Asociación Argentina



de Mecánica Computacional

Mecánica Computacional Vol XXXI, págs. 2913-2928 (artículo completo) Alberto Cardona, Paul H. Kohan, Ricardo D. Quinteros, Mario A. Storti (Eds.) Salta, Argentina, 13-16 Noviembre 2012

# SIMULACIÓN NUMÉRICA DE LA DINÁMICA DE ABRILLANTAMIENTOS EN ARCOS MAGNÉTICOS DE LA BAJA CORONA SOLAR

Andrés M.Cimino<sup>a</sup>, Carlos A. Fernandez<sup>a</sup>, Andrea Costa<sup>a,b,c</sup> y Sergio A. Elaskar<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>Departamento de Aeronáutica, Facultad de Cs. Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba, V, Argentina, selaskar(at)efn.uncor.edu

<sup>b</sup>Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, CONICET

°Instituto de Astronomía Teórica y Experimental, IATE CONICET

Palabras Clave: Magnetohidrodinámica real, Volúmenes Finitos, Corona Solar.

**Resumen.** Se resolvieron las ecuaciones de la magnetohidrodinámica real mediante un esquema de volúmenes finitos 1D +1/2 centrados en celdas para realizar un estudio numérico de la dinámica de los arcos magnéticos de la baja corona solar. El cálculo de los flujos numéricos fue resuelto por medio de la implementación del esquema TVD de Harten-Yee juntamente con un "Riemann solver" aproximado de Roe. Debido a las grandes diferencias entre los órdenes de magnitud de las variables del problema, se implementó dicho esquema en variables adimensionales. En el presente modelo se tuvieron en cuenta términos difusivos y fuente en la ecuación de la energía, que incluyen los términos de pérdidas radiativas, efectos de difusión por conducción de calor no lineal y una función de calentamiento propuesta en la literatura. Se estudiaron distintos casos de funciones de calentamiento para modelar deposiciones de energía en las bases y en el ápice del arco. La integración temporal se hizo con un método explícito, tomando recaudos en la adimensionalización para evitar que el sistema se vuelva rígido. Se obtuvieron soluciones que describen la dinámica de abrillantamientos en arcos magnéticos en términos de interacciones de ondas no lineales.

## 1. INTRODUCCIÓN

Los arcos magnéticos solares son estructuras de plasma dominado magnéticamente, que interactúan con la cromósfera y la corona solar, teniendo así un rol importante en todos los fenómenos de la física solar. La dinámica del plasma en los arcos coronales está gobernada por el campo magnético, conformándose como un medio inhomogéneo donde el transporte de masa, cantidad de movimiento y energía ocurre principalmente a lo largo de las líneas de campo y, en cambio, es fuertemente inhibido en la dirección transversal a las mismas. En la corona solar el parámetro  $\beta$  suele tomar valores de alrededor de 0.01 (Coen, 2008), lo que justifica el uso de un modelo unidimensional orientado en la dirección de las líneas de campo para el estudio de la dinámica de los arcos coronales.

En general se acepta que la densidad de partículas en la cromósfera suele ser del orden de  $9.10^{20} part/m^3$  (lo que equivale a una densidad de masa de  $1.5.10^{-6} kq/m^3$ ), y suele disminuir hasta 6 órdenes de magnitud a medida que aumenta la altura del arco. Esto suele traer complicaciones desde el punto de vista numérico, ya que en la zona cercana al ápice del arco se tienen regiones con densidades próximas a las de vacío, lo que puede inducir que se obtengan presiones negativas si no se usa el esquema de flujo y el paso de tiempo adecuados . Para el caso de la temperatura, suele aceptarse que los valores de la misma en la cromósfera suelen ser del orden de los 7000 K, y que la temperatura crece hasta valores superiores a los  $10^6 K$ a lo largo del arco coronal. Este fenómeno es aún discutido en la comunidad científica. Una teoría muy aceptada sobre el calentamiento en la corona involucra los efectos combinados del campo magnético coronal con una atmósfera estratificada, que da origen a un sistema de ondas magnéticas y acústicas de alta frecuencia, que al ser amortiguadas disipan energía (Coen, 2008), otras teorías explican el fenómeno en términos de efectos de reconección magnética y nanoflares (pequeñas explosiones). En la literatura se encuentran diversos perfiles de densidad y temperatura, tanto observacionales (Rosner et al., 1978), como analíticas, provenientes de soluciones cuasi estáticas donde se propone que los arcos son adiabáticos (Rosner et al., 1978; Aschwanden y Tsiklauri, 2009) y propuestas para simulaciones numéricas (Muller et al., 2003).

Además de los perfiles iniciales de temperatura y densidad, para lograr un modelo correcto de los arcos coronales es necesario tener en cuenta términos difusivos, de fuentes y sumideros en la ecuación de la energía. Por esta razón el modelo de MHD ideal debió ser extendido a un modelo de MHD real.

En el presente trabajo se empleó la metodología empleada con éxito en (Fernandez et al., 2009), añadiendo los efectos de MHD real anteriormente mencionados para lograr un modelo más completo.

#### 2. MODELO MHD

El modelo MHD parte de la hipótesis de que el plasma puede considerarse un medio contínuo y eléctricamente neutro en escalas pequeñas . Parte de las ecuaciones de Euler para flujo compresible no viscoso, agregándoles la fuerza de Lorenz en el miembro derecho, que luego se combinan con la ecuación de la inducción magnética. Esto produce un sistema de 8 ecuaciones acopladas para el caso bidimensional. En el caso unidimensional, una de las ecuaciones de la inducción resulta trivial, y se elimina. Las ecuaciones de MHD pueden escribirse en forma conservativa como:

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{U} + \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{F}(\mathbf{U}) = \mathbf{S}(\mathbf{U})$$
(2.1)

Donde U es el vector de variables de estado y F(U) el vector de flujos

-

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ B_x \\ B_y \\ B_z \\ E \end{bmatrix}; \quad \mathbf{F}(\mathbf{U}) = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 - \frac{1}{\mu_0} B_x^2 + \left(p + \frac{B^2}{2\mu_0}\right) \\ \rho uv - \frac{1}{\mu_0} B_x B_y \\ \rho uw - \frac{1}{\mu_0} B_x B_z \\ 0 \\ u_x B_y - B_x u_y \\ u_x B_z - B_z u_x \\ \left(E + p + \frac{B^2}{2\mu_0}\right) u_x - \frac{1}{\mu_0} \left(\mathbf{B} \cdot \mathbf{u}\right) B_x \end{bmatrix}; \quad (2.2)$$

y S(U) es el vector de términos fuente.

En la siguiente sección se explicará el significado físico y la modelización de dichos términos. La energía total E se define como:

$$E = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2}\rho(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2) + \frac{1}{2}(B_x^2 + B_y^2 + B_z^2)$$
(2.4)

Para darle clausura al problema, es necesario emplear una ecuación de estado que relacione las variables termodinámicas. Como se asume que el arco está compuesto por hidrógeno ionizado, se asume que cumple la ecuación de estado de los gases perfectos:

$$p = \rho RT \tag{2.5}$$

Este sistema hiperbólico puede expresarse, introduciendo la matriz Jacobiana A(U),

$$\mathbf{A}(\mathbf{U}) = \frac{\partial F_i}{\partial U_j} \tag{2.6}$$

de forma cuasi- lineal de la siguiente manera

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{A}(\mathbf{U})\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x} = \mathbf{S}(\mathbf{U})$$
(2.7)

Los valores propios de la matriz  $\mathbf{A}(\mathbf{U})$  representan las velocidades caracerísticas con las que se propagan las ondas del sistema, y los vectores propios de la misma los saltos de los valores de las variables de estado a través de cada onda.

#### **3. TERMINOS FUENTE**

Se ha comprobado a través de observaciones y modelos teóricos que los arcos coronales intercambian masa y energía con la corona y la cromósfera. Este intercambio se realiza a través de difusión térmica por conducción de calor a través de sus bases, y por radiación hacia el exterior a lo largo del arco. Además, existe un incremento de energía dentro de la corona cuyas causas aún no están del todo claras, pero que también cumple un rol crucial en la dinámica energética. Dichos efectos tienen gran importancia en la dinámica de los arcos coronales, y a su vez permitieron que se obtuvieran soluciones analíticas para casos simplificados, proporcionando leyes de escala y estabilidad para distintos parámetros del problema (Serio et al., 1981). En el presente trabajo se tuvieron en cuenta dichos efectos como términos fuentes. Se aplican sobre la ecuación de la energía, mediante funciones simples basadas en observaciones o propuestas en la literatura.

#### 3.1. Difusión por radiación

Se usa un modelo semiempírico de gran aceptación en la literatura (Aschwanden, 2004), que expresa a las pérdidas radiativas como función de la densidad de partículas n y una función  $\Lambda(T)$  obtenida de correlaciones de observaciones mediante radiotelescopios en espectro ultravioleta y de rayos X. Mediante el uso de ciertos filtros en los radiotelescopios es posible obtener imágenes en las que la intensidad de rayos mostrada es proporcional a la densidad de energía en el arco. Luego, en base a consideraciones de equilibrio de energía, es posible expresar las pérdidas por radiación como función de la ensidad de partículas  $n = [part/m^3]$  y una función empírica  $\Lambda(T)$ . Dicha función fue obtenida por (Rosner et al., 1978) como una correlación de las observaciones de varios autores. En la Fig. (3.1 se reprodujo el gráfico de dicha función.

$$L_{rad} = n^2 \Lambda(T) \tag{3.1}$$



Figura 3.1: Función  $\Lambda(T)$  de pérdidas radiativas en función de la temperatura. Tomada de (Rosner et al., 1978)

Las funciones de correlación para  $\Lambda(T)$  se presentan a continuación:

$$\lambda(T) = 10^{-58,70} T^{8,81} \quad 10^{4,0} < T < 10^{4,2}$$
(3.2a)

$$\lambda(T) = 10^{-21,68} \quad 10^{4,2} < T < 10^{4,3} \tag{3.2b}$$

$$\lambda(T) = 10^{-21,85} \quad 10^{4,3} < T < 10^{4,6} \tag{3.2c}$$

$$\lambda(T) = 10^{-31} T^2 \quad 10^{4,6} < T < 10^{4,9} \tag{3.2d}$$

$$\lambda(T) = 10^{-21,2} \quad 10^{4,9} < T < 10^{5,4} \tag{3.2e}$$

$$\lambda(T) = 10^{-10,4} T^{-2} \quad 10^{5,4} < T < 10^{5,75}$$
(3.2f)

$$\lambda(T) = 10^{-21,94} \quad 10^{5,75} < T < 10^{6,3} \tag{3.2g}$$

$$\lambda(T) = 10^{-17,73} T^{-2/3} \quad 10^{6,3} < T < 10^7$$
(3.2h)

# 3.2. Conducción de calor

Para el flujo de calor se empleó el modelo de Spitzer, que propone la siguiente relación no lineal para calcular el flujo de calor en la dirección paralela a las líneas del campo magnético B

$$\mathbf{q} = -\kappa_{sp} T^{5/2} \nabla T \tag{3.3}$$

De manera que el término de difusión puede expresarse como

$$\dot{Q}_{cond} = -\nabla \cdot \mathbf{q} = \frac{d}{dx} \left( \kappa_{sp} T^{5/2} \frac{dT}{dx} \right) = \frac{2}{7} \kappa_{sp} \frac{d^2 T^{7/2}}{dx^2}$$
(3.4)

#### 3.3. Función de Calentamiento

De acuerdo a observaciones mediante telescopios de Raxos X y UV, la temperatura aumenta drásticamente desde la zona de la fotósfera (donde  $T < 10^4 K$ ) hacia la Corona (donde  $T \approx 10^6 K$ ) a través de una pequeña zona de transición. La causa de este incremento de temperatura no se conoce con certeza todavía, pero existen diversas teorías, algunas la atribuyen a fenómenos de difusión turbulenta en ondas de Alfvén y magnetosónicas de alta frecuencia , otras a deposiciones de energía debidas a *nanoflares*. En la práctica, el efecto del calentamiento se modela mediante funciones simples con un sólo máximo en toda la longitud del arco. En el presente trabajo se empleó una función de calentamiento simétrica, definida para la mitad del arco como:

$$\dot{Q}(x,t) = \frac{FM_0}{H_{cal}} exp\left(\frac{x-x_0}{H_{cal}}\right) exp\left(\frac{(t-t_0)^2}{\tau_{cal}^2}\right) \qquad para \ 0 < X < L/2 \tag{3.5}$$

Esta función tiene la ventaja de permitir representar una función de calentamiento uniforme en el espacio cuando  $H_{cal} \rightarrow \infty$  y en el tiempo cuando  $\tau_{cal} \rightarrow \infty$ , y de permitir concentrar el efecto de calentamiento hacia las bases o el ápice. Este tipo de funciones de calentamiento se han empleado para obtener soluciones analíticas en varios trabajos, como (Rosner et al., 1978), (Serio et al., 1981), (Aschwanden y Tsiklauri, 2009); así como en soluciones numéricas (Muller et al., 2003) En este trabajo se analizaron casos para distintos valores de la constante espacial  $H_{cal}$  y para tiempos característicos  $\tau_{cal}$  que tienden a infinito, es decir para calentamiento uniforme en el tiempo. En el presente trabajo se analizaron resultados para funciones de calentamiento con valores de  $H_{cal}$  de 0.5,1.5,3,5,-0.5,-1.5,-3 y -5.

# 4. ESQUEMA NUMÉRICO

#### 4.1. Discretización en Volúmenes finitos

En el esquema de volúmenes finitos, se discretiza el dominio  $\Omega$  del problema en un número finito N de celdas  $\Omega_i = [x_{i-1/2}, x_{i+1/2}], (i = 1, 2, ..., N)$ 

Dentro de cada celda  $\Omega_i$  se propone una interpolación a las variables del vector de estado por funciones constantes a trozos. Es decir, se asume que las variables conservativas toman un valor constante dentro de cada celda, que se va actualizando conforme se avanza en el tiempo tiempo. De esta manera la forma integral de las leyes de conservación son escritas para cada celda  $\Omega_i$ en la forma discreta,

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = -\frac{1}{\Delta x} \left[ \overline{F}_{i+1/2} - \overline{F}_{i-1/2} \right] + S(U) \tag{4.1}$$

donde  $\Delta x = x_{i+1} - x_{i-1} > 0$  y donde  $\overline{F}_{i+1/2}$  es la función de flujo numérico, que debe cumplir la condición de consistencia con la función de flujo del sistema hiperbólico no discretizado. Este sistema de ecuaciones se resuelve en dos etapas: primero se resuelve la parte convectiva mediante un esquema TVD de Harten Yee, y con las variables del vector de estado obtenidas de la convección se evalúan los términos fuentes, que luego se integran mediante un esquema de Euler explícito.

#### 4.2. Esquema TVD

Para obtener los flujos numéricos es necesario conocer los vectores y valores propios del sistema hiperbólico considerado. Para obtenerlos se empleó un solver de Riemann aproximado basado en la técnica de (Roe, 1981) con modificaciones hechas por (Powell, 1995), para evitar obtener un autovalor igual a 0. Los autovalores del sistema son:

$$\lambda_{alf} = u \pm c_{alf}; \quad \lambda_f = u \pm c_f; \quad \lambda_s = u \pm c_s; \quad \lambda_{e,d} = u; \tag{4.2}$$

Los mismos deben ser normalizados de acuerdo a la metodología propuesta por (Roe y Balsara, 1996) para evitar errores numéricos cuando distintas velocidades características toman valores próximos. Llamando R a la matriz cuyas columnas son los vectores propios de la matriz jacobiana A(U) puede obtenerse:

$$\mathbf{R}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{R} = \mathbf{\Lambda} \tag{4.3}$$

Definiendo las variables características como:

$$\mathbf{W} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{U} \tag{4.4}$$

Pueden expresarse las ecuaciones del sistema MHD de forma desacoplada de la siguiente manera:

$$\mathbf{W}_t + \mathbf{\Lambda} \mathbf{W}_x = \mathbf{0} \tag{4.5}$$

Luego, puede aplicarse el esquema TVD escalar de Harten Yee a cada una de dichas ecuaciones desacopladas. La forma final del flujo numérico TVD de Yee que se obtiene al invertir la transformación para obtener nuevamente el esquema en las variables originales.

$$\mathbf{F}_{i+1/2} = \frac{1}{2} \left[ \mathbf{F}_{i+1} + \mathbf{F}_i + \mathbf{R}_{i+1/2} \mathbf{\Phi}_{i+1/2} \right]$$
(4.6)

Donde la función  $\Phi$  es la función de viscosidad numérica, cuyas componentes se expresan como:

$$\phi_{i+1/2}^{l} = \sigma^{l}(\lambda_{i+1/2}^{l})(g_{i+1}^{l} + g_{i}^{l}) - \psi(\lambda_{i+1/2}^{l} + \gamma_{i+1/2}^{l})$$
(4.7)

La función g se conoce como función limitadora del flujo, y en el presente trabajo se empleó la función minmod de la siguiente manera:

$$g_{i}^{l} = S.max\left[\left(0, min\sigma(\lambda_{i+1/2}^{l})|\alpha_{i+1/2}^{l}|, \sigma(\lambda_{i+1/2}^{l})\alpha_{i+1/2}^{l}\frac{S}{2})\right)\right]$$
(4.8a)

$$S = \operatorname{sign}(\alpha_{i+1/2}^l) \tag{4.8b}$$

La función  $\sigma$ , para retener el segundo orden de precisión en la integración temporal (Yee, 1989), se define como:

$$\sigma^{l}(\lambda_{i+1/2}^{l}) = \frac{1}{2} \left( \psi(\lambda_{i+1/2}^{l}) - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\lambda_{i+1/2}^{l})^{2} \right)$$
(4.9)

Y la función  $\psi(\lambda_{i+1/2}^l)$  es la función encargada de introducir la disipación numérica propiamente dicha. Para respetar la condición de entropía y lograr la convergencia a una solución físicamente correcta (Harten y Hyman, 1983), esta función se define como:

$$\psi(\lambda_{i+1/2}^{l}) = \begin{cases} |\lambda_{i+1/2}^{l}| & \text{si } |\lambda_{i+1/2}^{l}| \ge \delta_{1} \\ \left( (\lambda_{i+1/2}^{l})^{2} + \delta_{1}^{2} \right) / 2\delta_{1} & \text{si } |\lambda_{i+1/2}^{l}| < \delta_{1} \end{cases}$$
(4.10)

donde  $\delta_1$  es un número real pequeño.

#### 4.3. Esquema Numérico para los términos fuentes

El término de difusión térmica se calculó mediante un esquema de diferencias finitas centrado aplicado a la Eq. 3.4:

$$\dot{Q}_{i}^{cond}$$
  $\approx \frac{2}{7} \kappa_{sp} \frac{T_{i-1}^{7/2} - 2T_{i}^{7/2} + T_{i+1}^{7/2}}{\Delta x^{2}}$  (4.11)

El término de pérdidas por radiación y el de calentamiento se evaluaron en cada celda y se sumaron algebraicamente. Luego, se integró mediante un esquema explícito sencillo:

$$E_i^{n+1} = E_i^n + S_i \Delta t \tag{4.12}$$

Este esquema hizo necesario penalizar el paso de tiempo en gran medida, pero para tiempos de cálculo razonables se obtuvieron buenas soluciones.

#### 5. CONDICIONES INICIALES

Para definir completamente el problema es necesario definir las variables del vector de estado en el instante inicial a lo largo de todo el dominio. Para simulaciones numéricas normalmente se proponen perfiles de densidad y temperatura que son soluciones hidrostáticas (es decir, la velocdad inicial es 0 en todo el dominio), que luego se perturban para analizar la evolución temporal. En el presente trabajo se emplearon las condiciones iniciales propuestas por (Muller et al., 2003). En dicho trabajo se analizó un arco de  $10 \cdot 10^6 m$  de longitud que a su vez consiste de una zona de transición de  $1,75 \cdot 10^6 m$  (modelada como un cilindro de eje recto) y el arco propiamente dicho, modelado como un toroide. (ver Fig. 5.1).



Figura 5.1: Esquema del modelo del arco considerado

En el trabajo de Muller se propuso que la temperatura es constante en la zona de transición y una variación logarítmica para el perfil de densidades, mientras que en el arco propiamente dicho la variación de temperatura y de densidad tienen formas fuertemente no lineales. En la Fig. 5.2 se muestran dichos perfiles.



Figura 5.2: Perfiles iniciales de temperatura y densidad empleados en (Muller et al., 2003)

En el presente trabajo se modeló sólo la sección del arco propiamente dicho (ignorando las zonas de transición), y se lo modeló como un tubo recto, ya que el radio de curvatura es grande comparado a su longitud. La longitud del arco analizado fue de  $6.6 \cdot 10^6 m$ . Los perfiles

de temperatura y densidad se interpolaron mediante funciones contínuas en todo el dominio considerado, para evitar discontinuidades cuando se evalúan los términos difusivos. El perfil inicial de densidad se interpoló mediante (Fig. 5.3)

$$log_{10}\rho(x) = 2.exp\left(\frac{(l_{ref}(x-0.5))^{10}}{2\cdot 10^5}\right) - 13.5$$
(5.1a)

$$\rho_{inic}(x) = \frac{10^{i0g_{10}\rho(x)}}{\rho_{ref}}$$
(5.1b)



Figura 5.3: Perfil de densidad adimensional inicial

El perfil inicial de temperatura se interpoló mediante una parábola (Fig. 5.4).

$$T(x) = 6,559 - 0,48((x - 0,5)l_{ref})^2$$
(5.2)



Figura 5.4: Perfil de temperatura adimensional inicial

## 6. CONDICIONES DE CONTORNO

Las condiciones de contorno se implementaron mediante la técnica de las "celdas fantasmas". En las bases se impuso el valor de la densidad y temperatura, para permitir el flujo de masa y energía por difusión a través de las mismas. Este efecto es importante, ya que se demostró que la densidad en los arcos coronales aumenta proporcionalmente a la función de calentamiento debido a la evaporación de material desde la cromósfera (Aschwanden, 2004).Este fenómeno se conoce como "efecto Neupert".

$$\rho(1) = \rho_{base} \tag{6.1a}$$

$$\rho(n) = \rho_{base} \tag{6.1b}$$

$$T(1) = T_{base} \tag{6.1c}$$

$$T(n) = T_{base} \tag{6.1d}$$

Por otro lado, se estableció la condición de flujo nulo para la cantidad de movimiento a través de las bases, de acuerdo con (Rosner et al., 1978).

$$\rho(1)u(1) = -\rho(2)u(2) \tag{6.2a}$$

$$\rho(n)u(n) = \rho(n-1)u(n-1)$$
(6.2b)

# 7. RESULTADOS

Se hicieron distintas simulaciones numéricas para distintas formas de deposición de energía por efecto de la función de calentamiento. Se analizó la influencia de una concentración de la deposición energética en las bases y en el ápice del arco para estudiar cómo afectan la evolución del flujo. Se destaca que estos casos corresponden a distintas situaciones observacionales discutidas en la literatura (Aschwanden, 2004; Aschwanden y Tsiklauri, 2009).

#### 7.1. Calentamiento desde las bases

Para considerar calentamiento desde las bases es necesario utilizar valores de H positivos en la Ec. 3.5. Se tomaron los mismos valores empleados en el trabajo de (Muller et al., 2003). Los resultados se muestran en las figuras 7.1 para H=0.5, 7.2 para H=1.5, 7.3 para H=3.0, 7.4 para H=5.0.



Figura 7.1: Resultados para H=0.5



Figura 7.2: Resultados para H=1.5



Figura 7.3: Resultados para H=3.0



Figura 7.4: Resultados para H=5.0

# 7.2. Calentamiento desde el ápice

Para la simulación de efectos de calentamiento desde el ápice se utilizan valores de H negativos en la Ec. 3.5, siguiendo lo indicado en (Muller et al., 2003). Las figuras 7.5, 7.6, 7.7, 7.8 muestran los resultados obtenidos para H=-0.5, -1.5, -3, y -5 respectivamente.



Figura 7.5: Resultados para H=-0.5



Figura 7.6: Resultados para H=-1.5



Figura 7.7: Resultados para H=-3.0



Figura 7.8: Resultados para H=-5.0

## 7.3. Caso ideal (sin términos fuente)

Finalmente, y para evaluar la influencia de los términos fuente en la termomecánica del flujo, se consideró el caso ideal sin términos fuente, con idénticas condiciones iniciales, de contorno y discretización espacial y temporal. En la figura 7.9 están graficados los resultados hallados.



Figura 7.9: Resultados para el caso ideal

# 8. DISCUSIÓN Y CONCLUSIÓN

Los resultados muestran que la configuración del esquema de ondas no lineales obtenida no resulta influenciada significativamente por la forma de la función de deposición de calor. En todos los casos no ideales se obtuvieron dos ondas de choque que parten desde las bases hacia el ápice del arco, seguidas por un abanico de expansión detrás de ellas. Una vez que se encuentran en el punto más alto y rebotan hacia abajo interactúan con el abanico de expansión generado detrás de ellas. Dicha interacción produce una disminución de intensidad y velocidad de la onda de choque que rebotó, llegando a los contornos con velocidad casi nula.

Las velocidades máximas del flujo no variaron en más de un 25% en todos los diferentes casos analizados, y las velocidades de propagación de las ondas de choque no variaron más de un 30%. Las ondas de expansión se vieron más influenciadas por el calentamiento. Estos resultados sugieren que la dinámica del flujo en la etapa inicial está más influenciada por las condiciones iniciales que por los términos fuente de la ecuación de la energía. Para el caso ideal, si bien las velocidades del flujo aumentaron un 100% debido al efecto del calentamiento, la velocidad de propagación de las ondas de choque y de expansión fueron similares a las de los casos no ideales.

Otro aspecto notable es que para los casos no ideales en pocos segundos se llega a una distribución de temperaturas estratificada a lo largo del arco, lo que parece sugerir que los efectos difusivos son tan intensos que de alguna manera desacoplan la termodinámica de la dinámica del flujo. Las mayores temperaturas se obtuvieron para los casos en los que la deposición de calor fue más concentrada, sobre todo cuando el calentamiento estuvo más concentrado en el ápice. Esto puede deberse a que los efectos de enfriamiento por radiación son más fuertes cerca de las bases, donde la densidad es mayor.

Sin embargo, debe tenerse en cuenta que el flujo total de calor depositado a lo largo del arco depende del valor de  $H_{cal}$ . Esto resulta evidente si se integra la Ec. 3.5 a lo largo de la longitud del arco. El salto de densidades a través de la onda de choque parece ser del orden de magnitud

de los observados en los abrillantamientos en los arcos coronales, y los tiempos característicos también son del orden de magnitud de los tiempos de duración de los abrillantamientos (Aschwanden, 2004). Como conclusión puede decirse que la metodología empleada resultó ser una herramienta válida para el estudio de los fenómenos dinámicos de los arcos coronales, lo que permite que se siga empleando para analizar otros casos con diferentes condiciones iniciales y de contorno. Por otro lado, es necesario desarrollar un esquema de integración temporal semi implícito para resolver de manera más eficiente los términos fuentes, y así disminuir el tiempo de cálculo.

#### REFERENCIAS

Aschwanden M. Physics of the Solar Corona. Springer-Verlag, 2004.

- Aschwanden M.K. y Tsiklauri D. The hydrodynamic evolution of impulsively heated coronal loops: Explicit analytical approximations. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 185:171–185, 2009.
- Coen O. *The Solar Corona Through Numerical Eyes*. Tesis de Doctorado, University of Michigan, 2008.
- Fernandez C., A.Costa, Elaskar S., y Schulz W. Numerical simulation of the internal plasma dynamics of post flare loops. *Royal Astrophysical Society*, 400:1821–1828, 2009.
- Harten A. y Hyman J.M. Self adjusting grid methods for one-dimensional hyperbolic conservation laws. *Journal of Computational Physics*, 50:235–269, 1983.
- Muller D.A.N., Hansteen V.H., y H. P. Dynamics of solar coronal loops. i. condensation in cool loops and its effect on transition region lines. *Astronomy and Astrophysics*, 411:605–613, 2003.
- Powell K. An approximate riemann solver for magnetohydrodynamics (that works in more than one dimension). Informe Técnico, NASA, 1995.
- Roe P.L. Approximate riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes. *Journal of Computational Physics*, 43:357–372, 1981.
- Roe P.L. y Balsara D.S. Notes on the eigensystem of magnetohydrodynamics. *Journal of Numerical Analysis*, 56:57–69, 1996.
- Rosner R., Tucker W., y Vaiana G. Dynamics of the quiescent solar corona. *The Astrophysical Journal*, 220:643–655, 1978.
- Serio S., Peres G., y Vaiana G. Closed coronal structures ii. generalized hydrostatic model. *The Astrophysical Journal*, 243:288–300, 1981.
- Yee H.C. A class of high-resolution explicit and implicit shock-capturing methods. 101088, 1989.