

## EVALUACIÓN DE MODELOS DE TANQUES RECTANGULARES CONTENEDORES DE LÍQUIDO BAJO EXCITACIÓN SÍSMICA

**María. E. Compagnoni, Raúl. O. Curadelli, Carlos. A. Martinez**

<sup>a</sup> *Grupo de Dinámica Experimental, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo, Centro Universitario, Parque Gral. San Martín, Mendoza, Argentina,*

<sup>b</sup> *Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, CONICET  
mecompanoni@conicet.gov.ar*

**Palabras clave:** Tanques rectangulares, Interacción fluido-estructura, Modelo mecánico equivalente, Modelo experimental, Modelos numéricos.

**Resumen.** La seguridad de los tanques de almacenamiento de líquidos durante un terremoto es de vital importancia. Una de las tareas más importantes para los ingenieros es determinar la respuesta dinámica de los contenedores en la forma más precisa posible, de manera de lograr diseños eficientes y seguros. En este trabajo se evalúan diferentes modelos de tanques rectangulares contenedores de líquido bajo excitación sísmica. Un estudio comparativo se lleva a cabo considerando excitaciones con diferentes características sobre tanques con distintas relaciones de esbeltez. La respuesta estructural se obtiene mediante: a) modelos simplificados en los cuales el comportamiento del líquido se representa por sistemas masa-resorte (modelo de Housner), b) modelos más complejos basados en una aproximación lagrangiana implementados en un código de elementos finitos y c) modelos experimentales que permiten validar y calibrar los modelos numéricos. Si bien los resultados muestran una aceptable aproximación de los modelos simplificados para fines de diseño, existen casos en los cuales las diferencias son considerables.

## 1 INTRODUCCIÓN

Los tanques son estructuras especialmente construidas con el propósito de almacenar sustancias fluidas tales como agua, productos derivados del petróleo, productos químicos de diferente naturaleza, etc., y su función es estratégica, dado que son vitales para los sistemas de distribución de agua, y pueden almacenar sustancias peligrosas (corrosivas o explosivas) en la industria petroquímica y en centrales nucleares. El contenido a almacenar en un tanque definirá la forma y las dimensiones de estos, influyendo también en la elección del material y calidad con la que se va a elaborar. Los tipos más comunes de depósitos en la industria local son, tanques cilíndricos verticales o tanques rectangulares, ambos apoyados en el suelo, como se puede ver en la Figura 1.



(a) Bodega Calle Centenario s/n, San Rafael, Mendoza.



(b) Destilería YPF, Lujan de Cuyo, Mendoza



(c) Pileta de fermentación de bodega, San Rafael, Mendoza.



(d) Pileta rectangular CNEA, San Rafael, Mendoza.

Figura 1: Imágenes de tanques en industrias locales. (Fotografías tomadas en 2013)

Es necesario asegurar el buen desempeño de estas estructuras durante su vida útil y más importante aún, frente a la acción sísmica, ya que no sólo interesa el costo de reposición en caso de falla, sino también los desastres ambientales que un accidente puede provocar, (Chang y Cheng-Chung, 2006).

El sismo de Alaska en 1964 de gran magnitud (8,4), fue uno de los casos que despertó el interés por un comportamiento seguro bajo cargas sísmicas de los tanques superficiales. Este sismo causó daños a contenedores de líquidos que se ubicaban en un radio de 130-160 km del epicentro (Cooper y Wachholz, 2003). En los últimos años se han producido numerosas fallas catastróficas de tanques contenedores de líquido debido a eventos sísmicos severos tales como los ocurridos en 1960 en Chile, (Steinbrugge y Flores, 1963); en 1994 en Northridge, California, (Knoy, 1995); en 1995 en Kobe, Japón, (Malhotra, 2006); y en 1999 en Kocaeli, Turquía, (Sezen et all, 2008 y Yazici y Cili, 2008). Esto motivó numerosas investigaciones a fin de mejorar su comportamiento.

La experiencia obtenida sobre los desastres naturales en tanques de almacenamiento revela que, para reducir la vulnerabilidad a niveles aceptables se requiere de acciones preventivas y de diseños de ingeniería adecuados. Con el propósito de responder a las necesidades de este sector, en este trabajo se evalúa el comportamiento dinámico de tanques rectangulares contenedores de líquido bajo excitación sísmica mediante diferentes modelos. El análisis comparativo se lleva a cabo considerando un grupo de excitaciones sobre tanques rectangulares con diferentes relaciones de esbeltez. La respuesta estructural se obtiene

mediante: a) modelos simplificados en los cuales el comportamiento del líquido se representa por sistemas masa-resorte (modelo de Housner); b) modelos más complejos basados en una aproximación lagrangiana implementados en un código de elementos finitos y; c) modelos experimentales que permiten validar y calibrar los modelos numéricos.

### 1.1 Evolución del Análisis de Depósitos.

Los primeros intentos en analizar las ondas de líquidos en contenedores rectangulares oscilantes fueron hechos por **Lamb (1879)**, quien analizó los modos naturales de oscilación de los fluidos sujetos a ciertos tipos de movimientos forzados, en condición de borde libre.

Luego **Westergaard (1933)**, buscó la respuesta sísmica de contenedores rectangulares, y fue el primero en determinar una expresión para la presión hidrodinámica ejercida por un fluido incompresible sobre una presa de pared vertical, como resultado del movimiento armónico horizontal del suelo en la dirección perpendicular a la presa. Westergaard encontró que la presión hidrodinámica era la misma que, mover hacia atrás y hacia adelante un cierto volumen de fluido con la presa. Esta "masa añadida de fluido" es determinada por el volumen encerrado por una superficie parabólica aguas arriba de la presa.

Posteriormente, **Graham y Rodríguez (1952)** desarrollaron un análisis muy completo para determinar las presiones correspondientes a la componente impulsiva y convectiva en un tanque rectangular.

Poco después, **Housner (1954 y 1957)** desarrolla en forma más acabada la teoría de las presiones sísmicas en los tanques de almacenamiento de líquido y establece un modelo simplificado, en que la parte media e inferior del contenido líquido (correspondiente a la componente de masa impulsiva) se movía rígidamente con el depósito y que la porción superior restante (componente de masa convectiva) actuaba como una masa sujeta a las paredes por medio de resortes, representando la acción del oleaje del líquido.

En 1963, Housner basándose en sus anteriores trabajos, ratifica su modelo mecánico simplificado con algunas modificaciones en la evaluación de las alturas a las que se ubican las masas equivalentes (**Housner, 1963**).

Tiempo después, **Zienkiewicz (1980)**, mediante el método de elementos finitos estudia un depósito rectangular sujeto a una distribución de aceleraciones dadas, y considera que prescindiendo de la compresibilidad del fluido, las sobrepresiones resultantes satisfacen la ecuación de Laplace.

Luego, **Haroun (1984)**, **Doğangün et al. (1997)** y **Chen y Kianoush (2005)**, estudian la dinámica de los contenedores rectangulares flexibles. Existen muy pocos estudios sobre este tema, y esto puede deberse al hecho de que los recipientes de fluido rectangulares son generalmente hechos de hormigón armado o pretensado y pueden ser considerados dinámicamente como rígidos. Sin embargo, hay contenedores de hormigón armado o pretensado para el que la flexibilidad debe tenerse en cuenta en el análisis de respuesta dinámica, tales como estructuras de grandes dimensiones, piscinas de hormigón armadas en centrales nucleares o tanques de agua de hormigón pretensado (**Luft, 1984**).

Más tarde, **Kianoush y Chen (2006)** investigaron el comportamiento dinámico de los tanques rectangulares sometidos a vibraciones sísmicas verticales en un espacio de dos dimensiones, se discutió la importancia de la componente vertical del sismo en la respuesta global del sistema de tanque de fluido.

Por otro lado, **Livaoğlu (2008)** evaluó el comportamiento dinámico de un sistema fluido-tanque rectangular fundado en el suelo, con un procedimiento de análisis sísmico simple, basado en las aproximaciones de **Housner (1954)** de dos masas. Los estudios mostraron que los desplazamientos y las fuerzas de corte en la base disminuyen en general, con la disminución de la rigidez del suelo y que la interacción de empotramiento, la flexibilidad de la pared y la interacción suelo-estructura, no afectan considerablemente el desplazamiento del

líquido.

Poco después, **Chen y Kianoush (2009)** presentaron un método simplificado con un grado de libertad para el análisis sísmico y el diseño de tanques rectangulares de hormigón.

En un trabajo reciente **Goudarzi y Sabbagh-Yazdi (2012)** evaluaron los efectos no lineales del oleaje del líquido en tanques rectangulares y discutieron las limitaciones prácticas que tiene la solución lineal en la evaluación de la respuesta sísmica de líquidos.

Recientemente, **Hashemi et al. (2013)** propusieron un método simple de análisis para determinar la respuesta dinámica de tanques contenedores de líquido rectangulares 3-D con cuatro paredes flexibles, sujetos a movimientos sísmicos horizontales.

Como se ha mostrado, el comportamiento de contenedores de líquidos ante eventos sísmicos ha motivado numerosos estudios basados en métodos matemáticos, numéricos, y experimentales

## 2 DESCRIPCIÓN DE LOS TANQUES ANALIZADOS

Las dimensiones de los depósitos rectangulares estudiados y las relaciones de aspecto,  $S_r = H/A$  siendo  $H$  la altura de líquido y  $2A$  el ancho del tanque en la dirección de la excitación, se muestran en la Tabla 1:

Tanque	Ancho $2A$ (m)	Altura tanque $L$ (m)	Altura líquido $H$ (m)	$S_r$ $H/A$
Tanque RA	0,750	0,340	0,190	0,5
Tanque RB	0,750	0,530	0,380	1,0
Tanque RC	0,750	0,710	0,560	1,5

Tabla 1: Características de los tanques rectangulares.

El líquido contenido es agua con densidad  $\rho_l = 1000 \text{ Kg/m}^3$  y módulo de Bulk  $\beta = 2.210^9$ .

## 3 EXPERIMENTAL

El estudio experimental tiene como objetivo ganar experiencia en el comportamiento dinámico del sistema y usar las mediciones como referencia al calibrar los modelos numéricos que se presentan luego.

Para tal fin, se diseñó y construyó un tanque rectangular de vidrio, con una pared de 10 mm de espesor con refuerzos de acero en sus aristas sobre el cual se llevaron a cabo diferentes ensayos en vibraciones libres y forzadas sobre mesa vibratoria. Las dimensiones de la base del mismo son 0.75 x 0.50 m y la altura es de 0.90 m (Figura 2:),



(a)



(b)

Figura 2: Modelo experimental tanque rectangular. (a) Vista frontal. (b) Vista superior

#### 4 MECÁNICO SIMPLIFICADO

En este caso, el modelo elegido es el modelo descrito por Housner (1963), quien propuso un procedimiento sencillo para estimar los efectos dinámicos del fluido contenido en un tanque rectangular rígido, excitado horizontalmente por un sismo. Este modelo describe el comportamiento basado en dos componentes fundamentales: una parte del líquido se mueve al unísono con el tanque, constituyendo la masa impulsiva ( $m_i$ ) y el resto de la masa de líquido, llamada masa convectiva ( $m_c$ ), se mueve en forma separada del tanque y se conecta al mismo mediante resortes, como se muestra en la Figura 3.

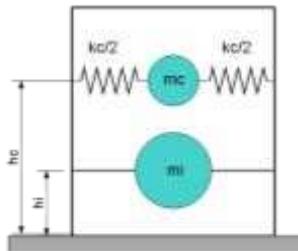


Figura 3: modelo mecánico del tanque rectangular.

Sea un depósito rectangular, de ancho  $2A$ , largo  $B$ , y altura total  $L$ , parcialmente lleno de líquido hasta una altura  $H$ , como se observa en **TABLA 1**:

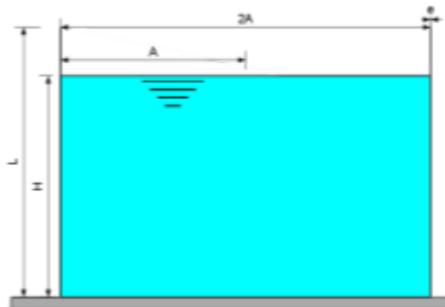


Figura 4: Geometría del tanque rectangular

Las masas convectiva e impulsiva se determinan a partir de la masa de líquido contenido  $m$ , como (Housner, 1963):

$$m = 2 ABH \rho_l. \quad (1)$$

$$m_i = m \frac{\tanh(\sqrt{3}/S_r)}{\sqrt{3}/S_r}. \quad (2)$$

$$m_c = m \left[ \frac{1}{3} \sqrt{\frac{5}{2}} \frac{1}{S_r} \tanh \left( \sqrt{\frac{5}{2}} S_r \right) \right]. \quad (3)$$

En la cual  $\rho_l$  es la densidad del líquido y  $S_r = H/A$  es la relación de aspecto o esbeltez.

La frecuencia fundamental de la masa convectiva,  $\omega_c$  se determina mediante la siguiente expresión:

$$\omega_c^2 = \frac{g}{A} \sqrt{\frac{5}{2}} \tanh \left( \sqrt{\frac{5}{2}} S_r \right). \quad (4)$$

La rigidez equivalente de la masa convectiva es:

$$K_c = m * 0,83 \frac{\tanh(1,6/S_r)}{1,6/S_r}. \quad (5)$$

Y las alturas de cada masa se calculan mediante las siguientes ecuaciones:

$$h_i = \frac{3}{8}H. \quad (6)$$

$$h_c = H \left[ 1 - \frac{1}{3} \frac{m}{m_c} \left( \frac{1}{S_r} \right)^2 + 0.63 \sqrt{0.28 \frac{1}{S_r} \left( \frac{m}{m_c} \frac{1}{S_r} \right)^2 - 1} \right]. \quad (7)$$

Dado que la masa impulsiva  $m_i$ , está unida solidariamente al fondo del tanque que a su vez se encuentra vinculado a la fundación, el segundo grado de libertad queda restringido y se trabaja solo con un grado de libertad. Es así, que las matrices del sistema  $[m]$  y  $[k]$ , se convierten en escalares:

$$[m] = m_c, \quad [k] = k_c. \quad (8)$$

La masa impulsiva  $m_i$ , sí se debe tener en cuenta para el cálculo de los esfuerzos.

## 5 NUMERICO

Para realizar el análisis numérico se utiliza el software ANSYS APDL, el cual permite describir los efectos de interacción fluido-estructura. En este modelo de elementos finitos, el líquido está representado mediante un elemento tridimensional del tipo fluido, FLUID80 caracterizado por ocho nodos, teniendo tres grados de libertad traslacionales en cada uno (Ansys 13.0. User's Manual, 2010). El fluido se admite incompresible e irrotacional.

Para la modelización de las paredes del depósito se utilizó el elemento tipo SHELL63 definido por cuatro nodos, con seis grados de libertad cada uno (Ansys 13.0. User's Manual, 2010).

Los nodos del fluido están acoplados con los nodos de la pared del depósito en la dirección perpendicular a la pared, mientras que los movimientos relativos en las direcciones tangenciales pueden ocurrir libremente.

El modelo numérico fue calibrado mediante ensayos experimentales en vibraciones libres.

## 6 ANÁLISIS MODAL Y VIBRACIONES LIBRES

Se llevaron a cabo análisis modales de los tanques con ambos modelos numéricos y se contrastaron los resultados con el ensayo experimental. Se obtuvieron diferencias en las frecuencias menores del 1%, por lo cual se considera muy buenas las correlaciones entre los mismos. Además las frecuencias identificadas, coinciden con la expresión exacta dada por Graham y Rodriguez (1952). Las formas modales del líquido obtenidas con el modelo experimental y numérico para el tanque RC se presentan en la Figura 5 y Figura 6.

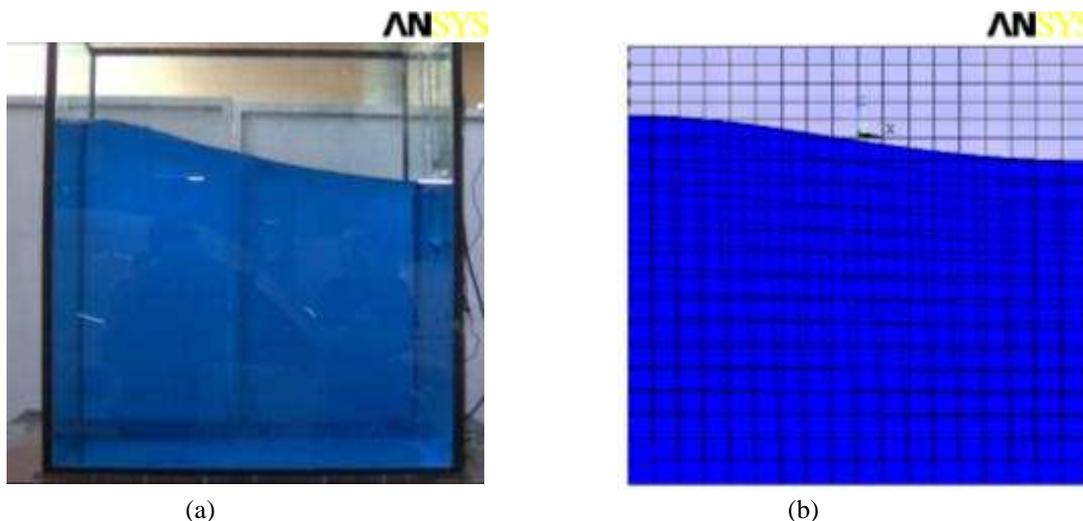


Figura 5: Primer modo tanque rectangular. Tanque RC;  $S_r = 1.5$ ;  $f = 1.00$  Hz. (a) Experimental. (b) Ansys.

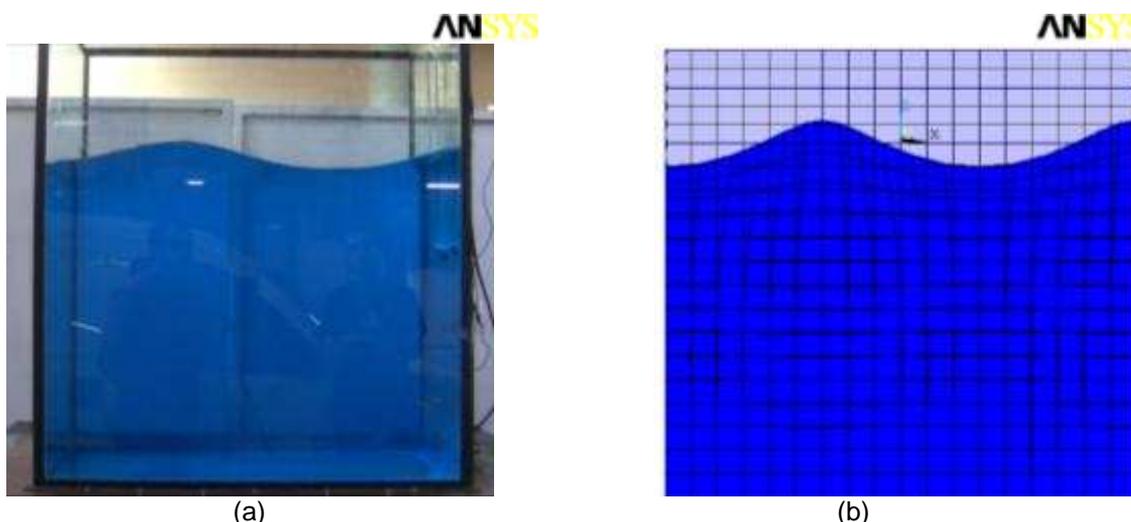


Figura 6: Segundo modo tanque rectangular. Tanque RC;  $S_r = 1.5$ ;  $f = 1.78$  Hz. (a) Experimental. (b) Ansys.

## 7 EXCITACIÓN

Con el fin evaluar el comportamiento dinámico del sistema, se emplearon tres registros sísmicos descriptos a continuación:

1. Caucete, San Juan, Argentina. Terremoto del 23 de noviembre de 1977. Aceleración pico 0,078g.
2. Llole, Valparaiso, Chile. Terremoto del 03 de marzo de 1985. Componente N10E. Aceleración pico 0,065g.
3. Maipú, Santiago, Chile. Terremoto del 27 de febrero de 2010. Componente EO canal 1. Aceleración pico 0,069 g.

A fin de estudiar un sistema lineal (sin ruptura de olas), fue necesario escalar los registros sísmicos seleccionados, dado que si la ola rompe, los modelos considerados carecen de validez (*Shore Protection Manual, 1984*).

## 8 ANALISIS SÍSMICO

En esta sección se resumen los resultados de los análisis sísmicos considerados. Interesa conocer la respuesta de los sistemas estudiados en términos de: 1) desplazamiento de la masa convectiva mediante la cual se define la altura del tanque y 2) corte en la base del tanque necesario para el diseño..

### 8.1 Desplazamiento de la masa convectiva

En esta sección se compara a lo largo del tiempo el desplazamiento vertical de la superficie libre del líquido del modelo experimental, con ambos modelos numéricos.

Los desplazamientos verticales de la ola en el modelo experimental se miden en el punto A, que se encuentra en la superficie libre del líquido, (Figura 7.a). El desplazamiento vertical de este punto es el que se utiliza en la comparación con los desplazamientos de la masa convectiva  $m_c$  del modelo mecánico (Figura 7.b) y el punto A del modelo de elementos finitos (Figura 7.c).

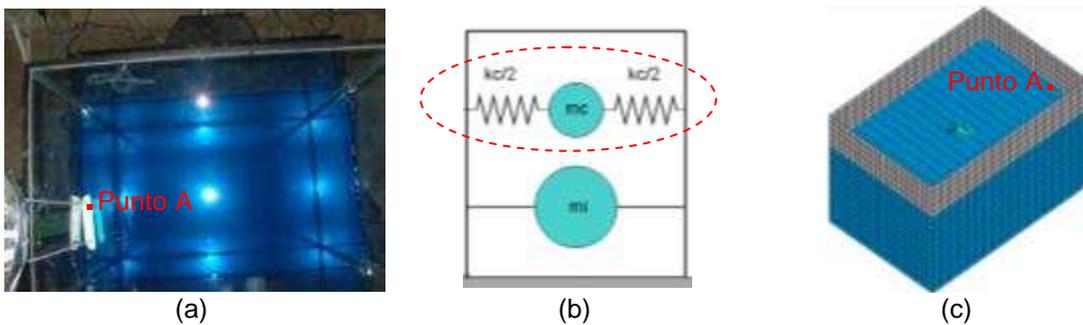


Figura 7: Puntos de medición del desplazamiento vertical de la ola en tanques rectangulares. (a) Modelo experimental. (b) Modelo mecánico equivalente. (c) Modelo de elementos finitos.

En las Figuras 8, 9 y 10 se muestran los desplazamientos verticales de la superficie libre del líquido ocurridos durante los registros mencionados, para las relaciones de aspecto de 0.5, 1.0 y 1.5 respectivamente. En cada una de las figuras se muestran los resultados obtenidos tanto para el modelo experimental, como para ambos modelos numéricos (modelo mecánico equivalente y modelo de elementos finitos).

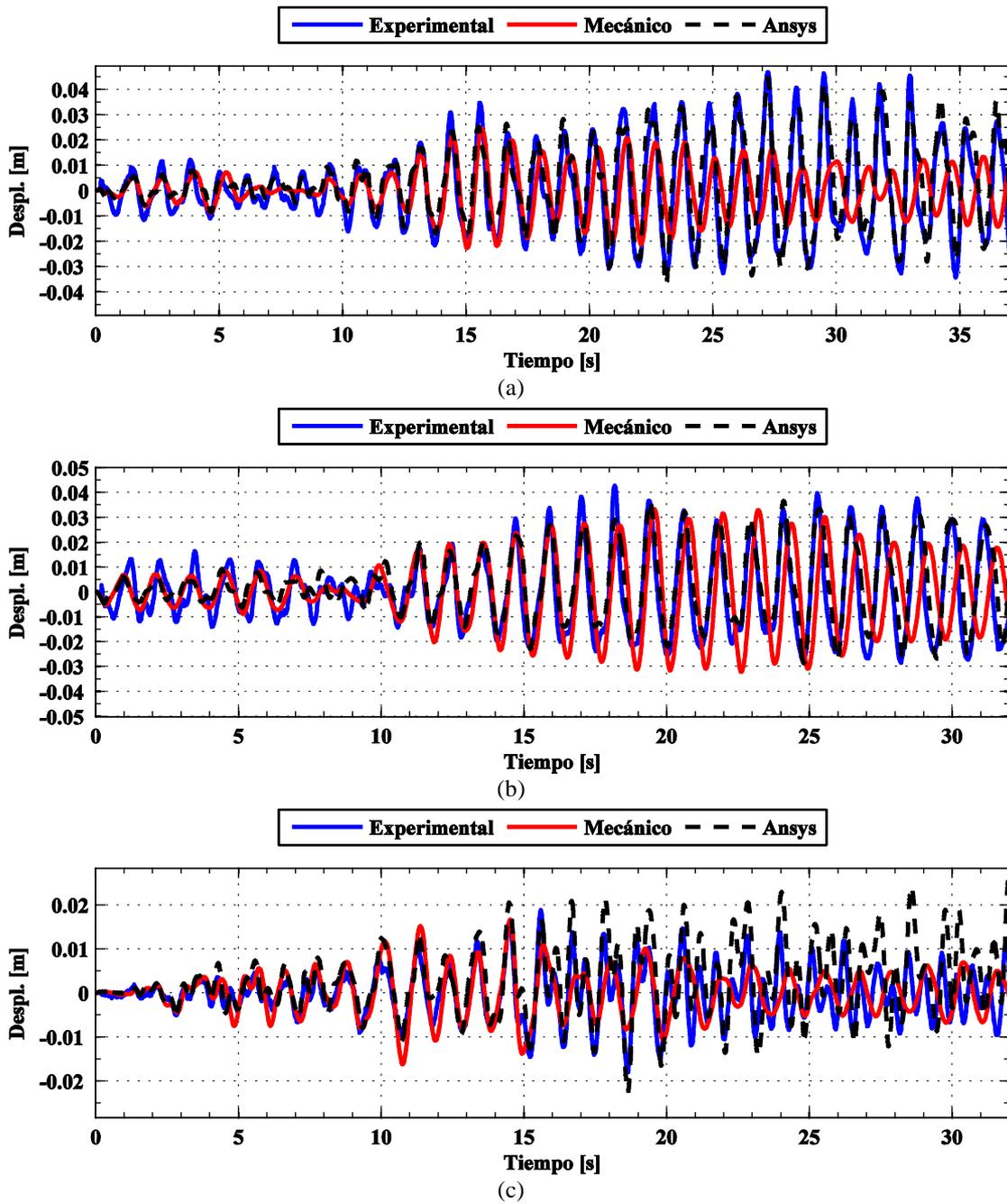


Figura 8: Desplazamiento de la superficie libre. Tanque RA,  $S_r = 0.5$ . (a) Sismo Caucete. (b) Sismo Lolleo. (c) Sismo Maipú.

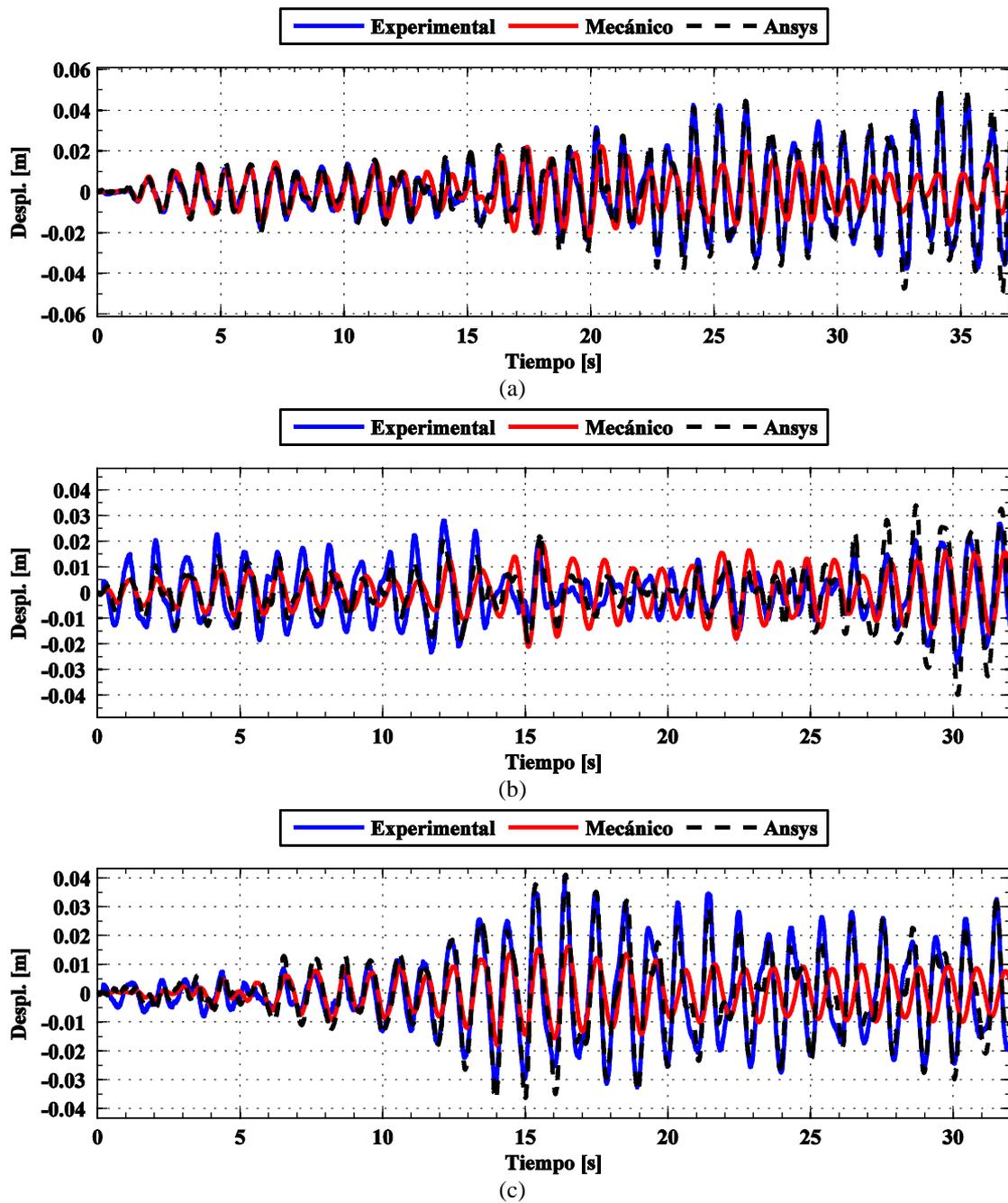


Figura 9: Desplazamiento de la superficie libre. Tanque RB,  $S_r = 1.0$ . (a) Sismo Caucete. (b) Sismo Lolleo. (c) Sismo Maipú.

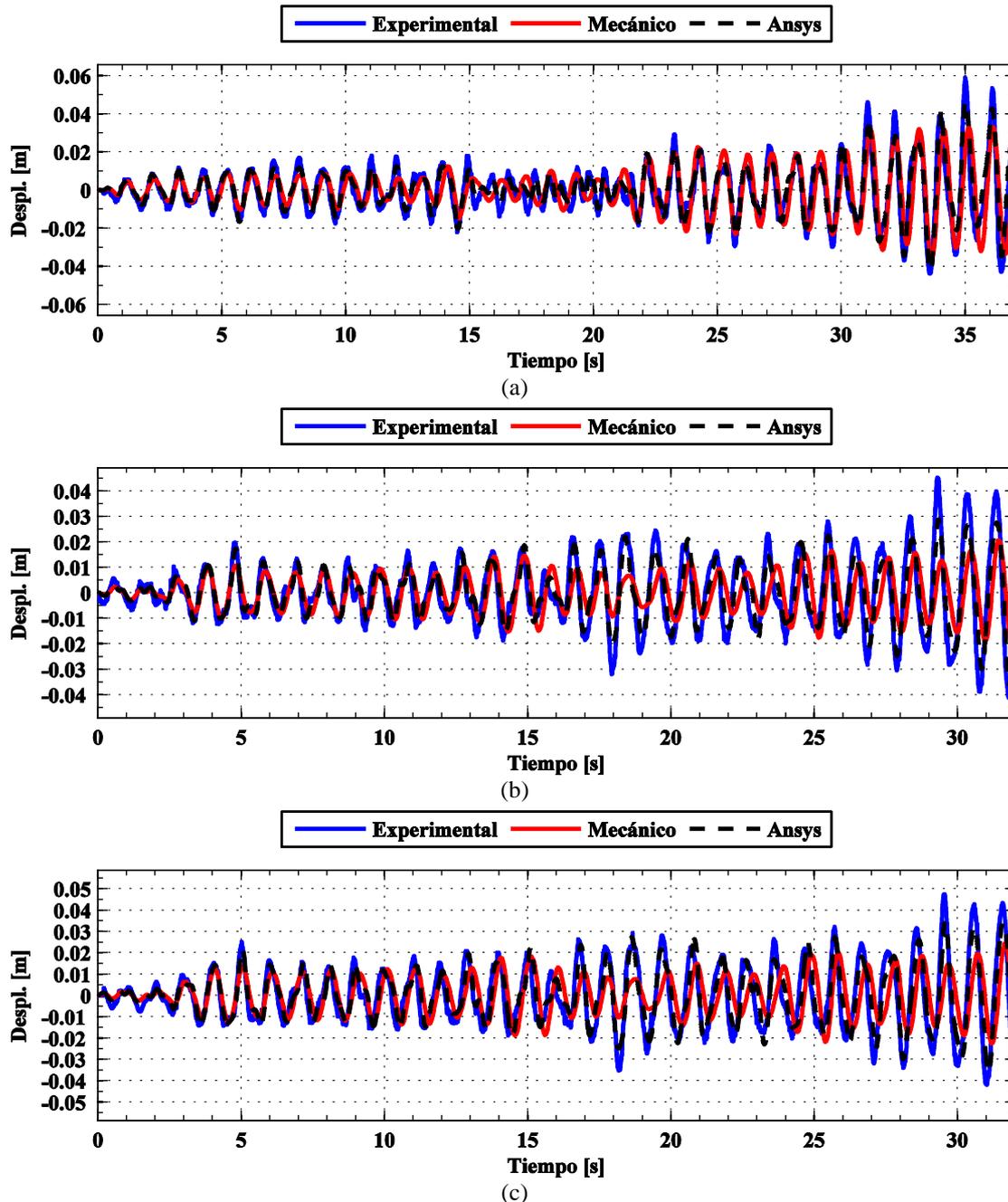


Figura 10: Desplazamiento de la superficie libre. Tanque RC,  $S_r=1.5$ . (a) Sismo Cauçete. (b) Sismo Llolleo. (c) Sismo Maipú.

Como se puede observar cualitativamente, en la mayoría de los casos el modelo mecánico equivalente subestima la respuesta, al compararla con la medición experimental. Se observa también que el modelo numérico (MEF) presenta una buena correlación con los resultados experimentales.

De esta manera, en el apartado siguiente, la respuesta obtenida con el modelo de elementos finitos para tanques rectangulares servirá, como parámetro de referencia al evaluar la calidad de la respuesta en términos de esfuerzos.

## 8.2 Corte en la base del tanque

En esta sección se compara la respuesta del corte basal a lo largo del tiempo obtenida con ambos modelos numéricos. El corte en la base para el modelo mecánico equivalente se obtiene combinando los efectos del modo impulsivo y del modo convectivo.

En las Figuras 11, 12 y 13 se muestra el esfuerzo de corte ocurrido en la base del tanque durante los registros considerados para las relaciones de aspecto de 0.5, 1.0 y 1.5, respectivamente.

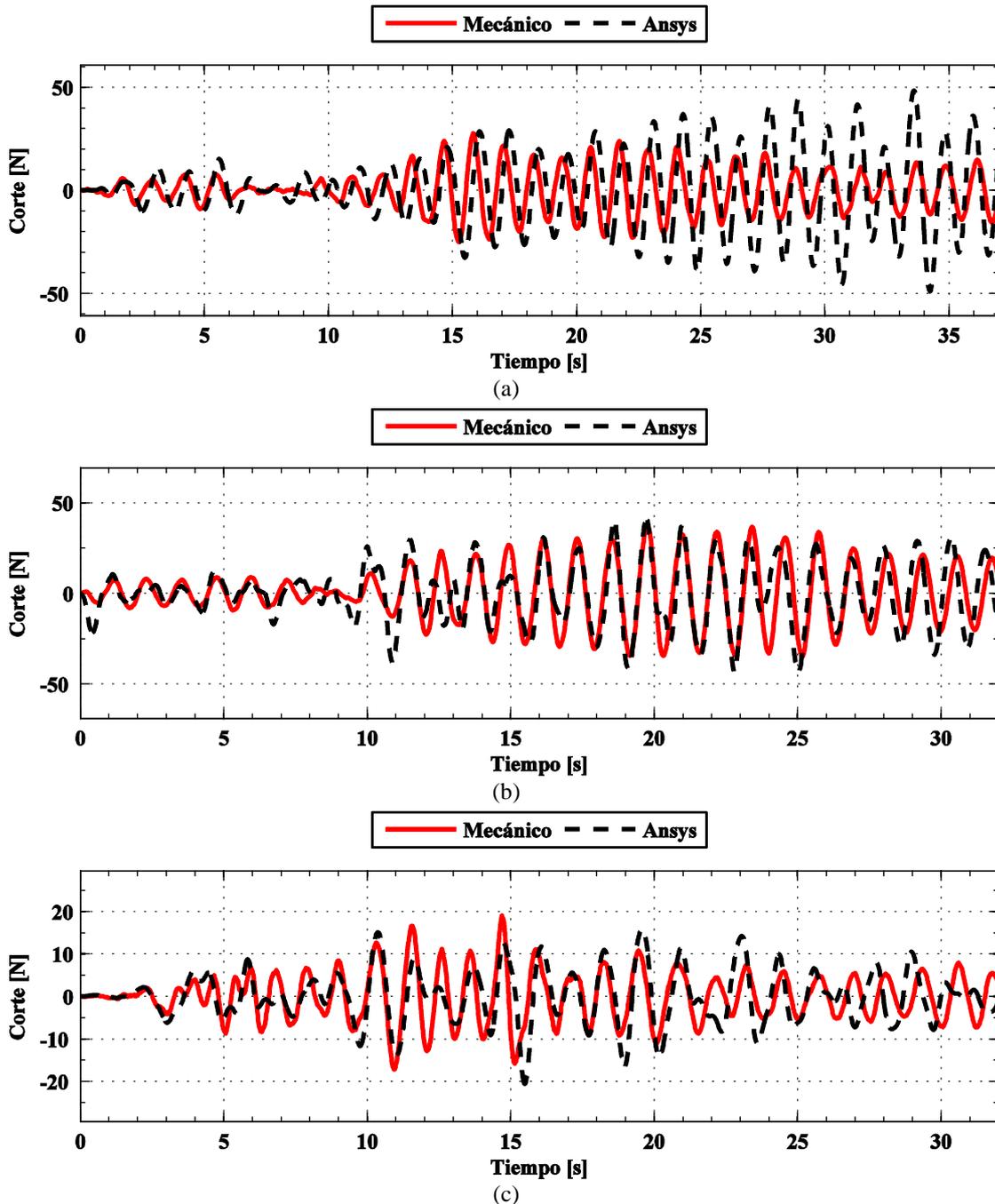


Figura 11: Corte basal. Tanque RA,  $S_r=0.5$ . (a) Sismo Cauçete. (b) Sismo Llolleo. (c) Sismo Maipú.

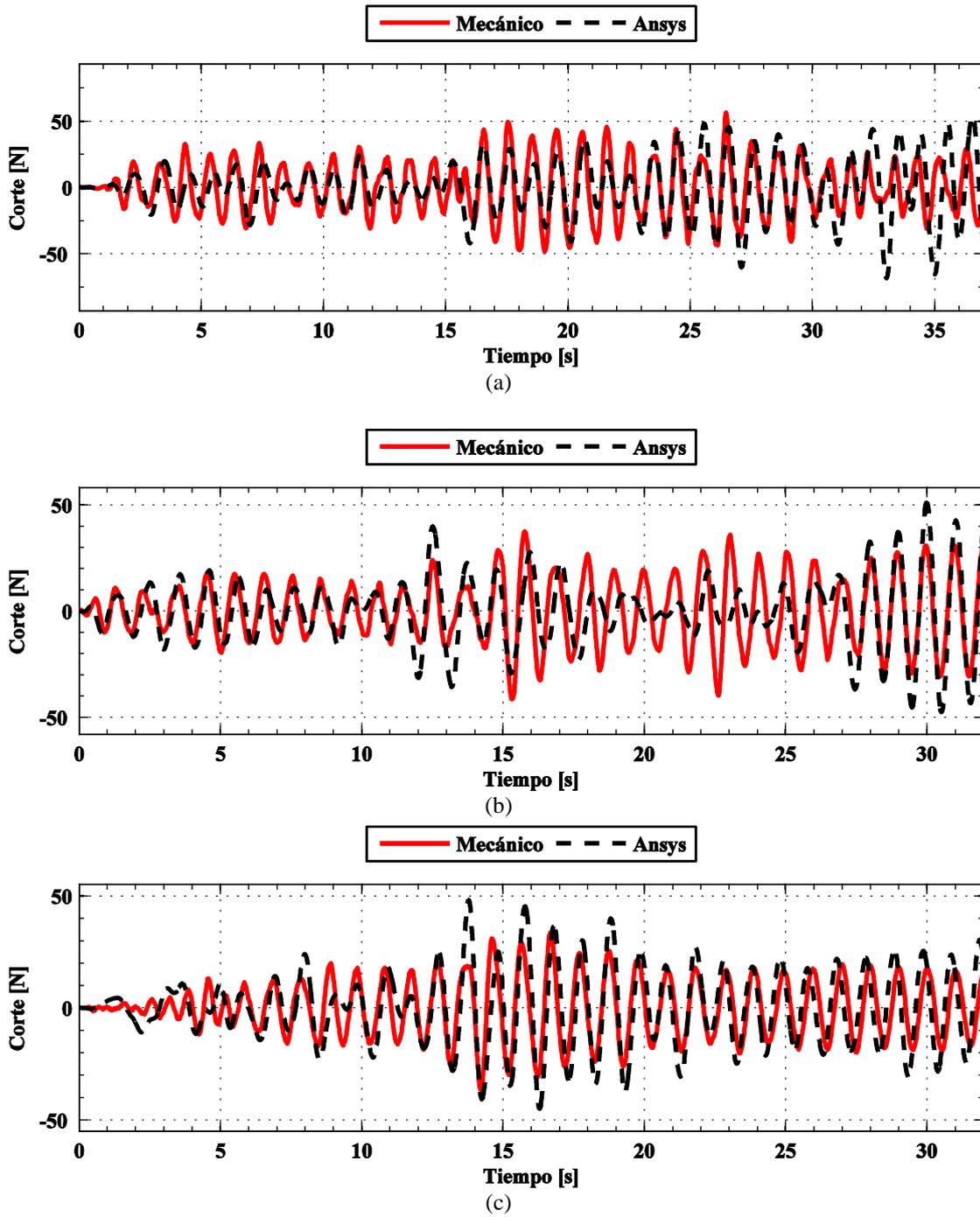


Figura 12: Corte basal. Tanque RB,  $S_T=1.0$ . (a) Sismo Caucete. (b) Sismo Llolleo. (c) Sismo Maipú.

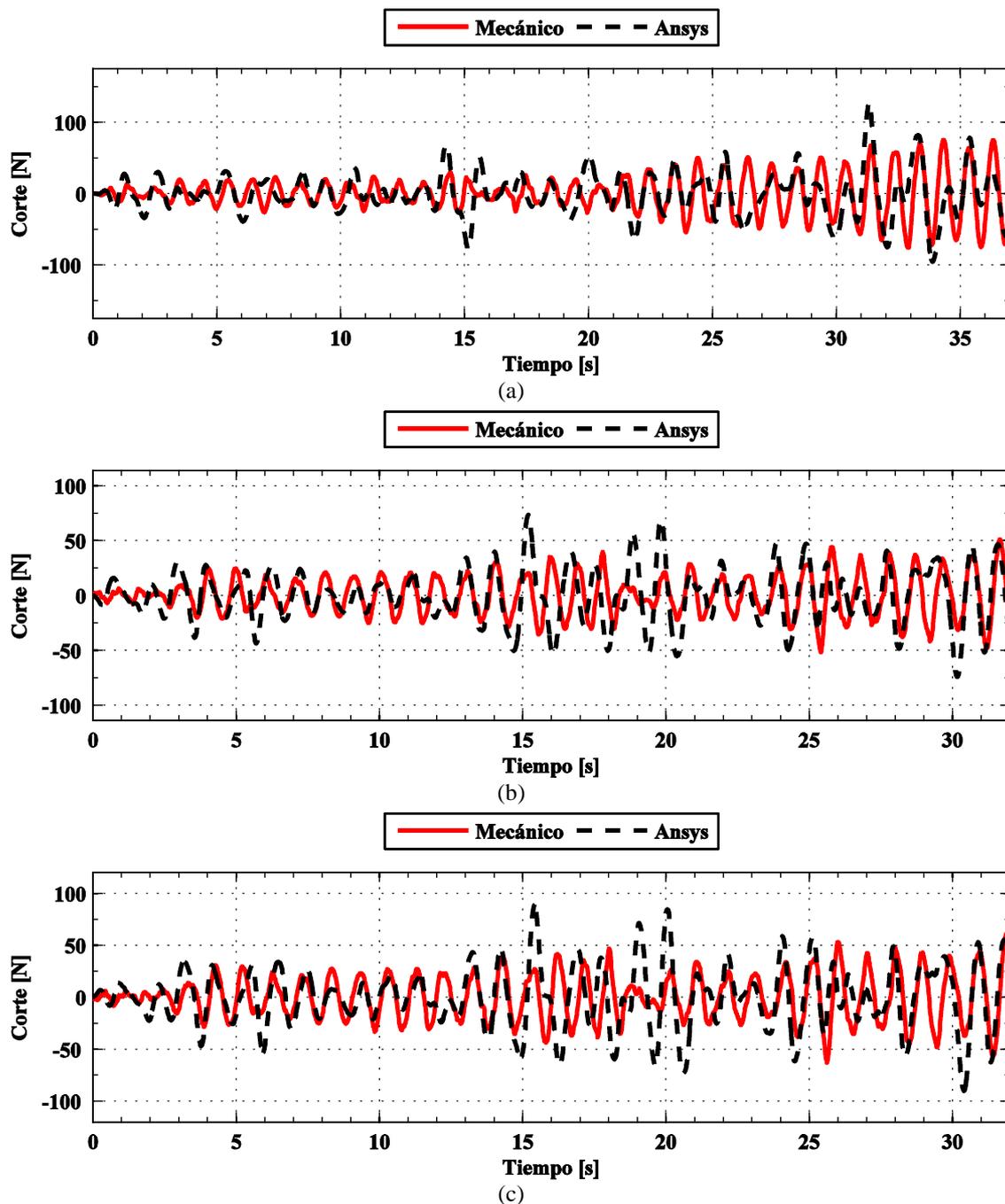


Figura 13: Corte basal. Tanque RC,  $S_r=1.5$ . (a) Sismo Caucete. (b) Sismo Llolleo. (c) Sismo Maipú.

Se observa una baja correlación entre ambos modelos especialmente en los valores máximos con diferencias del orden de 70%. En general se puede concluir que el MME subestima el corte en la base respecto al MEF.

## 9 CONCLUSIONES

El objetivo principal de este trabajo es evaluar el comportamiento dinámico de tanques rectangulares bajo excitación sísmica. Un segundo objetivo busca evaluar el grado de precisión que se logra con diferentes modelos que han sido desarrollados para análisis y diseño de los mismos. El trabajo se basa en el análisis comparativo de la respuesta dinámica, de tanques rectangulares con diferentes relaciones de esbeltez sometido a un grupo de excitaciones sísmicas reales. Los tanques analizados han sido estudiados en forma

experimental, y a través de dos modelos numéricos, el modelo mecánico simplificado, propuesto por Housner (1963), y un modelo numérico más complejo, implementado en un programa de elementos finitos (ANSYS).

De la comparación de la respuesta dinámica obtenida mediante los modelos numéricos con los resultados experimentales en tanques rectangulares, se puede observar que:

- Los resultados del análisis modal, mostraron que la frecuencia del primer modo del sistema obtenida en forma experimental, con el modelo mecánico equivalente, y a través del método de elementos finitos, presenta una diferencia máxima del 1%. Es decir que existe una buena correlación entre los modelos considerados.
- En términos de desplazamientos de la superficie libre del líquido, puede observarse que con el modelo mecánico se obtuvieron desplazamientos verticales ampliamente inferiores a los obtenidos experimentalmente mientras que con el modelo de EF la correlación es ampliamente satisfactoria.
- Del análisis del esfuerzo de corte en la base surge que el modelo mecánico equivalente propuesto por Housner (1963) subestima al obtenido con el MEF.

De esta manera, se puede concluir que al usar el modelo mecánico simplificado propuesto por Housner (1963) para el análisis dinámico de tanques rectangulares se debe tomar mucho cuidado.

## 10 AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el soporte económico de CONICET y Universidad Nacional de Cuyo.

## REFERENCIAS

- Anslys 13.0. User's Manual. ANSYS Inc. PA., USA.
- Chang James I. and Cheng-Chung Lin. A study of storage tank accidents, *Journal of Loss Prevention in the process industries Industries*, 19 : 51–59. 2006
- Chen, J. Z. and Kianoush, M. R. Seismic Response of Concrete Rectangular Tanks for Liquid Containing Structures. *Canadian Journal of Civil Engineering* 32, 739-752. 2005.
- Chen, J. Z., Kianoush, M. R. Generalized SDOF system for seismic analysis of concrete rectangular liquid storage tanks. *Engineering Structures*. 31(10):2426-2435. 2009.
- Cooper, T. W., y Wachholz, T. P., Performance of Petroleum Storage Tanks During Earthquakes. *ASCE*. California. 2003.
- Doğangün, A., Durmus, A., Ayvaz, Y.. Earthquake Analysis of Flexible Rectangular Tanks by Using the Lagrangian Fluid Finite Element, *Eur. J. Mech, A/Solids*. 16:165-82. 1997.
- Goudarzi, M. A. AND Sabbagh-Yazdi, S.R.. Investigation of nonlinear sloshing effects in seismically excited tanks. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*.43: 355–365. 2012.
- Graham, E.W. and Rodriguez, A.M., Characteristics of fuel motion which affect airplane dynamics, *J. Appl. Mech.*, 19:381-388, 1952.
- Haroun, M. A. Stress Analysis of Rectangular Walls under Seismically Induced Hydrodynamic Loads. *Bulletin of the Seismological Society of America*. 74:3, 1031–1041. 1984.
- Hashemi, S., Saadatpour, M. M., Kianoush, M. R.. Dynamic analysis of flexible rectangular fluid containers subjected to horizontal ground motion. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*. Published online in Wiley Online Library (wileyonlinelibrary.com). DOI: 10.1002/eqe.2291. 2013.
- Housner, G. W., Earthquake Pressures on Fluid Containers, *Eighth Technical Report under Office of Naval Research*, Project Designation No. 081- 095, California Institute of Technology, Pasadena, California, 1954.
- Housner, G. W., Dynamic Pressures on Accelerated Fluid Containers. *Bulletin of the*

- Seismological Society of America*, Vol. 47, No. 1, pp. 15-35, 1957.
- Housner, G. W. The dynamic behavior of water tanks. *Bulletin of the Seismological Society of America*. 53: 381–387. 1963.
- Kianoush, M.R., Chen, J.Z. Effect of vertical acceleration on response of concrete rectangular liquid storage tanks. *Engineering Structures*, 28, 704–715. 2006.
- Knoy CE. Performance of elevated tanks during recent California seismic events. *AWWA Annual Conference & Exhibition*, 1995.
- Lamb, H. A..Treatise on the Mathematical Theory of the Motion of Fluids. Cambridge,UK: Cambridge Univ. 1879.
- Livaoğlu R.. Investigation of seismic behavior of fluid–rectangular tank–soil–foundation systems in frequency domain. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 28:132–146. 2008.
- Luft, R. W. Vertical accelerations in prestressed concrete tank. *J. Struct. Engrg.*, ASCE, 110(4):706-714. 1984.
- Malhotra, P. K., "Seismic Design of Liquid Storage Tanks", *American Society of Civil Engineers*,2006.
- Sezen, H., Livaoglu, R., & Dogangun, A. Dynamic analysis and seismic performance evaluation of above-ground liquid-containing tanks. *Engineering Structures*. 30(3):794-803. 2008.
- Steinbrugge KV, Flores RA. The Chilean earthquakes of May 1960: A structural engineering viewpoint. *Bull Seism of America*;53(2):225–307.1963
- U.S. Army corps of Engineers. Shore Protection Manual 4th ed., U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, U.S. Government Printing Office, 1.088 p., Washington, DC. 1984.
- Westergaard, H. M.. Water Pressures on Dams During Earthquake. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*. 98:418-433. 1933.
- Yazici, G. and Cili, F. , Evaluation of the liquid storage tank failures in 1999 the Kocaeli earthquake. *World Conference on Earthquake Engineering Beijing*, China October 12-17, 2008.
- Zienkiewicz, O. C. El método de los elementos finitos. Ed. Reverté. Barcelona. 1980.