

APLICACIÓN DE METAHEURÍSTICAS AL DISEÑO DE MATERIALES COMPUESTOS

Javier F. Fornari^a, Emilio Tenorio^b, José I. Peláez Sanchez^b, Hugo F. Begliardo^a, Mirta A. Sanchez^a

^a*Departamento de Ingeniería Civil, Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Rafaela,
Bv. Roca 989, 2300 Rafaela, Santa Fe, Argentina,
javier.fornari@frra.utn.edu.ar, hugo.begliardo@frra.utn.edu.ar, mirta.sanchez@frra.utn.edu.ar
<http://www.frra.utn.edu.ar>*

^b*Departamento de Lenguajes y Ciencias de la Computación, Universidad de Málaga,
Málaga 29071, España,
etenorio@uma.es, jipelaez@uma.es, <http://www.lcc.uma.es>*

Keywords: Soft-Computing, Heuristic, Composites, Materials, Production.

Abstract. En la actualidad, el desarrollo de nuestra sociedad sigue marcado por la necesidad de estructuras más resistentes y que tengan un coste de fabricación mínimo. Fundamentalmente los materiales compuestos son los que están dando respuesta a estas necesidades, de tal forma que muchos de los materiales tradicionales tales como el acero, la madera o el aluminio han sido sustituidos por estos últimos. El diseño de materiales compuestos es difícil ya que no solamente implica diseñar la geometría del elemento, sino que también hay que diseñar la composición del propio material. Tradicionalmente estas tareas de diseño se han llevado a cabo basándose en métodos aproximados, ya que el conocimiento de este tipo de materiales era muy limitado; la posibilidad de obtener materiales compuestos distintos es casi ilimitada; y la caracterización mediante ensayos es muy costosa y difícilmente aplicable a otras configuraciones. Debido a este hecho, todo el esfuerzo de diseño recae sobre el experto que tiene que seleccionar la combinación más adecuada en base a su conocimiento y experiencia. En este trabajo se propone y compara una metaheurística que permite diseñar la geometría y composición de materiales compuestos laminados.

1 INTRODUCCIÓN

Un material compuesto se forma combinando dos o más materiales para formar otro que sea apropiado para una determinada aplicación. El elemento aglomerante se denomina matriz, y el resto son los materiales de refuerzo, que pueden estar formados por fibras continuas, fibras cortas o partículas (Barbero, 1999; Gürdal, 1999). Cuando el diseño es bueno, el nuevo material adopta las mejores propiedades de sus constituyentes, e incluso a menudo, algunas otras que ninguno de ellos posee. Las propiedades que se buscan mejorar al diseñar un material compuesto son la resistencia, rigidez, tenacidad, ligereza, aislamiento térmico, etc. Por supuesto, no todas ellas se pueden obtener de forma simultánea, por lo que el objetivo del diseño será obtener un nuevo material que se adapte de la mejor forma posible a las especificaciones requeridas.

En la (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**) se muestra una comparativa entre diferentes materiales compuestos y metales en base a las propiedades de resistencia y rigidez específicas. Así, por ejemplo, una lamina unidireccional a base de fibras continuas de kevlar49, presenta una resistencia muy superior a la del acero y el aluminio, y una rigidez comparable; mientras que en el caso de láminas unidireccionales a base de fibras de grafito se consigue una resistencia similar y una mayor rigidez.

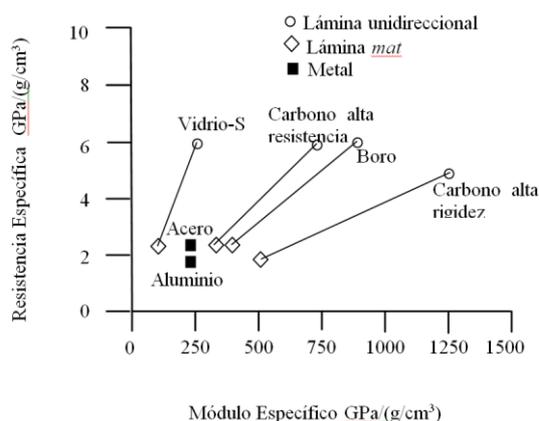


Figura 1: Comparación cualitativa entre composites de matriz polimérica y metales.

Aunque los materiales compuestos se han utilizado desde la antigüedad, como es el caso de la adición de paja al barro, o el uso de madera contrachapada, el verdadero auge se ha producido recientemente con el desarrollo de materiales a base de una matriz de resina reforzada con fibras (Duratti et al., 2002), con una gran resistencia y rigidez junto con una elevada ligereza, lo que ha desembocado en una enorme cantidad de aplicaciones, destacando la industria aeronáutica y espacial por su importancia económica. En la (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**) se puede apreciar la evolución que ha experimentado el uso de materiales compuestos a base de polímeros reforzados con fibra de carbono en tres áreas industriales de gran importancia en las últimas dos décadas (período 1985-2005).

Sin embargo, este tipo de materiales presenta muchas dificultades a la hora de su elaboración, debido a que el diseño de un nuevo material compuesto implica diseñar tanto la geometría del elemento como la configuración del propio material, de forma que se aprovechen mejor las cualidades de sus materiales constituyentes; así mismo también se debe determinar la degradación que sufren sus propiedades a lo largo del tiempo por la aplicación de tensiones, lo que puede conducir a un comportamiento no previsto (rotura) o fallo del

elemento estructural en cuestión (Puck and Schurmann, 1998; Puck and Schurmann, 2002).

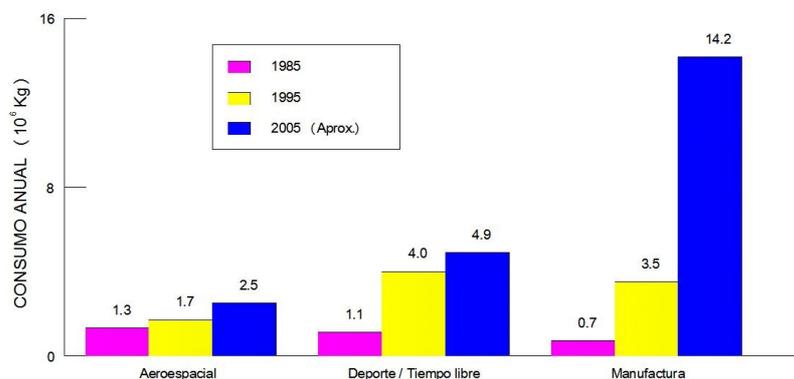


Figura 2: Evolución en el uso de materiales compuestos a base de fibra de carbono en la industria en el periodo 1985-2005.

Para la fabricación de los laminados, se recurre al uso de fibras embebidas en la matriz formando láminas (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**), de manera que la resistencia y rigidez de dicho material depende del número y orientación de dichas láminas (Gürdal, 1999). Además, hay que comprobar el grado de compatibilidad del refuerzo con el método de producción y la geometría del elemento, y seleccionar el proceso de fabricación, a fin de garantizar una buena calidad final del elemento (Car & Oñate, 2000; Kuno & Stellbrink, 1996).

El diseño de un laminado comienza con la definición del problema junto con las especificaciones que deberá cumplir el elemento a diseñar. A partir de esta información se genera una serie de soluciones mediante un proceso de síntesis, por lo general, apoyado básicamente por la experiencia y conocimientos del diseñador. Las posibles soluciones viables se analizan posteriormente para comprobar su efectividad, siendo dicho análisis realizado con paquetes informáticos basados en el modelado por elementos finitos, como por ejemplo, el software ANSYS. Todo este proceso no es lineal; más bien se trata de una tarea iterativa que permite ir mejorando la solución propuesta hasta llegar al diseño final. En la (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**) se muestran las diferentes etapas del proceso de diseño.

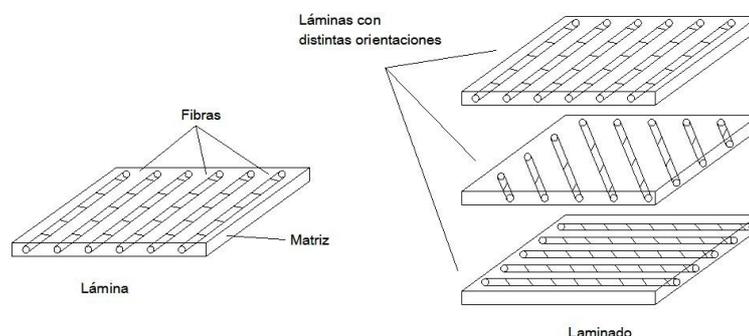


Figura 3: Constitución de una lámina y formación de un laminado.

Tradicionalmente, esta labor de diseño, tanto de síntesis como de análisis, se ha llevado a cabo con métodos basados en el conocimiento empírico (Grosset et al., 2006), ya que el número de combinaciones posibles de materiales compuestos es casi ilimitado, y la

caracterización mediante experimentación se hace muy costosa.

Desde los años 90 se han propuesto distintos sistemas que pretenden solucionar este tipo de problemas. Para ello se han utilizado desde técnicas tradicionales como procedimientos iterativos basados en el modelado del laminado mediante elementos finitos (FEM) (Huang & Haftka, 2005; Matthews et al., 1999), pasando por métodos de tareas genéricas y razonamiento basados en casos (Lenz, 1997), llegando a técnicas modernas de inteligencia artificial como son los algoritmos evolutivos (Adams et al., 2003; Falkenauer, 1998; Soremekun et al., 2003; Kogiso et al., 1994; McMahan & Watson, 2000; Rajeev & Krishnamoorthy, 1992; Soremekun et al., 2001; Soremekun et al., 2002).

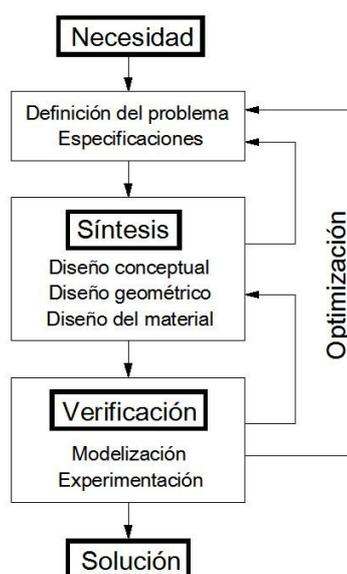


Figura 4: Etapas del proceso de diseño de un laminado.

En este trabajo se presenta y compara una solución para el diseño de laminados simétricos mediante metaheurísticas. Para ello, el trabajo ha sido organizado como sigue: en la segunda sección se muestra como se realiza el análisis de un laminado simétrico; en la tercera sección, se propone un nuevo modelo para el diseño de laminados basado en metaheurísticas; en la cuarta sección se aplica a un caso real y se comparan los resultados obtenidos con un algoritmo genético tradicional y finaliza el trabajo, mostrando las conclusiones.

2 ANÁLISIS DE LAMINADOS SIMÉTRICOS

El análisis de un laminado simétrico consta de dos fases. En la primera se estudia la lámina, analizando entre otras cosas su composición, características, resistencia; en segundo lugar y una vez analiza la lámina, se procede al análisis del laminado, estudiando entre otras cosas, las tensiones y deformaciones que puede sufrir, y su resistencia. A continuación se detalla el proceso de análisis mostrado anteriormente.

2.1 La lámina unidireccional

Las láminas unidireccionales están compuestas por un conjunto de fibras de pequeño grosor, alineadas según una determinada dirección, y embutidas en una matriz polimérica que les da soporte. El espesor de una lámina es del orden de un par de décimas de milímetro,

mucho mayor que el grosor de la fibra, que es alrededor de 0.01 mm. Las cantidades relativas de los dos componentes, fibra y matriz, se expresan como fracción de volumen.

$$V_f = \frac{v_f}{v_c}, \quad V_m = \frac{v_m}{v_c}; \quad v_c = v_f + v_m \Rightarrow V_f + V_m = 1 \quad (1)$$

donde v_f y v_m son los volúmenes ocupados por la fibra y la matriz, v_c es el volumen total, y V_f y V_m son las fracciones de volumen de la fibra y la matriz.

La fracción de volumen está habitualmente comprendida entre 0.3 y 0.7, siendo una magnitud adimensional. Si esta fracción es inferior a 0.3, esto implica que las propiedades de la fibra están desaprovechadas, con el consiguiente perjuicio económico; sin embargo, si dicho valor es superior a 0.7, la unión fibra-matriz puede fallar al ser expuesta a esfuerzos, ocasionando su separación y por tanto pérdida de resistencia.

2.2 Características

La característica que más se valora de un laminado es su resistencia mecánica, proporcionada principalmente por las fibras. Una fibra tiene mayor resistencia cuanto menor sea su diámetro.

Por otra parte, la resistencia de un manojo de fibras, \bar{F} , depende del valor medio de la resistencia de las láminas individuales $\bar{\sigma}_m$, y sobre todo, de su dispersión, expresada por la desviación típica. En términos de resistencia, es mucho más eficaz un conjunto de fibras de resistencia moderada pero con pequeña dispersión, que otro con fibras de alta resistencia mezcladas con otras de resistencia reducida, aunque la resistencia media sea la misma en los dos casos.

Existe otro fenómeno que contribuye a que la resistencia de las fibras embutidas en la matriz sea mayor que aisladas, y es el hecho de que al romperse una fibra, la tensión que soporta se transmite por cortante a las fibras vecinas, reduciendo su efecto perjudicial. Este fenómeno se manifiesta de forma más intensa cuanto más sensible sea la fibra a dañarse. Además, la tensión de la fibra rota se transmite solamente a lo largo de una determinada distancia desde el punto de fractura, denominada longitud crítica l_c , que depende inversamente del módulo de rigidez de la matriz G_m . Esto provoca que al aumentar G_m , aumente la resistencia efectiva de la lámina al ser más pequeña l_c y disminuir en consecuencia la probabilidad de coincidencia de varios defectos en fibras adyacentes dentro de l_c . Sin embargo, un incremento excesivo puede provocar la separación de la fibra y matriz por concentración de esfuerzos cortantes, dependiendo por tanto el valor óptimo de cada caso concreto.

Además de las excelentes características de resistencia obtenidas al combinar en una lámina fibra y matriz, hay que destacar otra mejora del conjunto respecto a los componentes individuales, y es el aumento de tenacidad y por tanto de resistencia a la fatiga. Este fenómeno se produce debido a la inherente no homogeneidad del material, que dificulta la propagación de las grietas.

2.3 Resistencia de la lámina.

Para determinar si una lámina es capaz de soportar un determinado estado de tensiones sin romper existen diferentes criterios de rotura (Barbero, 1999). Los criterios de ruptura son

utilizados para determinar el estado límite de tensión a partir del cual el compuesto sufre daño o ruptura. Se puede considerar que un criterio de ruptura permite estimar cuando un material rompe dado un cierto estado de tensiones: $\sigma_k^1, \sigma_k^2, \tau_k^{12}$.

En este trabajo se ha seleccionado el criterio de Tsai-Wu (Tsai & Wu, 1971), por ser uno de los más utilizados. Este criterio establece una ecuación que representa un elipsoide multidimensional cerrado en cuyo interior se encuentran los puntos de no rotura. La ecuación es:

$$P_k = \left(\frac{1}{X} - \frac{1}{X'}\right) \cdot \sigma_1 + \left(\frac{1}{Y} - \frac{1}{Y'}\right) \cdot \sigma_2 + \frac{1}{X \cdot X'} \cdot \sigma_1^2 + \frac{1}{Y \cdot Y'} \cdot \sigma_2^2 - \sqrt{\frac{1}{X \cdot X' \cdot Y \cdot Y'}} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 + \frac{1}{S^2} \cdot \tau_{12}^2 = 1 \quad (2)$$

Para el cálculo de la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** los coeficientes utilizados dependientes de los constituyentes del compuesto son, X resistencia última a la tracción en el sentido de las fibras, X' resistencia última a la compresión en el sentido de las fibras, Y resistencia última a la tracción en el sentido perpendicular a las fibras, Y' resistencia última a la compresión en el sentido perpendicular de las fibras y S resistencia última al esfuerzo cortante.

Si P_k es mayor que 1, el material rompe; mientras que si es menor o igual a 1 el material no rompe.

2.4 El laminado simétrico

Un laminado es un conjunto de varias láminas fuertemente unidas entre sí, de forma que actúan como un solo elemento estructural, y donde cada lámina tiene sus ejes principales formando diferentes ángulos con los ejes globales del laminado (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**).

Las características de un laminado se calculan a partir del número de láminas, de la secuencia de apilado y de sus características geométricas y mecánicas. En general, en un laminado se produce un nivel de acoplamiento entre esfuerzos y deformaciones mucho más complejo que para una lámina sola, con el consiguiente incremento en la complejidad de diseño.

Finalmente y antes de mostrar el procedimiento para el análisis de las características de un laminado, es importante tener en cuenta que debido a la aparición de tensiones térmicas residuales no es conveniente apilar más de cuatro láminas consecutivas con la misma dirección, debido al riesgo de rotura del laminado.

2.5 Resistencia de un laminado

Para comprobar si dado un laminado simétrico, es capaz de soportar unos determinados esfuerzos, se procederá como se describe a continuación.

A partir de las propiedades elásticas de la lámina, E_1, E_2, G_{12} y ν_{12} , se calcula la matriz de rigidez según las direcciones principales $[Q_{ij}]$, donde E_1 representa el módulo de elasticidad longitudinal en el sentido de las fibras, E_2 el módulo de elasticidad longitudinal en el sentido perpendicular a las fibras, G_{12} el módulo de elasticidad transversal y ν_{12} representa el coeficiente de poisson.

Con la orientación de cada lámina, θ_k , y $[Q_{ij}]$, se calcula la matriz de rigidez transformada $[\bar{Q}_{ij}]_k$ para cada lámina.

A partir de la posición y grosor de cada lámina, se determinan las matrices de coeficientes de rigidez $[A]$ y $[D]$ para cada lámina.

Se invierten las matrices anteriores para obtener las matrices de flexibilidad $[A']$ y $[D']$

Con estas matrices, y los esfuerzos, se calculan las matrices de deformaciones del plano medio $[\varepsilon^0]$ y de curvaturas $[\kappa]$

$$[N]=[A]\cdot[\varepsilon^0] \Rightarrow [\varepsilon^0]=[A]^{-1}\cdot[N] \quad [M]=[D]\cdot[\kappa] \Rightarrow [\kappa]=[D]^{-1}\cdot[M] \quad (3)$$

Con ellas, se determinan las deformaciones de cualquier lámina

$$[\varepsilon]_k = [\varepsilon^0] + z \cdot [\kappa] \quad (4)$$

Ahora, a partir de $[\bar{Q}_{ij}]_k$ y $[\varepsilon]_k$, se calcula la matriz de tensiones en cada lámina

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{13} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{23} \\ \bar{Q}_{31} & \bar{Q}_{32} & \bar{Q}_{33} \end{pmatrix}_k \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix}_k \quad (5)$$

Con la matriz de cambio de coordenadas $[T]$, que depende de la orientación de la lámina, se calculan finalmente las tensiones en cada lámina según las direcciones principales:

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{pmatrix}_k = [T] \cdot \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \\ -\sin \theta \cdot \cos \theta & \sin \theta \cdot \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix}_k \quad (6)$$

A continuación se aplica el criterio de Tsai-Wu, obteniéndose para cada lámina el coeficiente P_k . Si todos los P_k son menores o iguales a 1, el laminado resistirá los esfuerzos sin que rompa ninguna de las láminas constituyentes.

3 METAHEURÍSTICA APLICADA AL DISEÑO DE MATERIALES COMPUESTOS

3.1 Codificación de un laminado

El primer paso para la solución del problema consiste en disponer de una representación del mismo que permita contener toda la información necesaria para el diseño. Así, un laminado se representa, como puede verse en la ([¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.](#)), mediante un cromosoma, donde se codifican las características físicas del laminado, junto con un Fitness asociado, que muestra como de buena es la adaptación al entorno, y cuya definición la dejamos para el siguiente apartado.

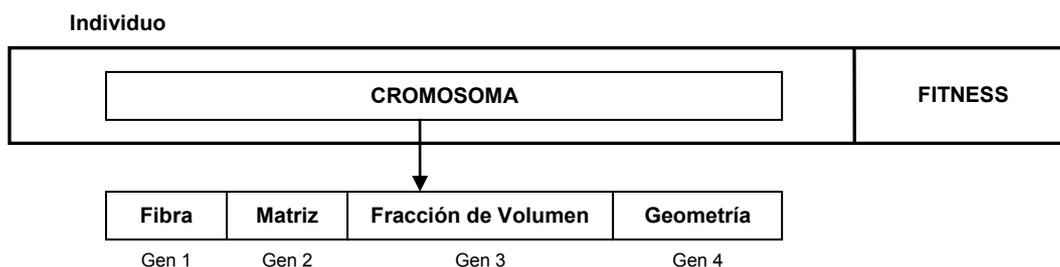


Figura 5: Representación de un laminado.

El cromosoma está formado por cuatro genes, cada uno de los cuales representa una característica diferente de la constitución del laminado:

- Fibra. Un número entero que se corresponde con una fibra de entre un conjunto de once fibras con sus correspondientes características

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
E-Glass	S-Glass	AS-1	AS-4	IM-7	P-100	T-40	T-300	Boro	Kevlar-49	Kevlar-149

- Matriz. Un número entero que se corresponde con una matriz de entre un conjunto de cinco matrices con sus correspondientes características

1	2	3	4	5
Peek	PPS	Poliéster	Epoxy	Poliamida

- Fracción de volumen. Un número racional comprendido entre 0.3 y 0.7 en saltos de 0.1
- Geometría del laminado. Una serie de números enteros, igual en número al de láminas que componen el laminado, y con un valor comprendido entre -80° y $+90^\circ$ en saltos de 10°

3.2 Valoración del individuo

Para aplicar cualquier algoritmo evolutivo, es esencial asignar a cada individuo un valor que designe su adaptación al entorno, y que se denomina 'Fitness'. En nuestro caso, se ha optado por la expresión

$$F = 10^{-28} \cdot \frac{P_1^2}{(CLA+1) \cdot FV \cdot (n \cdot e)^{12} \cdot (R+1)^4 \cdot (P_2+1) \cdot (P_{12}+1)} \quad (7)$$

donde

- P_1 es el coeficiente longitudinal según la dirección principal 1 (en el sentido de las fibras), y da una idea de cómo las láminas están cargadas en esa dirección. Dado que la dirección de las fibras es la de mayor resistencia, interesa que este coeficiente sea lo mayor posible, por lo que se sitúa en el numerador afectado de una potencia 2.

$$P_1 = \sum_k \left(\left| \frac{\sigma_1}{X} \right| \vee \left| \frac{\sigma_1}{X'} \right| \right) \quad \text{según la tensión } \sigma_1 \text{ sea de tracción ó compresión, y extendiéndose la suma a todas las láminas}$$

- P_2 es el coeficiente longitudinal según la dirección principal 2 (en el sentido perpendicular a las fibras), y da una idea de cómo las láminas están cargadas en esa dirección. Dado que la dirección perpendicular a las fibras es la de menor resistencia, interesa que este coeficiente sea lo menor posible, por lo que se sitúa en el denominador.

$$P_2 = \sum_k \left(\left| \frac{\sigma_2}{Y} \right| \vee \left| \frac{\sigma_2}{Y'} \right| \right) \quad \text{según la tensión } \sigma_2 \text{ sea de tracción ó compresión, y extendiéndose la suma a todas las láminas}$$

- P_{12} es el coeficiente de corte, y da una idea de en que medida las láminas están cargadas con las tensiones de corte. Al ser la lámina poco resistente ante estas tensiones, interesa que este coeficiente sea lo menor posible, por lo que se sitúa en el denominador

$$P_{12} = \sum_k \left(\left| \frac{\tau_{12}}{S} \right| \right)$$

- CLA es un coeficiente que indica si el número de capas contiguas con la misma orientación es menor o igual (CLA=0) ó mayor (CLA=1010) que cuatro. Se sitúa en el denominador para penalizar fuertemente la última situación.
- FV es la fracción de volumen del laminado, de forma que tienda, siempre que sea posible, a valores pequeños, más favorables económicamente, por lo que se sitúa en el denominador.
- $n \cdot e$ es el producto del número de láminas y su espesor, o sea, el grosor del laminado. Lógicamente, interesa que éste sea lo menor posible, por lo que se sitúa en el denominador con una potencia de 12.
- R indica el número de láminas que rompen, situándose en el denominador con una potencia de 4 para penalizar su ocurrencia.

3.3 Algoritmo Metaheurístico

El problema de la optimización de un material compuesto, al igual que muchos otros, carece de un procedimiento que proporcione la solución exacta en un tiempo admisible. Por lo tanto, hay que recurrir como solución alternativa a la aplicación de un procedimiento heurístico, que suministre una solución aceptable, invirtiendo un tiempo razonable.

Inicialización. Seleccionar el conjunto de estructuras de entorno N_k , $k=1, \dots, k_{\max}$ que se usarán en la búsqueda y encontrar una solución inicial x . Elegir, también, el criterio de parada a emplear.

Repetir los siguientes pasos hasta verificarse el criterio de parada:

1. Hacer $k=1$
2. Repetir los siguientes pasos hasta que $k=k_{\max}$:

- (a) *Agitación*: Generar al azar una solución x' del k -ésimo entorno de x ($x' \in N_k(x)$)
- (b) *Búsqueda Local*: Aplicar algún procedimiento de búsqueda local partiendo de x' como solución inicial. Denotar por x'' el óptimo local obtenido
- (c) *Moverse o no*: Si la solución x'' mejora la mejor obtenida, hacer $x = x''$ y continuar la búsqueda con $N_1(k=1)$. En otro caso, hacer $k = k + 1$

La primera decisión que hemos de tomar es la elección de las estructuras de entorno N_k , $k = 1, \dots, k_{\max}$, que son un conjunto de funciones que asocian a cada solución un conjunto de soluciones cercanas, denominado entorno. Dadas las características del problema, se escogen las siguientes estructuras de entorno:

- N_1 , conjunto de soluciones generado manteniendo constante el número de capas de la solución original, y variando el resto de características (orientación de las láminas, fibra, matriz, fracción de volumen)
- N_2 , conjunto de soluciones cuyo número de láminas depende de si la solución original rompe o no: en el primer caso, el entorno comprende todas las soluciones cuyo número de láminas está en el intervalo $n_0 - 3 \leq n \leq n_0 + 3$, siendo n_0 el número de láminas de la solución original; en el segundo caso, el intervalo es $n_0 - 6 \leq n \leq n_0$. En ambos casos, el resto de características es también variable.

El criterio de parada consiste en un determinado número de iteraciones definido por el usuario.

4 RESULTADOS EXPERIMENTALES

En esta sección, se aplica la metaheurística planteada al diseño de un material compuesto en la situación de eje de transmisión hueco de pequeño espesor sometido a un par exterior, con una distribución de tensiones tangenciales.

En las (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**) y (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**) se muestran las características de los materiales (fibras y matrices) usados en el diseño de los laminados.

Material	Módulo Elástico E [GPa]	Resistencia Tracción σ_f [MPa]	Coefficiente Poisson ν	Espesor Lámina e [mm]
<i>Fibra de Vidrio</i>				
E-Glass	72.40	3450.00	0.20	0.20
S-Glass	86.90	4300.00	0.22	0.20
<i>Fibra de Carbono</i>				
AS-1	228.00	3100.00	0.20	0.18
AS-4	248.00	4070.00	0.20	0.18
IM-7	301.00	5310.00	0.20	0.18
P-100	758.00	2410.00	0.20	0.18
T-40	290.00	5650.00	0.20	0.18
T-300	231.00	3650.00	0.20	0.18
<i>Fibra de Boro</i>				
Boro	393.00	3100.00	0.20	0.18
<i>Fibra de Aramida</i>				
Kevlar 49	131.00	3620.00	0.35	0.20
Kevlar 149	179.00	3450.00	0.35	0.20

Figura 6: Características de las fibras empleadas en el proceso de diseño.

Material	Módulo Elástico E [GPa]	Resistencia Tracción σ_m [MPa]	Coefficiente Poisson ν
<i>Termoplásticas</i>			
Peek	3.24	100.00	0.40
PPS	3.30	82.70	0.33
<i>Termoestables</i>			
Poliéster	3.00	50.00	0.30
Epoxy	4.60	58.60	0.36
Poliamida	3.50	103.00	0.35

Figura 7: Características de las matrices empleadas en el proceso de diseño.

4.1 Eje de transmisión hueco de pequeño espesor sometido a un par exterior

Se tiene que dimensionar la pared de un eje de transmisión de espesor e , pequeño respecto a su radio medio r , sometido a un par exterior T , como puede verse en la (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**)

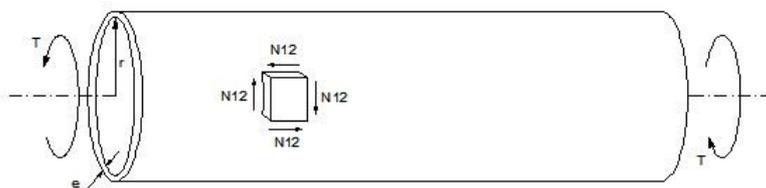


Figura 8: Eje de transmisión hueco de pequeño espesor sometido a un par exterior.

Suponiendo que las tensiones se reparten uniformemente sobre el espesor del anillo, sobre un elemento situado lejos de los bordes actúa solamente una tensión tangencial de valor:

$$\tau_{12} = \frac{T}{2 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot e} \tag{8}$$

Sea N_{12} la fuerza tangencial coplanaria, resultante de las tensiones normales τ_{12} actuantes a lo largo del espesor, por unidad de longitud, cuyo valor es

$$N_{12} = \frac{T}{2 \cdot \pi \cdot r^2} \tag{9}$$

Concretando, si $T = 40000 \text{ N} \cdot \text{m}$ y $r = 0.05 \text{ m}$

$$N_{12} = \frac{T}{2 \cdot \pi \cdot r^2} = \frac{40000}{2 \cdot \pi \cdot 0.05^2} = 2.54648 \cdot 10^6 \text{ N/m} \tag{10}$$

En la (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**) se muestran los datos del laminado óptimo obtenido con el algoritmo planteado, y se compara con el resultado de un algoritmo genético.

Algoritmo	Fibra	Matriz	V_f	Fitness	Láminas (Medio Laminado)	Espesor (mm)	
Propuesto	P-100	Peek	0.50	3.4525	Angulo	5.04	
					P_k		
					-50°		0.96634
					-50°		0.96634
					40°		0.95535
					50°		0.9023
					-40°		0.91292
					50°		0.9023
					40°		0.95535
					50°		0.9023
					-40°		0.91292
					40°		0.95535
					-40°		0.91292
40°	0.95535						

					-40°	0.91292	
					40°	0.95535	
Genético	P-100	Peek	0.50	3.4525	Angulo	P_k	5.04
					-40°	0.91292	
					50°	0.9023	
					40°	0.95535	
					50°	0.9023	
					40°	0.95535	
					-50°	0.96634	
					40°	0.95535	
					50°	0.9023	
					-40°	0.91292	
					-40°	0.91292	
					40°	0.95535	
					40°	0.95535	
					-40°	0.91292	
-50°	0.96634						

Tabla 1: Características del mejor laminado obtenido en la serie de ensayos.

En la **(¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.)** aparecen las estadísticas correspondientes a los 300 ensayos realizados, donde NL_{min} representa el menor número de láminas, \overline{NL} el promedio del número de veces que se obtiene esta solución, σ_{NL} el desvío estándar del número de veces que se obtiene esta solución, F_{max} el mejor fitness obtenido, \overline{F} el promedio de fitness y σ_F el desvío estándar del fitness obtenido.

Algoritmo	n	NL_{min}	\overline{NL}	σ_{NL}	F_{max}	\overline{F}	σ_F
Propuesto	300	28	28.72	1.0545	3.4525	2.6034	0.9884
Genético	300	28	30.57	1.6494	3.4525	1.4782	0.8356

Tabla 2: Estadísticas correspondientes a la serie de ensayos.

En la **(¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.)** se representa el histograma correspondiente al número de láminas de los ensayos y en la **(¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.)** al del fitness.

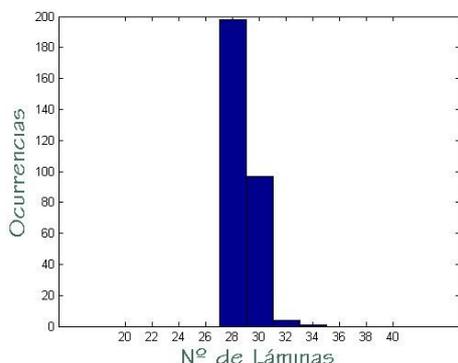


Figura 9: Histograma del número de láminas correspondientes a la serie de ensayos.

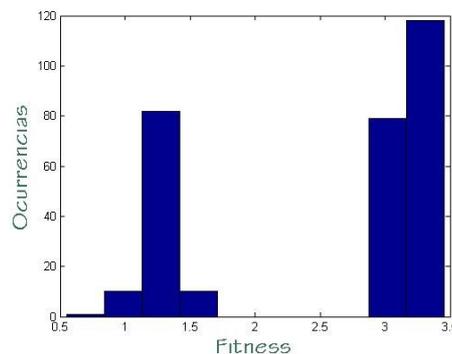


Figura 10: Histograma del Fitness correspondientes a la serie de ensayos.

Finalmente, en las **(¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.)**, **(¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.2)**, **(¡Error! No se encuentra el origen de la**

referencia.), (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**) se muestran los diferentes coeficientes que intervienen en la optimización del laminado.

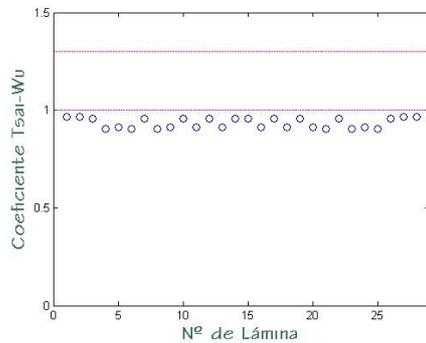


Figura 11: Coeficiente P_k (Tsai-Wu) de cada lámina del mejor laminado obtenido en la serie de ensayos.

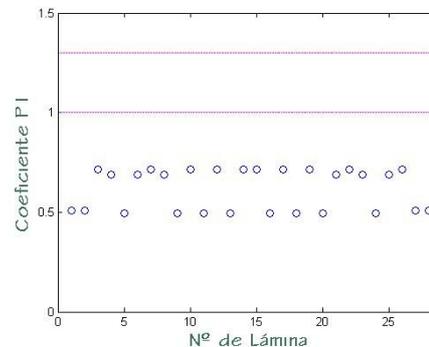


Figura 12: Coeficiente P_1 de cada lámina del mejor laminado obtenido en la serie de ensayos.

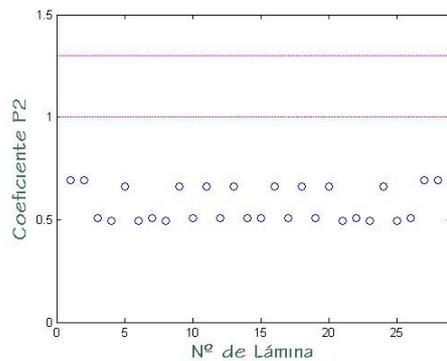


Figura 13: Coeficiente P_2 de cada lámina del mejor laminado obtenido en la serie de ensayos.

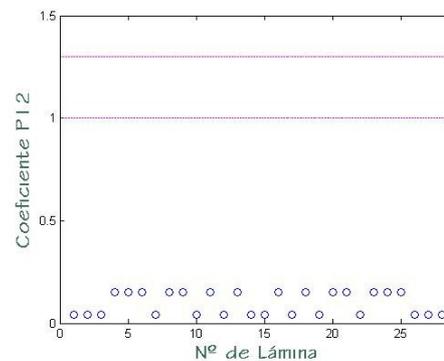


Figura 14: Coeficiente P_{12} de cada lámina del mejor laminado obtenido en la serie de ensayos.

5 CONCLUSIONES

En este trabajo se ha propuesto el uso de una metaheurística evolutiva para la optimización en el diseño de un material compuesto. Dicha metaheurística permite resolver problemas de optimización en base a la idea del cambio sistemático de entornos. Una vez aplicado, se cambia de estructura de entorno, generándose una solución de forma aleatoria y obteniendo un mínimo local a partir de ella. Este proceso se repite para todas las estructuras de entorno, actualizando la solución y comenzando de nuevo. El criterio de parada se ha definido en base a un número determinado de iteraciones definido por el usuario.

También se ha presentado una representación del problema que permite, por una parte, codificar toda la información necesaria para el diseño del laminado en un cromosoma, formado a su vez por cuatro genes, y por otra, una función de adaptación o Fitness, que valora a los individuos premiando a aquellos que mejor aprovechen las características de los materiales, es decir, que las tensiones sean soportadas por las fibras en lugar de por la matriz, además de minimizar el número de capas sin romper ninguna de ellas.

Finalmente, el modelo propuesto ha sido aplicado a una situación real y se han comparado los resultados obtenidos con un algoritmo genético. El resultado ha sido favorable al algoritmo propuesto, disminuyendo el número de láminas necesarias en los casos de esfuerzos

uniaxial y biaxial, e igualándolo en el caso de esfuerzo cortante, aunque con mejores datos estadísticos.

REFERENCIAS

- Adams DB, Watson LT, Gürdal Z. (2003). Optimization and blending of composite laminates using genetic algorithms with migration. *Mech Adv Mater Struct*; 10:183-203.
- Barbero, Ever J. (1999). *Introduction to composite materials design*. Philadelphia; London: Taylor Francis.
- Car, E., Oller, S. y Oñate, E. (2000). Tratamiento numérico de los materiales compuestos. Vol. 57. Barcelona: *Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería*.
- Duratti, L., Salvo, L., Landru, D., Bréchet, Y. (2002). Selecting the components of polymeric composites. *Advanced Engineering Materials* 2002, 4, N° 6, p367-371.
- Falkenauer, E. (1998). *Genetic Algorithms and Grouping Problems*. John Wiley and Sons.
- Grosset, L., Le Riche, R., and Haftka, R.T., (2006). A double-distribution statistical algorithm for composite laminate optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 31 (1): 49-59.
- Gürdal, Zafer. (1999). *Design and optimization of laminated composite materials*. New York; Wiley.
- Huang, J., and Haftka, R.T., (2005). Optimization of fiber orientations near a hole for increased load carrying capacity of composite laminates. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 30 (5): 335-341.
- Kogiso N, Watson LT, Gürdal Z, Haftka RT, Nagendra S. (1994). Design of composite laminates by a genetic algorithm with memory. *Mech Compos Mater Struct*;1:95-117.
- Kuno K. U. Stellbrink. (1996). *Micromechanics of Composites: Composite Properties of Fiber and Matrix Constituents*. Hanser Gardner Publications.
- Lenz, T. J. (1997). *Designing composite material systems using generic tasks and case-based reasoning*. Ph. D. Dissertation. Michigan State University.
- Mattews, F. L., Davies, G. A. O., Hitchings, D., Soutis, D. (1999). *Finite element modelling of composite materials and structures*. Imperial College, University of London, UK. Woodhead.
- McMahon MT, Watson LT. (2000). A distributed genetic algorithm with migration for the design of composite laminate structures. *Parallel Algorithms Appl*;14:329-62.
- Puck, A. Schurmann. H. (1998). Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models, *Compos Sci. Technol.*, 58, 1045 – 1068.
- Puck, A. Schurmann. H. (2002). Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models —Part B, *Compos Sci. Technol.*,62, 1633 – 1672.
- Rajeev, S. and Krishnamoorthy, C. S. (1992). Discrete Optimization of Structures using Genetic Algorithms. *Journal of Structural Engineering*. Vol 118. No. 5. pp. 1233-1250.
- Soremekun,G., Gürdal, Z., Haftka, R.T., and Watson, L.T., (2001). Composite laminate design optimization by genetic algorithm with generalized elitist selection. *Computers & Structures*, 79 (2): 131-143.
- Sormekun G, Gürdal Z, Kassapoglou C, Toni D. (2002). Stacking sequence blending of multiple composite laminates using genetic algorithms. *Compos Struct*;56:53-62.
- Soremekun G., Gürdal Z., Haftka R.T. and Watson L.T. (2003). Composite laminate design optimization by genetic algorithm with generalized elitist selection. *Computers & Structures*, Volume 79, Issue 2, Pages 131-143.

Tsai Stephen W. and Wu Edward M. (1971). a General Theory of Strength for Anisotropic Materials. *Journal of Composite Materials*, January, pp. 58-80.