Asociación Argentina



de Mecánica Computacional

Mecánica Computacional Vol XXXI, págs. 1207-1223 (artículo completo) Alberto Cardona, Paul H. Kohan, Ricardo D. Quinteros, Mario A. Storti (Eds.) Salta, Argentina, 13-16 Noviembre 2012

ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DE MUROS DE GRAN ESPESOR SOLICITADOS BIAXIALMENTE

Gerardo A. González del Solar, Ariel A. Sánchez, Pablo E. Martín, Noemí G. Maldonado

Centro Regional de Desarrollos Tecnológicos para la Construcción, Sismología y la Ingeniería Sísmica (CeReDeTeC), Facultad Regional Mendoza, Universidad Tecnológica Nacional, Rodríguez 273, 5500 Mendoza, Argentina, ceredetec@frm.utn.edu.ar, http://www.frm.utn.edu.ar/ceredetec

Palabras Clave: Mampostería, gran espesor, simulación, biaxial, refuerzo.

Resumen: Las técnicas constructivas de comienzos del siglo XX en la ciudad de Mendoza se caracterizan por edificaciones con muros de mampostería de ladrillos cerámicos macizos asentados con mortero de cal. Es común encontrar diferentes tipos de aparejo en una misma estructura, pero en general todos conformando muros de grandes espesores que varían entre 30 cm y 75 cm o más. Un desafío actual consiste en el análisis de estructuras de estas características que han sido afectadas por acciones sísmicas y el paso del tiempo, para ser rehabilitadas. El empleo de materiales para refuerzo se fundamenta en muchos casos en resultados de ensayos obtenidos en muros de menor espesor.

En el presente trabajo se estudia el comportamiento de muros de mampostería simple de espesores mayores a los convencionales sometidos a cargas estáticas equivalentes a la fuerza sísmica. También se analiza el comportamiento de estos muros con una propuesta de refuerzo. Se presentan resultados de ensayos obtenidos a través de la simulación numérica efectuada mediante el uso del software Abaqus, con el objeto de analizar el comportamiento de este tipo de muros. En un próximo trabajo se contrastarán estos resultados con los obtenidos en ensayos experimentales a realizar sobre las probetas ya materializadas, así como se estudiará la influencia del refuerzo.

1 INTRODUCCIÓN

El comportamiento de la mampostería simple en muros de gran espesor reparados y/o reforzados con técnicas modernas, difiere mucho del previsto en muros de espesores bajos de hasta 20 cm (ACI 440.7R, 2010). Se observa, sobre todo en las estructuras antiguas, muros cuyos espesores oscilan dentro de un rango que va desde los 30 cm hasta valores del orden de los 100 cm. Muchas edificaciones de estas características siguen hoy en pie en la provincia de Mendoza, así es el caso de la Ex Escuela Bartolomé Mitre (1906) (Maldonado et al, 2011a; Maldonado et al, 2011b), el Club Social (1889), el Concejo Deliberante de Godoy Cruz (1888), la Bodega Antonio Tomba (1885), entre otros (AHTER-INCIHUSA-CONICET, 2007). Sin embargo, la falta de mantenimiento y los sucesivos eventos sísmicos que han debido soportar, han dejado a las estructuras con una marcada afectación llegando incluso a quedar deshabilitadas para su uso (Maldonado et al, 2012). Es misión del ingeniero analizar cómo conservar estas estructuras aptas para su empleo, reparando con la menor afectación y preservando la estructura original.

La necesidad de reparar y rehabilitar estas estructuras y otras tantas en similar situación, lleva a desarrollar investigación que sustente las decisiones en cuanto al tipo de refuerzo más apto. Para ello, se ve la necesidad de generar un modelo de simulación numérico que anticipe el comportamiento de los elementos, y así contrastarlo con ensayos experimentales sobre probetas armadas en laboratorio.

Este trabajo presenta los resultados obtenidos en un modelo matemático realizado con el software Abaqus (Simulia, 2011). A su vez, en las instalaciones de esta universidad, se han confeccionado probetas con características similares a las descriptas y que posteriormente serán ensayadas para contrastar los resultados y calibrar el modelo presente.

2 DESCRIPCIÓN DEL CASO DE ESTUDIO

Se tomó como caso de estudio la Ex-Escuela "Bartolomé Mitre" ubicada en la Ciudad de Mendoza (Fig. 1). La misma fue construida hacia comienzos del siglo XX según las técnicas y materiales de la época, siendo declarada Patrimonio Histórico de la Provincia de Mendoza (Maldonado et al, 2011a).

Posee muros materializados con mampuestos de arcilla cocida y mortero de cal, conformando aparejos de tres espesores distintos según la función que le corresponda. Así se encuentran muros de 38 cm de espesor en tabiques divisorios, muros de 55 cm de espesor en aquellos de soporte de la estructura, y, finalmente, de 75 cm para muros de basamento de fundación. En la actualidad se observa un sistema de grietas distribuidas por toda la edificación siendo las más críticas las que se hallan en forma vertical en los encuentros de muro. De esta manera se ve comprometida la seguridad estructural ya que las mencionadas fisuras cortan la continuidad de los muros actuando como paneles sueltos. Esto ha dejado a la edificación inhabilitada para su uso.



Fig. 1: Valores máximos absolutos de la tensión principal S11 producto de una aceleración en la dirección X-X. "Ex-Escuela Bartolomé Mitre". Izq: Perfil frontal. Der: Perfil posterior.

2.1 Materiales

Los muros del caso de estudio están constituidos por mampuestos de arcilla cocida y mortero calcáreo de las siguientes características:

Mampuesto: En la ejecución de esta obra, se emplearon ladrillos macizos de barro cocido cuyas dimensiones son 7,1 \pm 0,6 cm de alto; 32,3 \pm 3,7 cm de largo; y 16,2 \pm 1,7 cm de ancho. Puede observarse una importante desviación en sus dimensiones por cuanto son cortados en forma manual. En cuanto al peso propio, se determinó que es de 1653 kg/m³, obtenido a partir de muestras con humedad natural.

Mortero: Se observa que el mortero empleado en la unión de los mampuestos es de tipo cálcico empleando "cal viva" apagada en obra, con una curva granulométrica de forma regular. Por otro lado, el espesor de la junta de mortero presenta una dimensión de 2,1 \pm 1,3 cm.

2.2 Tipos de aparejo

En el caso de estudio se encontraron tres tipos de aparejo, sin embargo el análisis se centrará en dos de ellos que fueron empleados en la materialización de los paramentos: muros de cabeza (38 cm de espesor, incluidos revoques) usados en las divisiones (Fig. 2 izq.) y muros de cabeza y soga (55 cm finales) empleados en los muros de soporte estructural (Fig. 2 der.).



Fig. 2: Detalle de los aparejos. Izq: de cabeza o de un ladrillo. Der: cabeza y soga o ladrillo y medio

3 DESCRIPCIÓN DE LAS PROBETAS

Para el estudio del comportamiento de los muros sometidos a las condiciones de carga inducidas por un sismo, se procedió a la materialización de una serie de probetas. Las mismas serán ensayadas a rotura, aplicando una carga horizontal en presencia de una carga vertical de confinamiento (Lee et al, 1996; Luccioni y Rougier, 2011).

Las dimensiones adoptadas en el plano mayor de las probetas son de 100 cm de largo y 100 cm de alto, siendo el espesor la variable. Por una parte se construyeron 10 probetas con un espesor de 26,0 cm (denominación M30). Por otra, se erigieron 10 probetas más con espesor de 45,0 cm (denominación M45). Todas poseen encabezados superior e inferior, de hormigón cuya función es la de proveer una superficie uniforme para la aplicación de las cargas verticales, por un lado, y con un espesor tal que permite una distribución uniforme de la fuerza vertical de confinamiento y evita la concentración de tensiones en la mampostería.

3.1 Materiales empleados

Debido al avance tecnológico, no se encontraron materiales con las mismas características que se emplearon en el caso de estudio. Sin embargo, para la construcción de las probetas se emplearon materiales y técnicas equivalentes.

Mampuesto: Las probetas fueron erigidas utilizando ladrillos cerámicos macizos adquiridos en el mercado local y cuyas dimensiones medias son: 6,6 cm de alto; 26,0 cm de largo; y 16,4 cm de ancho. El peso específico de este elemento con humedad natural, se valoró en 1376 kg/m³ (IRAM 12585).

Mortero: Con el criterio de emplear una mezcla equivalente a la aplicada en la ex escuela, se eligió un mortero empobrecido tipo N, con una relación en volumen 1:1:6 (cemento:cal:arena) (CIRSOC 501).

3.2 Tipo de aparejo

Durante la ejecución de las probetas se imitó el aparejo empleado en la estructura original, obteniéndose las probetas M30 de 26,0 cm de espesor (Fig. 3) y las M45 de 45,0 cm de espesor (Fig. 4).

Cabe hacer la aclaración que debido a las diferencias dimensionales entre el mampuesto del siglo XX y el empleado en este trabajo, se debió hacer una corrección en el aparejo de las probetas M45 incorporando tres medios ladrillos de cabeza. Esto fue con la finalidad de evitar el alineamiento en las juntas verticales.



Fig. 3: Probetas M30 (aparejo de cabeza)



Fig. 4: Probetas M45 (aparejo de cabeza y soga)

4 DESCRIPCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO SIN REFUERZO

Para el estudio del comportamiento de ambos tipos de aparejo se empleó el software ABAQUS, formulando un modelo de elementos finitos aplicando los parámetros obtenidos

del análisis de los componentes de las probetas descriptas en el punto anterior.

4.1 Materiales

Las características de los materiales simulados provienen de ensayos de laboratorio realizados sobre muestras representativas tanto de la mampostería como del mortero de asiento empleados en la elaboración de las probetas del punto anterior. Estos datos se resumen en la Tabla 1.

	Mampuesto	Mortero
Densidad [kg/m3]	1431,1	2400
Módulo de Elasticidad [MPa]	217	776
Coeficiente de Poisson	0,155	0,21
Criterio de daño	Concrete Damaged	Concrete Damaged
	Plasticity	Plasticity
Dilation Angle [°]	7	7
Tensión umbral inicio de daño a	5 167	5,002
compresión [MPa]	5,107	
Tensión última a compresión [MPa]	7,140	6,602
Deformación última a compresión	0,0176	0,0036
Tensión última a tracción [MPa]	2,610	0,660

Tabla 1: Descripción de materiales

Para el material que conforma los encabezados superior e inferior de las probetas, y al no ser éstos objeto de nuestro estudio, se adoptó un criterio de falla elástico de gran módulo de elasticidad.

Todos los materiales fueron considerados isótropos y homogéneos (Luccioni y Martín, 1997), resultando el efecto de anisotropía global del comportamiento del conjunto.

4.2 Tipos de aparejo

Se modelaron los tipos de aparejo denominados M30 y M45, según lo materializado en las probetas y que pueden observarse en las Fig. 5 y Fig. 6, respectivamente.



Fig. 5: Modelación numérica de la probeta M30 (aparejo de cabeza).

1212



Fig. 6: Modelación numérica de la probeta M45 (aparejo de cabeza y soga).

4.3 Condiciones de borde y cargas

Las condiciones de borde establecidas para los modelos se resumen en la Fig. 7: Condiciones de borde. de acuerdo al siguiente detalle:

Sentido longitudinal (eje X-X): Se generó una superficie definida en el talón del encabezado inferior de la probeta, restringiéndose todo desplazamiento en este sentido.

Sentido vertical (eje Y-Y): Las condiciones de vínculo para esta dirección se establecieron modelando una porción de la losa que simula el lugar donde asentará la probeta. La losa provee una restricción unilateral permitiendo los desplazamientos en el sentido vertical positivos (hacia arriba).

Sentido transversal (eje Z-Z): Esta restricción se estableció en el eje central del encabezado inferior, con lo que se permiten los posibles desplazamientos transversales productos de la aplicación de la carga vertical.

Las acciones consideradas en el análisis, para determinar el estado tensional en los modelos M30 y M45 se pueden observar en la Fig. 8 y corresponden a la siguiente descripción:

Peso propio: La acción de la gravedad es tenida en cuenta durante todo el análisis.

Confinamiento vertical: En un primer paso, se aplica una carga vertical de confinamiento en todo el encabezado superior. La magnitud de la fuerza de confinamiento aplicada es de $3,14 \times 10^5$ N para el caso del modelo M30 lo que genera una presión vertical de 1,24 MPa, y para el caso del M45 se establece una carga de $4,71 \times 10^5$ N, equivalente a una presión de 1,09 MPa.

Desplazamiento horizontal: En una segunda etapa se aplica un desplazamiento horizontal (según X-X) en el encabezado superior de la probeta de una magnitud máxima de 1,0 cm.



Fig. 7: Condiciones de borde.



4.4 Hipótesis de cálculo

En el diseño del modelo se estableció como hipótesis de cálculo una unión perfecta tanto entre el mortero y el mampuesto como entre el mampuesto y el encabezado. Por otro lado, se asumió que el contacto entre la losa y el encabezado inferior permite un libre desplazamiento (sin fricción).

Para el modelo utilizado, se han considerado los elementos finitos del tipo 3DSTRESS, con codificación interna C3D8R, en el orden estándar y geometría lineal.

Este elemento es el elemento estándar de ABAQUS para estos problemas, con 8 nodos de integración (2x2x2), integración reducida y control de hourglass, en la Fig. 9 se muestra un esquema del mismo.



Fig. 9: Elemento Finito C3D8R utilizado

5 DESCRIPCIÓN DEL MODELO REFORZADO

Para el estudio del comportamiento de muros de mampostería simple reforzados, se generaron sendos modelos denominados M30R y M45R para las probetas de 26,0 cm y 45,0 cm de espesor, respectivamente. Los modelos reforzados se basaron en los descriptos en el título 4 "DESCRIPCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO SIN REFUERZO". A estos se les adicionó un refuerzo compuesto de un material de características mecánicas equivalente a una malla de acero (# Ø3mm c/ 5 cm) embebida en una capa de mortero cementicio tipo E (CIRSOC 501) con un espesor de 3 cm a cada lado, dando un incremento total de 6 cm en el espesor de cada espécimen en estudio. Este refuerzo fue aplicado en dos partes, cubriendo

cada una de ellas un área total de $1,2 \text{ m}^2$ correspondiente a una de las caras principales de la probeta extendiéndose 10 cm en cada una de las caras laterales, según puede observarse en la Fig. 10.



Fig. 10: Modelación numérica de las probetas reforzadas. Izq: M30R. Der: M45R

Cabe mencionar que los modelos M30R y M45R fueron sometidos a los mismos estados de carga y condiciones de borde que los respectivos modelos originales dándose esencialmente la diferencia en la incorporación del refuerzo.

5.1 Materiales

Como se mencionó anteriormente, el refuerzo adoptado consiste en una malla de acero embebida en un mortero cementicio tipo E (CIRSOC 501). Las características de cada uno de estos componentes se encuentran descriptas en la Tabla 2:. Cabe hacer mención que al ser reducido el aporte a la resistencia a tracción del mortero se optó por despreciarlo.

Material	Acero	Mortero
Tipo	ADN 420	Tipo E (1:0:3/cemento:cal:arena)
Dimensiones	# Ø3mm c/ 5 cm	Espesor de 3 cm
Densidad [kg/m3]	7850	2400
Módulo de elasticidad [MPa]	2100	850
Limite de fluencia	420 MPa	
Resistencia a la tracción caracteristica	500 MPa	
Alargamiento a la rotura	12%	
Resistencia a compresión [MPa]	420	15
Deformación a compresión	12%	3%

Tabla 2: Descripción de los materiales componentes del refuerzo.

A partir de las propiedades indicadas en la tabla anterior y basándose en la Teoría de Mezcla para materiales compuestos (Truesdell y Toupin, 1960), se obtuvieron las características mecánicas equivalentes para el material del refuerzo simulado y que se presentan en la Tabla 3.

	Refuerzo
Densidad [kg/m3]	2448,8
Módulo de Elasticidad [MPa]	861
Coeficiente de Poisson	0,211
Criterio de daño	Concrete Damaged Plasticity
Dilation Angle [°]	7
Tensión última a compresión [MPa]	16,90
Tensión última a tracción [MPa]	1,97

Tabla 3: Descripción de las características del refuerzo.

5.2 Hipótesis de cálculo

El refuerzo fue simulado por medio de un elemento tipo membrana y adherido a la estructura a través de una unión perfecta.

Para el mallado del refuerzo se emplearon elementos tipo M3D4R (membrana cuadrilátera de 4 nodos, integración reducida y control de hourglass), en el orden estándar y geometría lineal.

6 RESULTADOS

Se analizó la fuerza necesaria para producir un desplazamiento máximo de 1,0 cm en el encabezado superior del muro en los diferentes modelos sometidos a las condiciones antes citadas.

Esta acción fue analizada en los nodos ubicados en el encabezado superior según lo que se exhibe en la Fig. 11.



Fig. 11: Nodos en estudio.

Posteriormente, se realizó un análisis comparativo entre los diferentes modelos.

6.1 Análisis comparativo: M30 y M30R

Del análisis realizado aplicado a los modelos M30 y M30R, se obtuvieron los resultados expresados en la Fig. 12 y que corresponde al desplazamiento en la dirección X-X y a la



fuerza de necesaria para producirlo en los nodos señalados en la Fig. 11.

Fig. 12: Curva Fuerza-Desplazamiento en modelos M30 y M30R.

En la Fig. 13 se muestra la deformación experimentada por sendos modelos en una escala 1:10.



Fig. 13 Deformación. Izq: Modelo M30. Der: Modelo M30R

Por otra parte, se puede observar en la Fig. 14 y en la Fig. 15, el efecto de confinamiento que provee el refuerzo al reducir las deformaciones en el eje Z-Z.



Fig. 14 Desplazamiento en Z-Z, vista perspectiva frontal. Izq: Modelo M30. Der: Modelo M30R



Fig. 15 Desplazamiento en Z-Z, vista perspectiva posterior. Izq: Modelo M30. Der: Modelo M30R

6.2 Análisis comparativo: M45 y M45R

Del análisis comparativo entre los especímenes de 45 cm de espesor, se exhibe la Fig. 16 donde se observa la curva Fuerza - Desplazamiento de las probetas. Se hace notar que existe un incremento del orden de 33.000 N en el modelo M45R luego de aplicar un mismo desplazamiento final.



En cuanto a la distribución de tensiones se debe mencionar que al aplicar la totalidad de las cargas, el muro sin refuerzo muestra un comportamiento con un estado tensional elevado en la mampostería, tal como puede observarse en la Fig. 17 (izquierda). Por otro lado, las imágenes posteriores exhiben el estado de tensiones en la probeta reforzada, analizando por separado la probeta M45R sin la malla de refuerzo (Fig. 17 derecha) y la malla de refuerzo propiamente dicha en la Fig. 18. Podemos observar que el modelo reforzado exhibe una distribución de tensiones más uniforme en la mampostería con respecto al modelo M45, lo que se debe a que parte de las tensiones se redistribuyen en el refuerzo que envuelve el material.



Fig. 17: Tensiones principales máximas. Izq: M45. Der: M45R.



Fig. 18 Detalle del estado tensional en el refuerzo del modelo M45R.

Por otra parte, la Fig. 19 expone el estado de tensiones en la base de los especímenes en estudio. Puede observarse una reducción en las tensiones de la probeta M45R lo que evidenciaría la mejor distribución existente en este espécimen.



Fig. 19: Tensiones principales máximas en la base. Izq: M45. Der: M45R

6.3 Análisis comparativo: M45 y M30

La Fig. 20 presenta el estado tensional final, luego de la aplicación del desplazamiento máximo, de los modelos sin refuerzos M30 y M45. Observamos claramente en ambos casos la biela de compresión generada a partir del estado solicitante. También se debe destacar la presencia de una zona de tracción que evidencia la tendencia a levantar el muro. De esta manera, se deberá tener especial cuidado con la magnitud de la carga de confinamiento vertical.



En cuanto a las deformaciones plásticas, los modelo sin refuerzo M30 y M45 muestran una zona de plastificación claramente definida y que se corresponde con las juntas de mortero ubicadas en el talón de las probetas (ver Fig. 21). Esto puede deberse a la menor resistencia a compresión que posee la mezcla cementicia con respecto al mampuesto empleado. Por otra



Fig. 21: Zona de plastificación en modelos sin refuerzo. Izq: M30. Der: M45.

7 CONCLUSIONES

Ante iguales características de confinamiento los modelos M30 y M30R presentaron una fuerza de aplicación de $1,02 \times 10^5$ N y $1,40 \times 10^5$ N, respectivamente, necesarias para producir

un desplazamiento final en el cabezal de 1 cm. Esto demuestra que el refuerzo propuesto incrementa la resistencia final de la probeta en un 37% permitiendo que el espécimen incursione menos en la fase plástica y que falle, en cambio, por adherencia en la interfaz mortero-mampuesto.

En el caso de los modelos M45 y M45R, ante iguales condiciones de confinamiento, se necesitó de una fuerza de $1,71 \times 10^5$ N y $2,04 \times 10^5$ N, respectivamente, para producir un desplazamiento final en el encabezado superior de 1 cm. En este caso, el incremento en la resistencia debido a la aplicación del refuerzo propuesto alcanza es del 19%.

Ante este resultado se modeló, una alternativa M45Resp, donde se mantuvo la relación de área del refuerzo, respecto del espesor, de tal forma que sea equivalente a la del muro de M30R, es decir, se consideró un espesor del refuerzo de 5.2cm en cada lateral. La capacidad de este espécimen fue de 2,18 $\times 10^5$ N, por lo que la capacidad aumentó un 27.6% respecto del espécimen sin reforzar.

De lo anterior se observa que existe cierta tendencia a disminuir la efectividad de este tipo de refuerzo al aumentar el espesor del muro.

Por otro lado, las probetas sin refuerzo M30 y M45 presentan una zona de plastificación concentrada en el mortero de asiento del talón de ambos especímenes. Los modelos reforzados en cambio, no evidencian zona alguna de plastificación.

Se concluye en el presente estudio que el colapso de las probetas reforzadas como sin reforzar se debe a una falla en la adherencia proveniente de la interfaz mortero de asentamiento-mampuesto, antes que del colapso en los materiales componentes.

Los autores están analizando el efecto de la adherencia entre el refuerzo y la probeta supuesta en este trabajo como perfecta, cuyos resultados se publicarán oportunamente.

Finalmente, cabe mencionar que próximamente se procederá al ensayo de los especímenes materializados en las instalaciones del CeReDeTeC y descriptos en el título 3 "Descripción de las Probetas", contrastando los resultados que obtengan con los expuestos en el presente trabajo y calibrando el modelo matemático propuesto.

REFERENCIAS

- AHTER-INCIHUSA-CONICET. Informe: Ex-Escuela Bartolomé Mitre. 2da Etapa: Diagnóstico y pronóstico. Mendoza, 2007.
- American Concrete Institute Committee 440, (2010), "Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Unreinforced Masonry Structures," ACI 440.7R-10. ACI 440.7R
- CIRSOC 501. Reglamento Argentino de Estructuras de Mampostería. Instituto Nacional de Tecnología Industrial (INTI). Julio (2007).
- IRAM 12585. Ladrillos y bloques cerámicos para la construcción. Métodos de ensayo de las características geométricas. Instituto Argentino de Normalización y Certificación.
- Lee, J. S.; Pande, G. N.; Middleton, J. and Kralj, B. Numerical modelling of brick masonry panels subject to lateral loadings. Computers & Structures, Vol. 61, No. 4, pp. 735-745, 1996.
- Luccioni B, Martín PE. Modelo elastoplástico para materiales ortótropos. Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería 1997; 13(4):603–14.
- Luccioni B., Rougier.V. In-plane retrofitting of masonry panels with fiber reinforced

composite materials. Construction and Building Materials. 25 1772–1788. (2011).

- Maldonado, G., Martín, P., Maldonado, I. "Seismic Mitigation of a Historic Masonry Building". The Open Construction and Building Technology Journal, 2011, 5, (Suppl 1-M3) 61-70. (2011a).
- Maldonado, I.; Maldonado, N.; Martín, P. "Importancia del suelo en la puesta en valor de edificios patrimoniales en zona sísmica" 2do. Congreso Iberoamericano y X Jornada "Técnicas de Restauración y Conservación del Patrimonio" COIBRECOPA ISBN 978-987-26159-1-8. (2011b).
- Maldonado, N.G., Martín, P.E., Maldonado, I. An approach of service life in repair of structures with concrete due natural hazards". A. 3rd International Conference on Concrete Repair, Rehabilitation and Retrofitting, Cape Town, South Africa: 2012.
- Simulia. Abaqus Analysis User's Manual, 6.11. Dassault Systèmes Simulia Corp, 2011.
- Truesdell, C.; Toupin, R. The classical field theories. Ed. by S. Flugge. Handbuch der Physik II/I Springer Verlag Berlin. 1960.