

## ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DINÁMICA ANTE IMPERFECCIONES DE UNA ESTRUCTURA METÁLICA

Rodrigo J. Contreras<sup>a</sup> y Adriana Pernich<sup>a</sup>

<sup>a</sup>*Departamento Ingeniería Civil, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Comahue, Buenos Aires 1400, Neuquén, Argentina, rodrigojoaquincontreras@gmail.com*

*Departamento Ingeniería Civil, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Comahue, Buenos Aires 1400, 8300 Neuquén, Argentina, apernich@gmail.com, <http://www.uncoma.edu.ar>*

**Palabras Clave:** Vibración libre, Frecuencias naturales, Formulación numérica, Sensibilidad, Modelos perfectos e imperfectos.

**Resumen.** En este trabajo se presenta una metodología de análisis cuyo objetivo es determinar si sería posible establecer si la estructura en estudio ha sufrido algún tipo de imperfección durante su utilización. Para ello se simula el comportamiento dinámico de la estructura en estado perfecto y en estados imperfectos, utilizando una formulación con elementos finitos. El análisis de su comportamiento en vibración libre es lo que permite determinar la sensibilidad de las frecuencias naturales de la estructura cuando es afectada por diferentes tipos de defectos. Con la metodología se busca tener una herramienta para poder detectar, mediante la medición de frecuencias a través un ensayo dinámico no destructivo, la presencia de imperfecciones de modo anticipado. Esto permitiría evitar inconvenientes, y determinar la necesidad de mantenimiento y/o reparación evitando riesgos y minimizando costos.

## 1 INTRODUCCIÓN

Industrias como la del petróleo y la construcción someten a sus estructuras metálicas a ciclos de montaje, uso, desmontaje y transporte. Durante estos ciclos las estructuras no están libres de sufrir algún tipo de daño. La magnitud de ese daño repercute directamente en su capacidad resistente. Cuando el daño es cuantificable a simple vista, una actitud responsable indicaría muchas veces sacar de servicio a la estructura en cuestión. Pero qué pasa cuando el daño no se puede ver a simple vista. ¿Cambia el comportamiento de la estructura bajo las nuevas condiciones? Una primera aproximación a este estudio fue realizada por Prato y colaboradores (*Prato, A.M. et al, 2005*).

En este trabajo se plantea y desarrolla una metodología de análisis que permitiría conocer si la estructura en estudio ha sufrido algún tipo de imperfección. Para ello se estudiará la sensibilidad de los parámetros dinámicos del sistema frente a daños.

Se propone analizar y cuantificar la sensibilidad de las frecuencias naturales de una estructura metálica frente a cierto tipo de imperfecciones geométricas factibles de aparecer en sus elementos componentes.

Para el desarrollo fue necesario generar un gran volumen de información del cual se tomaron las observaciones y conclusiones. Para ello se propuso trabajar con modelos numéricos a los que se sometió a diferentes condiciones de imperfección asumiendo un comportamiento elástico lineal del material. El software utilizado fue el programa de elementos finitos para propósitos generales Abaqus.

El desarrollo del trabajo comenzó con el estudio de la sensibilidad de las frecuencias naturales de una viga esbelta frente a imperfecciones geométricas. Para esto, se generó un modelo numérico de una viga en estado perfecto el cual debía mostrar una respuesta en vibración libre que se ajuste a la respuesta provista por la teoría de vigas de Euler-Bernoulli. Luego se incorporaron las imperfecciones geométricas, previamente definidas, al modelo de viga perfecto y se estudió su efecto sobre las frecuencias naturales de la viga. Alcanzado el análisis de la viga, se continuó con el estudio de sensibilidad de una torre. Para ello se generó un modelo de la torre en estado perfecto y se aplicó a alguna de sus barras una imperfección geométrica. Luego se analizó el corrimiento de las frecuencias naturales de la torre respecto del modelo numérico perfecto.

## 2 VIBRACIONES POR FLEXIÓN

### 2.1 Introducción

Al tratarse de un estudio sobre estructuras metálicas de barras, las ecuaciones de movimiento que gobiernan el comportamiento dinámico de los elementos en estudio, se restringen a las dadas por las teorías de vigas de Euler-Bernoulli y de placas de Kirchhoff.

El planteo de ambas teorías es necesario dado que se modelaron vigas con imperfecciones globales utilizando la formulación con elementos de viga, y vigas con imperfecciones locales/puntuales a través de la formulación con elementos de placa.

### 2.2 Teoría de vigas de Euler-Bernoulli y ecuación de movimiento.

Para el análisis se considera un sistema de coordenadas en el cual el eje X es tangente al eje baricéntrico de la viga, y los ejes Y y Z coinciden con los ejes principales de inercia como se esquematiza en la [Figura 1](#).

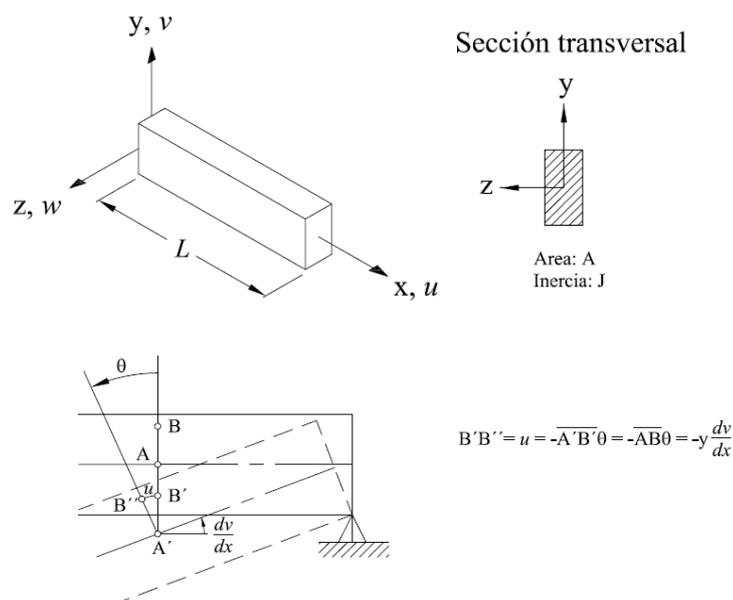


Figura 1: Viga convencional de Euler-Bernoulli.

Las hipótesis de la teoría de vigas utilizada, son las correspondientes a la teoría de Euler-Bernoulli. La ecuación analítica de movimiento con esta teoría, surge de considerar una viga de eje rectilíneo, de sección constante, que vibra en un plano que contiene uno de los ejes principales de inercia de la sección (Belluzzi, 1970). La expresión tiene la forma:

$$EJ \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

donde:

$x$ : Eje longitudinal baricéntrico de la viga.

$t$ : Tiempo.

$v(x,t)$ : Línea elástica en cada sección y en cada instante.

$E$ : Módulo de Young.

$J$ : Momento de inercia.

$m$ : Masa por unidad de longitud.

La ecuación diferencial parcial de cuarto orden (1) se denomina ecuación diferencial de movimiento en vibración libre. La ecuación es aproximada dado que solo se han considerado las deformaciones por flexión. Además no incluye los efectos de flexión debidos a la presencia de fuerzas axiales.

### 2.3 Teoría de placas de Kirchhoff y ecuación de movimiento.

Se define como placa al sólido paralelepípedo en el que una de sus dimensiones (espesor) es mucho más pequeña que las otras dos, Figura 2.

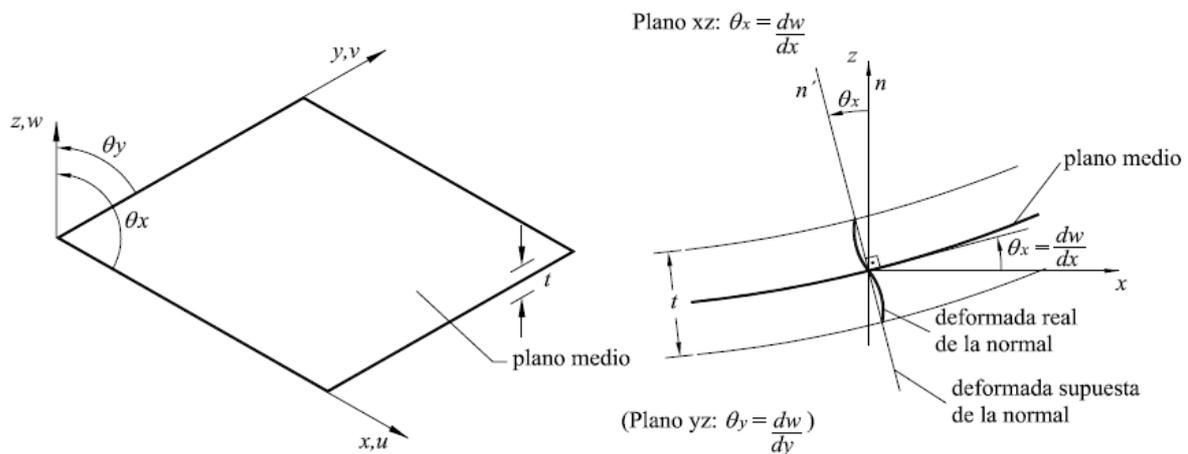


Figura 2: Definición geométrica de una placa.

Las hipótesis de la teoría de placas utilizada, son las correspondientes a la teoría de Kirchhoff. La ecuación analítica de movimiento para un elemento de este tipo se deduce de considerar una placa plana vibrando en un plano perpendicular al eje  $z$  (Oñate E., 1992). La expresión tiene la forma:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{\bar{m}}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad \text{con} \quad D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} \quad (2)$$

donde:

$x, y$ : Ejes longitudinales y baricéntricos de la placa.

$t$ : Tiempo.

$w(x,y,t)$ : Superficie elástica en cada sección y en cada instante.

$m$ : Masa por unidad de longitud.

$D$ : Rigidez de la placa.

$E$ : Módulo de Young.

$h^3$ : cubo del espesor de la placa.

$\mu$ : Módulo de Poisson.

La ecuación (2) es la ecuación diferencial del movimiento en vibración libre para placas. Igual que para el caso de vigas, la ecuación (2) es aproximada dado que solo considera deformaciones por flexión. Además no incluye los efectos de flexión debidos a la presencia de fuerzas axiales.

### 3 MODELO NUMÉRICO DE LA VIGA

#### 3.1 Modelo numérico de la viga.

El cálculo considera una viga tridimensional deformable simplemente apoyada en sus extremos. Dado que el análisis se realiza bajo las hipótesis de Euler-Bernoulli (viga esbelta), se debe verificar la relación dada por la expresión (3) con la cual se define la longitud de la viga a utilizar una vez adoptada la sección.

$$\frac{\text{Longitud de la viga}}{\text{Mayor dimensión de la sección}} \geq 15 \quad (3)$$

Para el análisis se seleccionó el perfil IPE100. La Tabla 1 y Tabla 2 indican las dimensiones y propiedades de la sección. Las propiedades del material se presentan en la

Tabla 3:

Dimensiones de la Sección	
Altura [cm]	10
Ancho de alas [cm]	5,5
Espesor de alma [cm]	0,41
Espesor de alas [cm]	0,57

Tabla 1: Dimensiones de la sección del perfil IPE100.

Propiedades de la Sección	
A [cm <sup>2</sup> ]	9,90
Jx [cm <sup>4</sup> ]	162,85
Jy [cm <sup>4</sup> ]	15,81
Wx [cm <sup>3</sup> ]	32,57
Wy [cm <sup>3</sup> ]	5,75
L [m]	1,50

Tabla 2: Propiedades geométricas de la viga.

Propiedades del Material	
E [N/m <sup>2</sup> ]	2,05E+11
G [N/m <sup>2</sup> ]	7,88E+10
$\mu$	0,3
$\rho$ [Kg/m <sup>3</sup> ]	7850
m [kg/m]	7,77

Tabla 3: Propiedades mecánicas del material (acero).

### 3.2 Modelo con elementos viga (Beam).

Como se indicó en la sección 2.2, la solución de la ecuación (1) describe la respuesta dinámica de la viga. Con el programa Abaqus, a través de la formulación con elementos finitos, se logró resolver e interpretar los resultados.

La malla utilizada consta de 30 elementos y 61 nodos. El tipo de elemento utilizado es el correspondiente a la teoría de Euler-Bernoulli, denominado B33 y perteneciente a la librería de elementos de Abaqus/Standard.

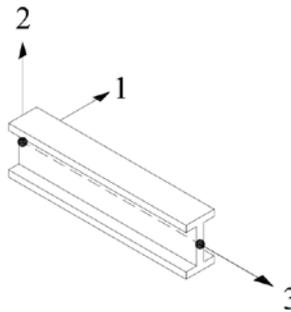


Figura 3: Esquema del elemento BEAM.

Las condiciones de vínculo corresponden al esquema simplemente apoyado. El modelo de apoyos es del tipo desplazamiento/rotación mecánica.

### 3.3 Incorporación de un defecto global utilizando elementos B33.

Se consideró defecto global a aquel que afecta a todo el eje de la viga.

En este caso se modelaron defectos posibles de aparecer durante la vida en servicio de la torre. Para ello se utilizó la forma del primer modo de vibración, dada por la función  $\sin(\pi x/L_g)$ . Por lo tanto las diferentes configuraciones imperfectas variaron según la amplitud de la semi-onda dada por la ecuación (4).

$$\text{Deformación del eje de la viga} = A_{(\text{espesor})} \operatorname{sen} \left( \frac{\pi \cdot x}{L_g} \right) \quad (4)$$

siendo  $A_{(\text{espesor})}$  la amplitud y  $L_g$  la longitud total de la viga. A su vez, la amplitud se definió como una fracción del mayor espesor del perfil ( $e=0,0057$  m). Las amplitudes utilizadas son las que se presentan en la [Tabla 4](#):

Defecto	Amplitud - A [m]	
Modelo 1	$e/3$	0,0019
Modelo 2	$e$	0,0057
Modelo 3	$2e$	0,0114
Modelo 4	$3e$	0,0171
Modelo 5	$4e$	0,0228

Tabla 4: Valores de la amplitud de la imperfección y denominación.

Los sentidos de deformación se adoptaron coincidentes con los ejes principales de inercia.

En la [Figura 4](#) se muestra la forma del defecto correspondiente al Modelo 3 con la imperfección contenida en el plano 2-3 asociada a  $J_{\text{máx}}$ . En la [Figura 5](#) la imperfección está contenida en el plano 1-3 asociada a  $J_{\text{mín}}$ .



Figura 4: Perfil deformado en el plano 2-3 asociado a  $J_{\text{máx}}$  (Modelo 3).



Figura 5: Perfil deformado en el plano 1-3 asociado a  $J_{\text{mín}}$  (Modelo 3).

### 3.4 Modelo con elementos lámina (Shell).

Como se indicó en la sección 2.3, la solución de la ecuación (2) es la que describe la respuesta dinámica de láminas. Utilizando el software Abaqus se logró resolver e interpretar los datos de salida.

Aquí también la precisión de los datos depende del tamaño de malla y tipo de elemento. En este caso la densidad de elementos se ve restringida por ([Hibbit, Karlson & Sorensen, Inc. 1998](#)):

- Relación entre lados. Establece la forma rectangular límite que puede tomar el elemento, dado por:

$$\frac{l_x}{l_y} \text{ ó } \frac{l_y}{l_x} \leq 1,25 \quad (5)$$

y el tipo de elemento por

- Relación lado-espesor: Establece el espesor máximo permitido para utilizar elementos

shell de cáscara delgada. Esta dado por:

$$\text{espesor} \leq \frac{l_c}{15} \quad (6)$$

siendo  $l_c$  la longitud característica, que para el propósito de un análisis dinámico se define como la longitud de onda de un modo natural significativo de la placa.

Las condiciones anteriores conducen al planteo de una malla de 480 elementos y 1577 nodos, distribuidos de la siguiente manera:

- Alas: cada una consta de una faja de 2 x 60 elementos a lo largo de la viga, siendo el tamaño de cada elemento 2,75cm x 2,50cm,
- Alma: consta de una faja de 4 x 60 elementos a lo largo de la viga, siendo el tamaño de cada elemento 2,50cm x 2,50cm.

Al verificarse la relación (6), el tipo de elemento utilizado es el que corresponde a la teoría de Kirchhoff, de cáscaras delgadas, denominado S8R5, perteneciente a la librería de elementos de Abaqus/Standard.

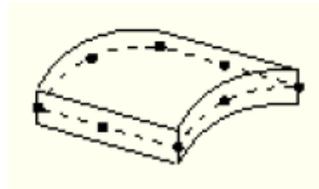


Figura 6: Esquema del elemento SHELL.

Las condiciones de vínculo corresponden al esquema simplemente apoyado. Los apoyos son del tipo desplazamiento/rotación mecánico. La Figura 7 muestra el esquema de las condiciones de vínculo utilizado para equiparar un apoyo doble de una viga. Por su parte, la Figura 8 muestra el esquema de vínculos utilizado para simular un apoyo simple.

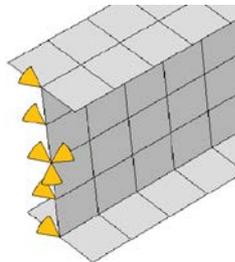


Figura 7: Esquema de apoyo doble.

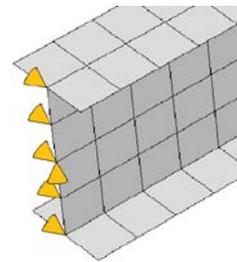


Figura 8: Esquema de apoyo simple.

### 3.5 Incorporación de un defecto local utilizando elementos S8R5.

Se consideró que el defecto es local cuando la geometría corresponde a una abolladura de la mitad de una de las alas del perfil.

Se modelaron defectos posibles de aparecer durante la vida en servicio de la torre. Por lo cual se consideraron configuraciones como las resultantes de impactos locales.

El modelo de defecto seleccionado tiene las siguientes características:

- Variación senoidal en el borde del ala, paralela al eje longitudinal de la viga. Está dada por la expresión (7), (que tiene como referencia la posición indeformada de este borde).

$$P_{(\text{espesor})} \text{sen}(\pi.x/L_1) \quad (7)$$

siendo  $P_{(\text{espesor})}$ : la amplitud de la imperfección, en función del mayor espesor del perfil, y  $L_1$ : la longitud del defecto local.

- Variación lineal en las secciones transversales al eje mayor de la sección, desde la

unión ala-alma al borde del ala. Dada por la expresión (8).

$$\frac{h}{2} - \frac{P_{(\text{espesor})}}{b/2} x \quad (8)$$

siendo  $h$  la altura del perfil y  $b$  el ancho de ala.

La Figura 9 aclara el significado de los parámetros de las ecuaciones (7) y (8).

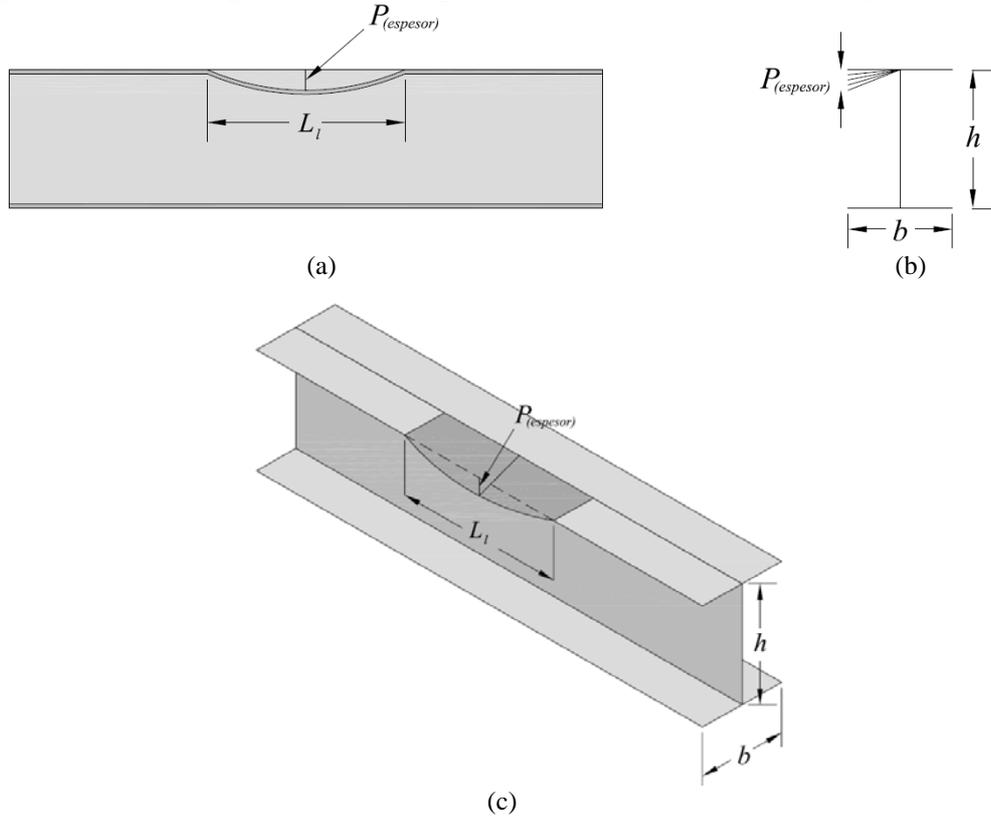


Figura 9: Parámetros del defecto local; a) vista lateral, b) vista frontal y c) vista isométrica.

La amplitud se definió como una fracción del mayor espesor del perfil ( $e=0,0057$  m). Para el análisis fijaron las amplitudes a considerar y se calcularon respectivamente las longitudes del defecto.

La Tabla 5 muestra los parámetros que definen los defectos de los cuatro modelos seleccionados:

Defecto	$P_{(\text{espesor})} - P$ [m]	$L_1$ [m]
Modelo A	$e/3$	0,00190
Modelo B	$1,5e$	0,00855
Modelo C	$2e$	0,01140
Modelo D	$3e$	0,01710

Tabla 5: Parámetros que definen los defectos locales considerados.

La Figura 10 muestra la geometría del defecto Modelo C de la Tabla 5, la cual comprende ocho elementos en el ala superior para su representación.

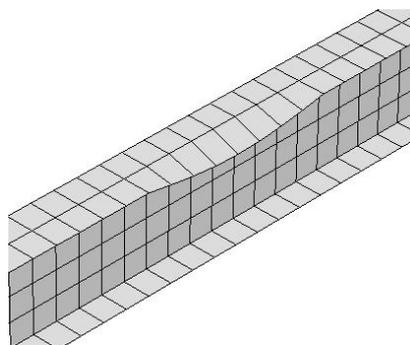


Figura 10: Geometría del defecto local. Modelo C.

Respecto a las posiciones que adoptan estos defectos a lo largo de la viga, solo se consideraron relevantes las posiciones centrales y cercanas a los extremos del vano. De esta forma las posiciones adoptadas son: en el centro  $L/2$  y a  $L/6$  desde uno de los extremos.

## 4 CRITERIO DE ANÁLISIS Y AJUSTE DE LOS MODELOS CON GEOMETRÍA PERFECTA

### 4.1 Criterio de análisis

Uno de los objetivos del análisis fue trabajar solo con las frecuencias que mayor injerencia tienen en la vibración libre de la viga. Para ello se utilizó el criterio de rigidez modal relativa.

Este criterio propone comparar la rigidez  $K_i$  del modo  $i$ -ésimo con la rigidez  $K_1$  del primer modo. Cuando la rigidez  $K_i$  del modo  $i$ -ésimo fue mayor a cien veces la rigidez  $K_1$  del primer modo, los modos superiores al modo  $i$ -ésimo quedaron descartados del análisis. El criterio queda planteado en la expresión (9).

$$\frac{K_{i\text{-ésimo modo}}}{K_{1\text{er modo}}} = \frac{\omega_{i\text{-ésimo modo}}^2 m_{i\text{-ésimo modo}}^*}{\omega_{1\text{er modo}}^2 m_{1\text{er modo}}^*} \geq 100 \quad (9)$$

El criterio redujo el análisis a las primeras cuatro frecuencias obtenidas en cada eje principal de inercia.

Definida la cantidad de frecuencias naturales FN de trabajo, se evaluó el ajuste del modelo perfecto al modelo teórico comparando las FN mediante el error relativo entre componentes análogas. La cantidad de cifras significativas utilizada es la misma que resulta del post-proceso del programa.

Notación utiliza:

FN\_Jmín: frecuencias naturales considerando el momento de inercia mínimo.

FN\_Jmáx: frecuencias naturales considerando el momento de inercia máximo.

### 4.2 Resultados del modelo con elementos B33.

Los resultados de salida del programa, del modelo con elementos viga de Euler-Bernoulli, incluían a los modos flexionales, axiales y torsionales. El análisis se restringió solo a los modos flexionales. Como se indicó en la sección 4.1, las frecuencias naturales a considerar fueron las primeras cuatro de cada dirección principal de inercia.

A su vez, para ajustar el modelo numérico fue necesario calcular las cuatro primeras frecuencias naturales dadas por el modelo teórico. La expresión utilizada para el cálculo se desprende de la solución de la ecuación (1) obtenida en la sección 2.2. La expresión utilizada:

$$FN_n = \frac{n^2 \pi}{2} \sqrt{\frac{EJ}{mL^4}} \tag{10}$$

donde el subíndice n indica el orden de las frecuencias naturales, tomando en este caso los valores 1, 2, 3 y 4. De la ecuación (10) se obtienen las FN\_Jmáx y FN\_Jmín utilizando  $J_{x\ máx}$  y  $J_{y\ mín}$  de la [Tabla 2](#). El resto de las variables se mantienen constantes.

Finalmente se compararon las FN obtenidas con el modelo numérico-B33 y teórico de Euler-Bernoulli mediante el error relativo ente ellas.

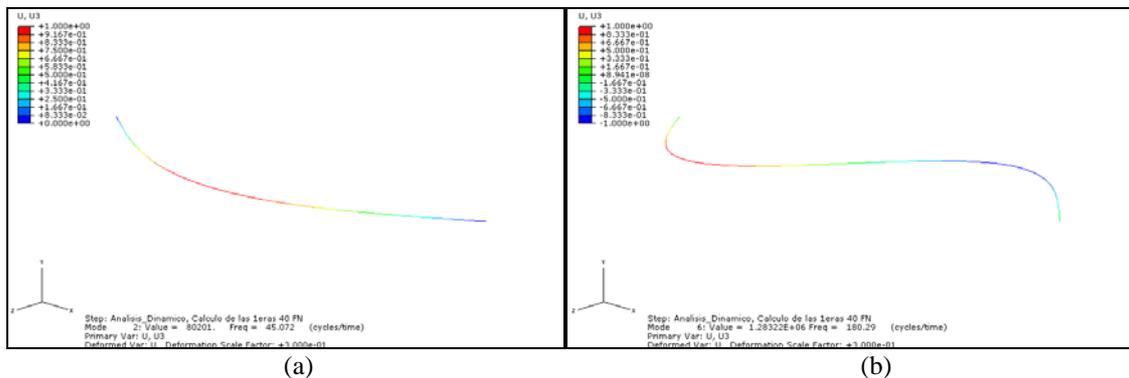
La [Tabla 6](#) muestra las FN obtenidas con la teoría de vigas de Euler-Bernoulli, las FN del modelo numérico utilizando elementos B33 y el error relativo entre ellas.

Modos	Teoría Euler-Bernoulli		Modelo Numérico-B33	Error Relativo
		FN [Hz]	FN [Hz]	[%]
FN Jmín	1	45,0723	45,0720	0,0007%
	2	180,2893	180,2900	0,0004%
	3	405,6510	405,6500	0,0002%
	4	721,1573	721,1700	0,0018%
FN Jmáx	1	144,6746	144,6700	0,0032%
	2	578,6986	578,7000	0,0002%
	3	1302,0718	1302,1000	0,0022%
	4	2314,7943	2314,8000	0,0002%

Tabla 6: Frecuencias naturales de la viga perfecta (elementos B33).

Se observa en la [Tabla 6](#) que la correlación no es exacta porque los valores de frecuencia obtenidos con los modelos numéricos utilizando elementos de viga B33 están afectados por un error debido a la cantidad de cálculos que se realizan en comparación con la evaluación de la ecuación (10).

En la [Figura 11](#) se muestran las formas de modo flexionales correspondientes a FN\_Jmín y en la [Figura 12](#) las formas de modo flexionales correspondientes FN\_Jmáx obtenidas del modelo numérico-B33. Los valores de desplazamiento no son relevantes para el análisis.



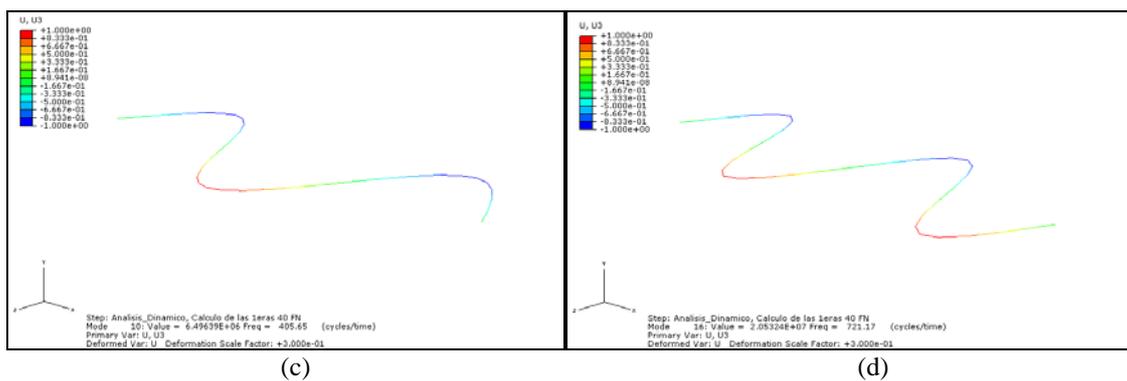


Figura 11: Formas de modo flexionales correspondientes a FN\_Jmín; a) primer modo, b) segundo modo, c) tercer modo y d) cuarto modo.

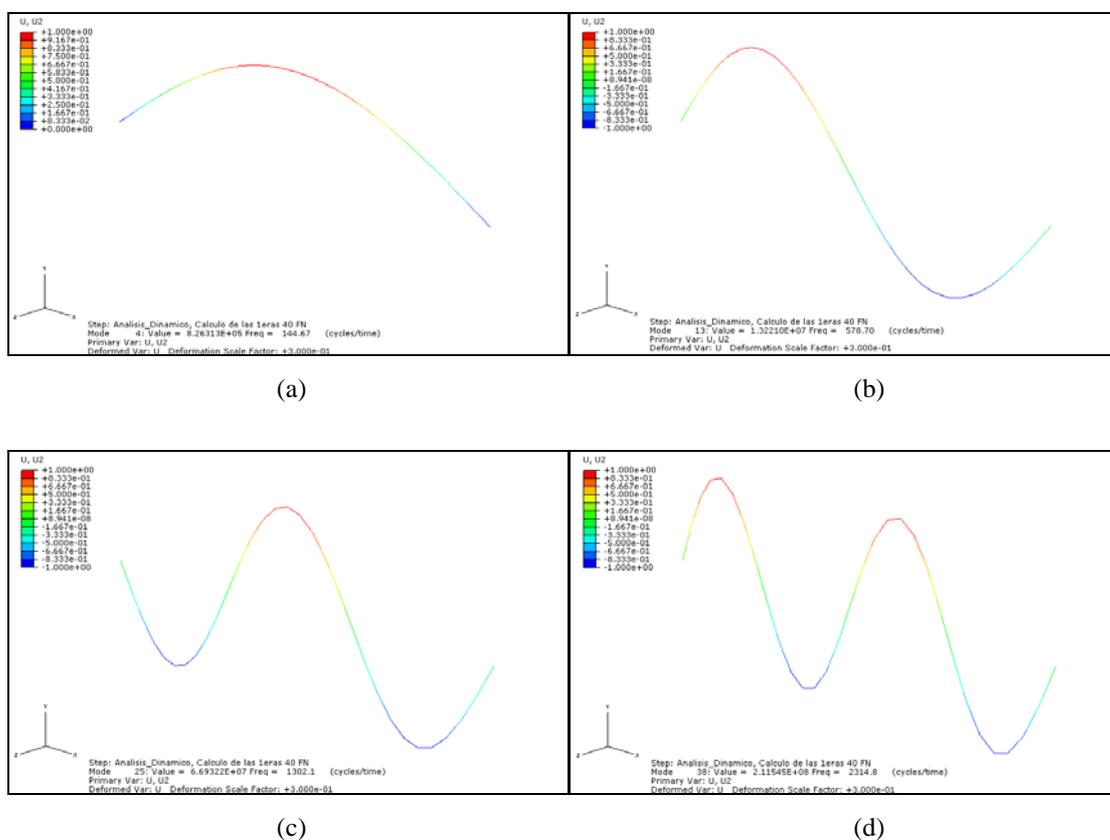


Figura 12: Formas de modo flexionales correspondientes a FN\_Jmáx; a) primer modo, b) segundo modo, c) tercer modo y d) cuarto modo.

### 4.3 Resultados del modelo con elementos S8R5.

Los resultados de salida del programa, del modelo con elementos placa de Kirchhoff incluyen los modos globales de la viga (flexionales, axiales y torsionales), y los modos locales de alas y alma. El análisis se restringió a los modos globales flexionales. Debido a las características del modelo, los modos superiores se presentaban combinados con vibraciones locales de alas y/o alma. La aparición de estas vibraciones locales quita rigidez a la viga introduciendo diferencias en el cálculo de las FN respecto del modelo teórico de Euler-Bernoulli que no las tiene en cuenta.

Las FN dadas por el modelo teórico utilizadas de referencia para comparar, se calcularon con la ecuación (10).

Las FN obtenidas con el modelo numérico-S8R5 y teórico de Euler-Bernoulli se compararon mediante el error relativo entre ellas.

La **Tabla 7** muestra las FN obtenidas con la teoría de vigas de Euler-Bernoulli, las FN seleccionadas del modelo numérico utilizando elementos S8R5 y el error relativo entre ellas.

Modos	Teoría Euler-Bernoulli		Modelo Numérico-S8R5	Error Relativo
		FN [Hz]	FN [Hz]	[%]
1		45,0723	45,0700	0,0052%
FN	2	180,2893	178,6000	0,9370%
Jmín	3	405,6510	391,8700	3,3973%
	4	721,1573	657,1900	8,8701%
1		144,6746	151,1100	4,4482%
FN	2	578,6986	549,4100	5,0611%
Jmáx	3	1302,0718	1086,6000	16,5484%
	4	2314,7943	1673,6000	27,6998%

Tabla 7: Frecuencias naturales de la viga perfecta (elementos S8R5).

Puede observarse en la **Tabla 7** el aumento del error relativo a medida que crece el orden de la FN analizada. Esto se debe a la combinación de los modos globales flexionales con vibraciones locales de alas y/o alma. El análisis se llevó adelante considerando estos errores.

En la **Figura 13** y **Figura 14** se muestran las formas de modo flexionales correspondientes a FN<sub>Jmín</sub> y FN<sub>Jmáx</sub> respectivamente obtenidas del modelo numérico-S8R5. Los valores de desplazamiento no son relevantes para el análisis.

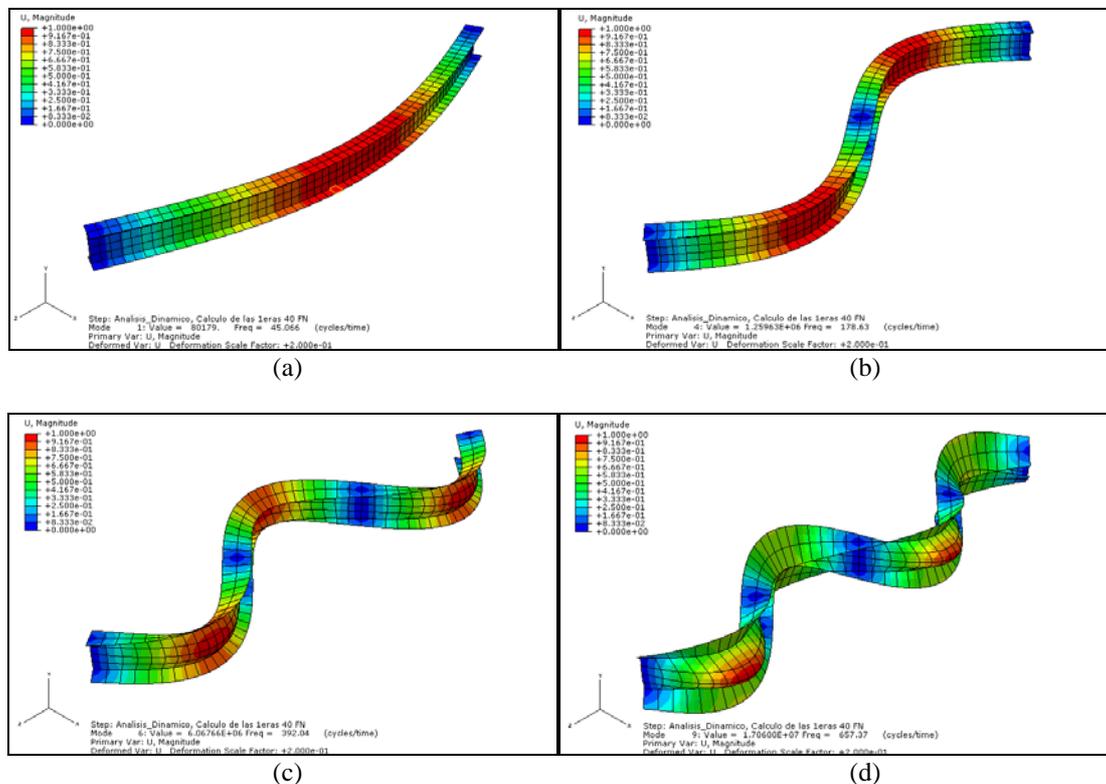


Figura 13: Formas de modo flexionales correspondientes a FN<sub>Jmín</sub>; a) primer modo, b) segundo modo, c) tercer modo y d) cuarto modo.

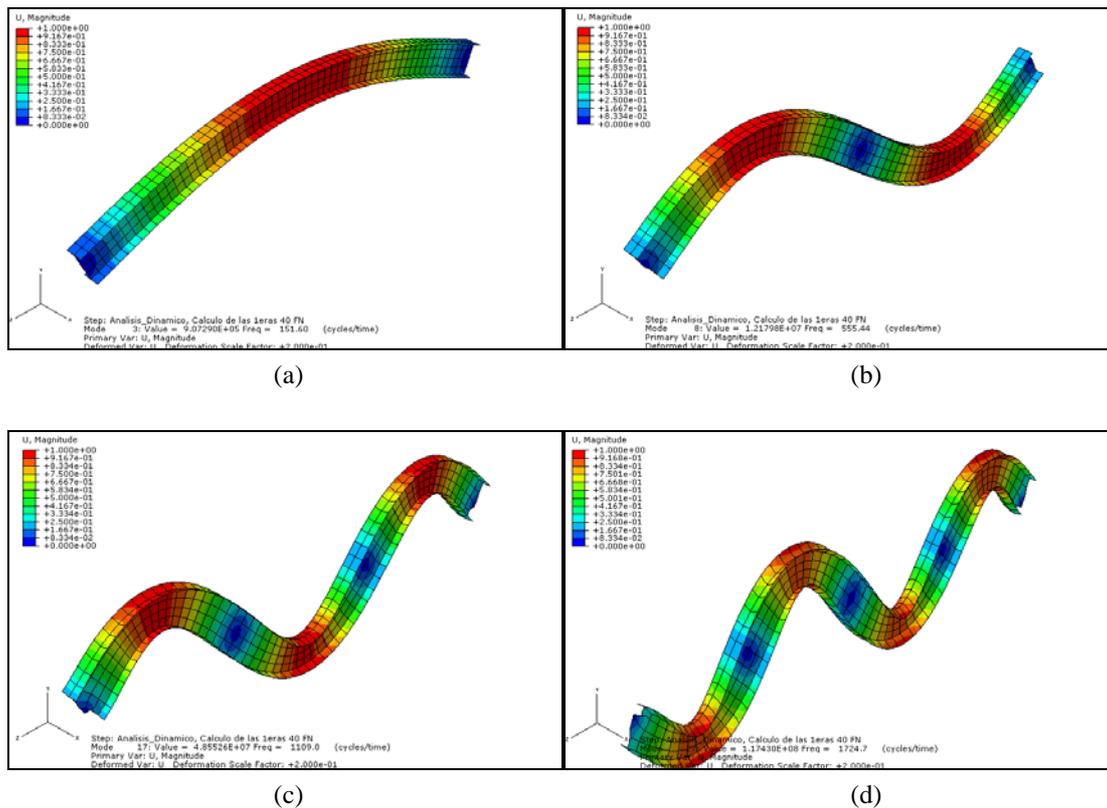


Figura 14: Formas de modo flexionales correspondientes a FN<sub>Jmáx</sub>; a) primer modo, b) segundo modo, c) tercer modo y d) cuarto modo.

## 5 CRITERIOS DE ANÁLISIS

### 5.1 Criterio energético – Verificación de la hipótesis de análisis.

Con el objetivo de reducir el análisis de sensibilidad al estudio de las primeras frecuencias naturales se propuso aplicar un criterio energético.

En general las primeras FN son las que tienen asociada las menores energías y por lo tanto son las más importantes en la respuesta dinámica. Considerando esto, la hipótesis plantea la posibilidad de trabajar solamente con la primer FN de cada sentido de vibración. Para ello fue necesario demostrar que la energía de la primer FN, en cada caso, es varias veces menor que la energía de la FN siguiente.

La expresión que determina la energía modal está dada por (Ray W. Clough, Joseph Penzien, 1995); (Hibbit, Karlson & Sorensen, Inc. 1998):

$$E_n = \frac{1}{2} m_n^* Y_n^2 \omega_n^2 \tag{11}$$

donde el subíndice n indica el orden del modo, m\* es la masa modal, Y es el factor de participación modal y ω es la frecuencia modal angular. Los factores de participación se obtienen como salida del modelo numérico. La mínima energía calculada de esta manera corresponde a la primer FN y tiene unidades de N.m = Joules.

La Tabla 8 muestra los valores de ω<sup>2</sup>, m\* e Y de las primeras cuatro frecuencias FN<sub>Jmín</sub> y FN<sub>Jmáx</sub> obtenidas del modelo con elementos B33, y las energías modales asociadas calculadas con la expresión (11).

Modos		$\omega^2$	$m^*$	$Y$ FN_Jmín	$Y$ FN_Jmáx	Energía FN_Jmín	Energía FN_Jmáx
		[seg <sup>-2</sup> ]	[Kg]	[m]	[m]	[Kjoules]	[Kjoules]
FN Jmín	1	80201,00	5,8302	1,2732	0,0000	378,9889	0,0000
	2	1283220,00	5,8945	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	3	6496390,00	5,8300	-0,4244	0,0000	3411,1619	0,0000
	4	20532400,00	5,8941	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
FN Jmáx	1	826313,00	5,8302	0,0000	1,2732	0,0000	3904,7326
	2	13221000,00	5,8945	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	3	66932200,00	5,8300	0,0000	-0,4244	0,0000	35145,1451
	4	211545000,00	5,8941	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Tabla 8: Valores modales y energía, viga perfecta (B33).

Puede observarse en la [Tabla 8](#) que solo los modos 1 y 3 tanto de FN\_Jmín como FN\_Jmáx actúan en la respuesta dinámica de la viga por tener factores de participación no nulos.

Al compararse los valores de energía modal, pudo notarse que las primeras FN se excitan con una energía diez veces menor que la necesaria para excitar los segundos modos no nulos.

Por su parte, la [Tabla 9](#) muestra los valores de  $\omega^2$ ,  $m^*$  e  $Y$  de las primeras cuatro frecuencias FN\_Jmín y FN\_Jmáx obtenidas del modelo con elementos S8R5, y las energías modales asociadas.

Modos		$\omega^2$	$m^*$	$Y$ FN_Jmín	$Y$ FN_Jmáx	Energía FN_Jmín	Energía FN_Jmáx
		[seg <sup>-2</sup> ]	[Kg]	[m]	[m]	[Kjoules]	[Kjoules]
FN Jmín	1	80193,00	5,8260	1,2733	0,0000	378,7376	0,0000
	2	1259240,00	5,5998	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	3	6062380,00	4,7524	0,4696	0,0000	3176,3389	0,0000
	4	17050600,00	3,2361	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
FN Jmáx	1	901480,00	5,8929	0,0000	1,2656	0,0000	4254,4958
	2	11916500,00	5,9612	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	3	46615500,00	5,7128	0,0000	0,4568	0,0000	27784,4345
	4	110582000,00	5,1276	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Tabla 9: Valores modales y energía, viga perfecta (S8R5).

En este caso, [Tabla 9](#), la energía de los primeros modos fue de aproximadamente entre siete y ocho veces menor que la energía de los siguientes modos no nulos correspondientes.

El resultado del estudio indicó que la energía de los primeros modos, en cada sentido de vibración, es aproximadamente un orden de magnitud menor que la energía de los siguientes modos no nulos. Esta conclusión permitió desarrollar el análisis de sensibilidad de las FN considerando solo las dos primeras en cada sentido de vibración.

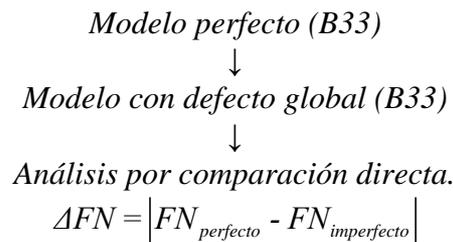
## 5.2 Criterio para el análisis de sensibilidad de las FN a las imperfecciones.

Se utilizaron los modelos de viga con defecto global como se planteó en la sección 3.3 y con defecto local tal como se estableció en la sección 3.5.

Las FN obtenidas en cada caso fueron comparadas con las FN correspondientes al modelo perfecto con elementos B33 (tomado como referencia), calculando el corrimiento absoluto en Hertz. Este corrimiento  $\Delta FN$  es tomado como parámetro de la sensibilidad de la viga a imperfecciones geométricas.

A continuación se muestra el procedimiento de análisis seguido para cada caso.

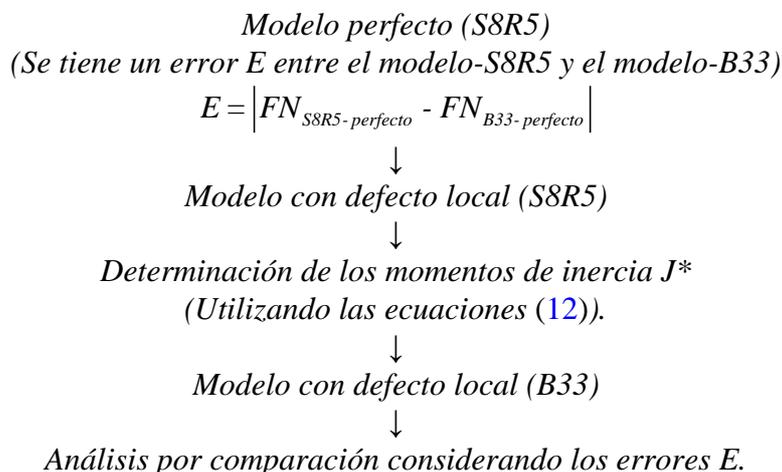
- **Modelos con defectos globales:** el análisis se hace por comparación directa. Esto se debe a que los modelos a contrastar parten de la misma formulación numérica. El desplazamiento  $\Delta FN$  indica directamente la presencia de una imperfección en la estructura. El esquema de trabajo fue el siguiente:



- **Modelos con defectos locales:** dado que el modelo numérico S8R5 con imperfecciones locales no tiene la misma formulación que el modelo perfecto de referencia (modelo numérico-B33) la comparación no es directa. Esta situación planteó la necesidad de determinar las propiedades geométricas de una “viga equivalente” y modelarla utilizando elementos de viga de forma que presente el mismo comportamiento dinámico mostrado por el modelo numérico-S8R5 con defecto local. La estrategia para determinarla fue vincular las FN del modelo numérico-S8R5 imperfecto con las FN del nuevo modelo numérico-B33 equivalente, a través de los momentos principales de inercia  $J^*$  calculados con las expresiones (12), deducidas a partir de la ecuación (10):

$$J^*_{\text{mín}} = \frac{4\bar{m}L^4 (FN_{J\text{mín}})^2}{\pi^2 E} \quad J^*_{\text{máx}} = \frac{4\bar{m}L^4 (FN_{J\text{máx}})^2}{\pi^2 E} \quad (12)$$

De esta manera los datos obtenidos del modelo de “viga equivalente” pudieron ser comparados con el modelo perfecto ya que ahora si respondían a la misma formulación. El método planteado exigió tener en cuenta, durante la comparación de FN, el error  $E$  entre el modelo perfecto con elementos S8R5 y lo previsto por la teoría de Euler-Bernoulli. Esta condición restringió las observaciones a aquellos corrimientos  $\Delta FN$  que superaban aquel error. El esquema de trabajo fue el siguiente:



( $\Delta FN$  será el corrimiento entre los modelos imperfectos B33 y el modelo perfecto S8R5)

$$\Delta FN = \left| FN_{B33-imperfecto} - FN_{S8R5-perfecto} \right|$$

Condición de aceptación:  $\Delta FN > E$

Expresión de desplazamiento:  $\Delta FN \pm E$

## 6 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE LAS FRECUENCIAS NATURALES, FN.

### 6.1 Modelo numérico-B33 con defecto global.

Los modelos de defecto presentados en la sección 3.3 fueron aplicados al modelo perfecto con elementos B33. La [Tabla 10](#) y la [Tabla 11](#) muestran el resumen de los corrimientos de frecuencias obtenidos:

Desplazamientos en Hz - Defectos en el eje de Jmáx					
$\Delta FN$					
1er Modo	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5
	A = e/3	A = e	A = 2.e	A = 3.e	A = 4.e
<b>FN_Jmín</b>	<b>0,0207</b>	<b>0,1887</b>	<b>0,7467</b>	<b>1,6587</b>	<b>2,8967</b>
FN_Jmáx	0,0046	0,0146	0,0746	0,1646	0,2846

Tabla 10: Corrimientos de la primera frecuencia natural en función de la amplitud de la imperfección global según Jmáx (B33).

Desplazamientos en Hz - Defectos en el eje de Jmín					
$\Delta FN$					
1er Modo	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5
	A = e/3	A = e	A = 2.e	A = 3.e	A = 4.e
FN_Jmín	0,0003	0,0053	0,0223	0,0493	0,0873
<b>FN_Jmáx</b>	<b>0,3946</b>	<b>2,3946</b>	<b>5,6946</b>	<b>8,5746</b>	<b>10,9946</b>

Tabla 11: Corrimientos de la primera frecuencia natural en función de la amplitud de la imperfección global según Jmín (B33).

La [Figura 15](#) y [Figura 16](#) reflejan las tendencias mostradas en la [Tabla 10](#) y [Tabla 11](#), de los  $\Delta FN$  obtenidos para los diferentes modelos de defecto.

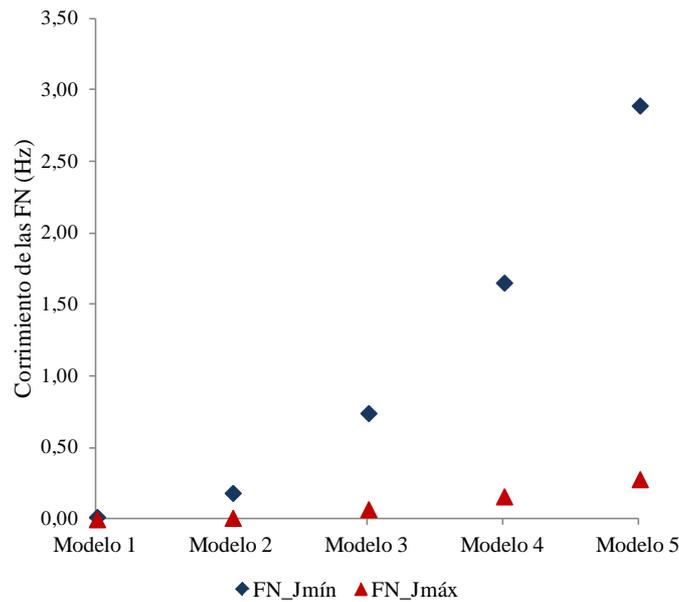


Figura 15: Corrimiento de las FN – Defectos en el eje de Jmáx.

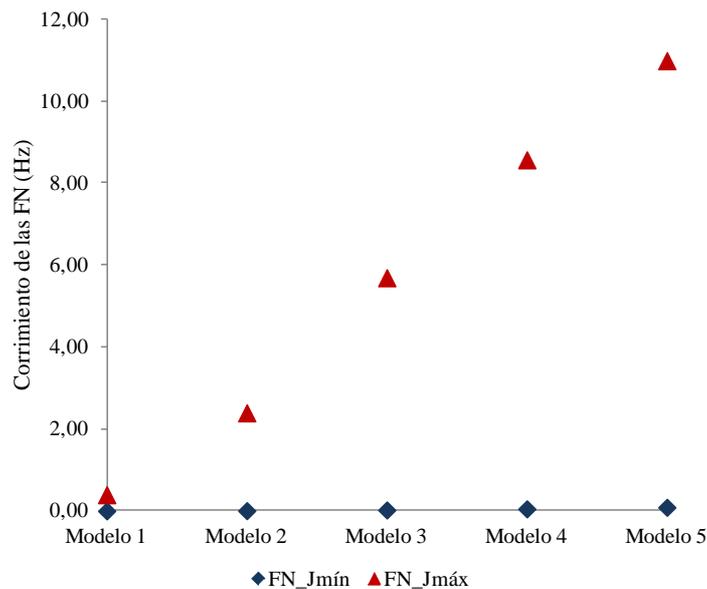


Figura 16: Corrimiento de las FN – Defectos en el eje de Jmín.

La Figura 15 pone de manifiesto que un defecto en el eje de Jmáx perturba principalmente a la FN\_Jmín. El máximo  $\Delta FN$  corresponde al defecto de mayor amplitud y con valor 2,9 Hz.

De la Figura 16 se observa que un defecto en el eje de Jmín perturba exclusivamente a la FN\_Jmáx. El máximo  $\Delta FN$  corresponde al defecto de mayor amplitud y con valor de 11 Hz.

## 6.2 Modelo numérico-S8R5 con defecto local.

Los modelos de defecto presentados en la sección 3.5 fueron aplicados al modelo perfecto con elementos S8R5. Los defectos se incluyeron centrados en  $L/2$  y en  $L/6$  desde uno de los extremos de la viga.

Siguiendo el esquema de la sección 5.2, la Tabla 12 y Tabla 13 muestran los valores de FN\_Jmáx y FN\_Jmín obtenidos para el modelo de “viga equivalente” con elementos B33.

<b>Defecto en el centro de la viga</b>				
Modelo numérico-B33. FN [Hz]				
1er Modo	Modelo A P = e/3	Modelo B P = 1,5.e	Modelo C P = 2.e	Modelo D P = 3.e
FN_Jmín	45,0510	44,8440	44,8010	44,7550
FN_Jmín	151,0300	150,4400	150,1400	149,3800

Tabla 12: Frecuencias del primer modo en función de la amplitud de la imperfección local centrada en L/2 (B33 equivalente).

<b>Defecto en un extremo de la viga</b>				
Modelo numérico-B33. FN [Hz]				
1er Modo	Modelo A P = e/3	Modelo B P = 1,5.e	Modelo C P = 2.e	Modelo D P = 3.e
FN_Jmín	45,0600	45,0110	44,9980	44,9770
FN_Jmín	151,0700	150,9400	150,8500	150,6200

Tabla 13: Frecuencias del primer modo en función de la amplitud de la imperfección local ubicada a L/6 desde un extremo de la viga (B33 equivalente).

Posteriormente, se debió calcular el error de estimación E, el desplazamiento  $\Delta FN$  y aplicar la condición de error dada por la expresión (13).

$$\Delta FN > E \quad (13)$$

Donde:

E: error entre el modelo perfecto con elementos de placa S8R5 y el modelo perfecto con elementos viga B33, y

$\Delta FN$ : corrimiento calculado entre el modelo imperfecto equivalente-B33 y el modelo perfecto con elementos de placa S8R5.

Se observó de este análisis que los corrimientos  $\Delta FN$  de la FN\_Jmín en ningún caso verificaban la condición de error (13), por lo cual se excluyeron del análisis. Por su parte los corrimientos  $\Delta FN$  de la FN\_Jmín sí fueron mayores al error E y por lo tanto pudieron estudiarse.

Las [Tabla 14](#) y [Tabla 15](#) muestran los corrimientos de la FN\_Jmín frente a defectos locales.

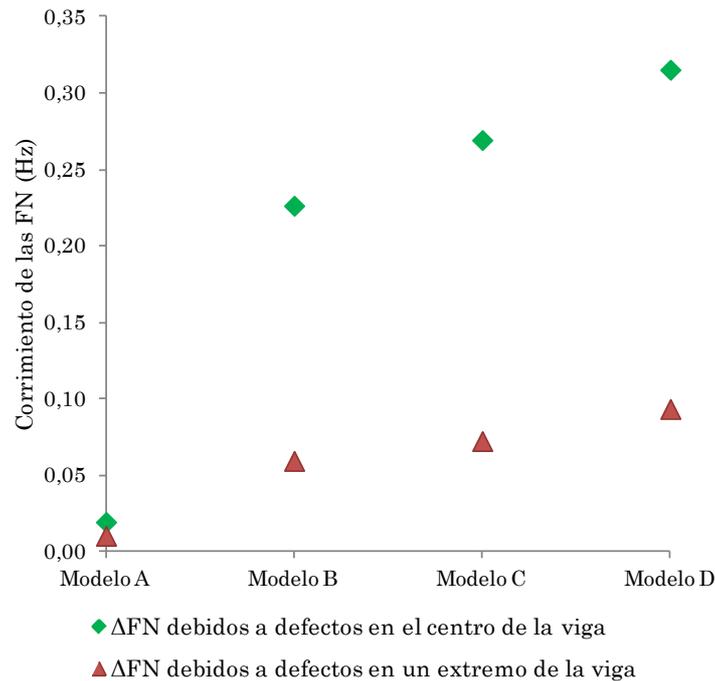
<b>Defectos en el centro de la viga</b>	
Defectos	FN_Jmín
	$\Delta FN \pm E$ [Hz]
Modelo A	0,0190 $\pm$ 0,0023
Modelo B	0,2260 $\pm$ 0,0023
Modelo C	0,2690 $\pm$ 0,0023
Modelo D	0,3150 $\pm$ 0,0023

Tabla 14: Corrimiento de la FN para diferentes amplitudes de la imperfección local en L/2.

<b>Defectos en un extremo de la viga</b>	
Defectos	FN_Jmín
	$\Delta FN \pm E$ [Hz]
Modelo A	0,0100 $\pm$ 0,0023
Modelo B	0,0590 $\pm$ 0,0023
Modelo C	0,0720 $\pm$ 0,0023
Modelo D	0,0930 $\pm$ 0,0023

Tabla 15: Corrimiento de la FN para diferentes amplitudes de la imperfección local en L/6.

La [Figura 17](#) expone las tendencias mostradas en la [Tabla 14](#) y [Tabla 15](#).

Figura 17: Corrimiento de  $FN_{Jmín}$  debidos a defectos locales.

La Figura 17 pone de manifiesto que las mayores alteraciones de  $FN_{Jmín}$  se producen cuando el defecto se localiza en el centro del vano. Se observó también que el máximo  $\Delta FN$  se obtiene con el modelo de defecto de mayor dimensión y toma el valor  $0,3150 \pm 0,0023\text{Hz}$  y  $0,0930 \pm 0,0023\text{Hz}$  en cada caso.

La Tabla 16 y Tabla 17 muestran el resumen de los corrimientos de la frecuencia natural  $\Delta FN$  válidas para el análisis de cada tipo y modelo de defecto. En negrita se resaltan los valores de las situaciones que generaron los máximos  $\Delta FN$ .

Defectos	Defectos en el eje de $J_{máx}$ (Hz)		Defectos en el eje de $J_{mín}$ (Hz)	
	$\Delta FN_{Jmín}$ [Hz]	$\Delta FN_{Jmáx}$ [Hz]	$\Delta FN_{Jmín}$ [Hz]	$\Delta FN_{Jmáx}$ [Hz]
Modelo 1	<b>0,0207</b>	0,0046	0,0003	<b>0,3946</b>
Modelo 2	<b>0,1887</b>	0,0146	0,0053	<b>2,3946</b>
Modelo 3	<b>0,7467</b>	0,0746	0,0053	<b>5,6946</b>
Modelo 4	<b>1,6587</b>	0,1646	0,0493	<b>8,5746</b>
Modelo 5	<b>2,8967</b>	0,2846	0,0873	<b>10,9946</b>

Tabla 16: Corrimientos de la primer FN debidos a imperfecciones globales.

Defectos	Defectos en el centro	Defectos en el extremo
	$\Delta FN_{Jmín} \pm E$ [Hz]	$\Delta FN_{Jmín} \pm E$ [Hz]
Modelo A	<b>0,0190</b> $\pm$ <b>0,0023</b>	0,0100 $\pm$ 0,0023
Modelo B	<b>0,2260</b> $\pm$ <b>0,0023</b>	0,0590 $\pm$ 0,0023
Modelo C	<b>0,2690</b> $\pm$ <b>0,0023</b>	0,0720 $\pm$ 0,0023
Modelo D	<b>0,3150</b> $\pm$ <b>0,0023</b>	0,0930 $\pm$ 0,0023

Tabla 17: Corrimientos de la primer FN debidos a imperfecciones locales.

## 7 MODELO NUMÉRICO Y RESULTADOS DE LA TORRE IMPERFECTA.

### 7.1 Geometría y componente de la torre.

La torre metálica seleccionada para el análisis fue una torre de perforación, utilizada en la industria del petróleo. Es del tipo telescópica constituida por dos tramos de aproximadamente 16 metros de longitud cada uno. Los perfiles componentes son principalmente de sección tubular circular y tubular rectangular siendo todas las uniones soldadas.

En la [Figura 18](#) y [Figura 19](#) se muestran los ejes de las barras que componen los tramos inferior y superior de la torre.

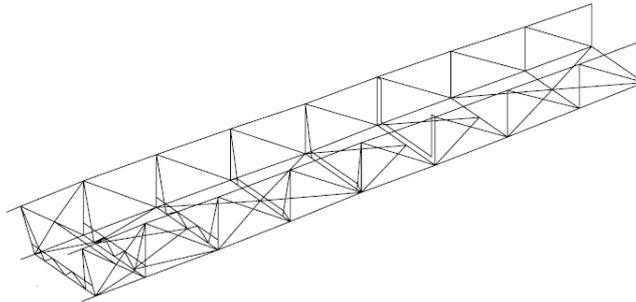


Figura 18: Tramo inferior de la torre.

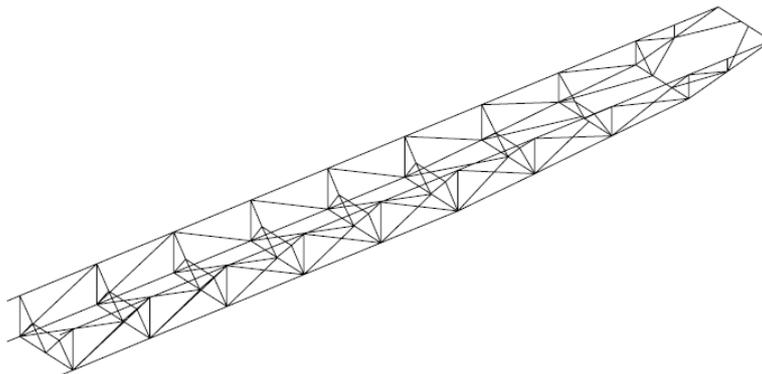


Figura 19: Tramo superior de la torre.

La [Tabla 18](#) contiene las propiedades del acero de los perfiles.

Propiedades del Material	
E (N/m <sup>2</sup> )	2,05E+11
G (N/m <sup>2</sup> )	7,88E+10
$\mu$	0,3
$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	7850

Tabla 18: Propiedades mecánicas del acero.

### 7.2 Modelo numérico de la torre perfecta.

El estudio de la torre trató de forma separada a sus tramos inferior y superior. Se consideró en cada uno solo la geometría espacial y las secciones de los perfiles que las componen, sin tener en cuenta masas adicionales como las provistas por accesorios desmontables.

El esquema de cálculo se compuso de dos modelos de reticulado espacial deformable. La geometría de la torre y las dimensiones de las secciones transversales de las barras permitieron

utilizar elementos de viga según la teoría de Euler-Bernoulli (elementos B33). El análisis modal dinámico del modelo numérico de la torre perfecta es similar al descrito para una viga. En cuanto al tamaño de la malla, fue suficiente utilizar un elemento por cada barra. Para el análisis se utilizaron diez modos ó los primeros menores a 30Hz.

La malla utilizada en el modelo del tramo inferior constó de 190 elementos y 277 nodos. El modelo del tramo superior constó de 184 elementos y 260 nodos.

El tipo de elemento utilizado en ambos casos fue el correspondiente a la teoría de Euler-Bernoulli, denominado B33 y perteneciente a la librería de elementos de Abaqus/Standard.

El modelo de apoyos es del tipo desplazamiento/rotación mecánica. La Figura 20 y Figura 21 indican con conos la ubicación de los apoyos considerados en cada uno de los tramos.

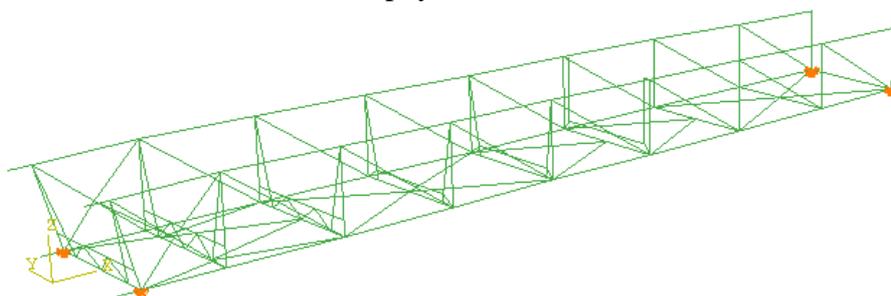


Figura 20: Ubicación de los apoyos fijos en la estructura del tramo inferior de la torre.

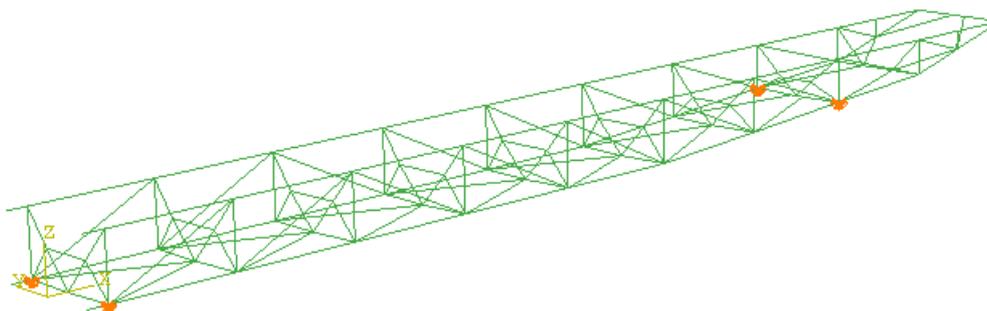


Figura 21: Ubicación de los apoyos fijos en la estructura del tramo superior de la torre.

### 7.3 Resultados de los modelos numéricos.

Las frecuencias naturales FN obtenidas del modelo numérico con elementos B33 del tramo inferior y superior se muestran en la Tabla 19 y Tabla 20 respectivamente.

Modo	FN en Hz
Tramo Inferior	
1	12,1050
2	17,2410
3	19,7000
4	20,4600
5	22,3450
6	27,1110
7	27,6040

Tabla 19: Frecuencias naturales del tramo inferior de la torre.

Modo	FN en Hz
Tramo Superior	
1	12,9950
2	14,4220
3	17,9800
4	18,5560
5	22,2440
6	27,0450
7	29,3700

Tabla 20: Frecuencias naturales del tramo superior de la torre.

Estos resultados fueron tomados como base de comparación frente a los obtenidos

posteriormente al introducir imperfecciones en las barras de cada tramo de la torre.

#### 7.4 Selección de las barras a considerar defectuosas.

El criterio utilizado para la selección de las barras a modelar como defectuosas fue considerar solamente aquellas cuya ausencia en la estructura generaran un corrimiento en frecuencia considerable respecto al producido por la ausencia de otras.

Bajo el criterio planteado, las barras seleccionadas son las referenciadas con los números de 1 a 7 en la Figura 22 y las indicadas con letras A a F en la Figura 23.

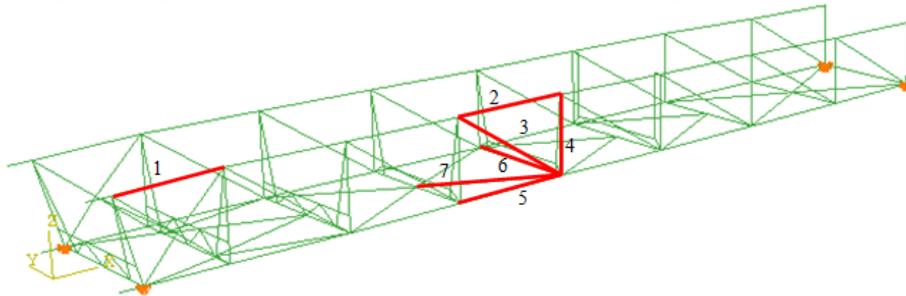


Figura 22: Tramo inferior. Barras seleccionadas para ser modeladas como defectuosas.

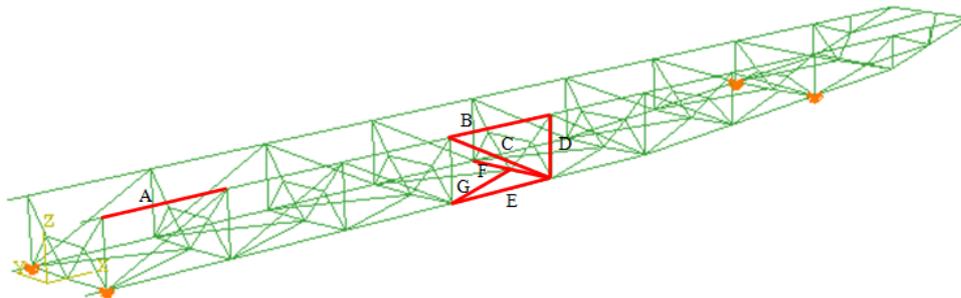


Figura 23: Tramo superior. Barras seleccionadas para ser modeladas como defectuosas.

Por la simetría de los tramos las observaciones a las barras 1, 2, 3, 4, 5, 7, A, B, C, D, E y G son también aplicables a sus simétricas respecto del plano longitudinal de la torre. Las secciones de las barras seleccionadas son del tipo tubular cilíndrica.

#### 7.5 Criterio para la variación de las propiedades resistentes de las barras defectuosas.

Cabe notar que el análisis presentado en la sección 3 corresponde a un perfil doble T mientras las barras de la torre relevada son de tipo tubular circular. Para estudiar los efectos que producen las imperfecciones en el comportamiento dinámico de los tramos de la torre se adoptó el siguiente criterio. Las imperfecciones se incluyeron en el modelo de cada tramo de la torre reemplazando los momentos de inercia correspondientes a las barras tubulares “perfectas” por un valor equivalente a una barra con imperfección. El valor equivalente del momento de inercia se obtuvo adoptando las variaciones  $\Delta J$  obtenidas en la sección 6.2. Para el cálculo se utilizó la expresión (14) obteniendo por despeje el valor buscado.

$$\Delta J\% = \frac{J_{\text{barra con defecto}}}{J_{\text{barra perfecta}}} \cdot 100 \quad (14)$$

siendo  $J_{\text{barra con defecto}}$  calculada como lo indican las expresiones (12).

De esta manera se tomó el estudio del perfil doble T como un indicador de la magnitud en que se podría afectar la rigidez de la sección circular al tener algún tipo de imperfección geométrica, por no contar con un estudio similar al realizado para barras de sección circular.

En caso de requerirse mayores certezas deberían analizarse perfiles de secciones tubulares circulares (o rectangulares) con defectos geométricos similares a los estudiados en el perfil doble T.

La [Tabla 21](#) muestra los cuatro tipos de imperfección que alcanzan las máximas variaciones de momento de inercia con las que se trabajó y la notación utilizada.

Defecto	Dirección afectada por la imperfección	
	1	2
Global – Modelo 5	G-(1)	G-(2)
Local - Modelo D	L-(1)	L-(2)

Tabla 21: Nomenclatura a utilizar para los defectos de las barras.

En el sistema de ejes considerado, el eje 1 es establecido para que esté contenido en el plano correspondiente del reticulado que contiene a la barra y el eje 2 perpendicular a aquel. La [Figura 24](#) aclara el sistema de ejes utilizado.

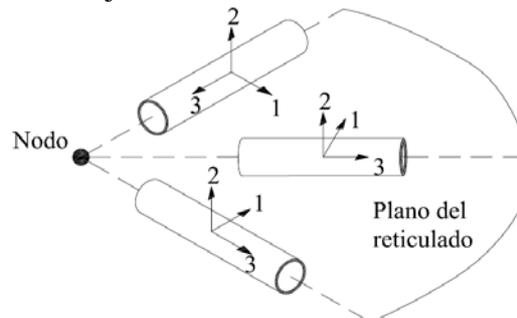


Figura 24: Sistema de ejes utilizado para la aplicación de los defectos en estudio.

Calculadas según las expresiones (12) y (14), la [Tabla 22](#) resume las variaciones de los momentos de inercia aplicados a las barras defectuosas durante el análisis.

Variación de los momentos de inercia – $\Delta J$		
Condición	$\Delta J_1$	$\Delta J_2$
Perfecto	100,00%	100,00%
G-(1)	113,26%	100,00%
G-(2)	100,00%	113,26%
L-(1)	98,60%	100,00%
L-(2)	100,00%	98,60%

Tabla 22: Variación de los momentos de inercia de las secciones que se consideraron defectuosas.

## 7.6 Análisis de sensibilidad de las FN.

Para el análisis se modificó el valor del momento de inercia de cada barra seleccionada del modelo perfecto de cada tramo de la torre según lo indicado en la [Tabla 22](#). Las frecuencias naturales, para cada tramo de la torre, consideradas en el análisis fueron las primeras siete.

Considerando solo los valores de corrimiento máximo  $\Delta FN_{\text{máx}}$  calculados, se confeccionaron la [Tabla 23](#) y [Tabla 25](#) con los resultados de los tramos inferior y superior respectivamente. Estas Tablas muestran los máximos corrimientos calculados  $\Delta FN_{\text{máx}}$ , el

modo y el tipo de imperfección al que correspondieron y la relación entre el corrimiento  $\Delta FN_{\text{máx}}$  calculado y el valor de FN del modelo perfecto.

Barra	$\Delta FN_{\text{máx}}$ calculado [Hz]	Modo correspondiente	Imperfección correspondiente	$\Delta FN$ relativo a FN perfecto
1	0,0090	7	L-(2)	0,03%
2	0,0470	7	G-(1)	0,17%
3	0,0080	7	L-(1) y L-(2)	0,03%
<b>4</b>	<b>1,2440</b>	<b>3</b>	<b>L-(1) y L-(2)</b>	<b>6,31%</b>
5	0,009	7	L-(1)	0,03%
6	0,077	6	G-(2)	0,28%
7	0,468	5	L-(1) y L-(2)	2,10%

Tabla 23: Máx. corrimientos de FN debidos a barras con defectos en el tramo inferior de la torre.

En la [Tabla 23](#) se observa que el máximo desplazamiento  $\Delta FN_{\text{máx}}$  importante para el análisis se produce cuando la imperfección denominada L se localiza en la barra 4. La magnitud del corrimiento es de 1,244 Hz y se produce en el 3er modo de vibración. La relación respecto a la 3er FN del tramo inferior en estado ideal es de 6,31%. Puede decirse entonces que las FN del tramo inferior de la torre no son sensibles a la presencia de imperfecciones del tipo propuesto en las secciones 3.3 y 3.5, cuando estas se localizan en cualquier barra excepto la 4 y su simétrica.

Por lo dicho se concentrará el estudio en el análisis de la injerencia de las imperfecciones global (G) y local (L) en la barra 4 del tramo inferior.

La [Tabla 24](#) muestra todos los corrimientos experimentados por cada uno de los modos del tramo para cada imperfección junto con su análisis.

Modo	Imperfección- $\Delta FN$ [Hz]				$\Delta FN_{\text{máx}}$ calculado [Hz]	Corresp. al defecto	$\Delta FN$ relativo a FN perfecto
	G-(1)	G-(2)	L-(1)	L-(2)			
1	0,0010	0,0010	0,1680	0,1680	0,1680		1,39%
2	0,0000	0,0000	0,4140	0,4140	0,4140		2,40%
<b>3</b>	<b>0,0030</b>	<b>0,0030</b>	<b>1,2440</b>	<b>1,2440</b>	<b>1,2440</b>	L-(1) y L-(2)	<b>6,31%</b>
4	0,0010	0,0020	0,7320	0,7320	0,7320		3,58%
5	0,0010	0,0020	0,5680	0,5680	0,5680		2,54%
6	0,0010	0,0010	0,4010	0,4010	0,4010		1,48%
7	0,0070	0,0070	0,1830	0,1830	0,1830		0,66%

Tabla 24: Variación de las frecuencias naturales del tramo inferior de la torre al introducir imperfecciones en la barra 4.

La [Tabla 24](#) muestra que además del tercero los demás modos de vibración también presentan claros corrimientos en frecuencia. El 1er modo posee el menor  $\Delta FN_{\text{máx}}$  y de 0,1680 Hz lo que resulta en una relación respecto a la 1er FN en estado ideal de 1,39%. En general los máximos corrimientos obtenidos son menores a 1 Hz pero mayores a 0,1000 Hz y todos se producen cuando la barra sufre una imperfección tipo L.

La [Tabla 25](#) expone los resultados del análisis del tramo superior.

Barra	$\Delta FN_{\text{máx.}}$ calculado [Hz]	Modo correspondiente	Imperfección correspondiente	$\Delta FN$ relativo a FN perfecto
A	0,0010	1	G-(1) y G-(2)	0,01%
<b>B</b>	<b>0,0020</b>	<b>1</b>	<b>G-(1)</b>	<b>0,02%</b>
C	0,0000	-	-	0,00%
D	0,0010	6	G-(1)	0,00%
E	0,0010	6	G-(1) y G-(2)	0,00%
F	0,0010	7	G-(1)	0,00%
G	0,0000	-	-	0,00%

Tabla 25: Máx. corrimientos de FN debidos a barras con defectos en el tramo superior de la torre.

Se observa en la [Tabla 25](#) que los máximos corrimientos son muy pequeños. El máximo  $\Delta FN_{\text{máx}}$  es de 0,0020 Hz y se produce cuando la imperfección G-(1) se localiza en la barra B. El resto de los  $\Delta FN_{\text{máx}}$  son menores a 0,0010 Hz y en algunos casos nulos. Puede decirse entonces que con la metodología de análisis planteada, las FN del tramo superior de la torre son muy poco sensibles a la presencia de imperfecciones de los tipos analizados en las secciones 3.3 y 3.5.

## 8 CONCLUSIONES DEL TRABAJO.

Se pudo comprobar que la metodología de análisis propuesta permite arribar a resultados confiables. La correspondencia lograda entre la teoría de vigas esbeltas de Euler-Bernoulli, la teoría de placas delgadas de Kirchhoff y los modelos numéricos con la formulación correspondiente lo confirman. Los resultados obtenidos indican que la presencia de defectos geométricos en la viga analizada provoca variaciones en sus frecuencias naturales. De esta manera se muestra que los parámetros dinámicos de una viga esbelta son sensibles a imperfecciones geométricas.

El análisis a la torre seleccionada indica que las frecuencias naturales del tramo inferior muestran sensibilidad a las imperfecciones geométricas. En particular se muestra que las mayores perturbaciones se producen cuando tales defectos se localizan en ciertas barras componentes. Por su parte el análisis de las frecuencias naturales del tramo superior no refleja variaciones significativas, por lo que sus parámetros dinámicos no muestran sensibilidad a las imperfecciones geométricas bajo la metodología propuesta en este trabajo. La sensibilidad de las frecuencias naturales a imperfecciones geométricas depende fundamentalmente de las características de la estructura.

## REFERENCIAS

- A.M. Prato; S.A. Paganini; A. Pernich; C.A. Prato; **“Propuesta de procedimiento para determinación y seguimiento del comportamiento estructural de estructuras móviles”**; V Congreso Regional de Ensayos no Destructivos y Estructurales CORENDE; Neuquén, 2005.
- Belluzzi, 1970, “Ciencia de la Construcción”, Tomo IV.
- Oñate E., 1992, Eugenio Oñate (1992), “Cálculo de estructuras por el método de elementos finitos: análisis elástico lineal”, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería.
- Hibbit, Karlson & Sorensen, Inc. 1998; Manual de Teoría, Abaqus, 1998, Manuales Abaqus Version 6.6-4.
- Ray W. Clough, 1995, Ray W. Clough, Joseph Penzien, 1995, “Dinamics of Structures”, Third Edition.