas en sólidos H8-V2 y H27-V3 con las soluciones de Randolph y los resultados de un modelo completo 3D.

Se distinguen, además, los comportamientos de pilote rugoso y pilote liso en función de la consideración de la contribución de las fuerzas según el eje 3 en la superficie de interacción del pilote y el suelo.

Puede verse que mediante los elementos embebidos H27-V3 se obtiene un grado de aproximación considerablemente superior en referencia a la solución del modelo completo 3D y que su tasa de convergencia es mayor a la de los elementos embebidos H8-V2.

Se observa que, si bien ambos elementos embebidos capturan la fenomenología del problema, los elementos embebidos H27-V3 consiguen una mejor representación con tamaños de malla mayores que los elementos embebidos H8-V2.

Los elementos embebidos H27-V3 lisos aproximan al 95% de la respuesta del modelo completo 3D con relaciones tamaño de malla sobre el diámetro del pilote del orden de 2.

Se concluye que la técnica de embeber elementos de vigas en elementos de sólidos considerando explícitamente la superficie de interacción en la formulación del modelo, genera elementos finitos que son capaces de capturar adecuadamente la fenomenología del problema de interacción suelo estructura que se da en pilotes sometidos a carga lateral.

REFERENCIAS

Pinto, F., Prato, C. A. Three Dimensional Indirect Boundary Element Method Formulation for Dynamic Analysis of Frames Buried in Semi-infinite Elastic Media. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 132, No. 9, September 2006, pp. 967-978. 2006

- PoLam I., Kapuskar M., and Chaudhuri D. Modeling of Pile Footings and Drilled Shafts for Seismic Design. *Technical Report MCEER-98-0018*. Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo. 1998
- Randolph, M. F. The response of flexible piles to lateral loading. *Geotechnique*, 31(2), 247-259. 1981
- Sadek M. and Shahrour I. A three dimensional embedded beam element for reinforced geomaterials. *Int. J. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 28, 931–946. 2004
- Turello, D. Pinto, F. Efecto del tamaño de malla en la modelación numérica del comportamiento lateral de pilotes mediante elementos de barra embebidos en sólidos. XIX Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones. 2011