

CORRELACIÓN ENTRE LA DINÁMICA DE LA TEMPERATURA “FLASH” Y LA TEMPERATURA “BULK” GENERADA DURANTE EL DESLIZAMIENTO DE PARES METÁLICOS

Juan S. Rudas^{a,b}, Jorge H. Urrea^a, Lina M. Gómez^a and Alejandro O. Toro^b

^a*Grupo de investigación Procesos Dinámicos, Universidad Nacional de Colombia*
<http://www.medellin.unal.edu.co/kalman/>

^b*Grupo de Tribología y Superficies, Universidad Nacional de Colombia,*
<http://www2.unalmed.edu.co/~gts/>

Keywords: Flash temperature, Bulk temperature, Deslizamiento, Generación Energía Térmica.

Resumen: En la interacción entre sólidos en deslizamiento la fricción generada suele ser asociada con la liberación de energía térmica. La tasa de disipación de energía térmica se puede relacionar con el área real de contacto entre los sólidos que a su vez depende del acabado superficial o rugosidad de las superficies en contacto. El Objetivo de este artículo es estudiar la interacción entre las diferentes dinámicas de los fenómenos de transporte de energía térmica sobre y dentro del volumen de contacto de dos sólidos metálicos en deslizamiento. Para esto se desarrolla un modelo semifísico de base fenomenológica que representa tanto la generación como el tránsito y transporte de la energía térmica en el sólido metálico. Mediante el método de Diferencias Finitas se resuelve el modelo programado explícitamente en un software comercial. Para la validación del modelo se toman soluciones numéricas presentadas en la literatura y finalmente se obtiene la dinámica de la temperatura global del sólido (“Bulk Temperature”) y la dinámica de las temperaturas instantáneas (“Flash Temperatures”) generadas por el micro contacto entre los sólidos en deslizamiento, teniendo así un modelo fenomenológico capaz de predecir la tasa térmica generada por el contacto.

1 INTRODUCCION

El desgaste, el daño progresivo y la pérdida de material que se produce en la superficie de un componente como resultado de su movimiento relativo a las partes adyacentes de trabajo, tiene profundas consecuencias económicas que implican no sólo los costes de sustitución, sino también los gastos relacionados con la inactividad de la máquina y pérdida de producción. Se tienen estudios que presentan que alrededor de un tercio del consumo total de energía mundial, se pierde en el rozamiento entre sólidos (Williams, 1999); se tienen cálculos que indican que en un automóvil se presentan alrededor de 2000 procesos tribológicos de los cuales aproximadamente 1600 son de deslizamiento lubricado o en seco (Williams, 1999). La ciencia e ingeniería de materiales dentro de todos sus propósitos tiene como interés la optimización de procesos de obtención de piezas con aplicaciones puntuales mediante los cuales sea posible modificar o manipular las propiedades finales del material (Nouari et al 2009). Por tanto se hace necesario la representación, descripción y siguiente explicación de fenómenos que gobiernan gran cantidad de procesos industriales de materiales, particularmente procesos de deslizamiento entre sólidos, para lograr predecir con alto grado de certeza la dinámica de variables relevantes y su vinculación con la tasa de desgaste de los materiales que participan en el proceso deslizante.

Para los procesos de deslizamiento entre metales se han desarrollado diferentes tipos de modelos, ya sean representativos o explicativos (Kato, 2000; Meng, and Ludema, 1995; Yevtushenko et al 1996; Ghosh et al 1999; Abdel-Aal, 2000; Jiang, 1995; Rice and Moslehy, 1997; Hegadekattea et al 2006; Yoon et al 1997; Arvind et al 2002). En su mayoría, estos modelos resuelven analítica o numéricamente problemas relacionados con la magnitud de la energía térmica disipada dentro de los sólidos, en función de la energía liberada o generada por la fricción. Específicamente en deslizamiento en seco se tiene que el calor generado se podría dividir o distinguir entre dos cantidades: La cantidad de calor generado en las superficies debido a la fricción y la cantidad de calor generado que realmente se transporta a través del área de contacto, y el área circundante al área de contacto, entre los sólidos que se deslizan. El calor generado es función de las propiedades mecánicas del par deslizante (velocidad relativa, carga nominal, tiempo de duración de la prueba, entre otras) (Abdel Aal, 2003), además del acabado superficial de las caras en contacto de los dos metales en deslizamiento (Abdel Aal, 1998).

En este artículo se desarrolla un modelo semifísico de base fenomenológica de la dinámica Térmica del calor generado por el contacto deslizante y sin lubricación de un Disco, en configuración Pin-Disco, entre los materiales: Titanio grado cinco (Aleación titanio-aluminio-vanadio Ti6Al4V) como sólido en movimiento (Disco), contra el material compuesto Carburo de Tungsteno/Cobalto (WC/CO) como sólido estacionario (Pin). Mediante la utilización del modelo analítico propuesto por Greenwood and Williamson (1966) se calcula el área real de contacto entre los materiales. El calor generado por fricción es propuesto por Abdel Aal (1999) con una ecuación analítica donde relaciona el calor generado por el contacto deslizante en función del trabajo realizado con el área real de contacto. El modelo obtenido no solo representa la dinámica del calor generado, sino también, el transporte y acumulación de energía térmica dentro del sólido estudiado. El algoritmo matemático es programado, de forma explícita, en el software comercial Matlab[®] mediante el método de diferencias finitas. Como resultado se presenta la obtención de la dinámica de la temperatura total del disco, también llamada "*Bulk Temperature*" y la dinámica de la temperatura instantánea que se genera en el contacto, llamada en la literatura "*Flash Temperature*". El modelo matemático no solo logro describir el comportamiento de la disipación del trabajo generado por el

contacto dentro del sólido, sino que además, logro representar la dinámica de temperaturas instantáneas o *flash* cuyas dinámicas son de alrededor cuatro mil veces más rápidas que la dinámica del sólido total.

Nomenclatura

C_p	Calor específico (J/(Kg K))
K	Conductividad térmica (W/(m K))
h	Coefficiente de convección de aire (W/(m ² K))
T_{amb}	Temperatura ambiente (K)
L_d	Carga (N)
d	Distancia entre en centro del pin y el disco (m)
V	Velocidad de deslizamiento (m/s)
Q	Calor generado por unidad de área (W/m ²)
E_c	Modulo compuesto de Young (GPa)
A_r	Área real de contacto (m ²)
R	Radio de las asperezas (m)

Símbolos Griegos

ρ	Densidad (Kg/m ³)
α	Difusividad Térmica (m ² /s)
μ	Coefficiente de fricción

2 METODOLOGÍA

El modelo fenomenológico que se desarrolla se basa en la primera ley de la termodinámica, el estamento de esta ecuación se rige bajo el principio físico de la conservación de la Energía. Además se debe considerar que el calor generado por el deslizamiento en seco es transportado en las superficies del disco debido tanto a la convección como a la conducción. Ahora bien, como se ha dicho, para estimar el comportamiento dinámico de esta temperatura es necesario solucionar la ecuación de energía, la cual se expresa a través de una ecuación diferencial de balance. Para obtener esta ecuación diferencial es necesario realizar un balance de energía a un volumen de control, éste balance relaciona la cantidad de variación de la propiedad (Energía) en un volumen de control, el cual es afectado por efectos externos (Patankar, 1980); expresando finalmente un principio de conservación de energía.

Debido a que "es más fácil y más seguro, partir de las ecuaciones en forma general, y simplificarlas con el fin de adaptarlas a un problema de que se trate"; se ha tomado la forma general de la ecuación de energía, planteada por (Bird et al 2006) y se ha aplicado al problema de nuestro interés. Ahora bien, existen múltiples formas de expresar este balance, pues éste corresponde al primer principio de la termodinámica para un sistema abierto no estacionario, sin embargo la ecuación general que describe el flujo de calor en un material sólido es:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\rho C_p} \left(K \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + K \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + K \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \dot{Q}_v + h \left(\frac{1}{\partial x} + \frac{1}{\partial y} + \frac{1}{\partial z} \right) (T_{env} - T) \right) \quad (1)$$

Donde x , y y z son las variables espaciales y \dot{Q}_v es el calor generado por unidad de área.

2.1 Formulación del Problema

Considere una fuente de calor Q constante sobre un área de anchura $2a$ que se mueve a lo largo de un sólido (Disco) de longitud L que inicialmente se encuentra a una temperatura uniforme T_{env} . Esta fuente se mueve en dirección y con velocidad de deslizamiento constante V . (Ver Figura 1)

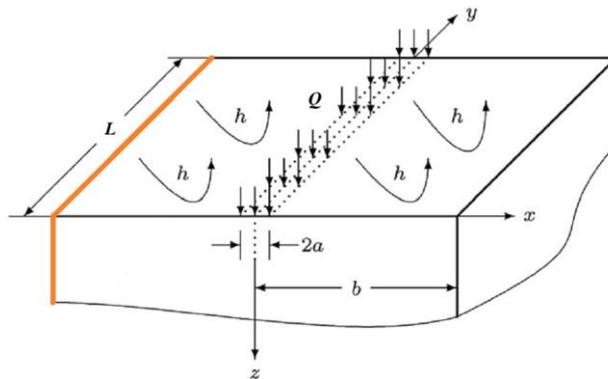


Figura 1. Geometría del sistema, sistema coordinado.

2.2 Ecuaciones Constitutivas

Calor generado por contacto deslizante en seco

Cuando un espécimen (Pin) se desliza sobre un sólido (Disco), el resultado inevitable de la fricción es la liberación de calor, especialmente a altas velocidades de deslizamiento se libera una gran cantidad de energía de esta forma (Aderghal et al 2011). El calor liberado puede tener una influencia controladora sobre la fricción y desgaste debido a su efecto sobre los procesos de lubricación y desgaste, logrando cambiar algunas propiedades del fluido lubricante y/o oxidando, ambos, o alguno de los materiales del par tribológico (Jiang et al 1998). Casi todo el calor liberado en el proceso de fricción en un deslizamiento en seco entre cuerpos es generado sobre la interfaz de contacto y disipado en los sólidos a través de las rugosidades en contacto (Stachowiak and Batchelor, 2002). El calor generado por unidad de área por segundo $[J \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}]$ está dado por (Abdel Aal, 1999):

$$Q = \frac{\mu FL}{Ar} \left[\frac{N \cdot m}{seg} \right] \left[\frac{m^2}{m^2} \right] \quad (2)$$

Donde μ es el coeficiente de fricción generado por el deslizamiento, F es la carga normal nominal aplicada, V es la velocidad lineal relativa entre el pin y el disco y Ar es el área real

de contacto. Dado que el área de disipación del Pin es mucho menor que la del disco, se asume que todo el calor generado se disipa dentro del sólido estacionario o disco.

Área real de contacto

Cuando dos superficies rugosas están en contacto una muy pequeña porción del área aparente de contacto es la que realmente se encuentra en contacto, siendo esta llamada área real o verdadera de contacto. El área real de contacto es el resultado de la deformación de puntos altos, o cimas, en la interfaz de contacto que comúnmente son referidos como asperezas. El esfuerzo por el contacto entre asperezas es grande y en algunos casos da como resultado una deformación plástica localizada. La relación entre el área real de contacto y la carga es de suma importancia puesto que puede afectar la fricción y por tanto el desgaste ocasionado.

Greenwood and Williamson (1966) desarrollaron un modelo para la deformación elástica de múltiples puntos de contacto que muestra que el área de contacto depende de los parámetros de rugosidad, de los radios en las crestas y la distribución de dichas crestas y el módulo de elasticidad. Esta área viene dada por la siguiente ecuación.

$$A_r = \left(\frac{\pi R}{\sigma} \right)^{1/2} \frac{L}{E_c} \quad (3)$$

Donde R es el radio de las asperezas de la superficie rugosa, σ es la desviación estándar de la altura de las crestas, L es la carga total soportada y E_c es el módulo elástico compuesto de los dos materiales en contacto.

2.3 Modelo Matemático

El modelo matemático consta del método de discretización, las condiciones de frontera, las condiciones iniciales, los supuestos y las ecuaciones diferenciales.

Discretización

Con el fin de resolver la ecuación de energía, es necesario hacer una aproximación de las derivadas parciales, para este fin se seleccionó el método de las diferencias finitas, método que normalmente se utiliza en problemas de transferencia de calor. En este método la ecuación diferencial es aproximada en cada nodo, el procedimiento usual para lograrlo consiste en aproximar las derivadas de la ecuación diferencial por medio de una trunca serie de Taylor (Rudas et al 2010).

Condiciones de Frontera

Las condiciones de frontera indican la interacción del sistema con el ambiente y, en este caso, se divide en tres regiones: Una, cara o región que está en contacto con el sólido en deslizamiento (Pin), es decir región de generación y transporte del Calor. Dos, cara axisimétrica y tres, área inferior y superior lateral (región sin contacto) y pérdida energética convectiva. Las condiciones de frontera para cada una de estas regiones están dadas a continuación:

I. Cara que recibe calor

El calor generado y transmitido al disco en el área de contacto se da por medio de conducción:

$$k \frac{\partial T}{\partial z} = -Q \quad (4)$$

II. Cara axisimétrica

Con el fin de satisfacer la condición de axisimetría, es necesario establecer que no hay flujo de calor en la dirección axial.

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

III. Superficie inferior y superficie lateral

Para el área que esta por fuera del área de contacto se considera que está a convección con el ambiente.

$$q = h(T - T_{env}) \quad (6)$$

Supuestos

Para el modelo del flujo de calor se consideran las siguientes suposiciones:

- Las propiedades físicas (ρ , K y C_p) son constantes (Molinari et al 1997). (Ver [Tabla 1](#))
- El calor tiene una distribución uniforme.

Modelo térmico discretizado

$$\frac{T_{m,r,n,i+1} - T_{m,r,n,i}}{\Delta t} = \left[\frac{1}{\rho C_p} \right] \left[K \frac{T_{m+1,r,n,i} - 2T_{m,r,n,i} + T_{m-1,r,n,i}}{\Delta x^2} + K \frac{T_{m,r+1,n,i} - 2T_{m,r,n,i} + T_{m,r-1,n,i}}{\Delta y^2} + K \frac{T_{m,r,n+1,i} - 2T_{m,r,n,i} + T_{m,r,n-1,i}}{\Delta z^2} + h \left(\frac{1}{\Delta x} + \frac{1}{\Delta y} + \frac{1}{\Delta z} \right) (T_{env} - T_{m,r,n,i}) \right] \quad (7)$$

Propiedad	Valor
Disco	Ti6Al4V
Área Real de Contacto	6×10^{-6}
ρ	$4510 \text{ [Kg / m}^3\text{]}$
C_p	$522.3 \text{ [J / Kg * K]}$
K	11.4 [W / m* K]

Tabla 1. Materiales y Propiedades.

A continuación se presenta la geometría utilizada en el desarrollo del modelo (Ver [Tabla 2](#)), se tiene una placa de Titanio grado 5.

Dimensión	Valor [m]
Largo	0.1737
Ancho	0.0276
Alto	0.0044

Tabla 2. Dimensiones de la Geometría del Problema.

Como punto de operación se toma un compendio entre las condiciones experimentales desarrolladas por [Straffolini and Molinari \(1999\)](#) y las tomadas por [Abdel Aal \(2003\)](#). (Ver [Tabla 3](#))

Parámetro	Valor
μ	0.35
L_d	59 [N]
V	0.16 [m/seg]
R	10 [μm]
E_c	313 [GPa]
T_{env}	300 [K]
T_∞	330 [K]
h_{env}	10 [$W / m^2 * K$]

Tabla 3. Parámetros de Operación del Tribosistema.

3 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Debido a un contacto deslizante en seco entre dos sólidos metálicos se tiene una generación de energía térmica que se disipa dentro del sólido en movimiento, en la [Figura 2](#) se puede apreciar la magnitud de la energía disipada dentro del sólido. En esta figura se puede observar que por el contacto de las asperezas entre los sólidos se genera un flujo térmico que alcanza hasta 325°K, se puede apreciar el movimiento de la fuente de energía, detallado por la generación de calor en diferentes puntos del sólido a través que transcurre en tiempo. Así, se tiene que en la gráfica superior izquierda, presentada en la [Figura 2](#), se presenta un flujo de alrededor de 315°K al inicio de la longitud total del sólido, en la gráfica contigua (superior derecha) se puede observar un flujo cercano a 320°K, presentando un incremento de temperatura de alrededor de 5°K en solo una unidad de tiempo dada por la velocidad de deslizamiento tomada para la simulación $V=0.16$ m/s. La fuente se sigue desplazando y se puede observar que el flujo de energía se disipa en todo el sólido habiendo una acumulación energética mayor en la arista con coordenadas $(0, L)$ este lado disipa al ambiente una menor cantidad de calor debido a que no se encuentra al ambiente, sino por el contrario, es la continuidad del sólido total.

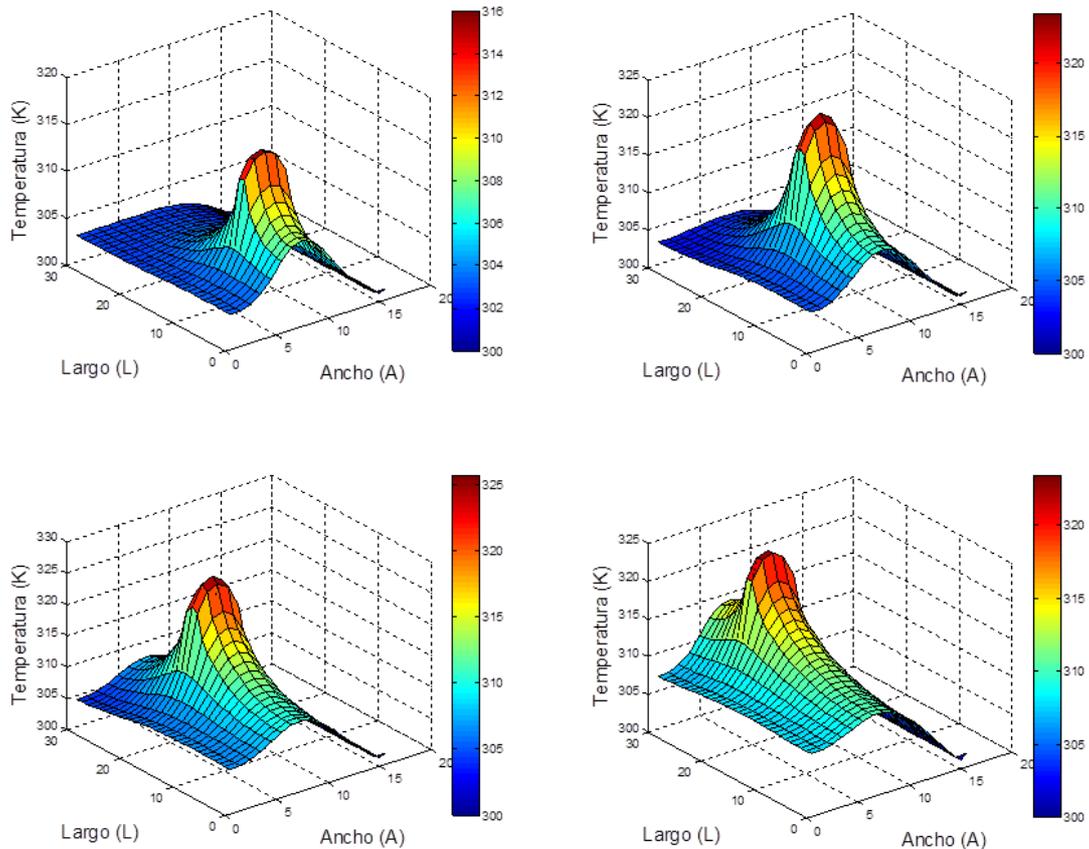


Figura 2. Perfil de temperatura superficial del disco en tiempos de deslizamiento continuos.

La acumulación energética se puede evidenciar observando la parte que no se encuentra en contacto con la fuente de calor. En la [Figura 3](#) se presenta una vista frontal de cuatro tiempos en que la fuente de calor hace contacto con el sólido. Se puede apreciar que existe una acumulación considerable en el resto de sólido. Esta acumulación aumenta la temperatura del sólido en alrededor de 12°K después de haber transcurrido dos ciclos de deslizamiento (gráfica inferior derecha, [Figura 3](#)).

Esta acumulación de energía térmica en el sólido es comunmente conocida como la temperatura final del volumen, temperatura en estado estable o *Bulk Temperature*. En la [Figura 4](#) se presenta la superposición de los cuatro momentos presentados anteriormente, se evidencia un aumento en la temperatura del volumen total, esta situación demuestra que la generación térmica es considerablemente elevada en relación con la capacidad de desipación del sólido, es decir, el rozamiento entre las rugosidades o asperezas de los dos metales en contacto generan un gran cantidad de calor haciendo que este no logre disiparse al ambiente concibiendo una elevación de temperatura. [Abdel-Aal et al \(1999, 2000,2003\)](#) propone que debido a las pequeñas rugosidades de los sólidos se puede generar rápidos o instantáneos flujos energéticos disipando el trabajo generado por el contacto en seco entre las rugosidades en contacto.

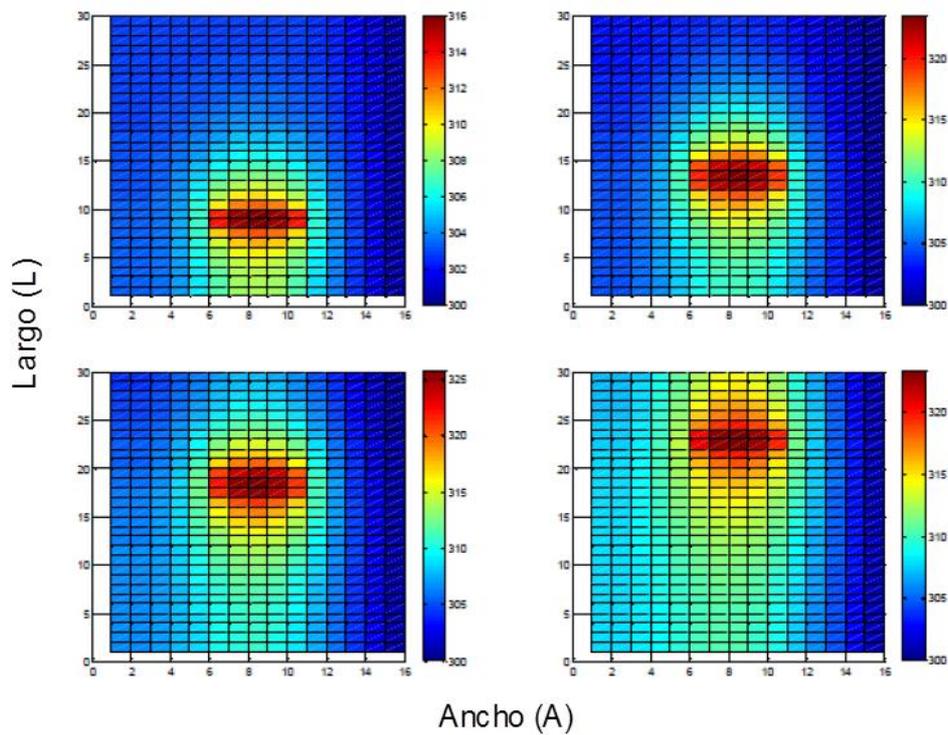


Figura 3. Perfil de temperatura superficial del disco (Vista superior).

El fenómeno de generación instantánea de energía fue estudiado por [Stachowiak and Batchelor \(2002\)](#) quienes plantearon que desde el área real de contacto, siendo una mínima parte del área aparente de contacto, un rozamiento entre las rugosidades en deslizamiento producen una fricción concentrada y por tanto un calor resultante de gran magnitud generando grandes picos de expulsión térmica. Esta temperatura es llamada temperatura instantánea o *Flash Temperature* y se caracteriza por darse en tan solo microsegundos y por llegar a desarrollar temperaturas muy elevadas cercanas al punto de fusión del material.

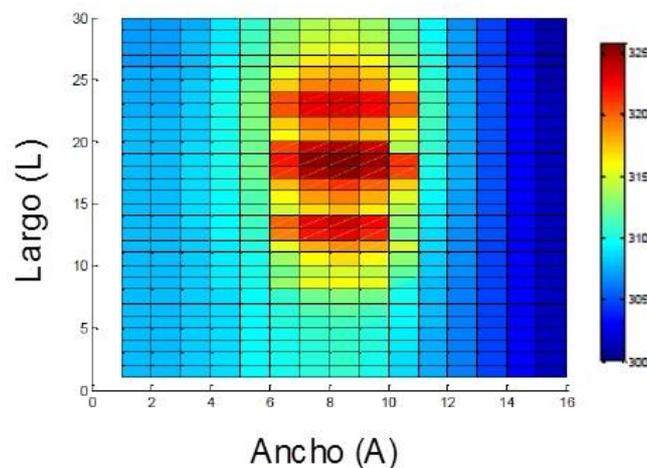


Figura 4. Superposición de flujo de energía, acumulación térmica Bulk Temperature (Vista superior).

Se tiene registro de muy pocos estudios en los cuales han desarrollado modelos para predecir el comportamiento de la flash temperature, esto se ocurre por su dinámica y, principalmente, porque su comportamiento desde la fenomenología varía de material a material, dependiendo de lo isotrópico que sea este. Por otro lado, no se registra ningún estudio en el cual se mida experimentalmente dicho fenómeno ya que aún no se ha desarrollado sensores térmicos con un tiempo de muestreo lo suficientemente refinado para lograr sensar la dinámica de esta variable.

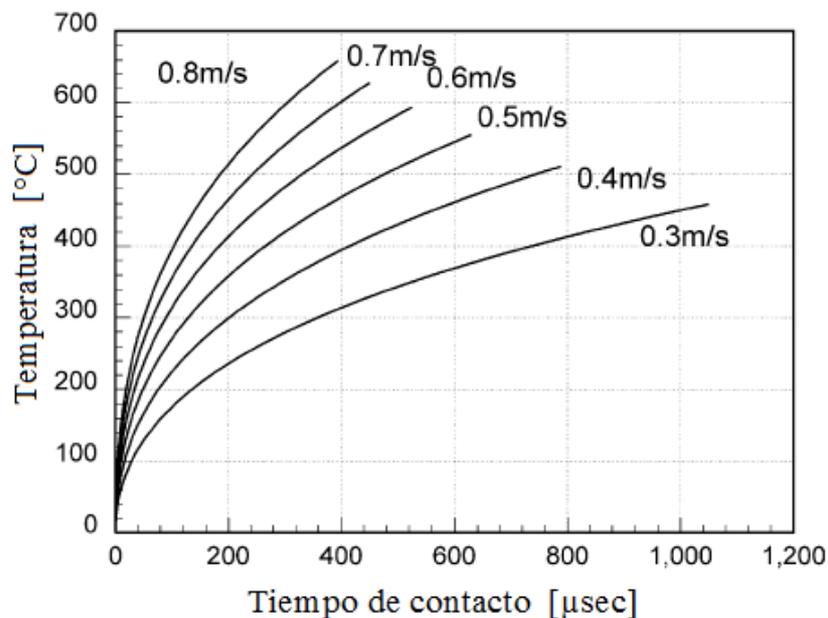


Figura 5. Resultado modelo Abdel Aal (2003), Evolución de la Flash Temperature respecto al tiempo en función de diferentes velocidades de deslizamiento.

Abdel Aal (2003) desarrolla un modelo matemático donde correlaciona la dinámica térmica de un par deslizante con la fricción generada por el contacto.

En dicho artículo Abdel Aal (2003) estudia la zona afectada mecánicamente *MAZ* (llamada así por sus siglas en inglés) o área real de contacto y relaciona la inestabilidad termodinámica, causada por el contacto deslizante entre metales, con el incremento de su potencial energético. Los materiales utilizados por Abdel Aal (2003) son: Titanio grado 5 aleación aluminio-vanadio (Ti6Al4V) como sólido estacionario, contra el acero AISI M2 como sólido en movimiento. Finalmente Abdel Aal obtiene la dinámica de la *Flash Temperature* en función de la velocidad de deslizamiento, presentando que a velocidades más elevadas se incrementa la energía de contacto entre rugosidades y por tanto se aumenta la magnitud de la energía instantánea liberada en el proceso. En la Figura 5 se presenta la evolución de la *Flash temperature* respecto al tiempo y en función de diferentes velocidades de deslizamiento; como se puede apreciar, el tiempo de aparición es alrededor de 200 μseg , alcanzando un máximo en 400 μseg de 650 °C para una velocidad de deslizamiento de 0.7 m/s.

Ahora bien, como el objetivo del trabajo desarrollado en el presente artículo es representar la dinámica de los deltas térmicos ocasionados por el contacto deslizante, se presenta en la Figura 6 la evolución de la *Flash Temperature* obtenidos por la simulación. Como se puede apreciar la dinámica es más rápida que la presentada por Abdel Aal (2003) con un incremento

instantáneo de alrededor de 416°C en tan solo $100\ \mu\text{seg}$ para una velocidad de deslizamiento de $V=0.16\ \text{m/s}$.

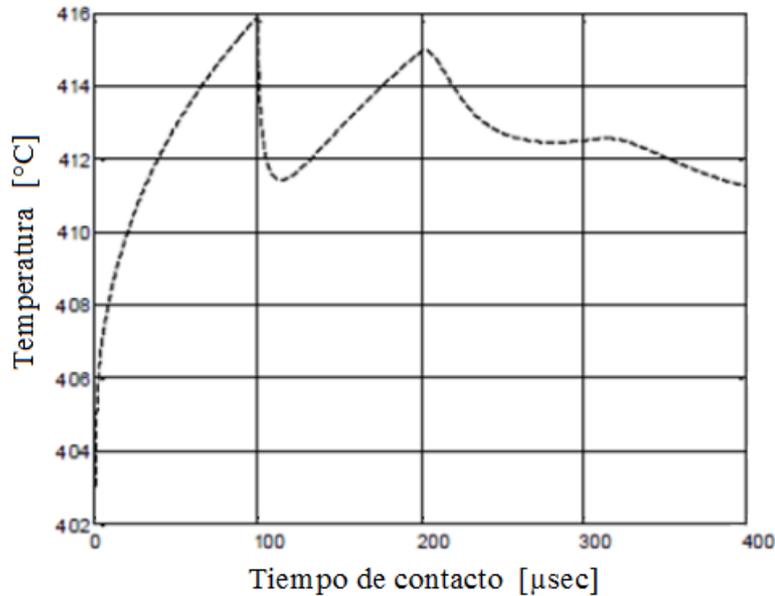


Figura 6. Evolución de la Flash temperatura para una velocidad de deslizamiento de $V=0.16\ \text{m/s}$.

Comparando la Figura 6 con la Figura 5 y trazando una curva para una velocidad cercana a $V=0.16\ \text{m/s}$ se obtendría una temperatura alrededor de 420°C , magnitud similar a la presentada por Abdel Aal (2003) en la Figura 6. Cabe aclarar que los dos materiales estudiados en ambos artículos son Titanio grado 5 (Ti6Al4V) para el Disco o sólido en estacionario. Para el Pin, o sólido en movimiento, Abdel Aal utilizó acero AISI M2, en este trabajo se utilizó como Pin Carburo de tungsteno WC-Co. En ambos casos el área real de contacto fue cercano a los $6 \times 10^{-6}\ \text{m}^2$, además, las condiciones de carga fueron iguales a $L=59\text{N}$.

4 CONCLUSIONES

En este artículo se presentan el desarrollo y simulación de un modelo semi-físico de base fenomenológica del proceso de generación, tránsito y transporte de energía térmica proveniente del contacto deslizante en seco entre dos sólidos metálicos, caso térmico de un disco parte de un sistema *Pin on Disk*. Actualmente cuando se estudian procesos que implican el cálculo de estos deltas térmicos o *Flash Temperatures* en metales se toma su punto de fusión. Esta aproximación hace que la predicción del comportamiento de los materiales en procesos de deslizamiento en seco, tales como metalmecánicos, de partes de automotores, y en especial de maquinado de materiales no logre ser con un alto grado de precisión.

El modelo propuesto en este artículo fue simulado en el software comercial Matlab®. Para la solución del modelo se hace una aproximación de las derivadas parciales, para este fin se seleccionó el método de las diferencias finitas, un método normalmente se utilizado en problemas de transferencia de calor dado su mediana necesidad de capacidad computacional. El modelo propuesto permite determinar la temperatura en cualquier punto del disco, dicho

modelo suma tanto los efectos de convección, como de conducción de forma general para toda la geometría del disco. Se utilizó una ecuación constitutiva como entrada de energía, donde se relaciona la velocidad de deslizamiento, la carga normal y la tangencial con el área real de contacto. Para el cálculo del área real de contacto entre en Pin y el Disco se usó el modelo propuesto por Greenwood and Williamson (1966). Finalmente se logró determinar, mediante la simulación, la dinámica térmica de la *Flash Temperature* y su subsiguiente implicación en la acumulación de energía en el resto del volumen.

REFERENCIAS

- Abdel-Aal, H.A., On the interdependence between kinetics of friction-released thermal energy and the transition in wear mechanisms during sliding of metallic pair. *Wear*, 254: 884–900, 2003.
- Abdel-Aal, H.A., Smith, S.T., Thermal compatibility of metallic pairs in sliding contact. *Heat Mass Transfer*, 25:599-608, 1998.
- Abdel-Aal, H.A., The correlation between thermal property variation and high temperature wear transition of rubbing metals. *Wear*, 237:147–151, 2000.
- Abdel-Aal, H.A., The deduction of friction-induced temperatures from thermal strain measurements in the dry sliding of metallic pairs. *Journal Therm. Sci*, 38:160-164, 1999.
- Aderghal, N., Loulou, T., Bouchoucha, A., Rogeon, P., Analytical and numerical calculation of surface temperature and thermal constriction resistance in transient dynamic strip contact. *Applied thermal engineering*, 31:1557-1535, 2011.
- Arvind, R.S., Narasimham, G.S.V.L., Biswas, S.K., Estimation of surface temperature of a pin wearing on a disk. *Tribology Letters*, 12:203-207, 2002.
- Bird, R.B., Stewart, W.E., Lightfoot, E.N., *Fenómenos de Transporte*. Volume II. Limusa Wiley. 2006
- Ghosh, D., Basu, H., Manna, I., Mathematical modeling of thermal profile generated in the sample during a pin-on-disc wear testing operation. *Scripta Materialia*, 40:417– 423, 1999.
- Greenwood, J.A., and Williamson, J.B.P., Contact of Nominally Flat Surfaces. *Proc. R. Soc. Lond.* 295:300-319, 1966.
- Hegadekattea, V., Huber, N., Kraft, O., Modeling and simulation of wear in a pin on disc tribometer. *Tribology Letters*, 24: 51-60, 2006.
- Jiang, J., Stott, F.H., Stack, M.M., A mathematical model for sliding wears of metals at elevated temperatures. *Wear*, 181:20-31, 1995.
- Jiang, J., Stott, F.H., Stack, M.M., The role of triboparticulates in dry sliding wear. *Tribology International*, 31: 245–256, 1998.
- Kato, K., Wear in relation to friction — a review. *Wear*, 241:151–157, 2000.
- Meng, H.C., Ludema, K.C., Wear models and predictive equations: their form and content. *Wear*, 181:443-457, 1995.
- Molinari, A., Straffelini, U.G., Tesi, B., Bacci, T., Dry sliding wear mechanisms of the Ti6Al4V alloy. *Wear*, 208:105–112, 1997.
- Nouari, M., Mansori M., Abdel-Aal, H.A., Tribo-energetic correlation of tool thermal properties to wear of WC-Co inserts in high speed dry machining of aeronautical grade titanium alloys. *Wear*, 266:432–443, 2009.
- Patankar, S.V., *Numerical heat transfer and fluid flow*. Editorial Hemisphere Publishing

- Corporation, 1980.
- Rice, S.L., Moslehy, F.A., Modeling friction and wear phenomena. *Wear*, 206:136–146, 1997.
- Rudas, J.S., Gómez, L.M., López, D.M., Toro, A.O., Tobón, L., Modelo fenomenológico de una tobera de laval que representa la tapa de aceleración de gases de una turbina a gas. *Mecánica Computacional*, 29:2365-2383. 2010.
- Stachowiak, G.W., Batchelor, A.W., *Engineering tribology*, Volume XXII. Springer Netherlands, 2002.
- Straffelini, G., and Molinari, A., Dry sliding of Ti–6AL–4V alloy as influenced by the counter face and sliding conditions. *Wear* 236:328–338, 1999.
- Williams, J.A., Wear modelling: analytical, computational and mapping: a continuum Mechanics approach. *Wear*, 225:1–17, 1999.
- Yevtushenko, A., Ukhanska, O., Chapovska, R., Friction heat distribution between a stationary pin and a rotating disc. *Wear*, 196:219-225, 1996.
- Yoon, E.S., Kong, H., Kwon, O.K., Oh, J., Evaluation of frictional characteristics for a pin-on-disk apparatus with different dynamic parameters. *Wear*, 203:341-349, 1997.