

INFLUENCIA DEL MODELO DE SUELO UTILIZADO PARA SIMULAR LA TOMA DE AGUA POR RAÍCES. UN ESTUDIO MEDIANTE UN MODELO UNIDIMENSIONAL DE FRONTERA MÓVIL.

Jorge L. Blengino Albrieu^a, Juan C. Reginato^a y Domingo Tarzia^b

^a*Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas Físico-Químicas y Naturales, Universidad Nacional de Río Cuarto. Río Cuarto, Argentina*

^b*Departamento de Matemática FCE Universidad Austral y CONICET, Paraguay 1950 S2000FZF, Rosario, Argentina*

Palabras Clave: Toma de agua, modelos de suelo, raíces

Resumen. Los modelos de propiedades hidráulicas de suelos más utilizados son los de Campbell (G. Campbell, A simple method for determining unsaturated conductivity from moisture retention data, *Soil Science* 117 311–314. 1974) y van Genuchten (Van Genuchten, M.T.. A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Science Society of America Journal*, 44 (5), 892-898. 1980). Estos modelos predicen valores cercanos para suelos con poco contenido de agua, pero los valores predichos son muy diferentes para suelos con alto contenido de agua. En el presente trabajo se mostrará la influencia del modelado matemático de las propiedades hidráulicas del suelo en la toma de agua por parte de raíces mediante un modelo de frontera móvil. El modelo de toma de agua por raíces es resuelto por inmovilización de dominio y elementos finitos. Se utilizan tres tipos de suelo y se calcula la toma de agua mediante la expresión de Feddes (R. Feddes, P. Kowalik, H. Zaradny, *Simulation of field water use and crop yield*, Centre for Agricultural Publishing and Documentation, Wageningen, Netherlands, 1978.) (en condiciones de absorción constante y lineal) por una misma planta en regímenes de alta, media y baja disponibilidad de agua a tiempos cortos y largos. En alta disponibilidad, debido a la función de toma elegida, no se observan grandes cambios, mientras que a baja disponibilidad la similitud en las propiedades hidráulicas del suelo produce resultados similares para la toma de agua por raíces. Estas conclusiones pueden variar cuando se utilizan otras funciones de toma de agua, como, por ejemplo, las propuestas por Molz (Molz F. J., Remson I. “Extraction term models of water soil moisture use by transpiring plants.” *Water Resources Research*, 6(5), 1346-1356. 1970) o Nimah (Nimah, M. N. and Hanks, R. J. Model for estimating soil water, plant and atmospheric interrelations: I. Description and Sensitivity. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.* 37, 522–532. 1973).

1. INTRODUCCIÓN

Para desarrollar una teoría que describe la toma de agua por raíces ha sido utilizado un análogo eléctrico del sistema (e.g. [Van den Honert, 1948](#); [Gardner, 1960](#); [Cowan, 1965](#)). Estos análogos calculan la toma de agua en base a un suelo con una cantidad constante y uniforme de raíces. Se presupone un flujo estacionario para el suelo y la planta durante el período de cálculo. En esa aproximación el potencial agua en la planta es, principalmente, el resultado de imponer un valor al índice de transpiración. Trabajos posteriores han presentado revisiones sobre la toma de agua aunque utilizando la ecuación de Richard con un término de sumidero (e.g. [Feddes et al., 1978](#); [Hillel, 1980](#); [Molz, 1981](#)). Otras aproximaciones surgen de modelar el movimiento de agua en grandes extensiones de terreno a partir del comportamiento individual de una planta y extrapolarlo a todo el terreno ([Guswa, 2005](#)), o de modelar el comportamiento global ([Puma et al., 2005](#)). Otros trabajos han basado el cálculo de la toma de agua, en la simulación de una unidad de longitud de raíz ([Personne et al., 2003](#)). Ninguno de los trabajos citados anteriormente toma en cuenta el acoplamiento entre el flujo de agua y el crecimiento de la raíz. En trabajos más recientes el crecimiento radical ha sido tomado en cuenta, (e.g. [Roose y Fowler, 2004](#); [Wu et al., 1999](#); [Wang y Smith, 2004](#)), utilizando una integración sobre un dominio fijo. Otros trabajos toman en cuenta el crecimiento radical considerando un acoplamiento instantáneo con el flujo de agua, y el uso de una aproximación de dominio variable ([Blengino Albrieu et al., 2012](#)). En este último modelo se utiliza una longitud de raíz variable y, consecuentemente, un volumen variable de suelo disponible para cada raíz, a través de un modelo de frontera móvil. En esta aproximación se considera a las plantas creciendo en condiciones controladas, como en una cámara de siembra. Se consideran condiciones ambientales (temperatura, humedad relativa, luminosidad, etc.) constantes, que resultan en una tasa de transpiración constante. En esta situación el potencial agua en el suelo es el que determina el potencial agua en la superficie de la raíz, y consecuentemente determina el valor final de la toma de agua por el sistema radical creciente. En los trabajos donde se utiliza la ecuación de Richards se modela la conductividad hidráulica y la capacidad diferencial del suelo a partir de modelos matemáticos semiempíricos. De estos modelos los más utilizados son los desarrollados por [Campbell \(1974\)](#) y por [Van Genuchten \(1980\)](#). El modelo de [Campbell](#) es matemáticamente más sencillo pero no ajusta correctamente para los suelos cerca de saturación. La corrección hecha por [Van Genuchten](#) mejora este ajuste y hace que, con las aproximaciones adecuadas, estos modelos coincidan a baja disponibilidad de agua. El objetivo de este trabajo es analizar los posibles cambios en los valores de la toma de agua utilizando el modelo desarrollado por [Blengino Albrieu et al.](#)

2. MODELO DE TRANSPORTE DE AGUA EN SUELO

El modelo físico desarrollado por [Blengino Albrieu et al. \(2012\)](#) para volúmenes fijos de suelo consiste en

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t}(r, t) = -\frac{1}{rC(\Psi(r, t))} \frac{\partial}{\partial r} \left[rK(\Psi(r, t)) \frac{\partial}{\partial r} [\Psi(r, t)] \right] \quad (1)$$

$$\Psi(r, 0) = \phi(r) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial r}(R(t), t) = 0 \quad (3)$$

$$G(\Psi(s_0, t)) = -2\pi s_0 K(\Psi(s_0, t)) \frac{\partial \Psi}{\partial r}(s_0, t) \quad (4)$$

$$R(t) = R_0 \sqrt{\frac{l_0}{l(t)}} \quad (5)$$

con $s_0 \leq r \leq R(t)$ y $0 \leq t \leq T_{max}$. Donde Ψ es el potencial mátrico, r la distancia perpendicular a la raíz, $C(\Psi(r, t))$ y $K(\Psi(r, t))$ son la capacidad diferencial de agua y la conductividad hidráulica respectivamente, estas funciones varían de acuerdo al modelo de suelo, $\phi(r)$ es la condición inicial para el potencial mátrico, $R(t)$ es la semidistancia entre raíces, R_0 es la semidistancia inicial entre raíces, s_0 el radio de la raíz, $l(t)$ la longitud total de raíz, l_0 es la longitud inicial de raíz y $G(\Psi(s_0, t))$ es la función de toma de agua por parte de la raíz dada por ([Feddes et al., 1978](#)) que consiste en

$$\begin{aligned} G(\Psi) &= 0 && \text{si } 0 > \Psi \geq \Psi_1 \\ G(\Psi) &= S_{max} && \text{si } \Psi_1 > \Psi \geq \Psi_2 \\ G(\Psi) &= S_{max} \frac{\Psi - \Psi_3}{\Psi_2 - \Psi_3} && \text{si } \Psi_2 > \Psi \geq \Psi_3 \\ G(\Psi) &= 0 && \text{si } \Psi_3 > \Psi \end{aligned}$$

donde Ψ_1 es el punto de anaerobiosis, Ψ_2 es el punto límite, Ψ_3 es el punto de marchitamiento y S_{max} es el valor máximo de la toma de agua por unidad de longitud de raíz. Un diagrama de esta función se muestra en la Figura 1

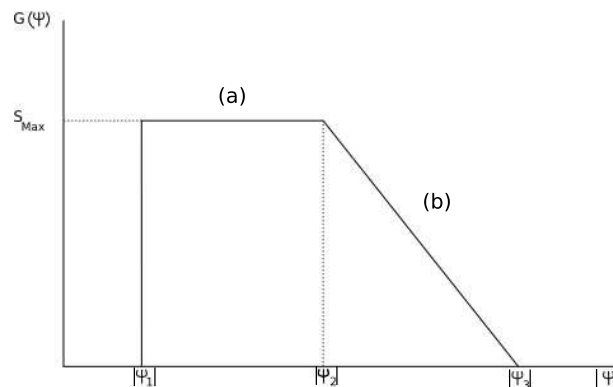


Figura 1: Función de toma dada por [Feddes et al.](#). En la región (a) la toma es constante, mientras que en la región (b) la toma es lineal con el potencial mátrico. Ψ_1 es el punto de anaerobiosis, Ψ_2 es el punto límite, Ψ_3 es el punto de marchitamiento y S_{max} es el valor máximo de la toma de agua por unidad de longitud de raíz.

Para calcular la toma total por el sistema radical al finalizar las simulaciones se utiliza la fórmula dada por (Reginato y Tarzia, 2002)

$$U(t) = l_0 \int_0^t G(\Psi(s_0, \tau)) d\tau + \int_0^t \left(\int_\tau^t G(\Psi(s_0, \tau)) d\tau \right) \dot{l}(\tau) d\tau \quad (6)$$

donde U es la toma total de agua a tiempo t .

3. MODELOS DE PROPIEDADES HIDRAÚLICAS DE SUELO

El modelo de propiedades hidráulicas de suelo que se utiliza en el siguiente trabajo fue desarrollado por Van Genuchten (1980)(VG). El modelo desarrollado por Campbell (1974) (C) se obtendrá como una aproximación asintótica del modelo VG.

3.1. Modelo VG.

El modelo VG consiste de

$$\theta(\Psi) = \left[1 + \left(\frac{\Psi}{\Psi_e} \right)^n \right]^{-m} (\theta_s - \theta_R) + \theta_R, \quad (7)$$

$$C(\Psi) = (\theta_s - \theta_R) \frac{1-n}{\Psi_e} \left[1 + \left(\frac{\Psi}{\Psi_e} \right)^n \right]^{-m-1} \left(\frac{\Psi}{\Psi_e} \right)^{n-1}, \quad (8)$$

$$K(\Psi) = K_s \frac{\left\{ \left[1 + \left(\frac{\Psi}{\Psi_e} \right)^n \right]^m - \left(\frac{\Psi}{\Psi_e} \right)^{n-1} \right\}^2}{\left[1 + \left(\frac{\Psi}{\Psi_e} \right)^n \right]^{m(p+2)}}, \quad (9)$$

donde θ es el contenido de agua en suelo, θ_s es el contenido de agua de saturación, θ_R es el contenido de agua remanente, K_s es la conductividad hidráulica de saturación, Ψ_e , n , p y $m = 1 - 1/n$ son parámetros experimentales.

3.2. C Asintótico

El modelo C consiste en trabajar con leyes de potencias para todas las propiedades hidráulicas del suelo. Para poder establecer leyes similares para este modelo a partir del modelo VG se toma el límite para $\Psi \gg \Psi_e$, resultando el modelo a utilizar el dado por

$$\theta = \left(\frac{\Psi}{\Psi_e} \right)^{(1-n)} (\theta_s - \theta_R) + \theta_R \quad (10)$$

$$C(\Psi) = \frac{(1-n)(\theta_s - \theta_R)}{\Psi_e} \left(\frac{\Psi}{\Psi_e} \right)^{-n} \quad (11)$$

$$K(\Psi) = K_s m^2 \left(\frac{\Psi}{\Psi_e} \right)^{-np+p-2n} \quad (12)$$

Que resulta en un modelo tipo Brooks y Corey (1964), para llevarlo a un modelo tipo Campbell debería hacerse $\theta_R = 0$, si bien esto simplifica el modelo lo hace menos realista en el caso de poco contenido de agua (Sommer y Stöckle, 2010; Bullied et al., 2012). Este modelo se complementa poniendo como límites que las propiedades hidráulicas del suelo no superen las de saturación. En el caso de $C(\Psi)$ la saturación se da cuando $C(\Psi) = 0$.

4. RESULTADOS

Todos los resultados son para una misma planta en un mismo volumen de suelo. Para facilitar la comparación entre modelos se utiliza la misma cantidad de agua en cada modelo, aunque esto signifique cambios en el valor inicial del potencial mátrico. Los valores de las propiedades hidráulicas del suelo se muestran en la Tabla 1. En la Figura 2 se muestran los gráficos de $K(\Psi)$ para los distintos tipos de suelo, en la Figura 3 se muestran los gráficos de $\theta(\Psi)$. En la Figura 4 se muestran los gráficos de $C(\Psi)$, para el caso del modelo C no se grafica la curva $C(\Psi) = 0$ por razones de escala, la discontinuidad se debe al límite impuesto para $\theta(\Psi)$. Como es de esperar las curvas coinciden para baja disponibilidad de agua y se separan en alta disponibilidad de agua. Para esta simulación se utiliza una longitud de raíz que crece en forma lineal con el tiempo de modo que $l(t) = l_0 + V t$, donde V es la velocidad de crecimiento conocida a priori. Los parámetros referidos a la planta y volumen de suelo se muestran en la Tabla 2. Las condiciones iniciales se muestran en la Tabla 3.

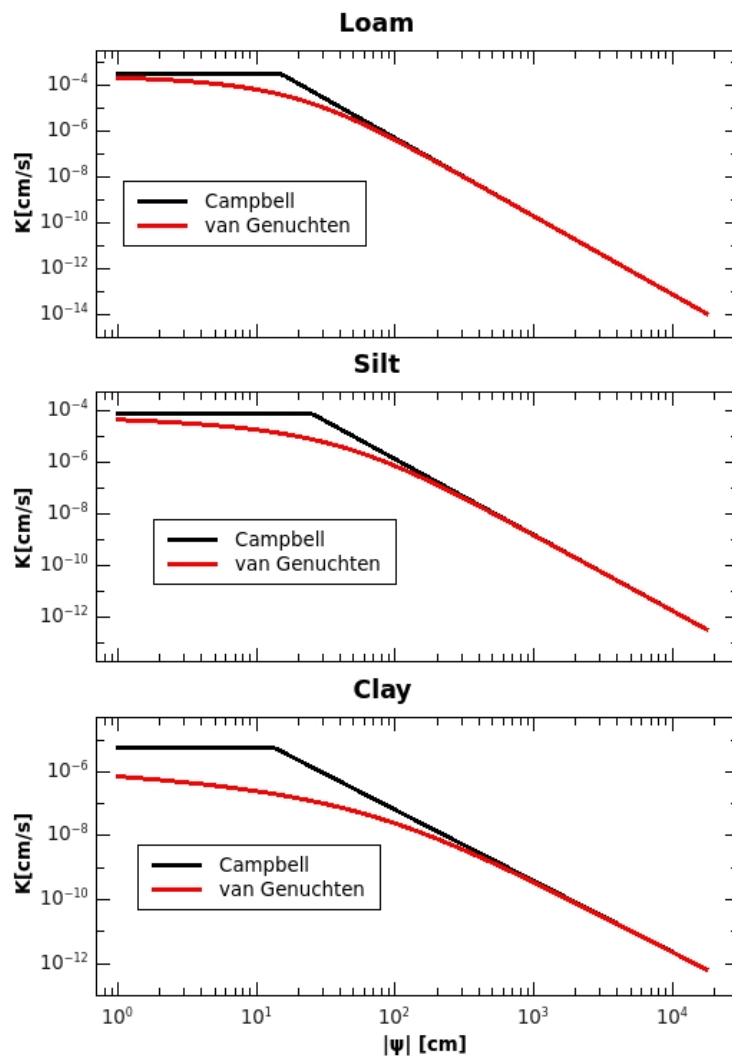


Figura 2: Valores de $K(\Psi)$ para los tres tipos de suelo en el intervalo donde hay toma

En la Figura 5 se observan los resultados de las simulaciones para el suelo tipo loam. Se puede observar que en la situación de alta disponibilidad, así como en la simulación a capacidad

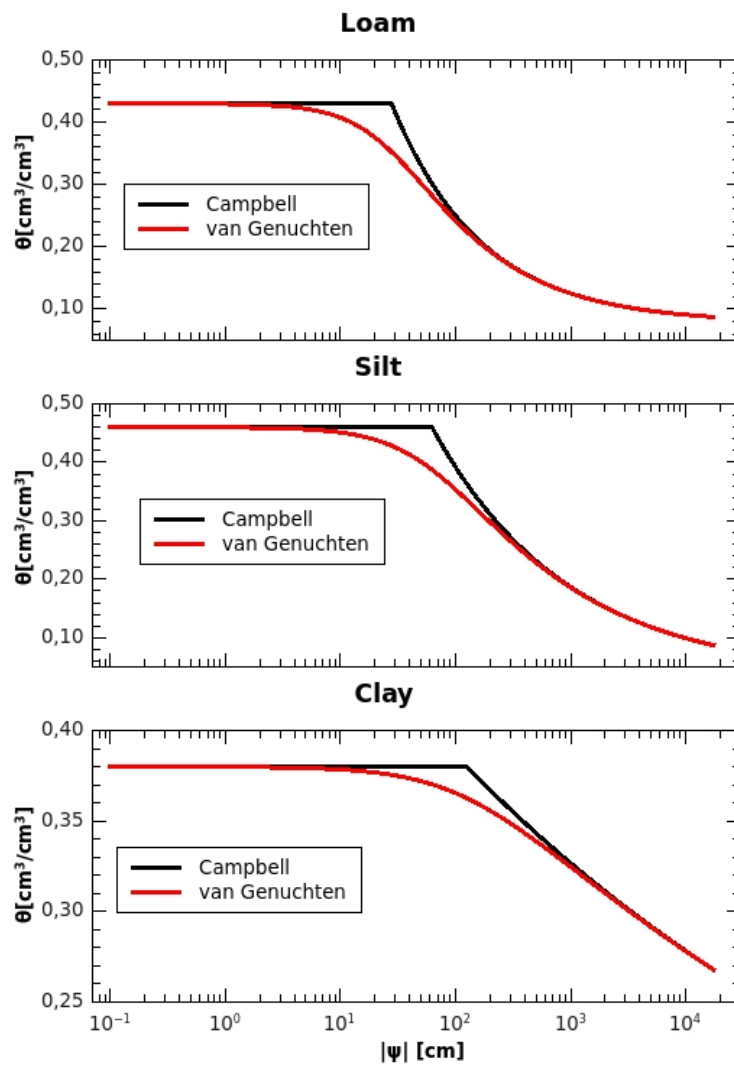


Figura 3: Valores de $\theta(\Psi)$ para los tres tipos de suelo en el intervalo donde hay toma

Suelo	θ_s	θ_R	K_s (cm/s)	Ψ_e (cm)	n	p
Loam	0,43	0,078	$2,89 \times 10^{-4}$	-27,78	1,56	0,5
Silt	0,46	0,034	$7,00 \times 10^{-5}$	-62,5	1,37	0,5
Clay	0,38	0,068	$5,80 \times 10^{-6}$	-125	1,09	0,5

Tabla 1: Propiedades hidráulicas del suelo

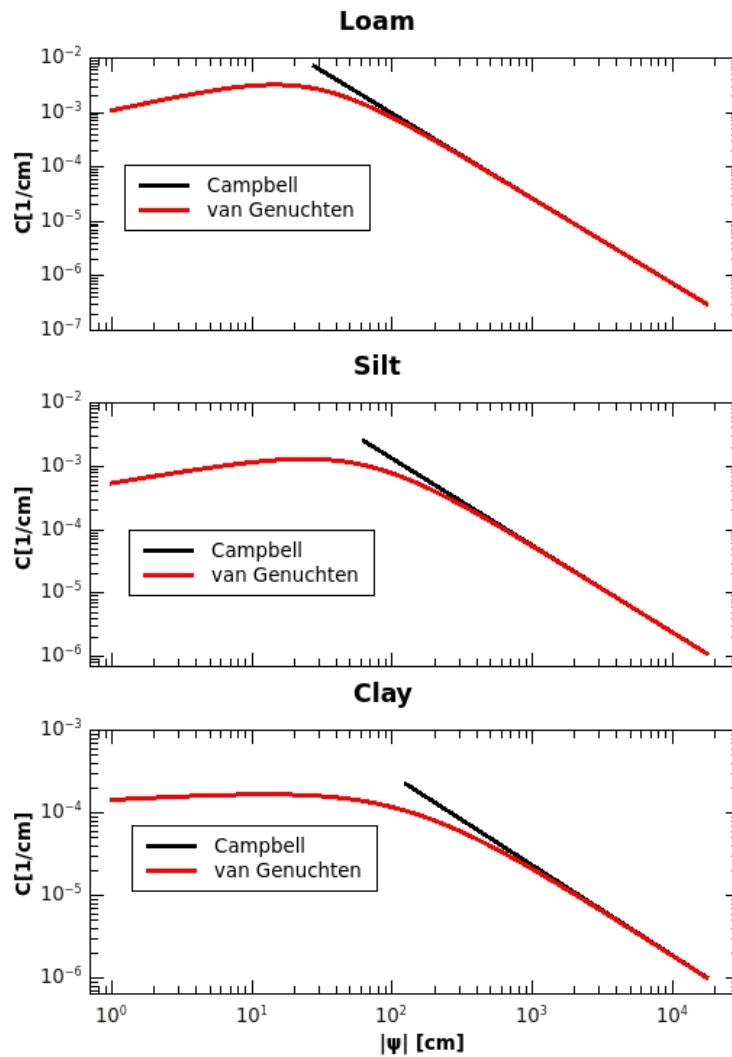


Figura 4: Valores de $C(\Psi)$ para los tres tipos de suelo en el intervalo donde hay toma

Parametro	Valor	
l_0	1	cm
R_0	35.7	cm
V	$1 * 10^{-4}$	cm/s
s_0	0.05	cm
S_{max}	$2 * 10^{-6}$	cm ² /s
Ψ_1	-0.1	cm
Ψ_2	-750	cm
Ψ_3	-17500	cm

Tabla 2: Parámetros asociados a la planta y volumen de suelo

Suelo	Disponibilidad	Condiciones iniciales			U(90 días) [cm ³]	
		θ [cm ³ /cm ³]	Ψ [cm]		VG	C
			VG	C		
Loam	Alta	0,4299	-0,3646	-27,79	1304,5	1310,5
	Media	0,14	-614,1	-617,2	117,6	163,5
	Baja	0,1	-3925	-3926	12,2	15,0
	Campo	0,3	-51,4	-63,27	785,4	796,0
Silt	Alta	0,4599	-0,2855	-62,54	1423,3	1434,4
	Media	0,21	-662,5	-681,5	379,9	459,6
	Baja	0,1	-9647	-9654	25,0	30,7
	Campo	0,3	-194,0	-223,2	782,4	807,0
Clay	Alta	0,3799	-0,7689	-125,5	410,5	1310,5
	Media	0,34	-473,3	-574,1	207,9	293,8
	Baja	0,27	-15583	-15658	5,0	6,0
	Campo	0,3	-3276	-3361	95,8	114,0

Tabla 3: Condiciones iniciales y valores de la toma a 90 días para las simulaciones

de campo, la diferencia de las tomas al finalizar la simulación es pequeña. En la simulación de baja disponibilidad la diferencia es mayor debido a las diferencias en los valores de Ψ y al hecho de que la toma todavía no ha saturado al máximo. Para la toma en disponibilidad media la diferencia en términos relativos es mayor por estar más tiempo en la zona donde la diferencia entre los valores de los modelos es importante.

En la figura 6 se observan los resultados de las simulaciones para el suelo tipo silt. Se puede observar que no hay grandes variaciones en el comportamiento respecto del suelo tipo loam.

En la figura 7 se observan los resultados de las simulaciones para el suelo tipo clay. Se puede observar que en la situación de alta disponibilidad la diferencia de las tomas al finalizar la simulación es grande. En la simulación de media disponibilidad el modelo C agota el agua disponible en el suelo mientras que en el modelo VG todavía hay agua disponible, lo que se ve reflejado en el comportamiento de las tomas. En las simulaciones a capacidad de campo y a baja disponibilidad las tomas van divergiendo suavemente, pero al ser el potencial mátrico muy bajo los valores de toma son relativamente pequeños respecto del agua disponible.

5. CONCLUSIONES

En todo los casos el modelo C produce una toma mayor que en el modelo VG (ver Tabla 3). El modelo C produce una transición tipo sigmoidea anticipadamente al modelo VG. Transcurrido un tiempo suficientemente largo, incluso en el caso de baja disponibilidad de agua, los dos modelos de suelo deberían tomar la misma cantidad de agua, que es el agua total disponible en suelo. A pesar de ello se las diferencias que se producen en la toma de agua son debidas a las permanencia del potencial mátrico en zona de toma lineal ($\Psi_2 > \Psi > \Psi_3$) y a la vez en la zona donde los valores numéricos de las propiedades hidráulicas del suelo difieren entre los modelos (ver Figuras 2, 3 y 4). Es decir, la fórmula de toma de Feddes (ver figura 1) en la zona de toma constante ($\Psi > \Psi_2$) enmascara las diferencias en los valores de las propiedades hidráulicas de suelo. Estos resultados son dependientes de la fórmula de toma, si la dependencia de la fórmula con el potencial mátrico cambia esto se debería reflejar en los valores de toma de agua.

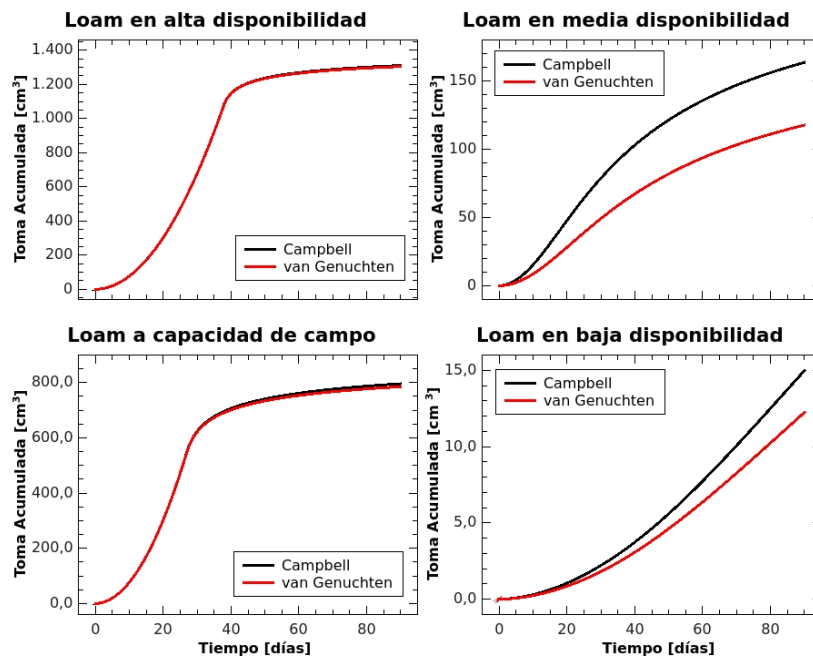


Figura 5: Toma acumulada para el suelo loam en las condiciones dadas en la tabla 3.

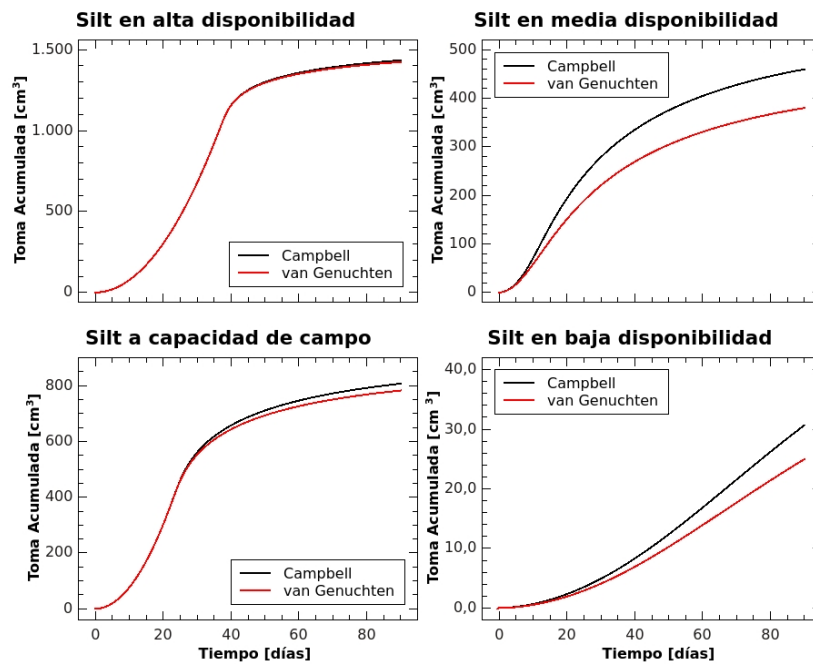


Figura 6: Toma acumulada para el suelo silt en las condiciones dadas en la tabla 3.

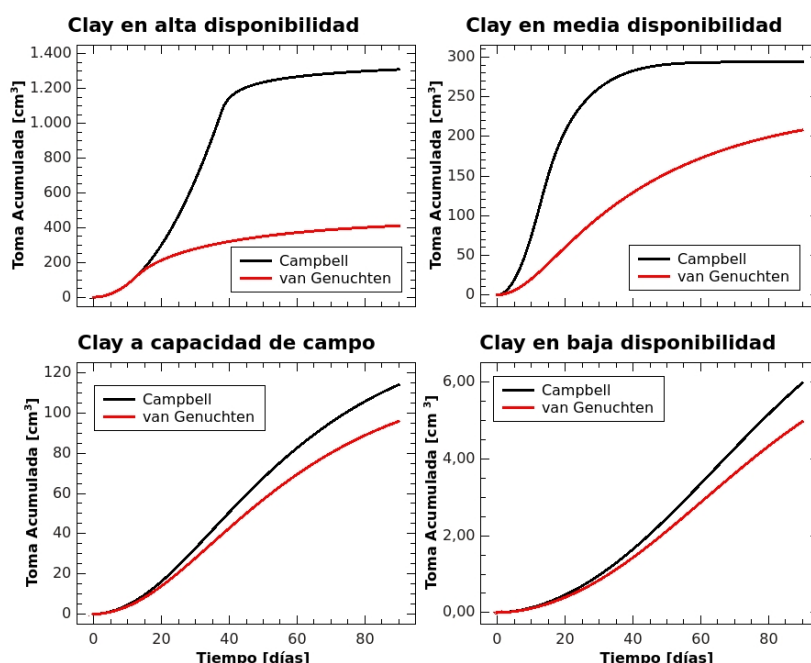


Figura 7: Toma acumulada para el suelo clay en las condiciones dadas en la tabla 3.

REFERENCIAS

- Blengino Albrieu J., Reginato J., y Tarzia D. A qualitative approach to the water uptake by a root system growing in a fixed soil volume. *Submitted to Applied Mathematical Modelling*, 2012.
- Brooks R.H. y Corey A.T. Hydraulic properties of porous media. *Hydrology Paper No. 3, Colorado State Univ*, 1964.
- Bullied W.J., Bullock P.R., y Van Acker R.C. Modelling soil water retention for weed seed germination sensitivity to water potential. *Applied and Environmental Soil Science*, 2012:1–13, 2012.
- Campbell G. A simple method for determining unsaturated conductivity from moisture retention data. *Soil Science*, 117:311–314, 1974.
- Cowan I. Transport of water in the soil-plant-atmosphere system. *Journal of Applied Ecology*, 2(1):221–239, 1965.
- Feddes R., Kowalik P., y Zaradny H. *Simulation of field water use and crop yield*. Centre for Agricultural Publishing and Documentation, Wageningen, Netherlands, 1978.
- Gardner W. Dynamic aspects of water availability to plants. *Soil Science*, 89:63–73, 1960.
- Guswa A. Soil-moisture limits on plant uptake: An upscaled relationship for water-limited ecosystems. *Advances in Water Resources*, 28:543–552, 2005.
- Hillel D. *Applications of soil physics*. Academic Press, New York, 1980.
- Molz F. Models of water transport in the soil-plant system: a review. *Water Resources Research*, 17(5):1245–1260, 1981.
- Personne E., Perrier A., y Tuzet A. Simulating water uptake in the root zone with a microscopic-scale model of root extraction. *Agronomie*, 23:153–168, 2003. doi:10.1051/agro:2002081.
- Puma M., Celia M., Rodriguez-Iturbe I., y Guswa A. Functional relationship to describe temporal statistics of soil moisture averaged over different depths. *Advances in Water Resources*, 28:553–566, 2005.

- Reginato J. y Tarzia D. An alternative formula to compute the nutrient uptake. *Comm. in Soil Sci and Plant An.*, 33(5&6):821–830, 2002.
- Roose T. y Fowler A. A model for water uptake by plant roots. *Journal of Theoretical Biology*, 228:155–171, 2004.
- Sommer R. y Stöckle C. Correspondence between the campbell and van genuchten soil-water-retention models. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 136:559–562, 2010.
- Van den Honert T. Water transport in plant as a centenary process. *Discuss. Faraday Soc.*, 3:146–153, 1948.
- Van Genuchten M. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Science Society of America Journal*, 44:892–896, 1980.
- Wang E. y Smith C. Modelling the growth and water uptake function of plant root systems: a review. *Australian Journal of Agricultural Research*, 55:501–523, 2004.
- Wu J., Zhang R., y Gui S. Modelling soil water movement with water uptake by roots. *Plant and Soil*, 215:7–117, 1999.