

MODELO MATEMÁTICO DE LA DINÁMICA FÍSICA DE LOS NIÑOS DE LLULLAILLACO

Alejandro R. Lespinard^{a,b}, Mario Bernaski^c, Gabriela Recagno^c, Rodolfo H. Mascheroni^{a,d}

^a*Centro de Investigación y Desarrollo en Criotecnología de Alimentos (CIDCA), CONICET La Plata - Universidad Nacional de La Plata, 47 y 116, (B1900AJJ), La Plata, Argentina, alespinard@cidca.org.ar, <http://www.cidca.org.ar>*

^b*Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales, Universidad Nacional de La Plata, La Plata, Argentina, <http://www.agro.unlp.edu.ar>*

^c*Museo de Arqueología de Alta Montaña, Gobierno de la Provincia de Salta, Salta, Argentina, <http://maam.culturasalta.gov.ar>*

^d*MODIAL – Depto. Ing. Química – Facultad de Ingeniería, UNLP, La Plata, Argentina.*

Palabras clave: Momias, Niños de Llullaillaco, Simulación, Transferencia de Calor y Masa, Preservación.

Resumen. En marzo de 1999 se produjo uno de los descubrimientos más importantes en el campo de la arqueología de alta montaña: el hallazgo de tres cuerpos de niños, en perfecto estado de conservación, pertenecientes a la Civilización Inca. Los cuerpos fueron hallados cubiertos por un manto compuesto de roca y hielo en la cumbre del volcán Llullaillaco ubicado en la provincia de Salta a más de 6700 m sobre el nivel del mar. Actualmente las momias se encuentran en el Museo de Arqueología de Alta Montaña de Salta (MAAM) y unas de las principales tareas que se están llevando a cabo es establecer condiciones óptimas de preservación de los mismos. Con este fin resulta relevante determinar los fenómenos físicos y químicos que se desarrollaron en los cuerpos de los Niños del Llullaillaco y que permitieron su conservación por más de 500 años. En este trabajo se desarrolló un modelo matemático que describe los procesos de transferencia de calor y materia que ocurrieron en los tres cuerpos durante este período. Los modelos desarrollados de transferencia de calor y de materia fueron resueltos por medio del método de elementos finitos empleando el software COMSOLTM Multiphysics en su versión 3.5. La resolución numérica de los modelos y la aplicación de simulación computacional permitieron entender e interpretar la dinámica física que tuvo lugar en dichos cuerpos, con el objetivo final de visualizar y establecer políticas de preservación a largo plazo.

1 INTRODUCCIÓN

En marzo de 1999 se produjo uno de los descubrimientos más importantes en el campo de la arqueología de alta montaña: el hallazgo de tres cuerpos de niños, en perfecto estado de conservación, pertenecientes a la Civilización Inca.

En la actualidad estos cuerpos congelados de más de 500 años de antigüedad son conocidos como Los Niños del Llullaillaco. Se trata de dos niñas, la mayor conocida como La Doncella y la menor como La Niña del Rayo, a raíz de la caída de un rayo en algún momento de su enterramiento y un varón, el cual es apodado El Niño (ver [Figura 1](#)).

Los cuerpos de los niños fueron hallados, en la cumbre del volcán Llullaillaco ubicado en la provincia de Salta a más de 6700 m sobre el nivel del mar, cubiertos por un domo-casquete de hielo, mecánicamente y termalmente cortado, rodeados por una capa aislante, antiséptica y absorbente de piedra volcánica y ceniza ([Vigl, 2005](#)). Se estima que las condiciones ambientales que favorecieron el proceso de momificación natural y por consiguiente su conservación fueron: las bajas temperaturas en forma constante (-18°C), la baja presión atmosférica, el bajo nivel de oxígeno y la no incidencia de luz solar.

Actualmente las momias se encuentran en el Museo de Arqueología de Alta Montaña de Salta (MAAM) y una de las principales tareas que se están llevando a cabo es establecer las condiciones óptimas de preservación de los mismos. En este sentido un factor esencial para la preservación artificial exitosa de una momia en el almacenamiento frío es el control y mantenimiento de su peso. Con este fin resulta relevante determinar y analizar los fenómenos físicos que se desarrollaron en los cuerpos de los Niños del Llullaillaco y que permitieron su conservación por más de 500 años.

En base a lo anterior se proponen como objetivos de este trabajo a) desarrollar un modelo matemático que describa los fenómenos de transferencia de calor y materia que se produjeron durante dicho período b) identificar cuáles fueron los factores ambientales que propiciaron este inmejorable grado de conservación, con vistas a establecer condiciones óptimas de preservación en cuanto al peso de las momias.



Figura 1: Imágenes de los Niños del Llullaillaco a) Niño, b) Doncella y c) Niña del rayo.

2 DESARROLLO E IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO DE SIMULACIÓN

2.1. Reconstrucción de las geometrías tridimensionales de los cuerpos

Para el desarrollo del modelo de simulación en primer lugar se debieron obtener las geometrías tridimensionales de los cuerpos sin sus vestimentas.

Las mismas fueron reconstruidas a partir de tomografías computadas (TC) realizadas por medio de un equipo no helicoidal (Tomoscan M/EG, Philips, Holanda) en Tomografía Computada Sociedad del Estado de la ciudad de Salta. Los cortes tomográficos se obtuvieron con un espesor de 5mm, empleándose para ello un voltaje de 120 Kv con 40 mA y un tiempo de corte de 2 seg. Por su parte, las imágenes de los cortes axiales correspondientes a las cabezas de las momias se tomaron en forma separada a la del resto del cuerpo y con un field of view (FOV) menor de acuerdo a lo descrito por [Previgliano et al. \(2005\)](#). Los archivos DICOM (Digital Imaging and Communication in Medicine) generados por el tomógrafo fueron empleados para la reconstrucción volumétrica de los cuerpos de las momias.

La secuencia de imágenes de las TC fueron procesadas, realizando inicialmente la segmentación de dichas imágenes definiendo para ello valores umbrales en la escala de grises generándose así una máscara (color roja). De esta forma se consiguió diferenciar el cuerpo de otros objetos presentes en las imágenes como ser camilla del tomógrafo, vestimentas, adornos en la cabeza (ver [Figura 2a, b, c](#), correspondiente a la geometría del Niño). Esto permitió la edición manual de la máscara y la eliminación de dichos objetos, los cuales son innecesarios en el modelo de simulación. Luego se realizó la reconstrucción volumétrica de las momias optimizando los parámetros de manera de obtener un cuerpo tridimensional lo más representativo posible de la realidad ([Figura 2d](#)).

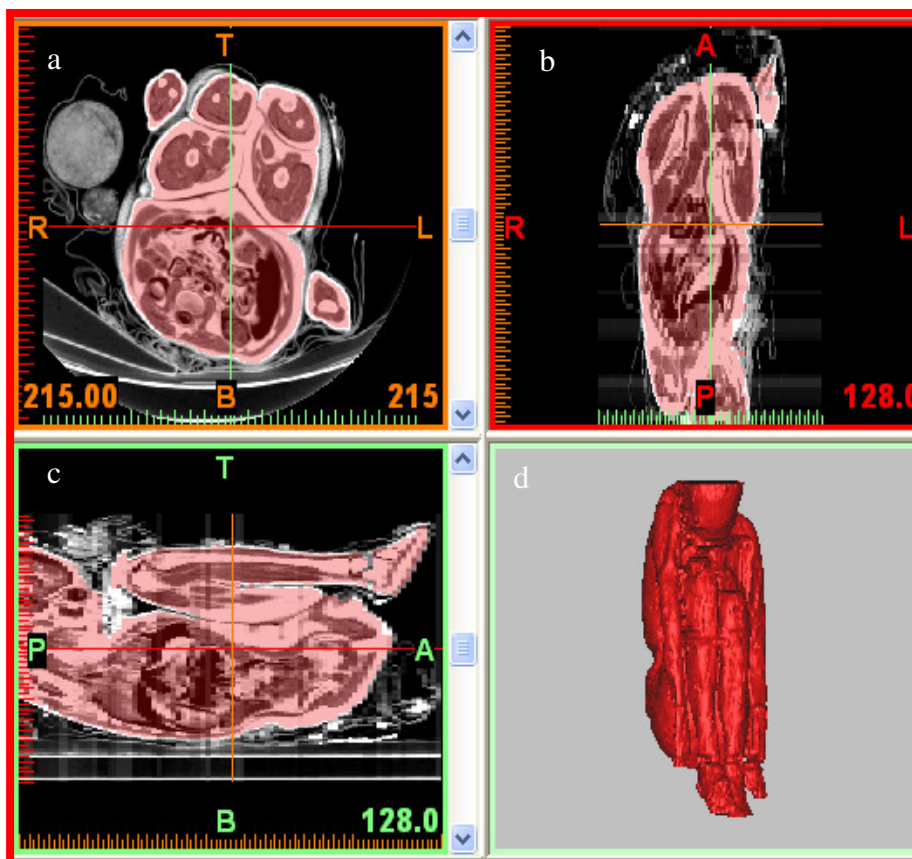


Figura 2: Vistas a) coronal, b) axial, c) sagital mostrando la segmentación y d) reconstrucción volumétrica del Niño.

Además, debido a la falta de algunos cortes tomográficos originales, correspondientes a la Doncella y la Niña del rayo, debieron ser reconstruidas pequeñas partes pertenecientes a los

cuerpos de las mismas. Finalmente se ensambló el cráneo al resto del cuerpo y se realizó el escalado correspondiente para obtener el tamaño real del cuerpo (ver [Figura 3](#)).

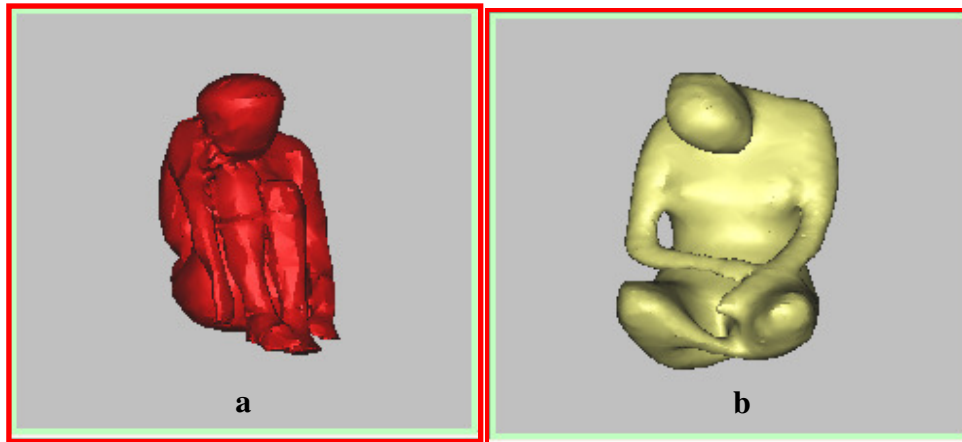


Figura 3: Representación 3D de la geometría del cuerpo a) del Niño y b) de la Doncella, con la adición del cráneo y su escalado correspondiente.

La reconstrucción virtual en 3D de las momias permitió a su vez estimar el volumen y la superficie de los cuerpos los cuales son necesarios para la implementación del modelo de simulación. Los valores obtenidos para ambos parámetros son mostrados en la [Tabla 1](#).

	Volumen (m ³)	Superficie (m ²)
NIÑO	0.0195	0.5373
DONCELLA	0.0480	1.0583
NIÑA DEL RAYO	0.0177	0.9851

Tabla 1: Medidas geométricas obtenidas a través de la reconstrucción computacional de los cuerpos.

2.2 Descripción de los fenómenos físicos

Desde el punto de vista físico, los cuerpos, pueden ser considerados como una combinación de una matriz sólida, una fase líquida (solución acuosa) y una fase gaseosa (aire y vapor de agua). El agua en las momias se puede encontrar en distintos estados: como hielo, solución acuosa y/o vapor de agua. En el caso del agua líquida, puede estar libre o ligada. Para la descripción del proceso de congelación el cuerpo puede ser dividido en tres zonas: no-congelada, congelada y porosa parcialmente deshidratada como puede observarse en la [Figura 4](#).

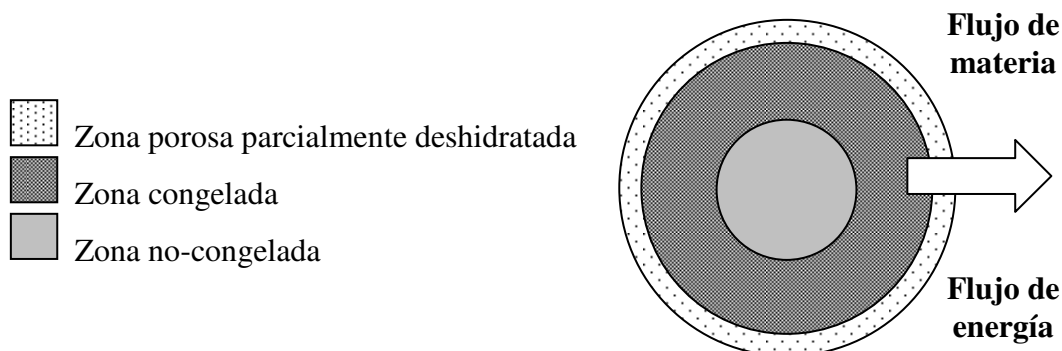


Figura 4: Esquema de las diferentes zonas del cuerpo y su relación con el ambiente.

Los fenómenos que se deben considerar en el modelo son la transferencia de calor y materia entre el cuerpo y el medio que lo rodea, y los siguientes cambios de estado: Congelación del agua líquida libre y sublimación del hielo superficial.

Durante el fenómeno de sublimación del hielo superficial se produce una transferencia de vapor de la zona congelada al medio ambiente, generando la formación de una capa deshidratada superficial. De esta manera el frente de sublimación va desplazándose hacia el interior del cuerpo, aumentando el espesor de la capa deshidratada. El movimiento del vapor a través de esta capa puede ser considerado difusivo, y es debido a la diferencia de presiones de vapor entre la superficie del hielo y el seno del aire del medio ambiente. No obstante a los efectos de simplificar el modelo de simulación, y tal como se detalla a continuación, el cuerpo puede considerarse como una única zona congelada.

2.3 Modelado matemático

Se propone el siguiente modelo matemático el cual permite describir los fenómenos físicos que ocurrieron en los tres cuerpos de las momias en cuanto a los procesos de transferencia de calor y materia. Este modelo supone las siguientes consideraciones principales: a) dentro del cuerpo la transferencia de energía es sólo por conducción (Ley de Fourier), b) en la superficie del cuerpo se considera la transferencia de energía por convección y radiación; y además las pérdidas o ganancias de energía asociadas a la evaporación (sublimación) o condensación superficial del agua, respectivamente y c) el modelo no considera transporte interno de agua, se asume que en todo momento el frente de sublimación se mantiene en la superficie del cuerpo.

De esta manera el balance de energía queda descrito por la ecuación (1), con la condición inicial y las de contorno dadas por las ecuaciones 2 y 3, respectivamente.

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \nabla^2 T \quad (1)$$

Condiciones iniciales:

$$T = T(x, y, z, 0) \quad (2)$$

Condiciones de contorno:

$$-nk \nabla T = h(T_{sup} - T_a) + \sigma \varepsilon (T_{sup}^4 - T_a^4) + L_s N \quad (3)$$

donde n es el vector normal a la superficie, h el coeficiente de transferencia de calor, σ la constante de Stefan-Boltzmann, ε emisividad, L_s calor de sublimación del hielo, T_{sup} y T_a son las temperaturas de la superficie de los cuerpos y el ambiente que los rodea, respectivamente. Las condiciones de contorno (temperatura y humedad relativa del ambiente) empleadas en este modelo corresponden a las determinadas mediante un registro realizado en el sitio del hallazgo a 80 cm de profundidad durante el período de un año y medio.

Por su parte, N es el flujo de agua evaporada en la superficie por unidad de área y puede determinarse a través de la siguiente expresión:

$$N = k_g (a_w P_{sat}(T_{sup}) - HRP_{sat}(T_a)) \quad (4)$$

donde k_g es el coeficiente de transferencia de materia, a_w la actividad de agua, P_{sat} la presión de saturación del vapor de agua, HR la humedad relativa del ambiente.

A su vez, la actividad del agua (a_w) puede evaluarse mediante la ecuación 5:

$$a_w = \frac{P_{hielo}}{P_{sw}^0} \quad (5)$$

donde P_{hielo} es la presión del vapor del hielo y P_{sw}^0 es la presión del agua superenfriada a la misma temperatura.

Para estimar la pérdida de peso producida por evaporación o la ganancia de peso producida por condensación a un determinado tiempo $PP(t)$ (kg) se calcula la integral del flujo de agua N en la frontera del dominio Γ y en el tiempo:

$$PP(t) = \int_0^t \left[\int_{\Gamma} N(\Gamma, t) d\Gamma \right] dt \quad (6)$$

Las pérdidas por evaporación se usaron para determinar un contenido de agua medio \bar{C} (base seca) el cual es empleado a su vez para determinar las propiedades físicas.

$$\frac{d\bar{C}}{dt} = -\frac{1}{m_{ss}} \int_{\Gamma} N(\Gamma, t) d\Gamma \quad (7)$$

siendo m_{ss} la masa de sólido seco; a partir de ésta se obtiene el contenido de agua medio en base húmeda, para cada tiempo, usado para evaluar las propiedades físicas:

$$x_w(t) = \frac{\bar{C}(t)}{\bar{C}(t) + 1} \quad (8)$$

A partir del parámetro anterior se calculó la fracción volumétrica del agua mediante la siguiente expresión:

$$\phi_{agua} = \frac{x_w \rho}{\rho_{agua}} \quad (9)$$

Para evaluar las propiedades físicas de las momias en función de la temperatura y el contenido de agua se consideraron ecuaciones establecidas por diferentes autores para congelación de carnes.

Conductividad térmica:

$$k = 1,745(1 - TCR/T)\phi_{agua} + 0.233 \quad (\text{Fikiin, 1974}) \quad (10)$$

Capacidad calorífica:

$$Cp = 3874 - 2534\phi_{agua} + 902893(1 - \phi_{agua})/T^2 \quad (\text{Mascheroni, 1977}) \quad (11)$$

Presión de vapor del hielo:

$$P_{hielo} = \exp(9.550426 - 5723.265/(T + 273.16) + 3.53068 \ln(T + 273.16) - 0.00728322(T + 273.16))$$

(Murphy y Koop, 2005) (12)

Presión de saturación de vapor de agua:

$$P_{sat} = \exp(23.4795 - 3990.5/(T + 233.833))$$

(Ecuación de Antoine) (Chuntranuluck et al., 1998).

Por su parte la densidad fue calculada a partir de los pesos iniciales estimados de los Niños, sus volúmenes y las pérdidas de peso ($PP(t)$).

Para la resolución numérica del modelo previamente planteado se utilizó el software COMSOLTM Multiphysics (COMSOL AB). El software utilizado emplea el método de elementos finitos para la resolución de las ecuaciones diferenciales propuestas en el modelo. Para ello aplica un esquema de integración implícito con paso de tiempo variable, combinado con el método de Newton para resolver el sistema de ecuaciones no lineales resultantes.

2.4 Condiciones ambientales

Durante aproximadamente 500 años las momias se encontraron en la cumbre del volcán Lullailaco a unos 6739 metros de altura sobre el nivel del mar y expuestos a una temperatura media anual de -12.34°C y una humedad relativa media (HR) de 42.59%. Estos valores corresponden al aire, presente en el lecho rocoso, que rodeaba a los cuerpos y fue determinado a 80 cm de profundidad. A su vez los cuerpos estaban distribuidos en la plataforma ceremonial como se muestra en la Figura 5, donde fueron hallados cubiertos por un manto compuesto de roca, arena, cenizas volcánicas e hielo a una profundidad de 1.67, 2.20 y 1.75 m para El Niño, La Doncella y La Niña del Rayo, respectivamente (ver Figura 6).

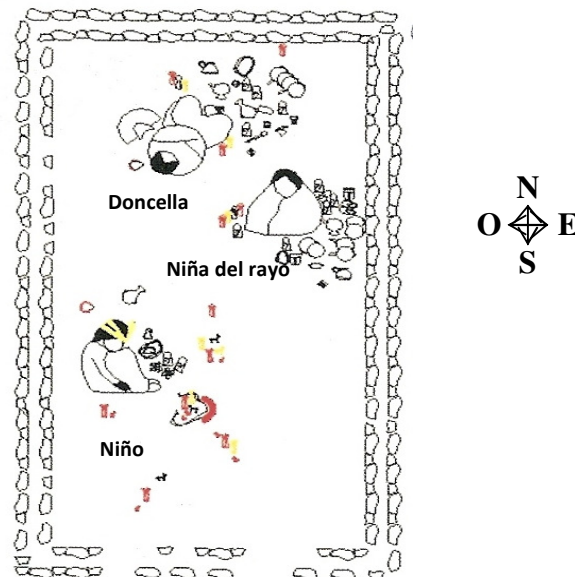


Figura 5: Esquema de la distribución y orientación de las momias en la plataforma ceremonial.

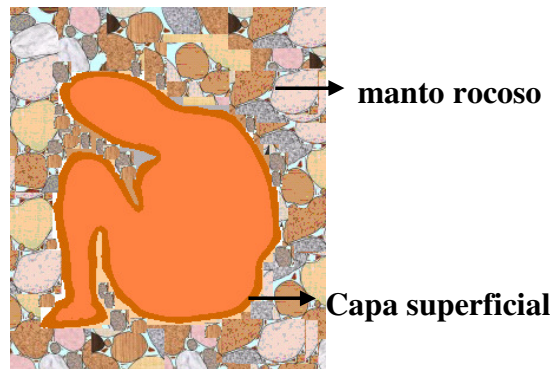


Figura 6: Esquema de la disposición del cuerpo mostrando la capa superficial deshidratada y el manto rocoso que lo cubre.

2.5 Pérdidas de peso de los cuerpos

De acuerdo al Informe de [Vigl, 2005](#), el cual toma en cuenta las diferencias raciales, formulario de nutrición, estatura individual y pérdida de agua en las últimas horas de vida, los Niños sufrieron aproximadamente, en los 500 años de su estadio en la Cumbre del Lullailaco, las pérdidas de peso y las reducciones del contenido de agua de los tejidos que se detallan en la [Tabla 2](#).

	Pérdida de peso total (kg)	Velocidad de pérdida de peso (kg/año)	Reducción contenido de agua en tejidos (%)
NIÑO	8	0.016	54
DONCELLA	5	0.010	35
NIÑA DEL RAYO	2	0.0042	25

Tabla 2: Pérdida de peso y reducción del contenido de agua en los tejidos.

2.6 Consideraciones en la implementación del modelo matemático

En base a las condiciones antes mencionadas se realizan las siguientes consideraciones en la implementación del modelo de simulación para dicho período:

- i) El agua libre contenida en los cuerpos se encuentra inicialmente en estado sólido (congelada), es decir no se considera el cambio de fase del estado líquido al sólido. Esta simplificación del modelo se realiza teniendo en cuenta que los tiempos que tardaron los cuerpos en llegar a su temperatura de congelación ($-0.91\text{ }^{\circ}\text{C}$) fueron relativamente muy pequeños (horas) en comparación con el período de 500 años considerado. Para el cálculo de dichos tiempos de congelación se empleó el monograma de Henssge, considerando los siguientes datos:

Peso corporal:

Niño: 18.23 kg.

Doncella: 33.73 kg.

Niña del Rayo: 16.52 kg.

Temperatura ambiente: -12.34°C

Factor de corrección empírico según vestimenta: 1.2

Temperatura de congelación: $-0.91\text{ }^{\circ}\text{C}$. ([Riedel, 1978](#)) considerando un contenido de humedad inicial de los cuerpos del 75%.

De esta manera se obtuvieron los tiempos, que se detallan a continuación, para alcanzar el punto de congelación en el centro térmico de los cuerpos.

Niño: 10 hs. 48 min.

Doncella: 17 hs. 24 min.

Niña del Rayo: 10 hs. 6 min.

Quedando así demostrada la validez de la primera simplificación (i) del modelo.

ii) Se desprecia la resistencia al flujo de vapor de la capa deshidratada. Para demostrar la validez de dicha simplificación se estimó la incidencia de la capa deshidratada sobre el coeficiente de difusión efectivo de agua (D_{ef}). Para ello se determinó D_{ef} mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{D_{ef}} = \frac{e_{cd}}{D_{cd}} + \frac{e_{lr}}{D_{lr}} \quad (14)$$

siendo e_{cd} y D_{cd} el espesor y el coeficiente de difusividad de la capa deshidratada, mientras que e_{lr} y D_{lr} son los mismos parámetros pero correspondientes al lecho rocoso que cubre los cuerpos.

El parámetro D_{lr} fue calculado de acuerdo a Taylor y Luthin (1978) quienes proponen la siguiente expresión para estimar la difusividad del agua en suelos en función del contenido volumétrico de agua no congelada (líquida) (θ_u) y del hielo (θ_i):

$$D_{lr} = \frac{1.36 * 10^{-9} * 10^{19.5\theta_u}}{10^{10\theta_i}} \quad (15)$$

El contenido volumétrico de agua líquida (θ_u) fue determinado a través de la “curva característica de suelo-congelación” presentada por Jame y Norum (1980), para suelos de propiedades similares al lecho rocoso, y el valor obtenido fue de 0.025 ($\theta_i = 0.975$).

De esta manera se obtuvo un valor de D_{lr} de $7.43 \times 10^{-19} \text{ m}^2/\text{s}$.

El valor de e_{lr} fue el correspondiente a la profundidad promedio a la cual se encontraban enterrados los cuerpos, siendo de 1.67, 2.20 y 1.75 m para El Niño, La Doncella y La Niña del Rayo, respectivamente.

Por su parte, el valor de D_{cd} fue estimado a partir de la siguiente ecuación propuesta por Hamdami et al. (2004) para medios porosos:

$$D_{cd} = 1.801 * 10^{-4} * \exp\left(\frac{-23.02}{RT}\right) \quad (16)$$

Obteniéndose un valor de $D_{cd} = 1.78 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$.

De la observación de ambos valores (D_{cd} y D_{lr}) y considerando que el espesor de la capa deshidratada porosa (e_{cd}) es del orden de 10^{-3} m , se deduce la poca incidencia que tiene la misma sobre el valor de D_{ef} .

De las dos suposiciones planteadas anteriormente el cuerpo puede considerarse como una única zona congelada.

iii) El coeficiente de transferencia de calor entre el cuerpo y el medio que lo rodea debe considerar en este período el material rocoso que cubre los cuerpos. Para esto se calcula un coeficiente de transferencia de calor efectivo (U) mediante la siguiente expresión:

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h} + \frac{e_{lr}}{k_{lr}} \quad (17)$$

Considerando $h = 3.3 \text{ W/(m}^2\text{°C)}$ según lo estimado por [Mall y Eisenmenger \(2005\)](#) para cuerpos humanos en aire estanco y una conductividad térmica de $k_{lr} \sim 3 \text{ W/(m}^2\text{°C)}$ correspondiente a suelos congelados de similares características al material que rodea las momias ([Chuangchid et al., 2003](#)), se obtuvo un valor de $U = 1.16 \text{ W/(m}^2\text{°C)}$, el cual fue incorporado en el modelo de simulación propuesto.

iv) La variación de la presión de vapor con la altitud fue tenida en cuenta a través de la siguiente expresión:

$$P_z = P_{nm} * f_{altitud} = P_{nm} * \frac{1}{\exp[z/(8430.15 - 0.09514z)]} \quad (18)$$

donde P_z es la presión de vapor a una altitud z (m) y P_{nm} es la presión de vapor al nivel del mar. Para la altitud de 6739 m a la cual se encontraban las momias el factor de altitud fue igual a 0.42.

De esta manera la Ec. 4 se transforma en la siguiente expresión considerando el factor altitud:

$$N = k'_g f_{altitud} (a_w P_{sat}(T_{sup}) - HRP_{sat}(T_a)) = k'_g (a_w P_{sat}(T_{sup}) - HRP_{sat}(T_a)) \quad (19)$$

siendo k'_g el coeficiente de transferencia de materia en la altura.

De lo expresado hasta aquí se evidencia para este período la necesidad de conocer el coeficiente de transferencia de materia k'_g , el cual incide directamente sobre la pérdida de peso. La estimación del mismo se realizó aplicando el método inverso, el cual consistió en variar dicho coeficiente en el modelo de simulación hasta que logre predecir la velocidad de pérdida de peso por año presentadas en la [Tabla 2](#). Las simulaciones computacionales se efectuaron para el período de tiempo de un año. Los valores obtenidos de esta forma son presentados en la [Tabla 3](#).

	k'_g (s/m)
Niño	$8.80 \cdot 10^{-12}$
Doncella	$2.80 \cdot 10^{-12}$
Niña del Rayo	$1.25 \cdot 10^{-12}$

Tabla 3: Coeficientes de transferencia de materia obtenidos por el método inverso.

En la [Figura 7](#) se presentan las curvas de pérdida de peso, para los tres cuerpos, obtenidas por el modelo de simulación para el primer año en la Cumbre del Lullailaico. Como puede observarse al comienzo la disminución del peso es rápida, luego se produce un cambio de pendiente y la pérdida se hace más lenta. Esto se debe a que la temperatura del cuerpo alcanza la temperatura ambiente y de esta manera desaparece la contribución debida a la diferencia de temperaturas entre el cuerpo y el medio a la fuerza impulsora para la pérdida de peso.

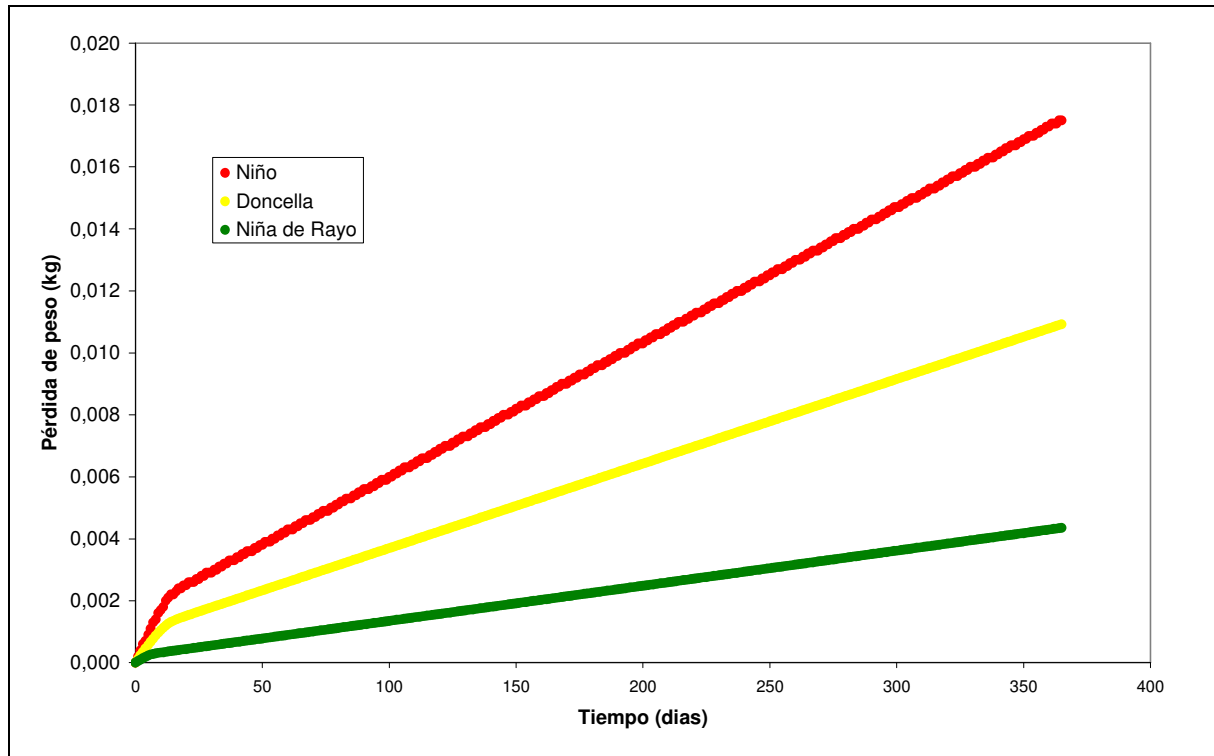


Figura 7: Pérdida de peso simulada de los cuerpos durante el primer año en la cumbre.

Las velocidades de secado para el período de tiempo antes de que se igualen la temperatura del cuerpo con la ambiente (velocidad de pérdida de peso 1) y después de esta instancia (velocidad de pérdida de peso 2) son presentadas en la [Tabla 4](#).

	Velocidad de pérdida de peso 1 (kg/s)	Velocidad de pérdida de peso 2 (kg/s)
Niño	$1.83 \cdot 10^{-9}$	$5.04 \cdot 10^{-10}$
Doncella	$1.14 \cdot 10^{-9}$	$3.16 \cdot 10^{-10}$
Niña del Rayo	$5.10 \cdot 10^{-10}$	$1.31 \cdot 10^{-10}$

Tabla 4. Velocidades de deshidratación obtenidas por el modelo para los tres cuerpos.

2.7 Determinación del espesor de la capa deshidratada

Para determinar el espesor de la capa deshidratada se consideró la humedad inicial de los cuerpos (Y_0) (estimada en aproximadamente 75%), la velocidad de pérdida de peso dada por la pendiente de las curvas de la [Figura 7](#) y el contenido de humedad de la capa deshidratada que permanece como hielo absorbido (f_{ads}) en equilibrio con una humedad (HR), del aire que los rodea, del 42.59%. Este último parámetro fue determinado por la siguiente correlación propuesta por [Chumak y Sibiariakov \(1988\)](#) para la obtención de la curva de desorción del hielo en carnes:

$$f_{ads} = \exp(A_1 + A_2 HR + A_3 HR^2 + A_4 HR^3), \quad (20)$$

donde los parámetros A_1 , A_2 , A_3 y A_4 dependen de la temperatura:

$$A_1 = -2.7349 - 0.01513 T - 5.064 \cdot 10^{-4} T^2 - 4.083 \cdot 10^{-6} T^3 \quad (21)$$

$$A_2 = 5.089 \cdot 10^{-2} + 2.269 \cdot 10^{-3} T + 8.285 \cdot 10^{-5} T^2 + 9.172 \cdot 10^{-7} T^3 \quad (22)$$

$$A_3 = -9.442 \cdot 10^{-4} - 7.085 \cdot 10^{-5} T - 2.673 \cdot 10^{-6} T^2 - 3.206 \cdot 10^{-8} T^3 \quad (23)$$

$$A_4 = 7.323 \cdot 10^{-6} + 6.188 \cdot 10^{-7} T + 2.33710^{-8} T^2 + 2.9 \cdot 10^{-10} T^3 \quad (24)$$

De esta manera se obtuvo un contenido de humedad de equilibrio en la capa deshidratada de 17.65 % (b.s.), 15.00 % (b.h.), lo cual es equivalente a 0.044 (kg agua/kg sólido húmedo inicial).

Agua sublimada por unidad de peso:

$$\left(0.750 \frac{\text{kg}_{\text{agua}}}{\text{kg}_{\text{sol.humedo}}} - 0.044 \frac{\text{kg}_{\text{agua}}}{\text{kg}_{\text{sol.humedo}}} \right) = 0.706 \frac{\text{kg}_{\text{agua}}}{\text{kg}_{\text{sol.humedo}}} \quad (25)$$

Agua sublimada por unidad de volumen:

$$\begin{aligned} 0.706 \frac{\text{kg}_{\text{agua}}}{\text{kg}_{\text{sol.humedo}}} \rho_{\text{tejido}} &= 0.706 \left(\frac{\text{kg}_{\text{agua}}}{\text{kg}_{\text{sol.humedo}}} \right) * 991.95 \left(\frac{\text{kg}_{\text{sol.humedo}}}{\text{m}^3_{\text{sol.humedo}}} \right) = \\ &= 700.317 \left(\frac{\text{kg}_{\text{agua}}}{\text{m}^3_{\text{sol.humedo}}} \right) \end{aligned} \quad (26)$$

donde la densidad del tejido muscular que se deshidrata (ρ_{tejido}) fue obtenida mediante siguiente la correlación propuesta por (Sanz et al., 1987) para carnes congeladas.

$$\rho_{\text{tejido}} = \frac{1053}{0.982 + 0.113Y_0 + 0.257(1 - Y_0)T^{-1}} \quad (27)$$

donde Y_0 es el contenido de agua inicial.

Agua sublimada por espesor de capa deshidratada (m):

$$700.317 \left(\frac{\text{kg}_{\text{agua}}}{\text{m}^3_{\text{sol.humedo}}} \right) * \text{área}_{\text{cuerpo}}(\text{m}^2) = \frac{\text{kg}_{\text{agua}}}{\text{m}_{\text{espesor}_{\text{cd}}}} \quad (28)$$

Considerando las áreas obtenidas por medio de la reconstrucción computacional para cada uno de los cuerpos, presentadas en la Tabla 1, se obtuvieron los valores de 376.28, 741.17 y 689.88 (kg_agua/m_espesor_{cd}) para el Niño, la Doncella y la Niña del rayo, respectivamente.

Por su parte, la velocidad instantánea de formación de la capa deshidratada se calculó por medio del producto de la velocidad de secado, que se corresponde con la primera derivada para cada instante de tiempo de las curvas presentadas en la Figura 7, por la inversa del agua sublimada por espesor de capa deshidratada obtenida anteriormente.

$$\frac{dx}{dt} = \text{vel. secado}_{cp} \left(\frac{\text{kg}_{\text{agua}}}{\text{s}} \right) \left(\frac{\text{kg}_{\text{agua}}}{\text{m}_{\text{espesor}_{\text{cd}}}} \right)^{-1} \quad (29)$$

Integrando la función velocidad de formación de la capa deshidratada obtenemos la evolución del espesor de la dicha capa con el tiempo, la cual es mostrada para cada una de las momias en la [Figura 8](#).

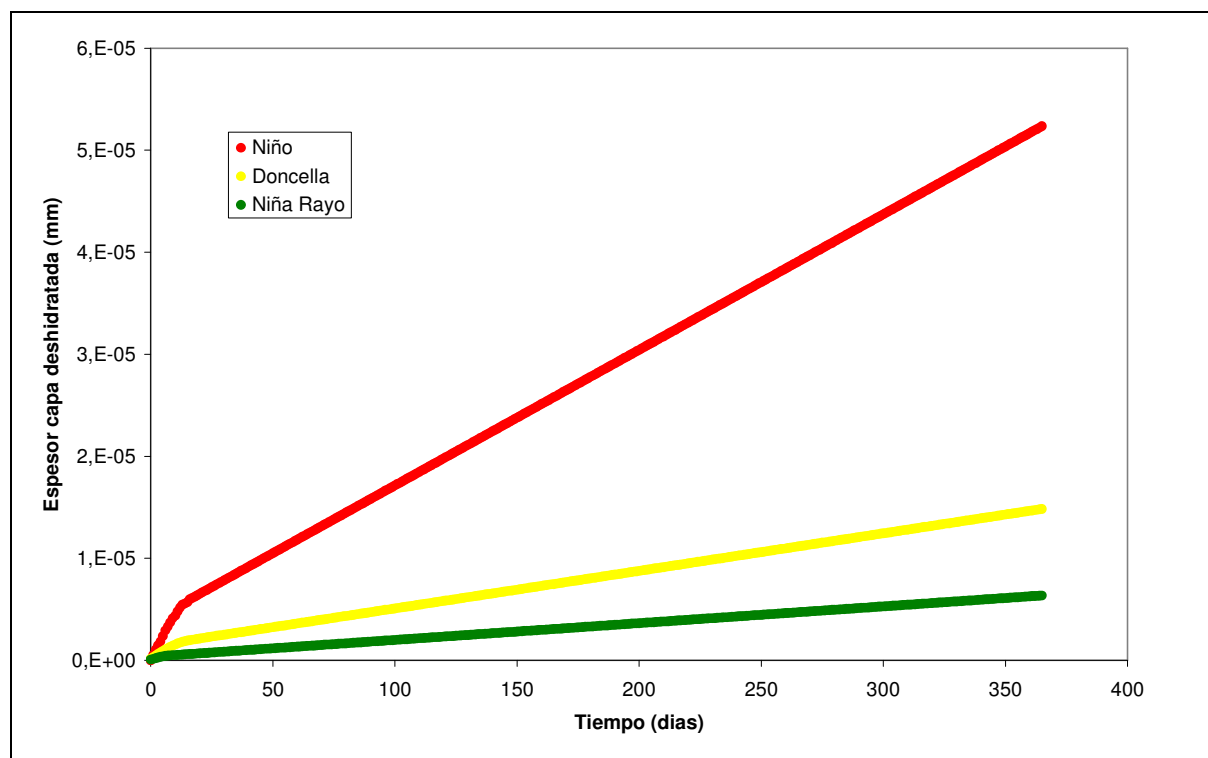


Figura 8: Evolución de la capa deshidratada de los cuerpos durante el primer año en la cumbre.

Finalmente se muestran en la [Tabla 5](#) los espesores de la capa deshidratada, obtenidos por el modelo de simulación, que presentan los cuerpos luego de su exposición a las condiciones ambientales de la cumbre del Llullaillaco.

	Espesor final de la capa deshidratada (mm)
Niño	26.2
Doncella	7.42
Niña del Rayo	3.18

Tabla 5. Espesor final de la capa deshidratada luego de 500 años en la cumbre.

Una de las observaciones que debe realizarse de la [Tabla 5](#), es que dichos espesores fueron calculados considerando que el fenómeno de sublimación se produce únicamente en la superficie de los cuerpos. Por su parte, de acuerdo a los estudios radiológicos de [Previgliano et al. \(2005\)](#), la mayoría de los órganos internos de los cuerpos de las momias presentaron una disminución del volumen debida a deshidratación por sublimación. Lo anterior indica que el proceso de sublimación no sólo se produjo en la superficie de los cuerpos, sino también en los órganos internos de las momias, lo que implicaría que los espesores obtenidos a través del modelo, para la capa deshidratada en la superficie, están sobredimensionados con relación a los reales.

Por otro lado, se evidencia en la [Figura 8](#) que el Niño habría experimentado una velocidad de deshidratación considerablemente mayor que los otros dos cuerpos. Esto podría atribuirse

en parte a que el cuerpo del Niño se encontraba, en la plataforma ceremonial, enterrado a una menor profundidad y más alejado de las paredes, es decir con una mayor exposición a los vientos lo que favoreció la pérdida de peso (ver [Figura 5](#)). Por otra parte, la estimación realizada por [Vigl \(2005\)](#), de que el Niño perdió 8 kg durante su período en la cumbre estaría sobredimensionada, ya que no tuvo en cuenta la disminución del peso corporal que el mismo sufrió previo a su muerte durante el extenso viaje de Perú al Volcán Lullailaco, como consecuencia de una gran desmejora que presentaba su estado de salud, hecho que no fue evidenciado en los restantes cuerpos.

2.8 Distribución de temperaturas en los cuerpos

La [Figura 9](#) muestra a manera de ejemplo las distribuciones de temperaturas obtenidas por el modelo de simulación en los tres cuerpos. En ella se puede observar que las zonas del cuerpo más susceptibles a los cambios de temperaturas son los brazos y los pies.

3 IDENTIFICACIÓN DE CONDICIONES ÓPTIMAS DE PRESERVACIÓN

La [Figura 10](#) muestra los fenómenos físicos que se producen en función de las condiciones ambientales (temperatura y humedad relativa) cuando se alcanza un equilibrio térmico entre la superficie del cuerpo y el medio que lo rodea, y las temperaturas de ambos se igualan. La línea que separa las zonas de condensación y sublimación corresponde a las condiciones óptimas de preservación en cuanto al peso de los cuerpos, es decir para estas condiciones el flujo de agua – descrito en el modelo por la Ec. 4 - es nulo y por tanto dicho peso se mantiene constante. En la figura anterior se evidencia que en el período, correspondiente al estadio de las momias en la Cumbre del Lullailaco, las momias estuvieron expuestas a condiciones de deshidratación. La muy buena preservación de las mismas reflejada por la baja velocidad de pérdida de peso (ver [Tabla 2](#)) se podría haber debido a la resistencia a la transferencia de materia impuesta por el lecho rocoso, lo que a su vez amortiguó cambios bruscos de temperatura evitando el fenómeno de condensación. Por otra parte la altura de la Cumbre del Lullailaco fue uno de los factores que favoreció la conservación de los cuerpos, como se puede observar en la Ec. 19 disminuyó el flujo de vapor afectándolo por un factor de 0.41.

En la [Figura 10](#) los puntos correspondientes a la “línea óptima de preservación de los cuerpos” fueron regresionados linealmente, obteniéndose la siguiente expresión:

$$HR = 0.0081T_a + 0.9838 \quad (31)$$

Esta última expresión podrá ser utilizada de guía a los fines de establecer las condiciones óptimas de preservación de los Niños en el MAAM.

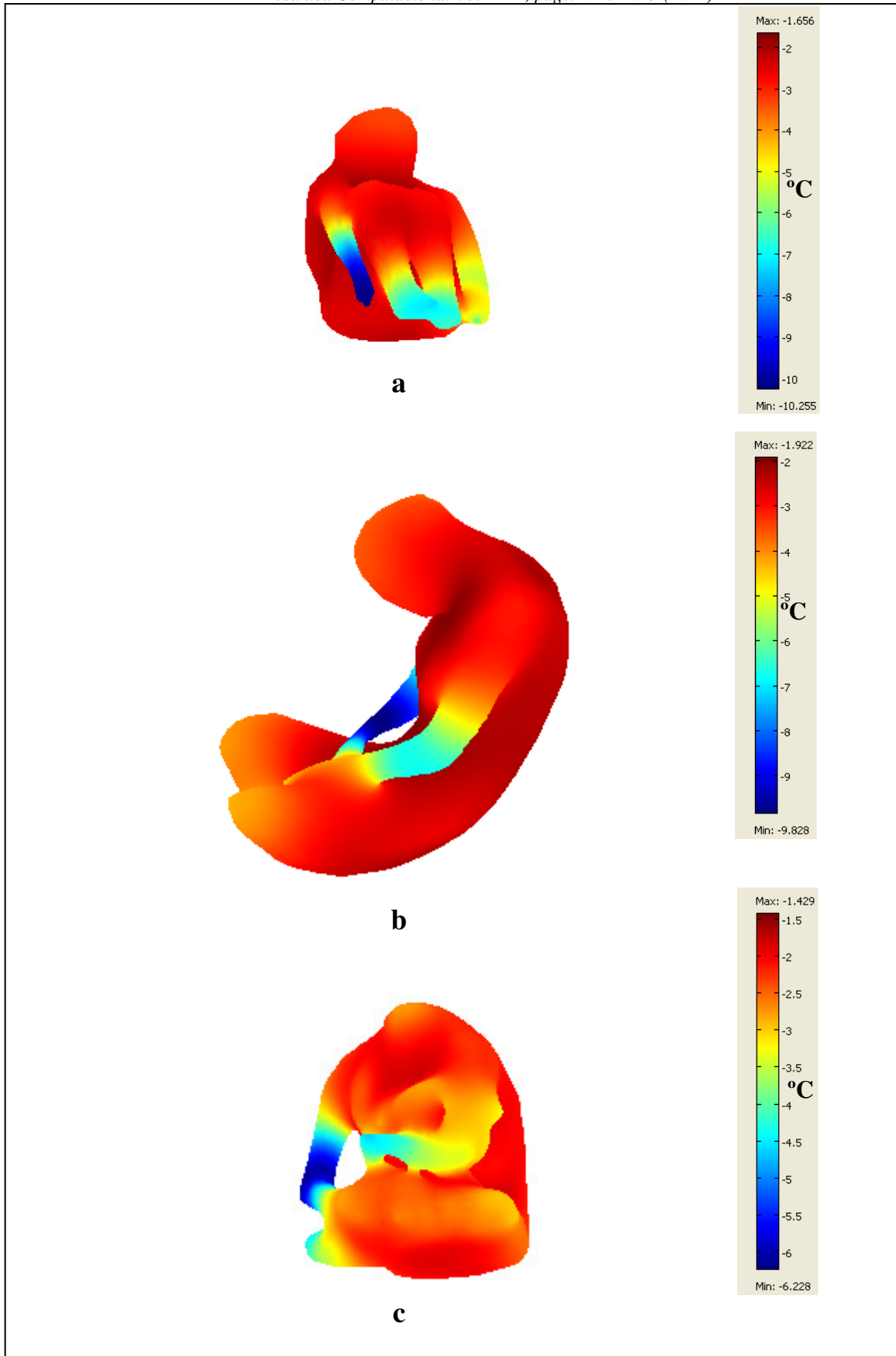


Figura 9: Distribución de temperaturas en a) Niño, b) Doncella y c) Niña del Rayo luego de 6 días en la cumbre.

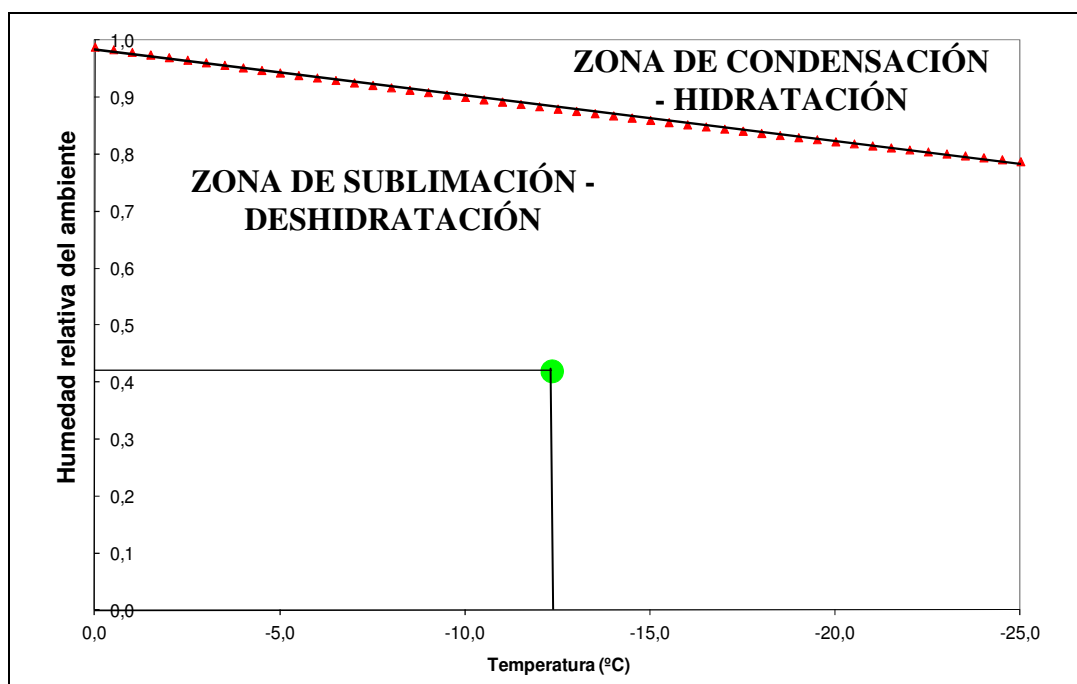


Figura 10. Diagrama de zonas de sublimación y condensación en función de la temperatura y humedad relativa del ambiente. (●) Condición ambiental en la cumbre del Lulluillaco.

CONCLUSIONES

Se desarrolló un modelo matemático que describe los procesos de transferencia de calor y materia que ocurrieron en los cuerpos de los Niños del Lulluillaco durante el período en que los mismos se encontraron en la cumbre del cerro del mismo nombre.

La resolución numérica de los modelos y la aplicación de simulación computacional permitieron entender e interpretar la dinámica física que tuvo lugar en dichos cuerpos, con el objetivo final de visualizar y establecer políticas de preservación.

Los resultados obtenidos a través de la resolución numérica de los modelos planteados permitieron interpretar los fenómenos físicos que ocurrieron en los cuerpos y en función de ello establecer las condiciones óptimas de conservación de los mismos.

REFERENCIAS

- Chuangchid, P., Ihm, P., y Krarti, M. Analysis of heat and moisture transfer beneath freezer foundations. Part I. *ASME Journal of solar energy engineering*, 126(2): 716-726, 2004.
- Chumak, I.G. y Sibiriakov, P.V. Influencia de los parámetros del aire dentro de una cámara frigorífica en el contenido de humedad de la superficie de la carne durante la refrigeración (en ruso). *Izvestia vuzov, Pischevaia tejnologuia*, 2: 54,1988.
- Chuntranuluck, S., Wells, C. M., y Cleland, A. C. Prediction of chilling times of foods in situations where evaporative cooling is significant - part 1 methods development. *Journal of Food Engineering*, 37 : 111-125, 1998.
- Fikiin, A. Sur les paramètres thermophysiques des produits alimentaires congelés. In *Current studies on the thermophysical properties of foodstuffs – Proceedings of the Meetings of IIR Commissions B1, C1 and C2 in Bressanone (Italy)* (pp. 173–181). Refrigeration Science and Technology, IIR-Paris, 1974.

- Hamdami, N., Monteau, J.Y. y Le Bail, A. Simulation of coupled heat and mass transfer during freezing of a porous humid matrix. *International Journal of Refrigeration*, 27: 595-603, 2004.
- Jame, Y.W. y D. I. Norum, D.I. Heat and mass transfer in a freezing unsaturated porous medium. *Water Resour. Res.*, 16(4): 811–819, 1980.
- Mall, G. y Eisenmenger, W. Estimation of time since death by heat-flow Finite-Element model. Part I: method, model, calibration and validation. *Legal Medicine*, 7:1-14, 2005.
- Mascheroni, R.H. Transferencia de calor con simultáneo cambio de fase en tejidos cárneos, Tesis Doctoral, Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional de La Plata, 1977.
- Murphy, D., y Koop T. Review of the vapour pressures of ice and supercooled water for atmospheric applications. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 131: 1539–1565, 2005.
- Previgliano, C.H., Ceruti, C., Arias Aráoz, F., González Diez, J. y Reinhard, J. Radiología en estudios arqueológicos de momias incas. *Rev. Argent. Radiol.*, 69: 199- 209, 2005.
- Riedel, L. Eine Formel zur Berechnung der Enthalpie fettarmer Lebensmittel in Abhängigkeit von Wassergehalt und Temperatur. *Chem. Mikrobiol. Technol. Lebensm.*, 5: 129–133, 1978.
- Sanz P.D., Dominguez M. y Mascheroni R.H. Thermophysical properties of meat products. General bibliography and experimental data. *Trans. ASAE*, 30: 283, 1987.
- Taylor, G. S., and Luthin, J. N. A Model for Coupled Heat and Moisture Transfer During Soil Freezing. *Comput. Graph. Image Process.*, 15(4): 548–555, 1978.
- Vigl, E.E. Los Niños del Llullaillaco: El testimonio científico en la condición de las tres momias incas del Llullaillaco y propuestas para su preservación. *Resumen del Informe de Bolzano*, 2005.