

## VIBRACIONES INDUCIDAS EN EDIFICIOS RESIDENCIALES POR EL SALTO COORDINADO DE ESPECTADORES EN EL CAMPO DE JUEGO DE ESTADIOS DURANTE RECITALES

Marcelo A. Ceballos<sup>a,b</sup>, José E. Stuardi<sup>a</sup> y Carlos A. Prato<sup>a</sup>

<sup>a</sup>*Departamento de Estructuras, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales,  
Universidad Nacional de Córdoba, Vélez Sarsfield 1611, X5016GCA, Córdoba, Argentina,  
[www.efn.unc.edu.ar/departamentos/estruct](http://www.efn.unc.edu.ar/departamentos/estruct)*

<sup>b</sup>*Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, Av. Rivadavia 1917, C1033AAJ,  
Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina, [www.conicet.gov.ar](http://www.conicet.gov.ar)*

**Palabras clave:** cargas impulsivas periódicas, propagación de ondas superficiales, interacción suelo-estructura, aspectos reglamentarios sobre vibraciones.

**Resumen.** La realización de conciertos de música rock en estadios con un número importante de personas en el campo de juego saltando al ritmo de la música ha motivado quejas y denuncias por parte de vecinos que viven en edificios de departamentos en las zonas residenciales aledañas por encontrarse sometidos a molestas vibraciones durante estos eventos. Las ondas superficiales generadas por el salto de los espectadores coordinado por el tempo de las distintas canciones se propagan a gran distancia pudiendo producir la resonancia de los edificios cuya frecuencia fundamental se encuentra en un rango entre aproximadamente 1.8 y 2.5 Hz. En este trabajo se analizan resultados de modelos numéricos de edificios que involucran efectos de interacción suelo-estructura para reproducir las vibraciones registradas durante recitales en la terraza de edificios próximos al estadio del Club Atlético River Plate. Los modelos calibrados permiten realizar predicciones de las vibraciones en los edificios en base a mediciones de las ondas que se propagan sobre el terreno. Estudios previos realizados indican que las máximas vibraciones registradas no son capaces de producir daños estructurales aunque se reconoce las molestias ocasionadas para las personas que viven en pisos altos de edificios resonantes. El grado de las molestias que generan las vibraciones en las personas resulta difícil de cuantificar dado que están supeditadas de una serie de parámetros subjetivos que dependen de aspectos físicos y psíquicos de cada persona. El Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires define a través del Decreto N° 740-GCBA-07 a la "dosis de vibración" como descriptor de las vibraciones basado en normas neozelandesas y británicas. Por lo tanto, las vibraciones obtenidas a través de mediciones o predicciones se evalúan en relación a la aplicabilidad de las normas vigentes y sus descriptores como marco regulatorio para la organización de recitales en estadios.

## 1 INTRODUCCIÓN

El salto coordinado de una multitud sobre el campo de juego de estadios durante festivales musicales produce ondas superficiales que se propagan a grandes distancias de la fuente. El objetivo de este trabajo consiste en calibrar modelos numéricos para predecir las máximas amplitudes de vibración en las zonas altas de edificios residenciales que puedan entrar en resonancia, en base a mediciones de campo libre efectuadas sobre el trayecto de las ondas superficiales. El aporte que se pretende con este estudio es proveer de información objetiva sobre potenciales vibraciones, tanto para los organizadores de recitales en estadios como para las agencias de protección ambiental encargadas de controlar que los límites de la dosis de vibración permitida para los edificios residenciales no sean sobrepasados.

El proceso de modelación del fenómeno comienza con la adopción de una función de carga producida por un individuo saltando. Un modelo básico de esta función de carga se encuentra en la *British Standard 6399 (1996)*, en tanto que modelos más refinados se encuentran en los trabajos de *Sim y colaboradores (2008)*, y *Racic y Pavic (2009)*. En el presente trabajo se usa un modelo simplificado que permite capturar las características dinámicas más relevantes de la excitación respecto a su impacto sobre los edificios.

En relación a la coordinación del salto entre individuos, las observaciones y mediciones sobre los efectos de la vibración inducida por grupos no entrenados de personas saltando en forma continua, tal como ocurre en casos reales, demuestran que su efectividad resulta menor que la que corresponde a grupos entrenados que suelen emplearse en estudios experimentales. En este sentido, se propone una aproximación para la dispersión de la función de carga que consiste en incorporar distribuciones probabilísticas tanto para la amplitud de los pulsos como para la separación entre estos pulsos. De esta forma, el efecto combinado de la multitud se caracteriza probabilísticamente a través de una matriz de densidad espectral.

El programa *SASSI (1995)* se utiliza en primera instancia para realizar un análisis riguroso de la interacción suelo-estructura considerando propiedades medidas del suelo junto con las dimensiones, masas y rigideces de algunos edificios estudiados. Sin embargo, a los efectos de poder realizar un análisis paramétrico de un conjunto amplio de edificios se están estudiando modelos simplificados que permiten incorporar los efectos de interacción suelo-estructura con un grado de aproximación acorde con las incertidumbres involucradas en el estudio del proceso completo de generación de vibraciones en edificios. Los principales avances en esta línea de investigación sobre modelos simplificados se describen en la sección 6.

En la parte final de este trabajo se analizan los requerimientos reglamentarios en relación a los máximos tiempos de exposición permitidos para diferentes niveles de vibración definidos en la normativa adoptada por la Ciudad de Buenos Aires.

## 2 CARACTERIZACIÓN DE LA EXCITACIÓN DINÁMICA

La carga producida por el salto de un individuo se representa espacialmente a través de una carga puntual. La variación temporal de esta carga en el instante de contacto con la superficie del terreno se asume que posee la forma de la función de Hanning

$$P(t) = \underbrace{P_p}_{\gamma G} \sin(\pi t/T_p)^2 \quad \text{donde} \quad 0 \leq t \leq T_p \quad (1)$$

donde  $P_p$  y  $T_p$  representan la amplitud y la duración del pulso de la carga, respectivamente. La amplitud máxima del pulso puede expresarse como el producto de un factor de impacto  $\gamma$  y el peso del individuo  $G$ . La forma rigurosa del pulso no tiene demasiada importancia en este estudio dado que sólo afecta las armónicas superiores cuya influencia se torna irrelevante lejos

de la fuente. El intervalo entre pulsos  $T_c$  se define a través de la relación de contacto  $\beta$

$$\beta = T_p / T_c \quad \Rightarrow \quad T_c = T_p / \beta \quad (2)$$

mientras que la frecuencia fundamental del ciclo completo resulta

$$f_c = 1/T_c \quad (3)$$

La Figura 1 muestra el ciclo completo de una función de carga ideal producida por un individuo saltando sobre el terreno.

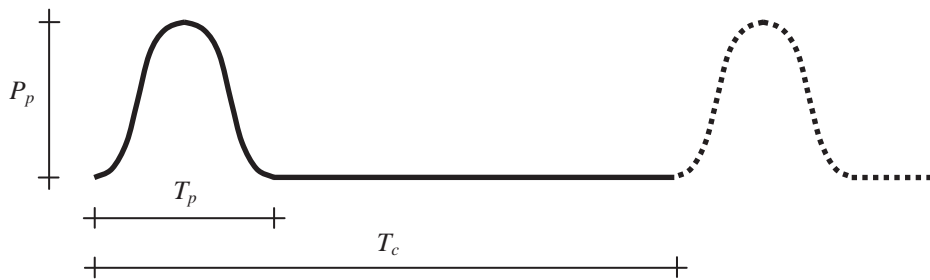


Figura 1: Función de carga ideal producida por el salto de un individuo

El factor de impacto puede calcularse en función de la relación de contacto  $\beta$  considerando que el valor medio de la función de carga debe ser igual al peso del individuo

$$\bar{P} = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_p} \gamma G \cdot \sin(\pi t/T_p)^2 dt = G \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{2T_c}{T_p} = \frac{2}{\beta} \quad (4)$$

El valor medio cuadrático de la función de carga resulta

$$P_{VMC} = \sqrt{\frac{1}{T_c} \int_0^{T_p} \left( \frac{2G}{\beta} \cdot \sin(\pi t/T_p)^2 \right)^2 dt} = \sqrt{\frac{3}{2\beta}} G \quad (5)$$

La dispersión de los parámetros de la función de carga se representa de la siguiente forma

$$P_p = P_p^m (1 + \Delta P_p \cdot z) \quad (6)$$

$$T_p = T_p^m (1 + \Delta T_p \cdot z) \quad (7)$$

$$T_c = T_c^m (1 + \Delta T_c \cdot z) \quad (8)$$

donde  $P_p^m$ ,  $T_p^m$  y  $T_c^m$  son los valores medios,  $\Delta P_p$ ,  $\Delta T_p$  y  $\Delta T_c$  son los parámetros de dispersión, y  $z$  es una variable aleatoria normalmente distribuida. El peso promedio de cada individuo se toma  $G = 0.65$  kN en tanto que para la relación de contacto se adopta un valor  $\beta = 1 / 3.75$ . Los restantes parámetros fueron ajustados utilizando registros experimentales del movimiento del terreno en una zona urbana de campo libre próxima a edificios residenciales, adquiridos en campañas de medición posteriores a la publicación del trabajo de Ceballos y colaboradores (2012).

Las densidades espectrales directa y cruzada entre dos funciones de carga genéricas se calculan numéricamente utilizando un millón de muestras aleatorias con los parámetros aleatorios ajustados. En la Figura 2 se muestran las funciones normalizadas de densidad espectral directa y cruzada para funciones de carga genéricas P y Q, donde los picos están

asociados a múltiplos de la frecuencia fundamental adimensional  $f_0 = 1$ . La curva de densidad espectral cruzada pone en evidencia que la pérdida de sincronización entre individuos posee menor influencia en la frecuencia fundamental que en las armónicas superiores.

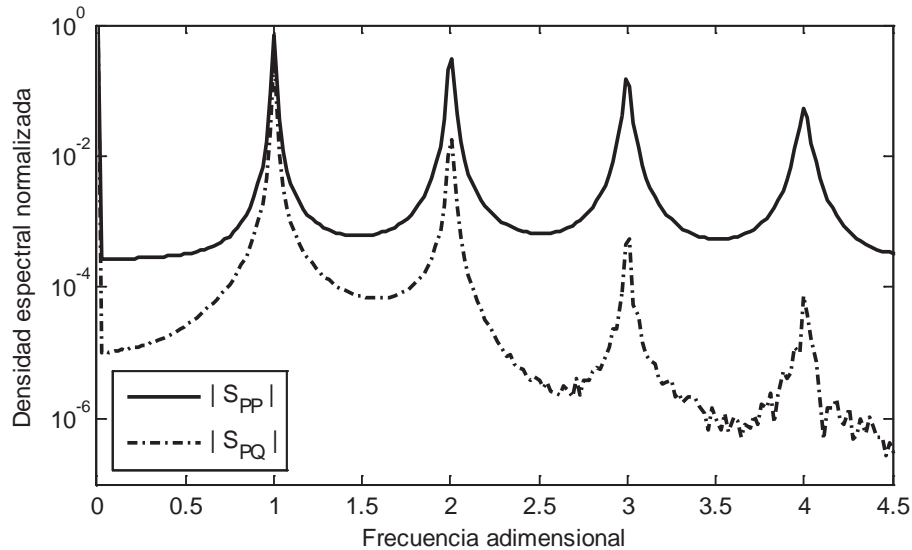


Figura 2: Términos directos y cruzados de la matriz de densidad espectral de la excitación

La matriz de densidad espectral de la excitación se construye de la siguiente forma

$$[S_{FF}(f)] = \begin{bmatrix} S_{PP}(f) & S_{PQ}(f) & \cdots & S_{PQ}(f) \\ S_{PQ}(f) & S_{PP}(f) & \cdots & S_{PQ}(f) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{PQ}(f) & S_{PQ}(f) & \cdots & S_{PP}(f) \end{bmatrix} \quad (9)$$

### 3 MOVIMIENTO EN EL PUNTO DE CONTROL

El *punto de control* es una posición sobre la superficie del terreno donde se define un movimiento impuesto que permite caracterizar el *ambiente sísmico* del sitio asumiendo determinados patrones de onda. Este punto de control debe ubicarse en una zona que pueda considerarse de *campo libre* por no estar afectada por efectos de interacción suelo-estructura. Además, el punto de control debe tomarse suficientemente alejado de la fuente excitatriz como para asumir que el ambiente sísmico está dominado por ondas de Rayleigh y poder despreciar la influencia de otros tipos de ondas. De hecho, en proximidades del campo de juego donde se encuentran las personas saltando se produce una compleja combinación de ondas de cuerpo (P, SH, SV) con ondas superficiales. En los modelos desarrollados en SASSI, el punto de control se define sobre la recta que une la fuente excitatriz con el edificio analizado, a 800 m del centro de la multitud.

La condición ideal para obtener el movimiento a imponer en el punto de control es contar con una amplia base de datos de registros de aceleración en proximidades de los edificios adquiridos durante recitales de músicos con diferentes estilos para definir probabilísticamente el *input* de los sistemas suelo-estructura. En la práctica, sólo se cuenta con un número limitado de registros, que de todos modos permite un ajuste de las simulaciones realizadas para estimar las amplitudes de vibración en el punto de control para los instantes de máxima excitación. La matriz de densidad espectral de la excitación calibrada permite el cálculo del

movimiento en el punto de control producido por una cantidad de personas saltando acorde con la información proporcionada por los organizadores de los recitales.

La Figura 3 muestra una comparación entre densidades espectrales de aceleración vertical en el punto de control. La curva experimental representa el promedio de los 8 registros de mayores amplitudes sostenidas en intervalos de tiempo de 15 segundos adquiridos durante el *Festival Quilmes Rock* realizado en el estadio del Club Atlético River Plate los días 3, 4 y 7 de Abril de 2012. A los efectos de incluir canciones con diferente tempo, el eje de frecuencias se adimensionaliza en cada caso con la frecuencia del armónico fundamental. Consistentemente, las amplitudes de la densidad espectral se escalan de tal forma que el valor medio cuadrático correspondiente a cada armónico pueda calcularse integrando estas amplitudes en un rango de frecuencias adimensionales que cubra el ancho de banda de cada pico. El valor máximo de una aceleración armónica equivalente que produce el mismo valor medio cuadrático calculado en base al armónico fundamental de la curva experimental promedio resulta 0.183 mg. Según las mediciones realizadas en la terraza de edificios, se estima que la máxima aceleración vertical sostenida para el armónico fundamental puede haber alcanzado en el punto de control 0.5 mg durante el recital de *Roger Waters* realizado el día 20 de Marzo de 2012, y en el orden de 0.8 mg durante un recital de *AC-DC* realizado en Diciembre de 2009.

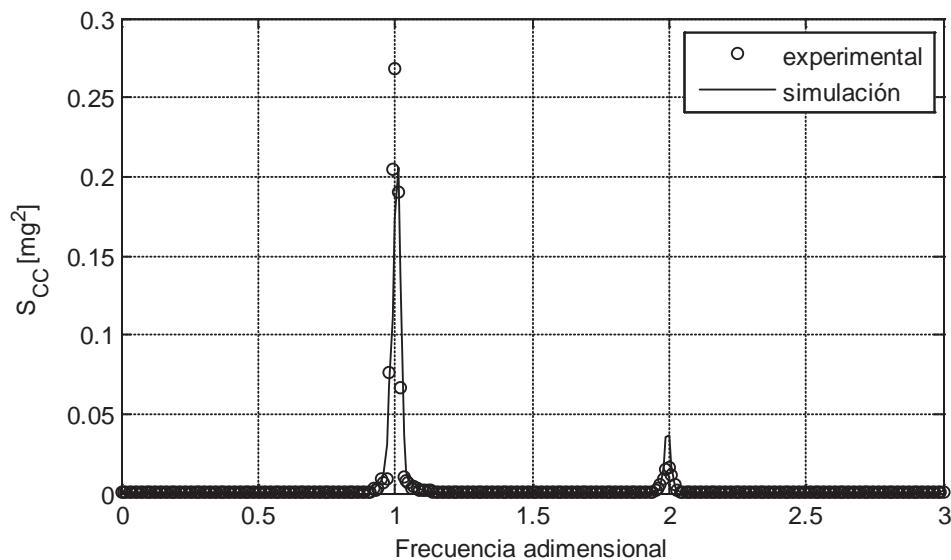


Figura 3: Comparación de densidades espectrales de aceleración vertical en el punto de control

La curva de la simulación en la Figura 3 se obtiene asumiendo un semiespacio homogéneo con una velocidad de ondas corte  $V_s = 200$  m/s, un coeficiente de Poisson  $\nu = 1/4$ , una densidad  $1.85$  tn/m<sup>3</sup>, y un amortiguamiento histerético  $\beta = 0.02$ . Esta densidad espectral se calcula de acuerdo a Clough and Penzien (2003) como

$$S_{CC}(f) = \{H_{FC}(f)\}^H [S_{FF}(f)] \{H_{FC}(f)\} \quad (10)$$

donde  $\{H_{FC}(f)\}$  es un vector columna con las funciones de transferencia que correlacionan la carga aplicada por cada individuo con la aceleración vertical en el punto de control. La multitud modelada se ubica sobre una zona circular de terreno con un diámetro  $D = 64$  m. La densidad espectral de la carga  $[S_{FF}(f)]$  se define en (9). El número de personas que reproduce el valor medio cuadrático del armónico fundamental de la curva experimental es 12000.

#### 4 MOVIMIENTO DE LA TERRAZA DE EDIFICIOS ALTOS

A continuación se describen los modelos con interacción suelo-estructura utilizados para el cálculo de la respuesta de los edificios. La estructura de los edificios se representa a través de modelos de barras en voladizo (*stick model*) con capacidad para capturar la respuesta flexional y cortante de la superestructura. La interfaz fundación-estructura se asume infinitamente rígida dadas las dificultades prácticas asociadas a una representación más detallada de la fundación. Esta hipótesis facilita la subdivisión del efecto de la interacción según el enfoque planteado por Wolf (1985) a expensas de cierto grado de sobreestimación de la interacción cinemática.

El vector de desplazamientos totales  $\{u^t\}$  se expresa como

$$\{u^t\} = \begin{Bmatrix} \{u_s^t\} \\ \{u_o^t\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{u_s^k\} \\ \{u_o^k\} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \{u_s^i\} \\ \{u_o^i\} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

Los subíndices  $s$  y  $o$  representan estructura e interfaz suelo-estructura, respectivamente, mientras los superíndices  $k$  e  $i$  representan interacción cinemática e inercial, respectivamente. Los desplazamientos correspondientes a la interacción cinemática se obtienen a través de la siguiente ecuación de movimiento

$$\begin{bmatrix} (1+2i\eta)[K_{ss}] & (1+2i\eta)[K_{so}] \\ (1+2i\eta)[K_{os}] & (1+2i\eta)[K_{oo}^s] + [S_{oo}^g] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_s^k\} \\ \{u_o^k\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ [S_{oo}^g]\{u_o^g\} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

El amortiguamiento de la estructura representado por  $\eta$  se asume del tipo histerético lineal. Las componentes de la matriz de rigidez  $[K]$  están asociadas a los grados de libertad indicados por los subíndices. El superíndice  $s$  se utiliza para indicar la contribución de la estructura. La matriz  $[S_{oo}^g]$  representa la rigidez dinámica de la interfaz rígida suelo-estructura. El vector  $\{u_o^g\}$  representa el movimiento de cuerpo rígido de la interfaz producido por la propagación de las ondas del ambiente sísmico definidas en el punto de control. En el presente análisis, los desplazamientos  $\{u_o^k\}$  se obtienen directamente usando el programa SASSI, mientras que los desplazamientos de la estructura se calculan de la siguiente forma

$$\{u_s^k\} = -[K_{ss}]^{-1}[K_{so}]\{u_o^k\} \quad (13)$$

Los desplazamientos de la interacción inercial se obtienen usando un programa de cálculo ordinario como MATLAB para resolver las siguientes ecuaciones expresadas en función de los desplazamientos cinemáticos

$$\begin{bmatrix} [S_{ss}] & [S_{so}] \\ [S_{os}] & [S_{oo}^s] + [S_{oo}^g] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_s^i\} \\ \{u_o^i\} \end{Bmatrix} = \omega^2 \begin{bmatrix} [M_{ss}] & [M_{so}] \\ [M_{os}] & [M_{oo}^s] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_s^k\} \\ \{u_o^k\} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

Las matrices  $[S]$  y  $[M]$  están formadas por términos de rigidez dinámica y masa, respectivamente, asociados a los grados de libertad indicados en los subíndices, y  $\omega$  es la frecuencia de análisis. Los superíndices  $s$  y  $g$  se usan para indicar contribuciones de la estructura y del suelo excavado, respectivamente. La densidad espectral de la aceleración horizontal en la terraza de los edificios, que es la componente que sufre las mayores amplificaciones, se obtiene como

$$S_{xx}(f) = S_{cc}(f) \cdot |H_{cx}(f)|^2 \quad (15)$$

donde  $H_{cx}(f)$  es la función de transferencia entre la aceleración horizontal en la terraza del edificio, en la dirección de propagación de las ondas superficiales, y la aceleración vertical en el punto de control para el movimiento de campo libre.



Un edificio analizado, que es uno de los cuales en donde se efectuaron mediciones, posee 16 pisos en altura y 2 subsuelos para cocheras. Las dimensiones en planta del edificio son  $8 \text{ m} \times 22 \text{ m}$ . La masa total de cada piso se estima en 180 toneladas. La rigidez de los elementos estructurales se ajusta para reproducir la frecuencia fundamental de 1.40 Hz identificada a través de vibraciones ambientales registradas antes de los recitales. Un amortiguamiento histerético de 2.5% se adopta para la estructura de acuerdo a información obtenida de las mismas vibraciones ambientales.

La Figura 4 muestra las funciones de transferencia de los movimientos de la base del edificio analizado en el plano vertical que contiene la dirección de propagación de las ondas, respecto al desplazamiento vertical del punto de control, y debidos sólo al efecto de la interacción cinemática. Estas curvas se presentan para ilustrar la “suavización” de los desplazamientos del punto de control para altas frecuencias. Cuando la frecuencia tiende a cero, el desplazamiento vertical coincide con el del punto de control, el desplazamiento horizontal representa una fracción del vertical que depende del coeficiente de Poisson, y la rotación tiende a cero.

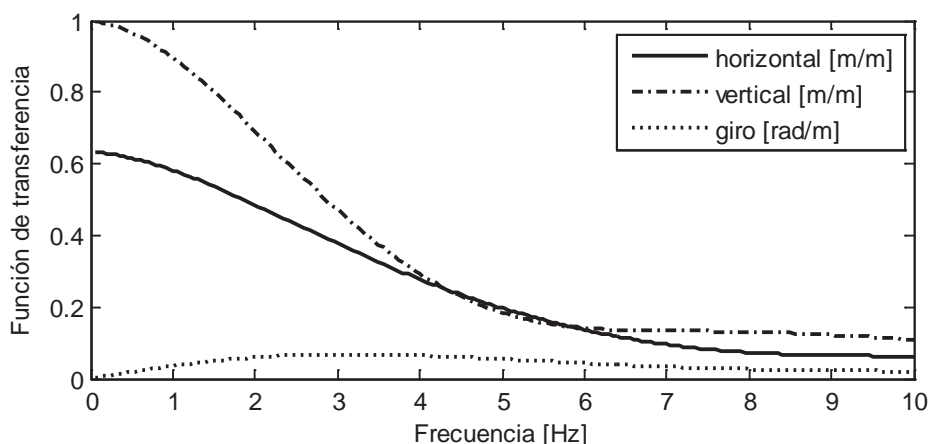


Figura 4: Funciones de transferencia de los desplazamientos de la base del edificio analizado respecto al desplazamiento vertical del punto de control debidos sólo al efecto de la interacción cinemática

La Figura 5 muestra la función de transferencia del desplazamiento horizontal de la terraza del edificio analizado (en dirección de la propagación de las ondas) respecto al desplazamiento vertical del punto de control. La Figura 6 muestra la densidad espectral de la aceleración horizontal en la terraza del edificio analizado para 20000 personas saltando a 2.03 Hz. Este número de personas se ajusta con un valor medio cuadrático (VMC) de 0.85 mg en la terraza del edificio determinado en el dominio de la frecuencia para el armónico fundamental de la máxima excitación registrada durante un recital de Roger Waters. De hecho, durante los intervalos de tiempo donde la respuesta del edificio alcanza un máximo, la forma de la onda resulta cuasi-armónica forzada en régimen. Como puede apreciarse en la Figura 6, se trata claramente de un proceso de banda angosta, donde el VMC puede calcularse en el rango de frecuencias 1.8 – 2.3 Hz de  $S_{xx}(f)$ . El número efectivo de personas saltando es consistente con los 26000 espectadores parados según lo informado por los organizadores del evento.

El valor medio cuadrático multiplicado por  $\sqrt{2}$  permite calcular el valor máximo de una función armónica equivalente que puede tomarse como parámetro de referencia. La máxima aceleración horizontal medida en la terraza del edificio para el armónico fundamental resulta entonces 1.2 mg en la dirección de propagación de las ondas, y 0.5 mg en la dirección vertical.

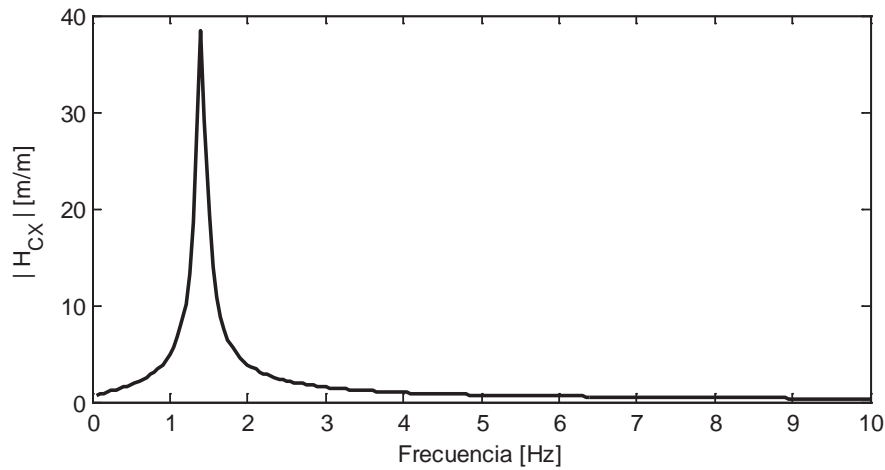


Figura 5: Función de transferencia del desplazamiento horizontal de la terraza del edificio analizado respecto al desplazamiento vertical del punto de control (interacción completa)

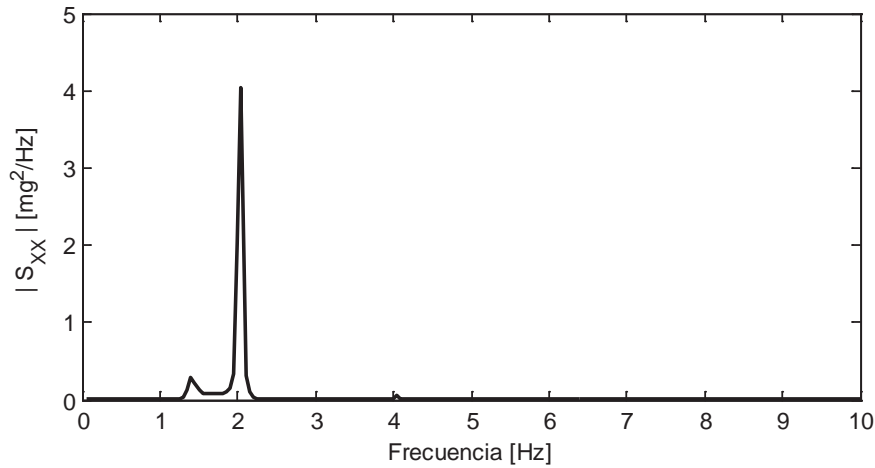


Figura 6: Densidad espectral de la aceleración horizontal en la terraza del edificio analizado

La Figura 7 muestra la función de transferencia entre el desplazamiento horizontal en la terraza de un edificio “resonante” y el desplazamiento vertical en el punto de control. En este caso, la rigidez del edificio se modifica para ajustar la frecuencia fundamental en 2.03 Hz coincidente con la armónica fundamental de la excitación considerada. En este proceso, la amplitud máxima de la función de transferencia  $H_{cx}(f)$  decrece de 40 a 30 por efecto del incremento del amortiguamiento por radiación para una frecuencia fundamental más alta.

La Figura 8 presenta la densidad espectral de la aceleración horizontal en la terraza de este edificio resonante para 30000 personas de acuerdo a los datos provistos por los organizadores de un recital de AC-DC en Diciembre de 2009. El VMC de la respuesta en el rango 1.8 – 2.3 Hz es 9.2 mg con una amplitud máxima de una armónica equivalente de 13 mg. En el trabajo de Bertero y colaboradores (2010) se reporta que la aceleración máxima para un edificio resonante durante este evento fue 15 mg. La Figura 9 muestra un registro tomado por Linlaud (2010) para el mismo evento y el mismo edificio donde la máxima aceleración alcanza 17 mg. Estos valores son entre 15% y 30% mayores al valor máximo dado por la simulación, quizás porque el modelo del edificio sea algo impreciso por ajustarse sólo la frecuencia fundamental, o porque el número de personas saltando fue mayor al estimado por los organizadores.



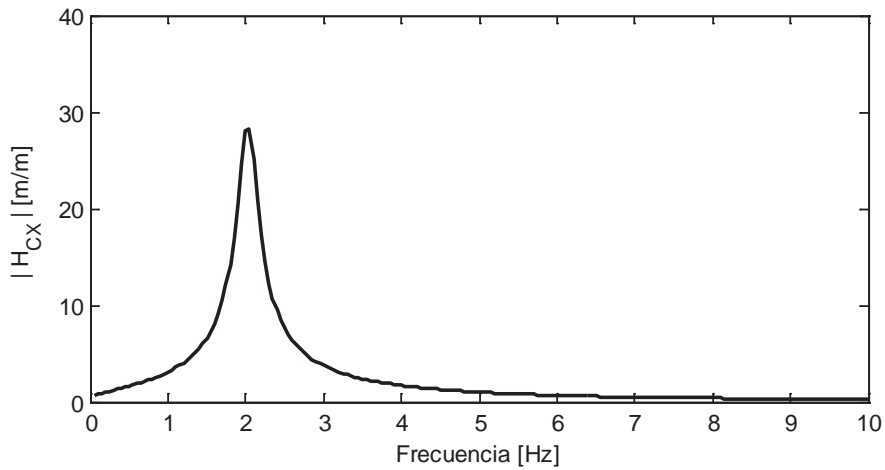


Figura 7: Función de transferencia del desplazamiento horizontal de la terraza de un edificio resonante respecto al desplazamiento vertical del punto de control (interacción completa)

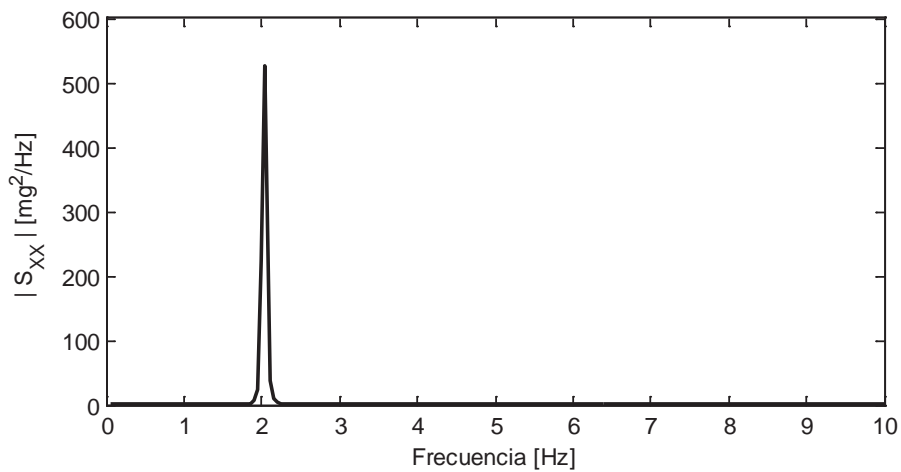


Figura 8: Densidad espectral de la aceleración horizontal en la terraza del edificio resonante

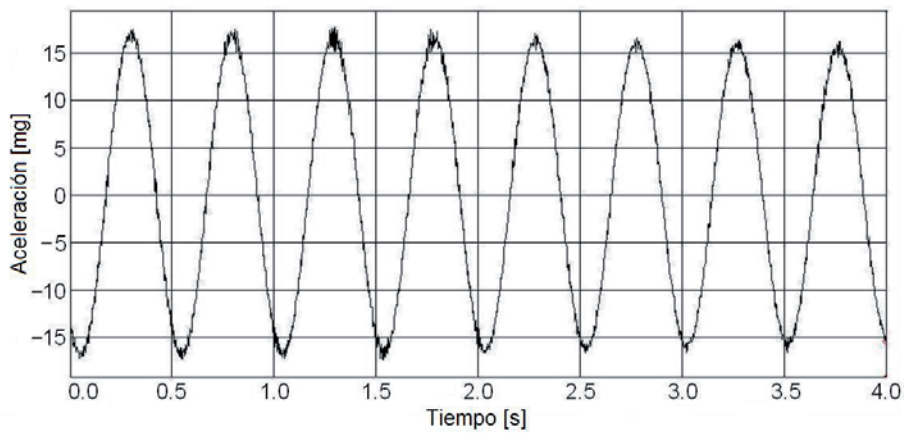


Figura 9: Registro experimental en la terraza de un edificio resonante reportado por Linlaud (2010) durante un recital de AC-DC

A pesar que en este estudio sólo se presenta el análisis riguroso de 2 edificios, la [Figura 10](#) y la [Figura 11](#) muestran un estudio preliminar sobre la influencia de la profundidad de la fundación en la respuesta de edificios sometidos a ondas superficiales. Estas figuras contienen las funciones de transferencia del desplazamiento horizontal y el giro en la terraza de edificios en relación al desplazamiento horizontal del punto de control. Las dimensiones en planta de estos edificios son 10 m x 20 m, con 16 pisos cada uno y 2 profundidades diferentes de la fundación: 6 m y 15 m. Se observa que en condición de resonancia, la amplificación de la aceleración horizontal en la terraza del edificio es 23 veces respecto al punto de control para el edificio de 6 m de profundidad de fundación, y 12 veces para el de 15 m de profundidad. Estos resultados ilustran la significativa influencia que tiene la profundidad de la fundación sobre la máxima amplificación que puede ocurrir en una condición de resonancia durante recitales.

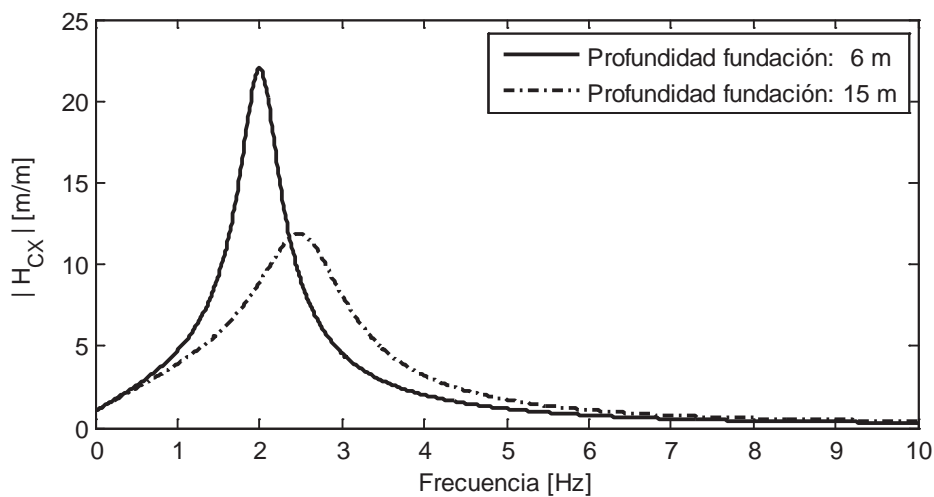


Figura 10: Función de transferencia del desplazamiento horizontal en la terraza de edificios con diferentes profundidades de fundación, respecto al desplazamiento horizontal de campo libre

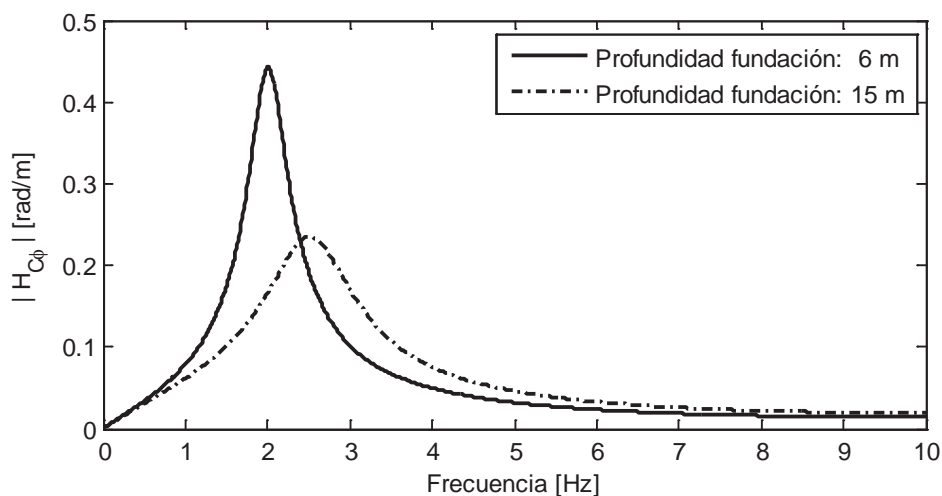


Figura 11: Función de transferencia del giro en la terraza de edificios con diferentes profundidades de fundación, respecto al desplazamiento horizontal de campo libre

## 5 ASPECTOS REGLAMENTARIOS

La norma adoptada por la Agencia de Protección Ambiental de la Ciudad de Buenos Aires utiliza la dosis de vibración (*Vibration Dose Value*, VDV) para edificios residenciales urbanos sujetos a una aceleración  $a(t)$  que se define de la siguiente manera

$$VDV(T) = \left[ \int_0^T a(t)^4 dt \right]^{1/4} \quad (16)$$

donde  $T$  es el tiempo total de exposición a las vibraciones. Debido a que la condición crítica para los casos analizados es la resonancia, la variación temporal de las aceleraciones puede asumirse con forma armónica

$$a(t) = A \cdot \sin(2\pi t/T_0) \quad (17)$$

donde  $T_0$  es el período de esta función. La dosis VDV para un único ciclo resulta

$$VDV(T_0) = A \left[ \int_0^{T_0} \sin^4(2\pi t/T_0) dt \right]^{1/4} = A \left[ \frac{3T_0}{8} \right]^{1/4} \quad (18)$$

Una aproximación razonable de esta dosis para un tiempo de exposición  $T$  es la siguiente

$$VDV(T) = A[3T/8]^{1/4} \quad (19)$$

Esta aproximación resulta exacta para cualquier número entero de ciclos, es bastante exacta para registros suficientemente largos, y resulta independiente de la frecuencia excitatriz. De esta forma, el tiempo máximo de exposición permitido para un determinado  $VDV_{max}$  puede expresarse de la siguiente forma

$$T_{max} = \frac{8}{3} \left( \frac{VDV_{max}}{A} \right)^4 \quad (20)$$

Las regulaciones proporcionan dos niveles de dosis, uno designado como “valor preferido” y otro como “valor máximo”, que varían de acuerdo a si el evento ocurre en horario diurno o nocturno. Los valores aplicables para el horario nocturno son  $VDV_{pref} = 0.13 \text{ m/s}^{1.75}$  y  $VDV_{max} = 0.26 \text{ m/s}^{1.75}$ , respectivamente. En base a la [Figura 12](#) que representa la ecuación (20) pueden realizarse las siguientes observaciones:

- Una amplitud armónica de vibración sostenida debe ser menor a 3.7 mg para que la dosis máxima no sea superada durante un recital de 2 horas de duración.
- Una amplitud armónica de vibración sostenida debe ser menor a 9.2 mg para que la dosis máxima no sea alcanzada durante una canción “fuerte” de 3 minutos de duración.
- El tiempo de exposición máximo de un movimiento armónico sostenido con 17 mg de amplitud no debe exceder 15 segundos para no sobrepasar la dosis de vibración.

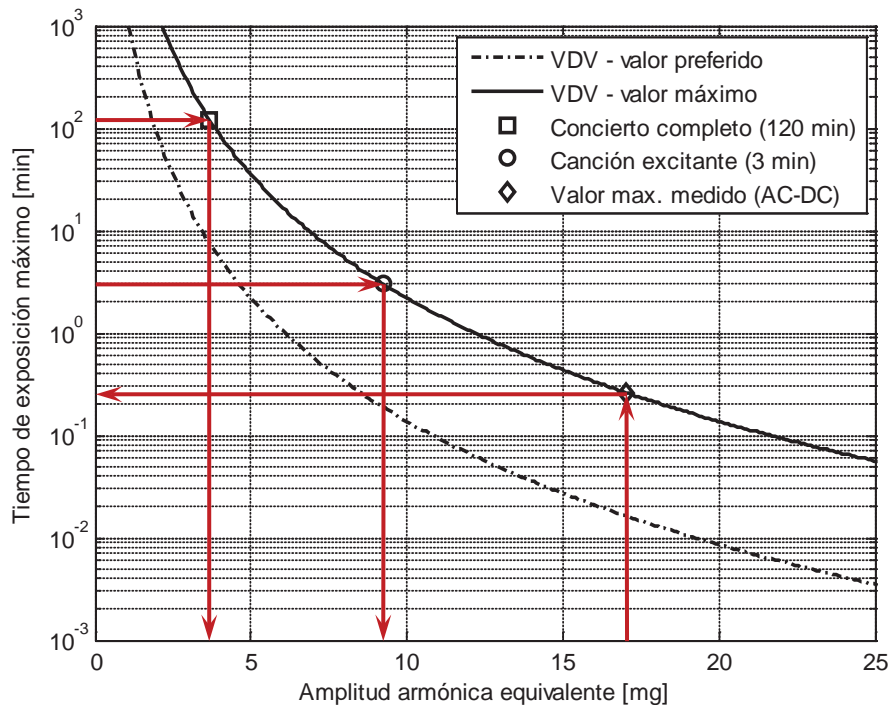


Figura 12: Máximo tiempo de exposición para aceleraciones armónicas

## 6 MODELOS SIMPLIFICADOS

La utilización del programa SASSI para el análisis riguroso de la respuesta de los edificios sometidos a ondas superficiales requiere un importante costo computacional que sólo permite el estudio detallado de unos pocos casos reales. Si se tienen en cuenta además las dificultades que surgen para representar la flexibilidad de las fundaciones, la complejidad para modelar la interrelación entre edificios adyacentes por efectos de interacción estructura-suelo-estructura, y las incertidumbres involucradas en la definición de la excitación dinámica, resulta evidente que poco se justifica el uso de modelos sofisticados de cálculo.

A los efectos de predecir las vibraciones en un amplio rango de edificios con un grado de aproximación acorde con las hipótesis adoptadas, se han planteado modelos simplificados que permiten calcular el movimiento de los edificios sin necesidad de usar programas específicos de interacción suelo-estructura. La *técnica de los conos* descrita en el libro de [Wolf \(1994\)](#) permite obtener la rigidez dinámica de la fundación de los edificios requerida en el cálculo de la interacción inercial. Por otra parte, una aproximación razonable del efecto de la interacción cinemática se consigue a través del cálculo de los valores promedio de los desplazamientos de campo libre en el volumen de la fundación. Una determinación más precisa del movimiento producido por la interacción cinemática se obtiene con el método planteado por [Iguchi \(1982\)](#) con la mejora propuesta por [Kurimoto y colaboradores \(1995\)](#), que requiere conocer la rigidez dinámica de la fundación cuyo cálculo puede realizarse utilizando la técnica de los conos.

### 6.1 Rigidez dinámica de bloques de fundación

Esta sección tiene por objeto mostrar el grado de aproximación que puede obtenerse con la técnica propuesta por [Wolf \(1994\)](#) para la determinación de la rigidez dinámica de bloques de fundación de forma cilíndrica. De hecho, la relación largo/ancho de los edificios analizados

justifica la adopción de radios equivalentes para representar a sus fundaciones con la forma de bloques cilíndricos. El radio equivalente para movimientos de traslación se obtiene utilizando el área en planta del bloque, en tanto que el radio equivalente para movimientos de rotación se calcula en función del momento de inercia en planta del bloque.

La Figura 13 y la Figura 14 muestran la rigidez dinámica adimensional para un bloque cilíndrico sin masa de radio  $r_0$ , considerado infinitamente rígido, con una relación altura/radio de 0.7, embebido en un semiespacio homogéneo con una densidad  $\rho$ , una velocidad de ondas de corte  $V_s$  y un coeficiente de Poisson  $\nu = 1/3$ . La frecuencia adimensional se define como

$$a_0 = \omega r_0 / V_s \tag{21}$$

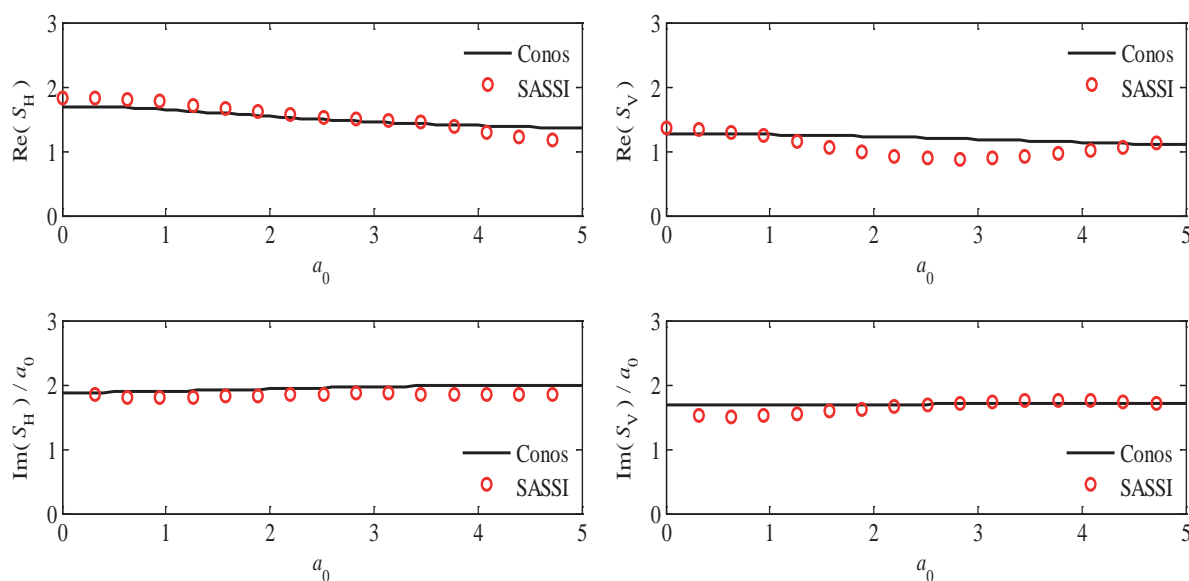


Figura 13: Comparación de la rigidez dinámica horizontal y vertical de un bloque cilíndrico

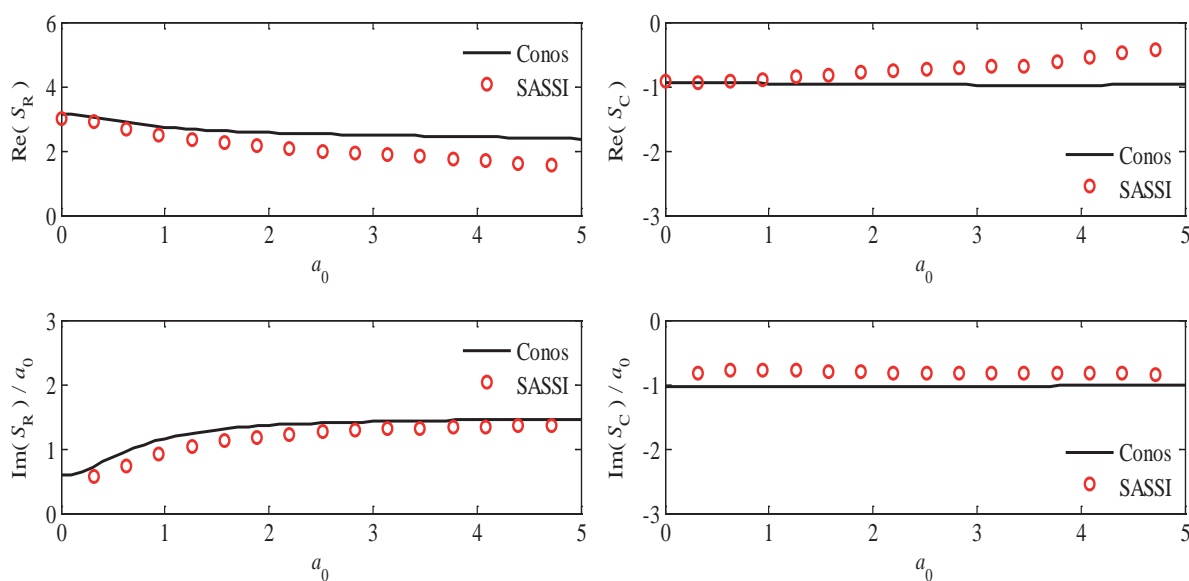


Figura 14: Comparación de la rigidez dinámica de balanceo y de acoplamiento de un bloque cilíndrico

Las amplitudes de estas curvas de rigidez dinámica se encuentran adimensionalizadas con los siguientes valores que representan la rigidez estática de un disco rígido apoyado sobre un semiespacio homogéneo

$$K_h = \frac{8\rho V_s^2 r_0}{2-\nu} \quad (\text{rigidez horizontal}) \quad (22)$$

$$K_v = \frac{4\rho V_s^2 r_0}{1-\nu} \quad (\text{rigidez vertical}) \quad (23)$$

$$K_r = \frac{8\rho V_s^2 r_0^3}{3(1-\nu)} \quad (\text{rigidez de balanceo}) \quad (24)$$

$$K_t = \frac{16\rho V_s^2 r_0}{3} \quad (\text{rigidez torsional}) \quad (25)$$

$$K_{hr} = \sqrt{K_h K_r} \quad (\text{rigidez de acoplamiento}) \quad (26)$$

Estas figuras demuestran que tanto la parte real como la parte imaginaria obtenidas con la técnica de los conos reproduce satisfactoriamente los resultados obtenidos con SASSI.

## 6.2 Desplazamientos debidos a la interacción cinemática

Una primera aproximación para la determinación de los desplazamientos debidos al efecto de la interacción cinemática consiste en calcular valores promedio en el volumen del bloque de fundación del movimiento de campo libre. A tal efecto, se supone que el semiespacio está compuesto por resortes lineales con constante  $k$  por unidad de volumen en las 3 direcciones cartesianas. La Figura 15 muestra un bloque genérico de fundación de dimensiones  $2X$  de largo,  $2Y$  de ancho y  $Z$  de altura.

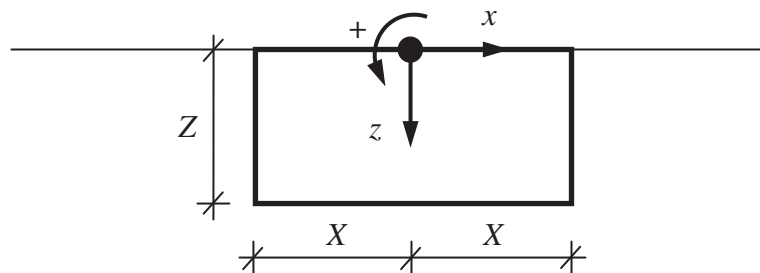


Figura 15: Bloque genérico de fundación con forma de prisma rectangular

Las dimensiones del bloque se adimensionalizan usando la velocidad de ondas de Rayleigh

$$\mathbf{X} = \frac{\omega X}{V_R} \quad \mathbf{Y} = \frac{\omega Y}{V_R} \quad \mathbf{Z} = \frac{\omega Z}{V_R} \quad (27)$$

El ambiente sísmico se asume compuesto sólo por ondas de Rayleigh caracterizadas por los desplazamientos  $u_x^*$  y  $u_z^*$  en dirección horizontal y vertical, respectivamente. La resultante de la fuerza horizontal resulta



$$F_x = k \underbrace{4XYZ}_{V} \tilde{u}_x = k 2Y \underbrace{\int_0^Z \int_{-X}^X}_{f_x^V} u_x^* dx dz \quad (28)$$

$$F_x (\omega/V_S)^3 = k \underbrace{4\mathbf{XYZ}}_{V} \tilde{u}_x = k 2\mathbf{Y} \underbrace{\int_0^Z \int_{-X}^X}_{\mathbf{f}_x^V} u_x^* dx dz \quad (29)$$

por lo que el desplazamiento horizontal promedio se calcula como

$$\tilde{u}_x = \mathbf{f}_x^V / V \quad (30)$$

donde

$$\mathbf{f}_x^V = 4i \mathbf{XYZ} \frac{\sin(\mathbf{X}/\theta)}{\mathbf{X}/\theta} \left[ X_S \frac{1 - \exp(-R_S \mathbf{Z}/\theta)}{R_S \mathbf{Z}/\theta} + X_P \frac{1 - \exp(-R_P \mathbf{Z}/\theta)}{R_P \mathbf{Z}/\theta} \right] \quad (31)$$

$$X_S = \frac{2R_S}{\theta^2} \quad X_P = \frac{1}{R_P} \left( 1 - \frac{2}{\theta^2} \right) \quad \theta = \frac{V_R}{V_S} \quad (32)$$

$$R_S = \sqrt{1 - \frac{V_R^2}{V_S^2}} \quad R_P = \sqrt{1 - \alpha^2 \frac{V_R^2}{V_S^2}} \quad \alpha = \sqrt{\frac{1/2 - \nu}{1 - \nu}} \quad (33)$$

La resultante de la fuerza vertical resulta

$$F_z = k \underbrace{4XYZ}_{V} \tilde{u}_z = k 2Y \underbrace{\int_0^Z \int_{-X}^X}_{f_z^V} u_z^* dx dz \quad (34)$$

$$F_z (\omega/V_S)^3 = k \underbrace{4\mathbf{XYZ}}_{V} \tilde{u}_z = k 2\mathbf{Y} \underbrace{\int_0^Z \int_{-X}^X}_{\mathbf{f}_z^V} u_z^* dx dz \quad (35)$$

por lo que el desplazamiento vertical promedio se calcula como

$$\tilde{u}_z = \mathbf{f}_z^V / V \quad (36)$$

donde

$$\mathbf{f}_z^V = 4 \mathbf{XYZ} \frac{\sin(\mathbf{X}/\theta)}{\mathbf{X}/\theta} \left[ Z_S \frac{1 - \exp(-R_S \mathbf{Z}/\theta)}{R_S \mathbf{Z}/\theta} + Z_P \frac{1 - \exp(-R_P \mathbf{Z}/\theta)}{R_P \mathbf{Z}/\theta} \right] \quad (37)$$

$$Z_S = \frac{2}{\theta^2} \quad Z_P = \left( 1 - \frac{2}{\theta^2} \right) \quad \theta = \frac{V_R}{V_S} \quad (38)$$

La resultante del momento respecto al eje y resulta

$$M_y = \underbrace{4/3 \cdot XYZ (X^2 + Z^2 - 3z_0(Z - z_0))}_{I_y^V} k \phi_y = k 2Y \underbrace{\int_0^Z \int_{-X}^X}_{m_y^V} ((z - z_0) u_x^* - x u_z^*) dx dz \quad (39)$$

$$\begin{aligned}
 M_y (\omega/V_S)^4 &= \underbrace{4/3 \cdot \mathbf{XYZ}(\mathbf{X}^2 + \mathbf{Z}^2 - 3\mathbf{z}_0(\mathbf{Z} - \mathbf{z}_0))}_{\mathbf{I}_y^V} \underbrace{k \phi_y V_S / \omega}_{\tilde{\phi}_y} \\
 &= \underbrace{k 2\mathbf{Y} \int_0^{\mathbf{Z}} \int_{-\mathbf{X}}^{\mathbf{X}} ((\mathbf{z} - \mathbf{z}_0) u_x^* - \mathbf{x} u_z^*) d\mathbf{x} d\mathbf{z}}_{\mathbf{m}_y^V}
 \end{aligned}
 \tag{40}$$

por lo que el giro promedio se calcula como

$$\tilde{\phi}_y = \mathbf{m}_y^V / \mathbf{I}_y^V
 \tag{41}$$

donde

$$\begin{aligned}
 \mathbf{m}_y^V &= 4i\theta \mathbf{XYZ} \frac{\sin(\mathbf{X}/\theta)}{\mathbf{X}/\theta} \left( \frac{X_S}{R_S} \left( \frac{1 - \exp(-R_S \mathbf{Z}/\theta)}{R_S \mathbf{Z}/\theta} - \frac{\mathbf{z}_0 + (\mathbf{Z} - \mathbf{z}_0) \exp(-R_S \mathbf{Z}/\theta)}{\mathbf{Z}} \right) + \dots \right) + \dots \\
 & \quad \left( \frac{X_P}{R_P} \left( \frac{1 - \exp(-R_P \mathbf{Z}/\theta)}{R_P \mathbf{Z}/\theta} - \frac{\mathbf{z}_0 + (\mathbf{Z} - \mathbf{z}_0) \exp(-R_P \mathbf{Z}/\theta)}{\mathbf{Z}} \right) \right) \\
 & \quad 4i\theta \mathbf{XYZ} \left( \frac{\sin(\mathbf{X}/\theta)}{\mathbf{X}/\theta} - \cos(\mathbf{X}/\theta) \right) \left( Z_S \frac{1 - \exp(-R_S \mathbf{Z}/\theta)}{R_S \mathbf{Z}/\theta} + Z_P \frac{1 - \exp(-R_P \mathbf{Z}/\theta)}{R_P \mathbf{Z}/\theta} \right)
 \end{aligned}
 \tag{42}$$

El giro promedio calculado a través de (41) resulta función de la cota de referencia  $\mathbf{z}_0$ . La Figura 16, la Figura 17 y la Figura 18 muestran el desplazamiento vertical, el desplazamiento horizontal y el giro, respectivamente, para un bloque con dimensiones  $Y/X = Z/X = 1/2$ , debidos a la interacción cinemática. La frecuencia adimensional se define aquí como

$$a_0 = \frac{\omega X}{\pi V_R}
 \tag{43}$$

Los desplazamientos vertical y horizontal se adimensionalizan implícitamente al referirlos al desplazamiento vertical de campo libre, y el giro se adimensionaliza multiplicándolo por el semi-largo del bloque  $X$ .

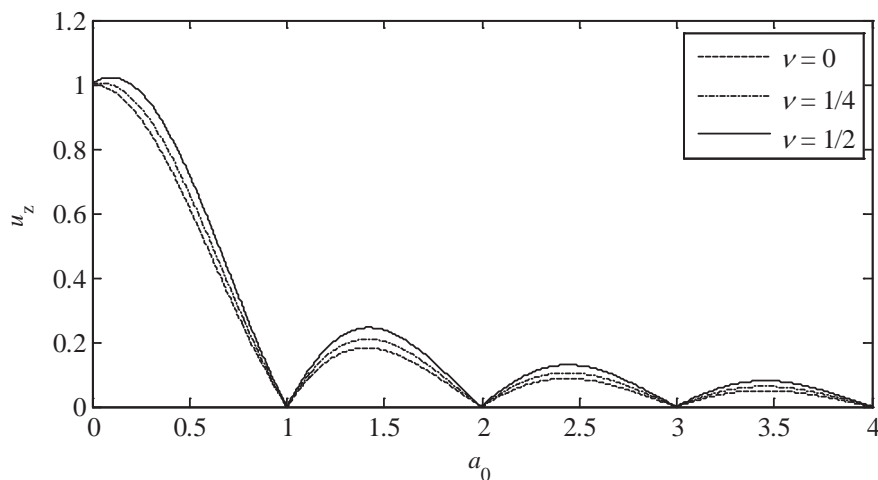


Figura 16: Desplazamiento vertical del bloque de fundación debido a la interacción cinemática

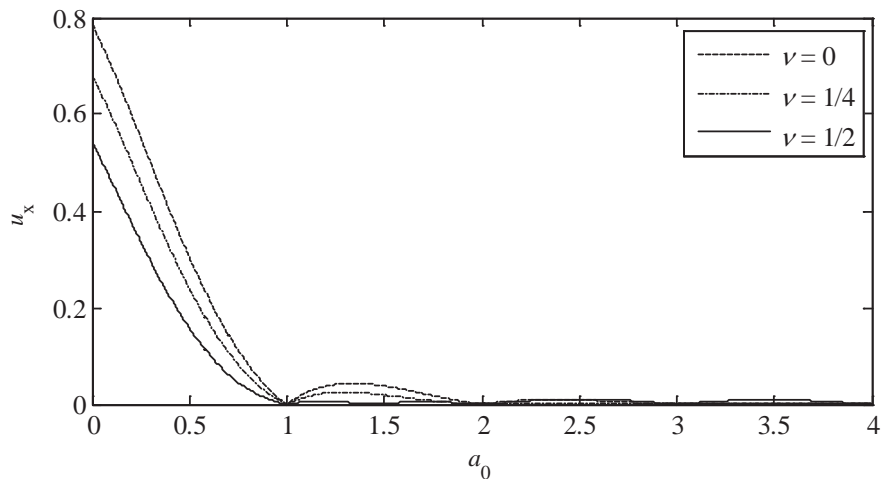


Figura 17: Desplazamiento horizontal del bloque de fundación debido a la interacción cinemática

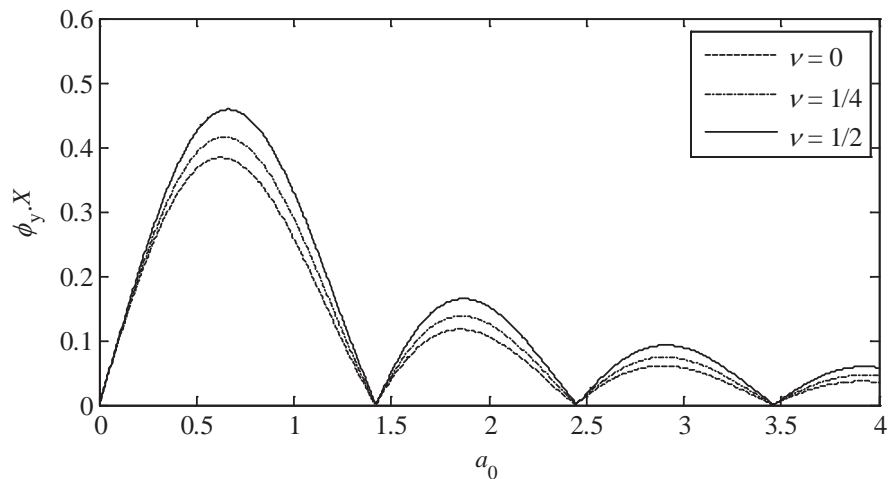


Figura 18: Giro del bloque de fundación debido a la interacción cinemática

En estas figuras se observa que el movimiento del bloque en bajas frecuencias (longitudes de onda largas) no presenta giro y coincide con el movimiento de campo libre, debido a que todos los puntos dentro del volumen del bloque poseen el mismo movimiento. Por otra parte, los movimientos traslacionales se anulan para números enteros de la frecuencia adimensional, lo cual implica que el largo del bloque resulta un múltiplo de la longitud de onda de análisis

$$a_0 = 2X/\lambda_R \quad \lambda_R = 2\pi V_R/\omega \quad (44)$$

## 7 CONCLUSIONES

Los análisis experimentales realizados permiten demostrar que las frecuencias donde se producen los mayores niveles de excitación se encuentran entre 1.8 y 2.5 Hz. Las causas se atribuyen tanto a razones biomecánicas del salto humano como a que la mayoría de las canciones que incitan a saltar poseen estos tempos. El segundo armónico de la frecuencia excitatriz de los saltos también aparece en los registros experimentales, pero las amplitudes resultan mucho menores y su influencia sobre las vibraciones en los edificios se reduce por el aumento del amortiguamiento por radiación para mayores frecuencias.

Los modelos de edificios sometidos al paso de ondas superficiales generadas por el salto de personas durante recitales realizados en estadios, calibrados en base a datos experimentales, permiten constatar que aquellos edificios que poseen su frecuencia fundamental de vibración próxima a la frecuencia dominante de la excitación presentan una respuesta cuasi-armónica con amplificaciones que pueden resultar más de 20 veces mayores que las aceleraciones de campo libre. Por otra parte, se observa que la profundidad de las fundaciones posee una influencia considerable sobre las máximas amplificaciones que pueden esperarse.

Los modelos simplificados presentados permiten capturar las principales características de los efectos de interacción suelo-estructura sin pérdidas apreciables de precisión, por lo que representan una alternativa conveniente para la predicción de vibraciones producidas por la propagación de ondas superficiales en una amplia gama de edificios usando mediciones en algún punto del terreno que pueda considerarse de campo libre.

Las simulaciones numéricas para eventos musicales de gran magnitud muestran que bajo condiciones de resonancia de edificios con relativamente baja profundidad de fundación, el valor máximo de la dosis de vibración permitida para zonas residenciales puede sobrepasarse como consecuencia del salto coordinado de espectadores en el campo de juego de los estadios donde se organizan estos recitales.

## 8 AGRADECIMIENTOS

Este trabajo es parcialmente financiado tanto por el CONICET como por la Secretaría de Ciencia y Tecnología de la Universidad Nacional de Córdoba.

## REFERENCIAS

- Bertero, R.D., Lehmann, A., Verri, A., Vaquero, S., y Mussat, J., Vibraciones en edificios cercanos originadas por espectáculos musicales en estadios. *XXI Jornadas Argentinas de Ingeniería Estructural*, Buenos Aires, Argentina, 6–8 Octubre 2010.
- British Standard BS 6399, Part 1, Annex A. *Dynamic loads for dancing and jumping*, 1996.
- Ceballos, M.A., Stuardi, J.E., and Prato, C.A., Vibrations Induced on Residential Buildings by a Crowd Jumping on Ground Surface During Music Festivals. *XV International Conference on Experimental Mechanics*, Porto, Portugal, 22–27 July 2012.
- Clough, R.W., and Penzien, J., *Dynamics of Structures*. Computers & Structures, Inc., 2003.
- Iguchi, M., An approximate analysis of input motions for rigid embedded foundations. *Transactions of the Architectural Institute of Japan*, 315:61–75, 1982.
- Kurimoto, O., Tsunoda, T., Kase, H., Akino, K., Minami, T., and Iguchi, M., Input motions for rigid foundations to observed seismic waves. *XIII International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology*, Porto Alegre, Brazil, 13–18 August 1995.
- Linlaud, J., *Vibraciones inducidas por recitales*. Estudio encargado por la Asociación Vecinal de Fomento Barrio Parque General Belgrano and Nuevo Belgrano, 2010.
- Racic, V., and Pavic, A., Mathematical Model to Generate Asymmetric Pulses due to Human Jumping. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 135(10):1206–1211, 2009.
- Sim, J., Blakeborough, A., Williams, M.S., and Parkhouse, G., Statistical Model of Crowd Jumping Loads. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 134(12):1852–1861, 2008
- SUPER SASSI/PC Program: *Complete Dynamic Soil-Structure Interaction Analysis System on Personal Computers*. Stevenson & Associates Inc., 1995.
- Wolf, J.P., *Dynamic Soil-Structure Interaction*. Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1985.
- Wolf, J.P., *Foundation Vibration Analysis Using Simple Physical Models*. Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1994.