

INFLUENCIA DEL MATERIAL DE LA CONDUCCIÓN EN EL DESARROLLO DEL GOLPE DE ARIETE.

Pablo G. Provenzano

*Departamento de Ingeniería e Investigaciones Tecnológicas,
Universidad Nacional de la Matanza.
Florencio Varela 1903, San Justo, Pcia. de Buenos Aires - Argentina.
pprovenzano@ing.unlam.edu.ar, <http://www.unlam.edu.ar>*

Palabras clave: Golpe de Ariete, Módulo de *Young*, Método de las Características, sobrepresión. Rigidez.

Resumen. El Golpe de Ariete o Martillo Hidráulico es un fenómeno transitorio que se conoce desde hace tiempo. Se caracteriza básicamente por fluctuaciones de presión al aplicar una perturbación al sistema. Estas perturbaciones pueden ser accidentales o programadas y la respuesta del fluido se manifiesta en oscilaciones de periodo fijo de estas variables, que se dan en un tiempo acotado y pueden ser tan amplias como para invalidar los supuestos de homogeneidad y continuidad del modelo fluidodinámico.

Los esfuerzos en investigación han sido puestos durante las últimas décadas en describir la relación de factores como el tiempo de cierre del dispositivo de control o el efecto de la fricción en el desarrollo del fenómeno. Sin embargo, las fluctuaciones mencionadas no involucran al fluido solamente, las paredes de la conducción ejercen también efectos en el transitorio. Menos estudiada ha sido su vinculación con factores como la elasticidad y el módulo de rigidez del material del conducto.

El fenómeno ha sido analizado en un sistema simple, reservorio-conducción-válvula.

Se ha desarrollado un algoritmo para la resolución del modelo del transitorio aplicando el *Método de las Características*, que permite predecir las presiones instantáneas en la conducción en función del tiempo de cierre y de las propiedades elásticas del material del conducto.

Se ha resuelto el modelo paralelamente aplicando la *Transformada de Laplace* y los postulados de *Cauchy*, para corroborar la validez del algoritmo numérico. Los resultados han sido validados con registros experimentales.

Se encontró una relación determinante de las propiedades del material del conducto con los parámetros de onda. El algoritmo desarrollado permitió cuantificar esta relación. Los resultados obtenidos describen variación de la amplitud de la onda en función del *Módulo de Young*, que se identifica con el *Módulo de Rigidez*, parámetro que depende del material del conducto.

1. INTRODUCCIÓN

El fenómeno de golpe de ariete es básicamente un transitorio rápido que se origina cuando se modifican las condiciones de régimen estacionario de un fluido confinado. Esta modificación se opera aplicando una perturbación (accidental o programada) en el sistema fluidodinámico como apertura y cierre de dispositivos de control de flujo, variaciones en la velocidad de rotación en máquinas hidráulicas, oscilaciones de nivel en tanques. Las oscilaciones de presión son características del fenómeno observando picos de sobrepresión y depresión alternadas, estas últimas llegan a provocar, ocasionalmente, burbujas en el líquido debido al desprendimiento de gas disuelto y formación de cápsulas de vapor, generando a la vez, cavitación y separación de columna.

La caída de presión puede ser tan importante como para invalidar la suposición de homogeneidad y continuidad del fluido.

Ruido, vibraciones mecánicas, movimientos repentinos de tramos de conducción y perturbaciones en el funcionamiento de sistemas son reportados frecuentemente y constituyen manifestaciones perceptibles del transiente. Otras consecuencias negativas menos visibles son la fatiga en los materiales que constituyen la conducción como en accesorios y sistemas de impulsión y resentimiento de los cojines de soporte y fijación en estructuras.

La bibliografía respectiva a la propagación de transitorios de presión, o golpe de ariete, es extensa, y cubre básicamente los últimos 160 años. Las contribuciones van desde lo puramente teórico, como los primeros intentos de utilizar la *Transformada de Laplace* para su análisis, hasta discusiones de los métodos para estudiar condiciones transitorias particulares en sistemas de conducción de fluidos (Hager, 2001; Murga y Molina, 1997).

Los primeros intentos en describir el fenómeno se encuentran en las memorias de Ménabrea (1858), no obstante unos años más tarde Weber (1865) y Michaud (1878) han realizado los primeros trabajos de implicancia acerca del golpe de ariete, estos investigadores han observado la naturaleza oscilatoria del fenómeno. Estudiaron, además, la influencia de la elasticidad de la tubería, aunque sin relacionar sus observaciones con los trabajos previos sobre la velocidad de propagación del sonido y la solución de las ecuaciones de onda. Korteweg (1878) propuso una ecuación de velocidad de onda para un fluido contenido en un conducto, donde incluye la característica elástica del mismo y en la que se desprecian los esfuerzos longitudinales sobre la pared del tubo, y se considera que la longitud de onda es grande comparada con el diámetro del tubo (Abreu, Guarga e Izquierdo, 1995)

Lamb (1898) ha extendido este trabajo para incluir los esfuerzos longitudinales, obteniendo una expresión cúbica, con dos raíces finitas, una relativa a la velocidad de la onda sonora en el fluido, menor que la predicha por la expresión de Korteweg (1878) y la otra referida a la velocidad de la onda sonora en la pared del tubo, que también es menor que la de propagación de la onda sonora en el material de la pared, debido a la interacción entre el fluido y la pared del tubo (Murga y Molina, 1997; Pejovic y Boldy, 1992).

Joukowski (1900, 1904) realizó estudios experimentales que han sido referentes para posteriores estudios sobre el golpe de ariete. En sus trabajos se establece por primera vez una expresión racional para las complejas variaciones de presión que experimenta una red de conducciones, al tener en cuenta la reflexión y transmisión en los contornos de las cañerías, e introduce el concepto de período de la tubería. En 1883 Johannes von Kries publicó su teoría del Golpe de Ariete en la que presentó una formulación análoga a la de Joukowski (Tijsseling y Anderson, 2007).

Durante ese período (1903-1913) Allievi fue un investigador activo en este tema, llegando a los mismos resultados que Joukowski, bajo las hipótesis de tubería sin fricción, sección uniforme, pared homogénea y distribución uniforme de velocidad del fluido. Ha desarrollado las ecuaciones de *onda*, despreciando los términos convectivos, y resolviéndola por el método general propuesto por Riemann y D'Alembert. Es de destacar que Allievi (1903) ha extendido el trabajo de Joukowski para lograr la predicción de las variaciones de presión a lo largo de la cañería, y no solo en las cercanías de la válvula, introduciendo la primera técnica de Análisis Gráfico (Hager, 2001; Murga y Molina, 1997).

Cinco décadas más tarde, Dailey y col. (1956) y posteriormente Safwat y (1973) han desarrollado modelos que introducen términos correctivos proporcionales a la aceleración del fluido. En el caso de flujo laminar es posible plantear expresiones analíticas tal como la integral de convolución de la aceleración (Bergant and Simpson, 2001; A Zielke, 1968).

El tratamiento conjunto (fluido más conducción) en el estudio de este fenómeno es necesario porque la interacción fluido-cañería está presente y se genera por los siguientes mecanismos de interacción:

- Acoplamiento por fricción (entre el fluido / pared del caño que vibra axialmente)
- Acoplamiento de Poisson (entre la presión del fluido / pared del caño que vibra radialmente) (Bergant and Simpson, 2001; Tijsseling et al., 1996)

El concepto de interacción entre el fluido y la estructura confinante ha sido tema de investigación en las últimas décadas. Se formula que la frecuencia dominante del sistema depende de la interacción fluido- conducción y es de fundamental importancia la elasticidad del material en problemas de vibración y de resonancia durante el desarrollo del golpe de ariete (Zhang et al, 2009; Tijsseling and Vaugrante, 2001; Vardy et. Al, 1996).

El desplazamiento de tramos de conducción ocasionado por vibraciones da lugar al estudio de fenómenos hidrodinámicos que involucran al material del medio en el análisis. Para restringir los desplazamientos ocasionados por los modos de vibración es necesario fijar las conducciones mediante soportes o anclajes. La función de los soportes es dar sustento y estabilidad a la conducción. Esa estabilidad se logra intentando neutralizar todas las fuerzas que actúan sobre la instalación y ello es posible cuando se le confiere *rigidez*. Los soportes introducen rigidez al minimizar la posibilidad de movimiento de la cañería generando fuerzas del mismo tenor y sentido contrario a las originadas por el efecto de acoplamiento. Las principales fuerzas actuantes son la de gravedad, las originadas por el movimiento del fluido en puntos de cambio de dirección y de sección y las fuerzas provocadas por los pulsos de presión transitorios en esos puntos, denominadas *shaking forces*, menos conocidas que las anteriores. La característica cíclica de estas últimas introduce vibración y movimientos de oscilación que pueden dislocar tramos de la instalación, por lo tanto se debe prestar mayor atención a ellas. Su origen está en los pulsos de presión que recorren toda la conducción, originados por el cambio de característica de la conducción, la dirección de flujo o un fenómeno transitorio y se reporta la influencia del material del conducto (Gomes da Rocha et al, 2012; Van Vuuren, 2003; Heinsbroek, 1997; Tijsseling, A, 1996; Lavooj et. al, 1991).

El objetivo de este trabajo es contribuir al conocimiento y aproximación al estudio del golpe de ariete desde el análisis de la influencia del material de la conducción en las características de la onda de presión transiente, para encontrar una relación directa entre un parámetro propio del material y medible como la rigidez (en alguna de sus formas) y la amplitud de la onda de presión generada durante el transitorio. El material del conducto debe ser tomado en consideración por la implicancia del módulo de *Young* (Solemani, 2011)

2. FORMULACIÓN DEL MODELO

El análisis de golpe de ariete se realizó asumiendo las siguientes suposiciones.

Flujo unidimensional con velocidad y presión uniforme.

La conducción esta llena de fluido y permanece en esa condición durante el transitorio.

El líquido y las paredes de la conducción se comportan como linealmente elásticas.

Las pérdidas por fricción durante el transiente se aproximan mediante las correspondientes al estado estacionario.

No se produce formación de burbujas de gas o vapor ni separación de columna líquida.

La cantidad de gas libre en el líquido es pequeña, por lo que se considera que la velocidad de propagación de la onda de presión puede considerarse constante.

Se aplicaron los principios de conservación de la masa y de conservación de cantidad de movimiento, realizando el análisis desde el enfoque de volumen de control (VC), estableciendo un volumen de control fijo en el espacio (donde se realizó el análisis) al que está ingresando masa por una parte de su frontera y egresando por la otra parte. Aplicando el principio de conservación de masa, la sumatoria de la cantidad que ingresa al volumen de control(en el tiempo), la que egresa y la que se acumula debe ser igual cero:

$$Q_{\text{ingreso VC}} - Q_{\text{egreso VC}} + m_{\text{acumulado VC}} = 0 \quad (1)$$

En términos diferenciales (y para el caso particular analizado) esta expresión asume la forma:

$$-\frac{\partial}{\partial x}(\delta \cdot A \cdot v) \Delta x = \frac{\partial}{\partial t} \delta \cdot A \cdot \Delta x \quad (2a)$$

donde el término de acumulación de la ecuación (1) es igual a cero pues la cantidad de masa por unidad de tiempo que ingresa (\dot{Q}) es equivalente a la cantidad que egresa del volumen de control.

El tratamiento para la propiedad cantidad de movimiento que conlleva el caudal de fluido, bajo la ley de conservación de esta propiedad es similar al expuesto arriba para la masa, obteniendo la expresión diferencial:

$$\frac{1}{\delta} \frac{\partial p}{\partial t} - g \cdot \sin(\theta) - \frac{4\tau_0}{\delta \cdot D} = \frac{dv}{dt} \quad (2b)$$

(Bergant and Tijsseling, 2001; Streeter and Wylie, 1988)

Trabajando las ecuaciones (2a) y (2b) algebraicamente y dividiendo entre δg cada término para expresar la presión en términos de metros de columna de agua, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

Ecuación de continuidad:

$$L_1 = \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} + V \cdot \sin(\theta) = 0 \quad (3a)$$

Ecuación de cantidad de movimiento:

$$L_2 = g \frac{\partial H}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + f_q + \frac{k \cdot D \cdot A}{V |V|} \left(\frac{\partial V}{\partial t} + a \cdot \text{sign}(V) \left| \frac{\partial V}{\partial t} \right| \right) = 0 \quad (3b)$$

Siendo f_q el componente del término de fricción tomado del estado estacionario:

$$f_u = \frac{f \cdot V \cdot |V|}{2D}$$

y f_u , el término que define el estado transitorio, que contabiliza la aceleración convectiva instantánea y la aceleración local instantánea del fluido en los instantes previos (Meniconi et.al, 2012; Brunone et. al, 2000; Vardy and Hwang, 1991).

La función $\text{sign}(V)$ ha sido introducida en el modelo por Vitkowsky, donde $V = +1$ para $V \geq 0$ y -1 para $V < 0$ (Vitekowsky et. al, 2000).

donde: $k = \frac{\sqrt{C}}{2}$, con $C = 0,0476$ para flujo laminar

$$C = \frac{7,41}{\text{Re}^{\log(14,3/\text{Re}^{0,05})}} \text{ para flujo turbulento}$$

C: Coeficiente de Decaimiento de Vardy

(Vardy and Hwang, 1991)

2.1 Adecuación del modelo

Se aplicó el Método de las Características en la resolución del modelo (ecuaciones (3a) y (3b)). Para poder operar con este método se debe adecuar previamente el modelo mediante algunos pasos matemáticos.

Las ecuaciones (3a) y (3b) tienen las mismas dos incógnitas (H y V). Además, la combinación lineal (L) de las ecuaciones (3a) y (3b) tiene también la misma solución que las ecuaciones (3a) y (3b):

$L = L_1 + \lambda L_2$ con λ , multiplicador aún no determinado. Luego:

$$L = \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} + V \cdot \sin(\theta) + \lambda \left[g \frac{\partial H}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{f \cdot V \cdot |V|}{2 \cdot D} + \frac{k \cdot D \cdot A}{V |V|} \left(\frac{\partial V}{\partial t} + a \cdot \text{sign}(V) \left| \frac{\partial V}{\partial t} \right| \right) \right] = 0 \quad (4)$$

reordenando términos se obtiene:

$$L = \left[\frac{\partial H}{\partial x} (V + \lambda g) + \frac{\partial H}{\partial t} \right] + \lambda \left[\left(\frac{a^2}{\lambda g} + V \right) \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} \right] + V \sin \theta + \lambda \left[f \frac{V |V|}{2D} + \frac{k \cdot D \cdot A}{V |V|} \left(\frac{\partial V}{\partial t} + a \cdot \text{sign}(V) \left| \frac{\partial V}{\partial t} \right| \right) \right] = 0 \quad (5)$$

Si se establecen las siguientes igualdades :

$$V + \lambda g = \frac{\partial x}{\partial t} \quad \text{y} \quad V + \frac{a^2}{\lambda g} = \frac{\partial x}{\partial t} \quad (6)$$

y se reemplazan esos factores por $\frac{\partial x}{\partial t}$ en la ecuación (5), ésta puede reescribirse en función de las derivadas totales :

$$L = \frac{dH}{dt} + \lambda \frac{dV}{dt} + V \sin \theta + \lambda f \frac{V|V|}{2D} + \lambda \frac{k \cdot D \cdot A}{V \cdot |V|} \left(\frac{\partial V}{\partial t} + a \cdot \text{sign}(V) \cdot \left| \frac{\partial V}{\partial t} \right| \right) = 0 \quad (7)$$

obteniendo una ecuación diferencial ordinaria que reemplaza a la ecuación (5), válida solamente a lo largo de las curvas $\pm \frac{\partial x}{\partial t}$.

Igualando las expresiones (6):

$$V + \lambda \cdot g = V + \frac{a^2}{\lambda g} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \pm \frac{a}{g} \quad (8)$$

Aplicando los valores hallados para λ (expresiones (8)) en la ecuación (7), se obtiene:

$$L = \frac{dH}{dt} + \frac{a}{g} \frac{dV}{dt} + V \sin \theta + a \cdot f \frac{V|V|}{2gD} + \frac{a}{g} \frac{k \cdot D \cdot A}{V \cdot |V|} \left(\frac{\partial V}{\partial t} + a \cdot \text{sign}(V) \cdot \left| \frac{\partial V}{\partial t} \right| \right) = 0 \quad (7a)$$

$$L = \frac{dH}{dt} - \frac{a}{g} \frac{dV}{dt} + V \sin \theta + a \cdot f \frac{V|V|}{2gD} + \frac{a}{g} \frac{k \cdot D \cdot A}{V \cdot |V|} \left(\frac{\partial V}{\partial t} + a \cdot \text{sign}(V) \cdot \left| \frac{\partial V}{\partial t} \right| \right) = 0 \quad (7b)$$

válidas para $\partial x / \partial t = V + a$ y $\partial x / \partial t = V - a$ respectivamente:

Estas expresiones son válidas a lo largo de las líneas, $C+$ y $C-$ o *líneas características* (figura 1). Ambas ecuaciones contienen dos incógnitas para todo punto de las líneas características, pero en la intersección P, los valores de las incógnitas deben satisfacer simultáneamente ambas ecuaciones. Por lo tanto, pueden resolverse, obteniéndose los valores de H y V (Bergant and Tijsseling, 2002; Wyllie and Streeter, 1993; Streeter and Wylie, 1988).

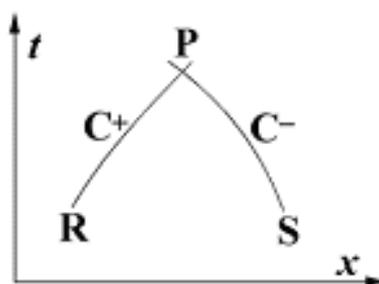


Figura 1: Líneas características que se interceptan en P.

3. MATERIALES Y METODOS

Se realizó el modelado del registro experimental del Golpe de Ariete en un sistema formado por un tanque de alimentación de agua a temperatura ambiente, una conducción simple de polietileno y una válvula en el extremo de la conducción, operando un cierre cuasiinstantáneo (figura 2):

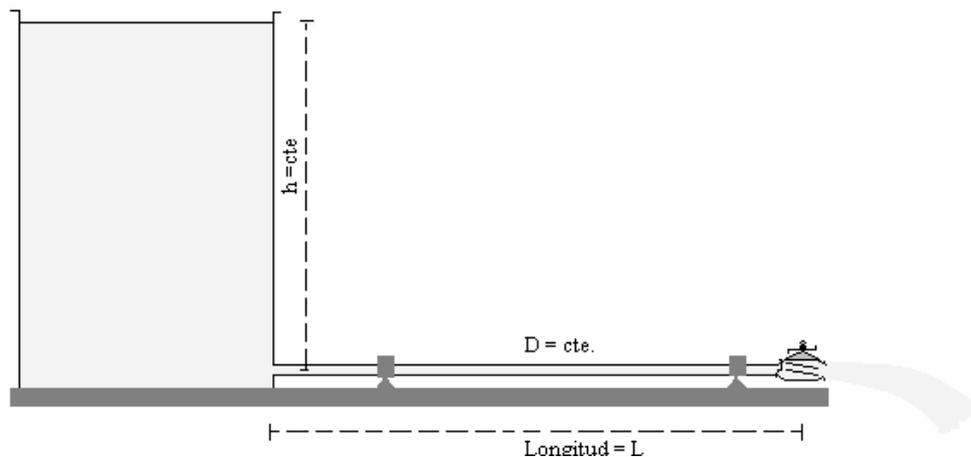


Figura 2: sistema simple formado por tanque, conducción y válvula en el extremo, indicando dimensiones principales

El desarrollo consistió en describir la onda de presión originada por un cierre cuasiinstantáneo manteniendo constantes todas las variables inherentes al fenómeno y variando solamente el material de la conducción. Concretamente, se ha modelado el fenómeno en el sistema con conducción de polietileno de alta densidad (material del sistema experimental real), conducción de PVC, de fibrocemento, hormigón armado, aluminio, cobre y acero.

El modelo de Golpe de Ariete obtenido (ecuaciones ((7a) y (7b)) ha sido resuelto mediante la formulación de un algoritmo numérico y se ha aplicado un desarrollo analítico para corroborar la validez de los resultados numéricos obtenidos. La longitud de la conducción ha sido adecuada en el ensayo de cada material con motivo de preservar constante el *tiempo crítico* en todos los casos estudiados.

3.1 Solución numérica.

Se empleó el *Método de las Características* en la resolución del modelo (ecuaciones (7a) y (7b)). Este método resulta adecuado para el tratamiento del fenómeno analizado (Tijsseling, A, 1996; Abreu y col., 1995; Streeter et. al, 1988.). Los valores de presión H (medida en metros de columna de agua (m.c.a)) y la velocidad del fluido V (en metros / segundo) en el instante inicial del transitorio (condición inicial) son conocidos.

Se dividió la conducción en N segmentos de igual longitud (Δx). En el incremento temporal (Δt) se tiene en cuenta que usualmente la celeridad de onda (a) es muy superior en valores a la velocidad del fluido (V) por lo tanto $\partial x / \partial t \cong \pm a$. El paso temporal resulta ser ahora $\Delta t' = \Delta t / a$, en consecuencia la pendiente de las características $C+$ y $C-$ es $+a$ y $-a$ respectivamente (Abreu y col., 1995; Streeter et. al, 1988). Ambas curvas características son ahora rectas, con pendiente $\pm a$ (figura 2).

Tomando dos puntos R y S (figura 1), desde R se traza la curva $C+$ que responde a la ecuación (7a) y desde S se extiende la curva $C-$ dada por la ecuación (7b). Ambas se interceptan en P. Cada ecuación del modelo contiene dos incógnitas: $H(t)$ y $V(t)$, válidas a lo largo de las $C+$ y $C-$, respectivamente, que en el punto P (punto común de ambas rectas) tienen la misma solución. Se obtienen así los valores H_p y V_p .

El procedimiento se repite en nuevos puntos de intersección de las rectas C^+ y C^- . Se van hallando nuevos valores para H y V , para el mismo instante de tiempo y para tiempos posteriores, como muestra la siguiente grilla (figura 2b):

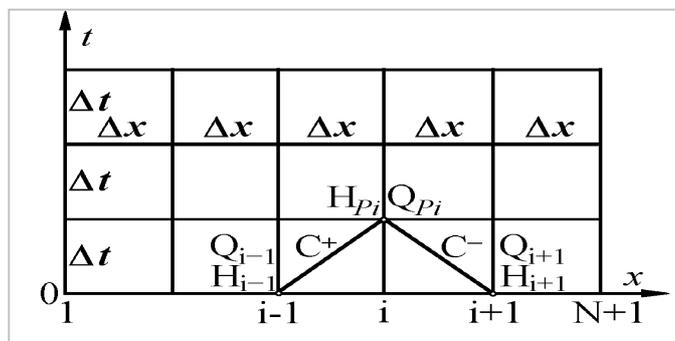


Figura 2b: grilla de nodos que describen la presión instantánea y el caudal instantáneo para cada avance en tiempo discreto (Δt).

Integrando el sistema de ecuaciones (7a) y (7b) a lo largo de las rectas características C^+ y C^- , y haciendo $V = Q / A$ se obtiene:

$$H_{pi} - H_{i-1} + \frac{a}{gA} (Q_{pi} - Q_{i-1}) + \frac{Q_{i-1} \Delta t}{A} \sin \theta + f \frac{\Delta x}{2gDA^2} Q_{i-1} |Q_{i-1}| + \frac{a k \cdot D \cdot A}{g Q_{i-1} |Q_{i-1}|} (Q_{i-1} |Q_{i-1}| + a \cdot \text{sign}(Q) \cdot Q_{i-1} |Q_{i-1}|) = 0 \quad (9a)$$

$$H_{pi} - H_{i+1} - \frac{a}{gA} (Q_{pi} - Q_{i+1}) + \frac{Q_{i+1} \Delta t}{A} \sin \theta + f \frac{\Delta x}{2gDA^2} Q_{i+1} |Q_{i+1}| - \frac{a k \cdot D \cdot A}{g Q_{i+1} |Q_{i+1}|} (Q_{i+1} |Q_{i+1}| + a \cdot \text{sign}(Q) \cdot Q_{i+1} |Q_{i+1}|) = 0 \quad (9b)$$

Realizando algunos pasos algebraicos, queda:

$$H_{pi} = \frac{1}{2} \left\{ \begin{aligned} & H_{i-1} + H_{i+1} - \frac{a}{gA} [Q_{i+1} - Q_{i-1}] - \frac{\sin \theta \Delta t}{A} (Q_{i-1} + Q_{i+1}) - f \frac{\Delta x}{2gDA^2} [Q_{i-1} |Q_{i-1}| - Q_{i+1} |Q_{i+1}|] \\ & + \frac{a k \cdot D \cdot A}{g Q_{i+1} |Q_{i+1}|} (Q_{i+1} |Q_{i+1}| + a \cdot \text{sign}(Q) \cdot Q_{i+1} |Q_{i+1}|) \end{aligned} \right. \quad (9c)$$

Expresión de la presión transiente en función de tiempo

3.2 Solución analítica.

Se ha trabajado, paralelamente, con un modelo analítico derivado de la ecuación unidimensional de onda; la resolución ha sido abordada mediante operación con la *Transformada de Laplace* y antitransformación en el campo complejo, empleando las formas de *Inversión Compleja* y los postulados del *Teorema de Cauchy*. Las condiciones de contorno han sido introducidas aplicando el desarrollo de cierre potencial y adecuándolo al caso de un cierre de clase cuasiinstantáneo (Provenzano y col. , 2011).

Se incluyó la fricción en ese modelo mediante la adición del término FV que contempla los efectos disipativos que contribuyen a la atenuación del fenómeno, donde F es un coeficiente de pérdida de carga por unidad de longitud de conducto y por unidad de sección transversal.

El modelo se derivó de la ecuación de Onda Unidimensional que no incluye la fricción. Agregando el término de efectos disipativos FV :

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \delta \frac{\partial V}{\partial t} + FV = 0 \tag{10a}$$

$$\frac{1}{a^2} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} + \delta \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \tag{10b}$$

donde FV esta dada por la relación:

$$F \cdot V = \frac{2 \cdot f \cdot \rho \cdot V |V|}{g \cdot D} \tag{11}$$

(Wood, 1938)

Realizando algunos pasos algebraicos y aplicando la *Transformada de Laplace* se obtuvo:

$$\frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial x^2} = \delta Q \left[- \left(\frac{\partial V}{\partial t} \right) - s(V) + s^2 \bar{V} \right] + FQ \left[- (V) + s \bar{V} \right] \tag{12a}$$

aplicando la condición inicial y resolviendo se tiene:
resolviendo, se tiene:

$$\bar{V} = A \sinh \left(\beta \frac{x}{a} \right) + B \cosh \left(\beta \frac{x}{a} \right) + \frac{V_0}{s} \tag{12b}$$

Solución general en el Campo de la Transformada

donde: $\beta = \sqrt{\delta Q s^2 + F Q s}$

Aplicando las condiciones de contorno se obtiene la solución particular:

- | | | | |
|----|------------------------|-----------|--------------------------|
| 1° | en $t = \tau$ | $V = V_0$ | |
| 2° | para $t > \tau$ | $x = 0$ | $H = H_{estática} = cte$ |
| 3° | para $0 < t \leq \tau$ | $x = L$ | $V = 0$ |

se obtuvo la expresión de la presión en el campo de la *Transformada*

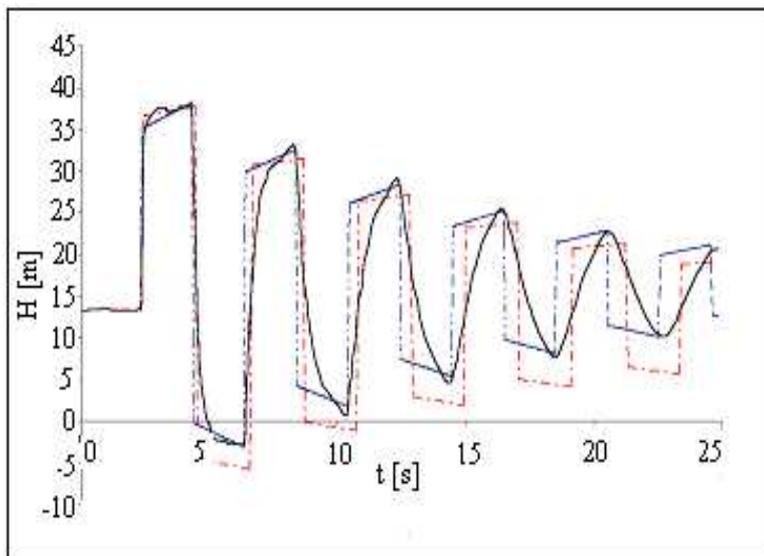
$$\bar{P} = \frac{V_0 \beta}{Q s^2} \frac{\sinh \left(\beta \frac{x}{a} \right)}{\cosh \left(\beta \frac{L}{a} \right)} - \frac{F V_0 x}{s} + \frac{P_0}{s} \tag{13}$$

El proceso de antitransformación, en el Campo Complejo permitió obtener la solución:

$$P(x,t) = P_0 - V_0 x + \frac{2V_0}{QL} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\left\{ \left[\left((2n-1) \frac{\pi a}{2} \right)^2 + \left(\frac{F}{\delta} \right)^2 \right]^{1/2} + \frac{F}{\delta} \right\} \sin \left\{ \left[\left((2n-1) \frac{\pi a}{2} \right)^2 + \left(\frac{F}{\delta} \right)^2 \right]^{1/2} t \right\} \sin \left[(2n-1) \frac{\pi L}{2} \right] \cdot e^{-\frac{1F}{2\delta} t}}{\sqrt{2} \left\{ \left[\left((2n-1) \frac{\pi a}{2} \right)^2 + \left(\frac{1F}{2\delta} \right)^2 \right]^{1/2} + \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{1}{2} \right) \frac{F}{\delta} \right\} - \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{1}{2} \right) \frac{F}{\delta}} \tag{14}$$

Sistema

Sistema simple reservorio-
conducción – válvula
Gráfica de altura de carga transiente
[m]
en función de t[s]:
Material conducción: polietileno
Longitud de conducción: 352,00 m
Diámetro interno: 0,094 m
Espesor pared: 0,008 m
Válvula: tipo globo
 V_0 : 0,729 m/s
 $t_c : (2.L/a) = 2,607$ s
 τ : 0,06 s. (cierre cuasiinstantáneo)
Celeridad de onda : 270,00 m/ s



(Brunone, 2000)

Figura 3 Registro experimental (línea llena), simulación numérica (línea punteada bordeau) y analítica (línea guionada)

Ecuación que describe la presión durante el transitorio para un cierre instantáneo o cuasiinstantáneo.

La figura 3 muestra los resultados del modelado de la curva experimental analizada mediante la solución numérica (ecuación (9c)) y la solución analítica (ecuación (14)).

Se observa un buen acuerdo entre los resultados de las herramientas numérica y analítica aplicadas

Se realizó una correlación entre el primer pico de presión de la onda transiente y un parámetro del material como herramienta de cuantificación de ambas variables analizadas. Se eligió la *rigidez a la flexión*, parámetro más reconocible que el *módulo de Young* (E), que indica la capacidad de resistencia a la flexión de un material sometido a fuerzas transversales a su eje axial. La *rigidez a la flexión* se define como el producto entre el *módulo de Young* y el *momento de inercia* (I_z) caracterizado éste último como la integral del producto entre un diferencial de área (dA) y la distancia y al cuadrado, que separa al diferencial de área de la línea neutra (línea que coincide con el eje axial del conducto cuando su geometría es cilíndrica).

$$I_z = \int y^2 dA \quad (15)$$

4. RESULTADOS

Se exponen, a continuación, las curvas obtenidas por el procedimiento numérico, para conducción de polietileno (línea a trazo lleno color beige), de PVC (trazo lleno color violeta), fibrocemento (trazo lleno color celeste), aluminio (trazo lleno, rosada) de la figura 4. El registro experimental se ha incluido en línea de trazo lleno color negro.

El análisis ha sido realizado para un número mayor de materiales (ver tabla 2) pero se muestran en la figura las curvas obtenidas para cuatro de los materiales analizados solamente, a efecto de evitar reducir la claridad en la figura.

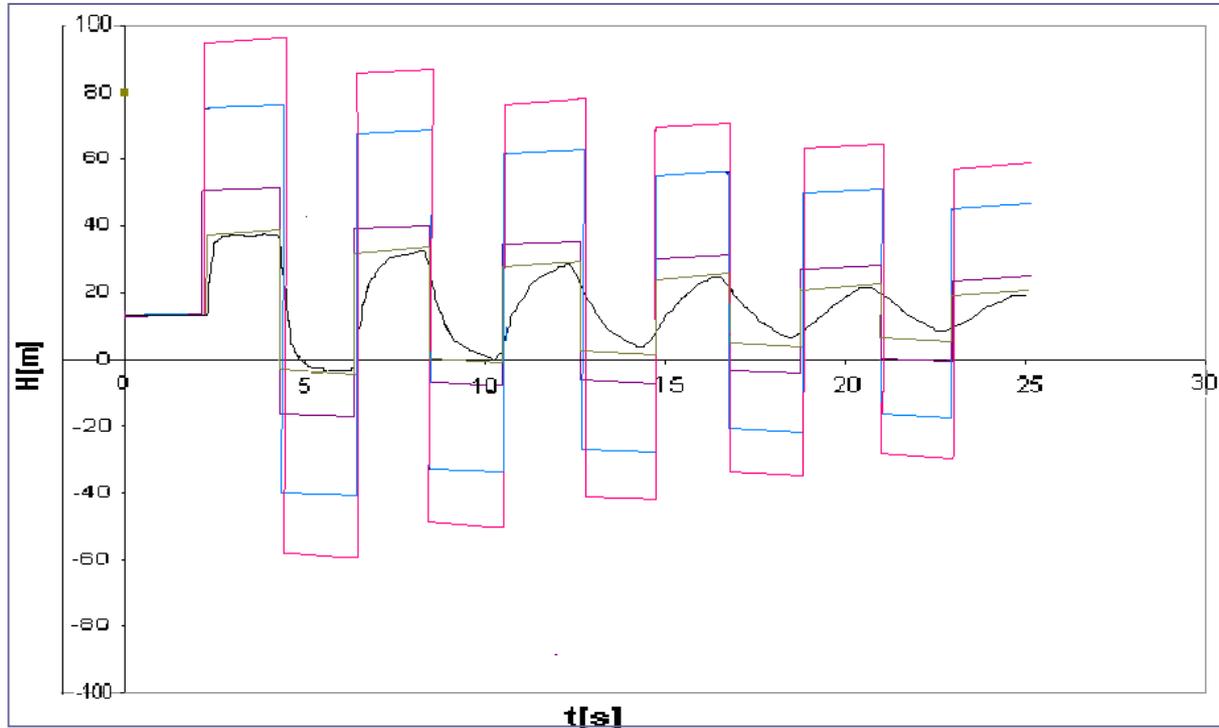


Figura 4: Registro experimental (Brunone (2000)) y modelado del Golpe de Ariete para distintos materiales de la conducción

Los resultados obtenidos muestran que la variación de los picos y valles de la presión durante el transitorio en función del material de la conducción es notable, observándose oscilaciones más moderadas cuando el *módulo de Young* del material presenta valores menores (materiales de tipo poliméricos). Se observa que el primer pico de presión de la curva transiente para conducción de aluminio es del orden de tres veces respecto al primer pico de presión para conducción de polietileno y el primer pico para material fibrocemento, dos veces y un tercio respecto del correspondiente al polietileno.

Se encontró, partiendo del análisis arriba expuesto, una correlación similar asociando el incremento de la amplitud de la onda de presión en el golpe de ariete con un parámetro que cuantifica la *rigidez* del material empleado en la conducción, la *rigidez a la flexión*. Se cuantificó la relación entre la *rigidez a la flexión* de cada material y el primer pico de presión obtenido (el mayor valor de presión alcanzado en el Golpe de Ariete) al culminar el cierre de la válvula; aplicando la solución numérica (ecuación (9c)).

Trabajando con los datos geométricos del sistema simple arriba descrito (longitud, diámetro de conducción), tiempo de cierre, velocidad de régimen del fluido, cambiando solamente el material del conducto en cada prueba y calculando la rigidez a la flexión para cada material se obtuvieron los resultados que se exhiben en tabla 2 y que se grafican en la figura 5.

Material	Rigidez* [kgf *cm ²]	1° pico de sobrepresión [m]
Poliétileno baja densidad	0,00906	25,63
Poliétileno alta densidad	0,04077	36,06
PVC	0,1359	51,29
Fibrocemento	0,815	85,26
Hormigón sin armar	0,906	87,33
Aluminio	3,171	107,33
Fundición laminar	4,53	111,09
Cobre	5,541	112,79
Fundición dúctil	7,701	115,09
Acero	9,06	116,01

Tabla 2: Tabulación del 1° pico de sobrepresión alcanzado en función de la rigidez calculada para cada material analizado

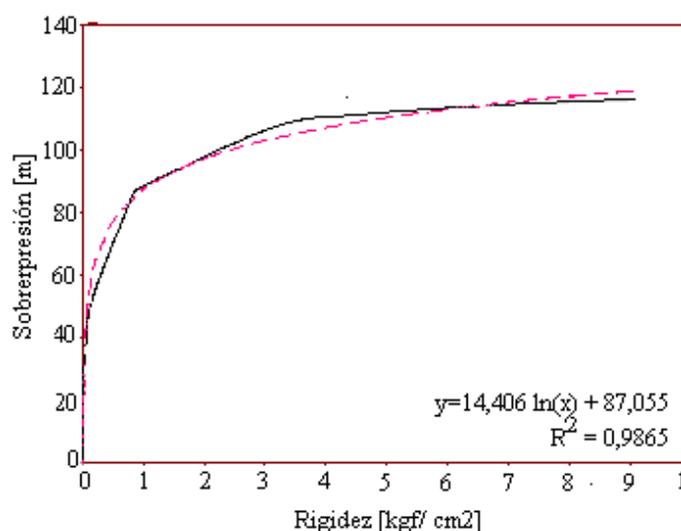


Figura 5: Graficación de los valores tabulados en TABLA 2- Relación rigidez – sobrepresión: línea llena (trazo negro). Curva de tendencia logarítmica: línea guionada (trazo rojo).

Se observa en la figura 5 una relación marcadamente logarítmica entre la *rigidez* del material y la amplitud de la onda de presión en el Golpe de Ariete. La correlación de la curva obtenida (figura 5, línea llena) con la función logarítmica se realizó mediante estimación del *Coefficiente de Determinación* (R^2), obteniendo un valor de correlación muy elevado ($R^2 = 0,9865$) que indica un buen ajuste a esta función.

5. CONCLUSIONES

La producción bibliográfica existente sobre golpe de ariete indica que este tema ha sido enfocado generalmente desde la relación de la onda transiente y el fluido circulante. Menos estudiada ha sido esta relación respecto del material del conducto. Sin embargo, los resultados obtenidos observan una vinculación directa de la expresión del Golpe de Ariete con material del conducto que no debe ser desestimada en absoluto. Los resultados exhibidos en la figura 4 y tabla 2 establecen que la rigidez del material a la flexión es un indicador (no es el único) que resulta adecuado para determinar la existencia de una relación medible entre esta propiedad del material del conducto y la amplitud de la onda.

El condicionamiento hallado es determinante, la vinculación logarítmica encontrada permite observar que en materiales de menor rigidez un mínimo incremento de este parámetro provoca aumentos importantes de la amplitud de onda. En cambio para materiales rígidos, por ejemplo metálicos, incrementos importantes de la rigidez no producen una variación tan sensible de la amplitud. Otro aspecto importante surge al comparar el alcance de los picos en materiales poliméricos y en los metálicos: la diferencia de amplitud de presión puede exceder en más de tres veces respecto de los poliméricos. Por lo tanto, en temas de diseño o mantenimiento de instalaciones, debería incluirse el análisis del material a emplear en las conducciones como un factor de importancia y, en todos los casos donde sea posible, adoptar un criterio de elección a favor de aquel que presente menor rigidez. El compromiso es menor cuando se trata de la elección de conducciones de gran rigidez, donde la variación de amplitud de la presión ha resultado menos sensible respecto del cambio del material.

6. BIBLIOGRAFÍA

- Abreu, J; Guarga, R.; Izquierdo, J. ‘Transitorios y Oscilaciones en Sistemas de Impulsión’ Caps. 1; 2; 7 - *Unidad Docente Mecánica de Fluidos, Dpto. Ing. Hidráulica y Medio Ambiente, Universidad Politécnica de Valencia – España, 1995*
- Aguilar Rosas, J ‘Análisis de las Energías en el Movimiento Oscilatorio Amortiguado’ - *Depto. de Matemáticas y Física Universidad Nacional de Guadalajara – México, 2005.*
- Bergant A. and Tijsseling A, ‘Parameters Affecting Water Hammer Attenuation: Shape and Timing’, *Math and Computer Modelling*, 35: 801 – 812, 2002.
- Bergant, A. and Simpson, A. ‘Developments in Unsteady Pipe Flow Friction Modelling’ *Journal of Hydraulic Research* 39 n° 3, 2001.
- Brunone B; Karney B.; Mecarelli M. and Ferrante M. ‘ Velocity Profiles and Unsteady Pipe Friction in Transient Flow’, *Journal of Water Resources Planning and Management*, 7: 236- 244, 2000.
- Gomes da Rocha G., Bastos, F. and Freitas, R. ‘Numerical solution of fluid- structure interaction in piping systems by Glimm’s method’, *Journal of Fluids and Structures*, 28: 392-415, 2012.
- Hager, W. ‘Contribution Suisse á la Théorie du Coup de Belier’ *Journal of Hydraulic Research* , 39: 3 – 10, 2001.
- Heinsbroek, A. ‘Fluid Structure interaction in non-rigid pipeline systems’ *Nuclear Eng. And Design*, 172: 123-135, 1997.
- Lavooj, C. ; Tijsseling, A. ‘Fluid – structure interaction in liquid filled piping systems’ *Journal of Fluid and Structures* 5: 573-595, 1991.
- Meniconi, S.; Brunone, B. and Ferrante, M. ‘Water hammer waves pressure interaction at cross-section series in viscoelastic pipes’, *Journal of Fluids and Structures*, 33:44-58, 2012.
- Murga, N. - Molina, N. ‘Sistema de protección de bombas y cañerías en oleoductos sometidos a flujos transitorios’ *Universidad Nacional del Sur – Bahía Blanca, 1997.*
- Pejovic, S, and Boldy, A. ‘Guidelines to Hydraulic Transient Analysis of Pumping Systems’. *Ed. P & B Press. Belgrado, 1992.*
- Provenzano ,P.; Baroni, F.; Aguerre, R. ‘The Closing Function in the Water Hammer Modeling’ *Latin American Applied Research (LAAR); B. Blanca, Arg. , 41:43 -47, 2011.*
- Solemani A.; Emadi, L. ‘Maximun water hammer sensitivity analysis’, *World Acad. Of Science, Engineering and Technol.*, 73:416- 419, 2011.
- Streeter, V.L. y Wylie, E.B. (1988), “*Mecánica de Fluidos*”, McGraw-Hill, cap 13.
- Tijsseling, A. S. y Anderson A. ‘*Johannes von Kries and the History of Water Hammer*’ *Journal of Hydraulic Engineering*. 133 Issue 1: 1-8 , 2007.
- Tijsseling and Vaugrante ‘Frequency domain and time domain analysis of liquid filled pipe systems’ EDF- DRD *Technical note HP 54/ 99/ 030 Clamart –France, 1999.*
- Tijsseling, A. , ‘Fluid – structure interaction in liquid filled piping systems’ *Journal of Fluid and Structures* 10: 109-146, 1996.
- Van Vuuren, S. ‘Teoretical Overview of surge analysis’ *University of Pretoria, 2003.*
- Vardy, A., Fan D. and Tijsseling, A. S. ‘Fluid structure interaction in a T piece pipe’ *Journal of Fluids and Structure*, 10:763 –786, 1996
- Vardy, A.E., y Hwang, K.L.. ‘A characteristics model of transient friction in pipes’. *Journal of Hydraulic Research, IAHR, 29(5): 669-684, 1991.*

- Vitkowsky, A; Lambert, J; Simpson, A. & Bergant, A 'Advances in unsteady friction modelling intransient pipeflow' Pressure Surges. *Safe design and Operation of industrial pipe systems*. A. Anderson Ed. Profesional Engineering Publishing Ltd. , Bury St. Edmunds, England 471 – 482, 2000.
- Wood, F. 'The Application of Heavyside's Operational Calculus to the Water Hammer' *Transaction of A.S.M.E.* 59: 707- 7013, 1937.
- Wyllie, B. Streeter, V.(1993) '*Fluid Transients in sistems*' Prentice Hall Inc. Cap 3.
- Zielke, W., 'Frequency dependent friction in transient pipe flow', *Journal of . Basic Engineering., Trans. ASME.,* 90, Ser. D, No. 1, :109-115, 1968.
- Zhang,S; Lu G. and Han J. 'A Study of the impact response of liquid filled cylindrical shell' *Inst. of Applied Mech. Taishuan Univof Tech- China.,* 47:1557 –1566, 2009

7. NOMENCLATURA

- a : celeridad de onda [m/s]
 D : diámetro del conducto [m]
 e : espesor del conducto [m]
 E : módulo de elasticidad del conducto
 f : factor de fricción de Darcy.
 f_u : término de fricción transiente
 g : aceleración de la gravedad [m/ s²]
 H : presión transiente [m]
 H_0 : 1° pico de presión sobrepresión [m]
 H_{estat} : presión estática en la conexión tanque – conducto [m]
 Q : caudal volumétrico [m³/s].
 \dot{Q} : caudal másico [kg/s].
 s : variable en el campo de la *Transformada de Laplace*
 t : tiempo [s]
 t_c : tiempo crítico [s]
 T_d : periodo real de la onda de presión transitoria en el sistema [s]
 V : velocidad del fluido [m/s]
 VC : volumen de control.
 w_d : frecuencia angular real de la onda de presión transitoria en el sistema [s⁻¹]
 w_o : frecuencia angular *natural* de la onda de presión transitoria en el sistema (sin contemplar la fricción) [s⁻¹].
 δ : densidad del fluido [kg/m³]
 γ : factor de amortiguamiento (refleja el efecto de la fricción en w) [s⁻¹].
 ρ : peso específico del fluido [N/m³]
 τ : tiempo de cierre de válvula [s]

