

SIMULACIÓN DEL DERRAME DE PETRÓLEO EN UN ESCENARIO FLUVIAL

Alfredo E. Trento y Ana M. T. Alvarez

*Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas - Universidad Nacional del Litoral, CC 217,
(3000) Santa Fe, Argentina, alfredotrento@yahoo.com*

Palabras Clave: petróleo, derrame, partículas.

Resumen. Se elaboró un modelo matemático bidimensional para abordar la problemática del transporte de petróleo sobre la superficie del agua, en un ambiente fluvial. Se emplearon las ecuaciones diferenciales para la hidrodinámica y el transporte, obtenidas a partir de integraciones en la vertical, hipótesis compatible con escenarios de aguas poco profundas y mezcla completa en la vertical. El modelo se planteó en base a un esquema Lagrangeano, según el clásico algoritmo de trayectoria de partículas, en el cual el transporte de masa es consecuencia del movimiento aleatorio de un determinado número de partículas discretas. Se consideraron los efectos advectivos del escurrimiento, del viento, de la difusión horizontal y el decaimiento de la masa de petróleo por evaporación.

Se representó un vertido transitorio desde una fuente vertical en línea, situada en el centro de un curso fluvial, conectado a un estuario. Se implementaron condiciones de borde parcialmente absorbentes, que consideraron las pérdidas por contacto con sedimentos de la línea de costa. Los resultados obtenidos se compararon con los de una solución analítica y significaron una aproximación satisfactoria a la solución del problema.

1 INTRODUCCIÓN

La dinámica del derrame de petróleo y sus derivados es motivo de preocupación en la comunidad científica debido a las graves consecuencias ambientales que esos eventos accidentales ocasionan. Los derrames impactan severamente por largo tiempo sobre la biodiversidad presente en los cuerpos de agua y cuando el petróleo derramado alcanza las costas altera de modo determinante la calidad de las playas. Los derivados del petróleo interactúan con las aguas, los sedimentos suspendidos y los del lecho, a lo largo de decenas de km con efectos nocivos en toda la cadena trófica.

El transporte y destino del petróleo y sus derivados en cuerpos de agua, está gobernado por distintos procesos físico-químicos y biológicos interrelacionados (Shen & Yapa, 1988), los cuales dependen de las condiciones hidrodinámicas, de los sedimentos suspendidos, de los agentes ambientales y de las propiedades del petróleo. Una vez que el petróleo ingresa al cuerpo de agua, se esparce generando una película sobre la superficie del agua. El petróleo forma una región fuente, que varía en el tiempo, es independiente de la hidrodinámica del escurrimiento y depende de efectos gravitatorios, inerciales y viscosos, este proceso es llamado dispersión mecánica (Fay, 1971). La extensión de la región fuente es variable con el tiempo e independiente de la hidrodinámica del escurrimiento. El área ocupada por el derrame se moviliza también de acuerdo a las condiciones advectivas del escurrimiento y del viento. Una parte de la masa de petróleo se pierde por evaporación hacia la atmósfera, otra parte interactúa con el agua por disolución. Si el escurrimiento presenta determinadas condiciones de turbulencia una porción del petróleo forma, por emulsión, pequeñas gotas las que pueden depositarse sobre el lecho. Cuando el petróleo alcanza los bordes del cuerpo de agua, una parte del mismo queda sorbida a los sedimentos que la conforman. Al mismo tiempo que ocurren los procesos descriptos, la cantidad de petróleo puede aún reducirse por efecto de reacciones fotoquímicas y por degradación biológica. El modelo conceptual descripto se muestra en la Figura 1 (Wang et al. 2005), adaptado de Shen & Yapa (1988).

El proceso de dispersión mecánica (*spreading*) es muy importante en cuanto a la determinación del tamaño de la fuente, pues de acuerdo a Fay (1971), la dispersión mecánica es más relevante que la difusión horizontal debido a la turbulencia. Según los estudios de Fay se establece un balance dinámico de fuerzas en el proceso de dispersión, según el cual la fuerza gravitatoria y la de tensión superficial, que tienden a aumentar el tamaño de la mancha, son balanceadas por las fuerzas de inercia y de tensión viscosa. Se consideran tres fases en la dispersión mecánica. Inicialmente, cuando el fluido ingresa al cuerpo de agua la diferencia de densidad entre el petróleo y el agua genera un gradiente de presión actuando en la dirección horizontal de la mancha. La fuerza gravitacional es contrabalaceada inicialmente por la fuerza de inercia que se opone al movimiento, efecto conocido como dispersión inercial. Luego, debido a la naturaleza dinámica del proceso, en la interfase agua-óleo se genera una fuerza contraria al movimiento debido al arrastre viscoso dando lugar a otra fase llamada dispersión viscosa. Posteriormente, a medida que decrece la importancia de los efectos gravitatorios, la viscosidad es balanceada por la tensión superficial dando lugar al proceso de dispersión por tensión superficial.

La simulación numérica del transporte de petróleo derramado adquiere importancia cuando se trata de pronosticar en tiempo y espacio la secuencia de espesores superficiales del petróleo y su trayectoria, con vistas a tomar medidas de remediación y/o mitigación de los efectos adversos sobre los ecosistemas. En este sentido, es posible encontrar en la literatura el empleo de modelos numéricos que simulan el transporte de petróleo para distintos escenarios hidráulicos, por ejemplo, estuarios y costas, mar abierto y ríos, entre los más comunes, (Lonin, 1999; Reed et al. 1999; Wang et al. 2005).

En este trabajo se representa un vertido continuo de petróleo en el estuario del río Paraíba

do Sul (Brasil), utilizando el sistema computacional SisBaHiA (Rosman, 2010) para simular la hidrodinámica y un modelo Lagrangeano, en el cual el transporte de masa es consecuencia del movimiento aleatorio de un gran número de partículas discretas para simular el transporte de petróleo. El río Paraíba do Sul tiene 1145 km de longitud, drena el área de una cuenca hidrográfica de 55400 km², parte de los tres estados más industrializados de Brasil, Minas Gerais, São Paulo y Rio de Janeiro. El estuario se localiza en el litoral norte de Rio de Janeiro, (ver la Figura 2) y posee un régimen de mareas regional semidiurno. Es el principal aporte de agua para la población de la ciudad de Rio de Janeiro, más también es usado para descargar efluentes de numerosas industrias a lo largo de su curso. El régimen hidrológico del río Paraíba do Sul es relativamente regular, siendo sus mayores descargas en verano, debido a las precipitaciones pluviométricas tropicales. Los caudales medios del periodo húmedo se sitúan entre 700 y 1.300 m³s⁻¹, y los del periodo seco entre 400 y 500 m³s⁻¹. Se puede afirmar que el estuario del Río Paraíba do Sul es de micro mareas (Carvalho et al. 2002), dominado por el régimen fluvial.

El objetivo de este trabajo fue implementar un modelo numérico 2D de transporte de petróleo sobre la superficie de agua aportado por una fuente continua, para condiciones de advección, difusión, *spreading* y pérdida de masa por contacto con los sedimentos de las márgenes.

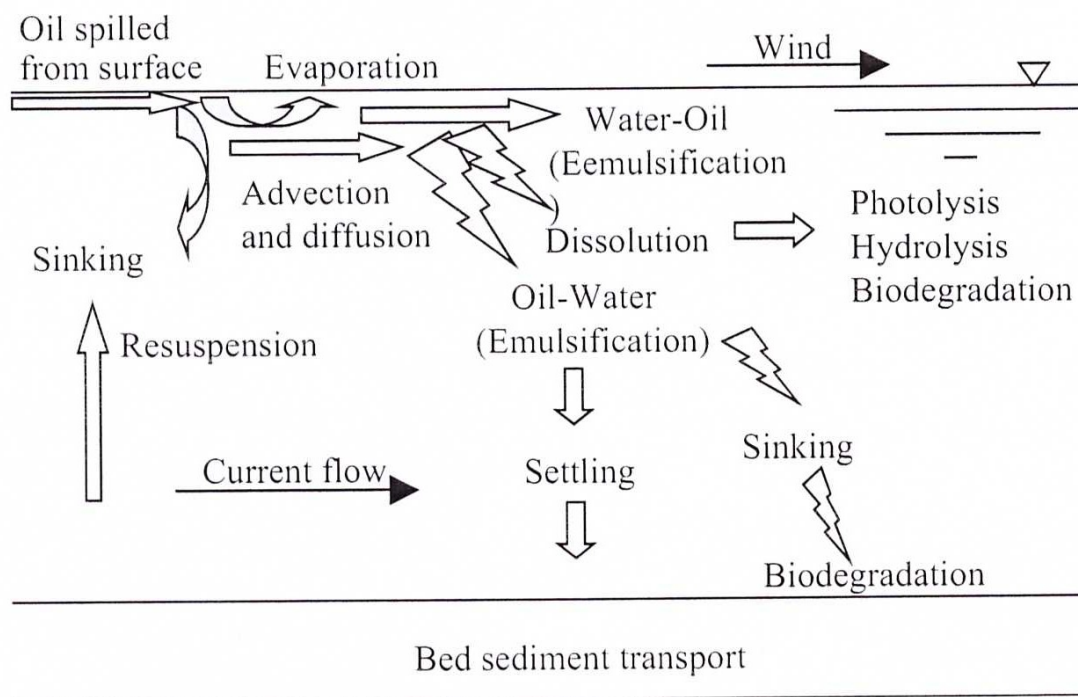


Figura 1: Modelo conceptual (Shen & Yapa, 1988)

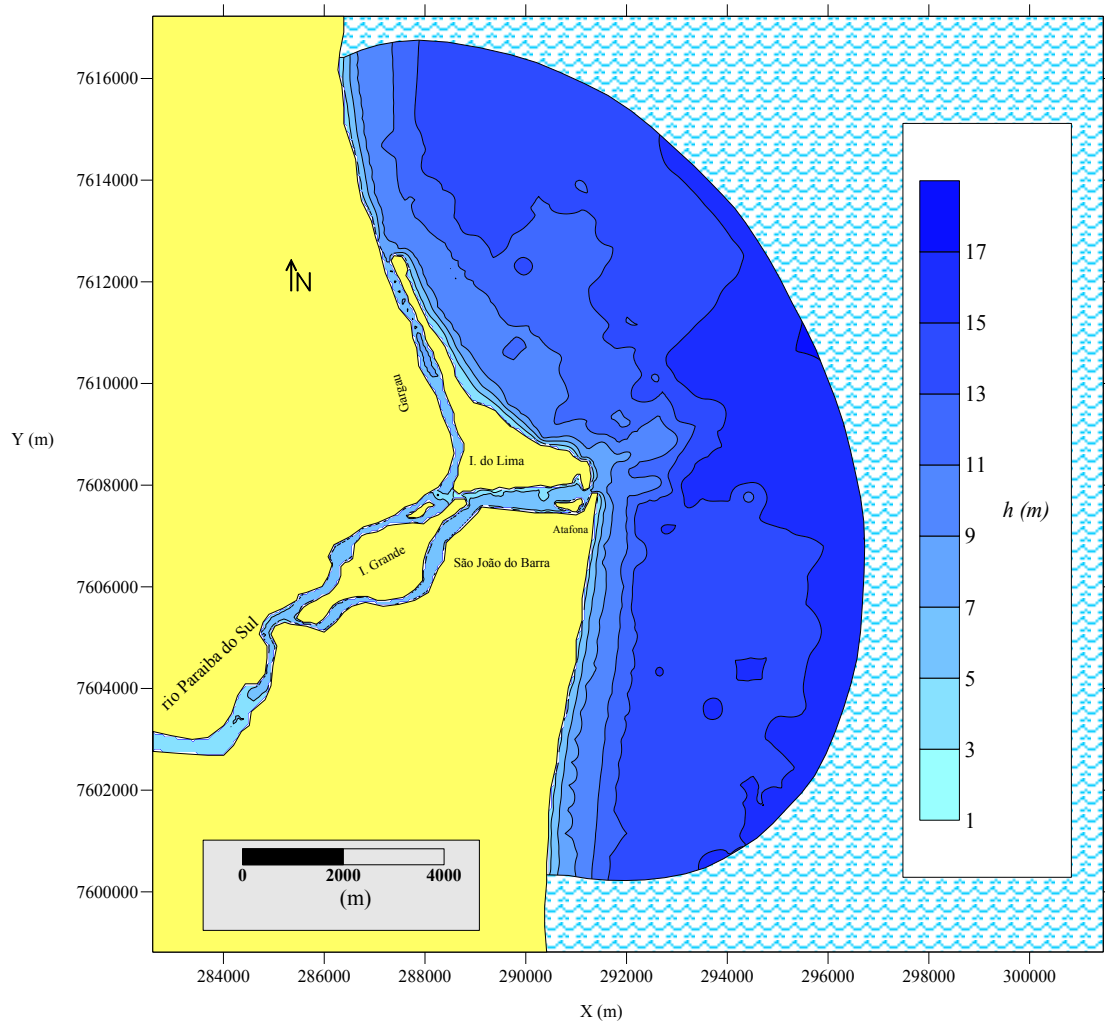


Figura 2: Tramo fluvial y estuarino del río Paraíba do Sul. Area de estudio y batimetría.

2 METODOLOGÍA

2.1 Modelo Numérico

El movimiento de las partículas sobre la superficie del agua se representa mediante una combinación lineal de dos desplazamientos, uno determinístico y otro estocástico. Este último se establece en función del movimiento aleatorio de las partículas, a las cuales se les atribuye una cantidad específica de masa del escalar cuya dinámica se pretende simular (Tompson, 1993; Kitanidis, 1994). En el modelo de trayectoria de partículas la posición de cada partícula en un sistema de coordenadas rectangulares se representa por el vector $X(t)$. El movimiento de cada partícula se describe por una ecuación no lineal de Langevin (Dimou and Adams, 1993):

$$\frac{dX}{dt} = A(X, t) + B(X, t)\xi(t) \quad (1)$$

donde $A(X, t)$ es un vector que representa la componente determinística que actúa para cambiar la posición $X(t)$, la variable $B(X, t)$ es un tensor que caracteriza la componente aleatoria, y $\xi(t)$

es un vector compuesto de números aleatorios. De acuerdo a [Tompson and Gelhar \(1990\)](#), la forma discreta de la ecuación (1) se escribe a continuación:

$$X_n = X_{n-1} + A(X_{n-1})\Delta t + B(X_{n-1})Z(0,1)\sqrt{\Delta t} \quad (2)$$

donde X_n es la posición para el tiempo $n\Delta t$, con n un número entero positivo y Δt el intervalo de tiempo, Z es un vector de tres componentes aleatorios independientes. La teoría del método de trayectoria de partículas está fundada en la analogía entre la ecuación de Fokker-Planck y la ecuación de advección-difusión ([Jin, 1993](#)). Si se define una función de densidad de probabilidades P para $X(t)$, esta satisface la ecuación de Fokker-Planck, que puede escribirse del siguiente modo:

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial(A_i P)}{\partial X_i} = \frac{\partial^2}{\partial X_i^2}(B_{ij} P) \quad (3)$$

Las variables A_i y B_{ij} están relacionadas directamente a sus homólogas de la ecuación de Langevin (1). La densidad de probabilidades P de la trayectoria de partículas es equivalente a la concentración del escalar. Luego, por analogía, puede obtenerse para la ecuación bidimensional los desplazamientos Δx , Δy en cada intervalo de tiempo:

$$\Delta x = \left(U + \frac{E_x}{h} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial E_x}{\partial x} \right) \Delta t + Z_1 \sqrt{2E_x \Delta t} \quad (4)$$

$$\Delta y = \left(V + \frac{E_y}{h} \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\partial E_y}{\partial y} \right) \Delta t + Z_2 \sqrt{2E_y \Delta t} \quad (5)$$

Z_1 y Z_2 dependen de números aleatorios independientes en el intervalo (0-1), distribuidos uniformemente con media 0.5 y desvío $(1/12)^{0.5}$, generados por la computadora con la función *random*. Los coeficientes E_x y E_y representan la dispersión en las direcciones x e y , respectivamente, parametrizados del siguiente modo: $E_x = D_L \cos^2 \varphi + D_T \sin^2 \varphi$ y $E_y = D_L \sin^2 \varphi + D_T \cos^2 \varphi$ ([Bedford, 1994](#)), con φ el ángulo entre la línea de corriente y el eje x , $D_L = \alpha 5.93 u_* h$ y $D_T = \beta 0.27 u_* h$, α y β son parámetros de ajuste, u_* es la velocidad de fricción. El primer término de la derecha representa el desplazamiento determinístico y el segundo, el aleatorio. El término determinístico tiene tres componentes: las velocidades medias del flujo, los gradientes batimétricos y el último los gradientes de los coeficientes de difusión, debido a la no-homogeneidad de los coeficientes. Los últimos dos son llamados ‘términos de deriva’ ([Kitanidis, 1994](#)). Para propósitos prácticos de ingeniería, los resultados están libres de difusión numérica ([Hassan and Mohamed, 2003](#)), de concentraciones negativas y pérdidas de masa. Estas propiedades son de singular importancia, cuando la fuente de contaminación genera en su entorno un campo de elevadas concentraciones ([Periañez and Elliot, 2002](#)).

Las partículas se mueven a cada intervalo de tiempo Δt debido a los efectos combinados de la advección y la difusión. La elección de Δt está condicionada a que la distancia que se desplaza cada partícula no sea mayor que el tamaño de la celda sobre la cual se desea calcular la concentración, de ese modo ninguna partícula puede viajar más allá de las celdas vecinas en cada Δt y así se disminuyen los errores por extrapolación de velocidades desde la celda de

origen. Esta condición es muy importante cuando el campo de velocidades es no uniforme. Existen diferentes modos de interpolar las velocidades, en el presente trabajo se empleó un esquema bilineal.

El modelo requiere definir las condiciones iniciales y el efecto de los bordes laterales. En este caso se implementaron bordes parcialmente absorbentes. Para una fuente continua, a cada intervalo de tiempo ingresa una cantidad de masa conocida M_p , distribuída en un número prefijado de partículas homogéneas. Los espesores del petróleo δ sobre la capa superficial fueron calculados para cada celda según la masa equivalente a la del número de partículas presentes en la superficie considerada y la densidad del petróleo, el cual puede ser constante o variable (Wang et al., 2005). Son factores importantes para una buena representación, considerar: a) el número adecuado de partículas, b) el procedimiento de interpolación de velocidades y c) los efectos de bordes.

La simulación hidrodinámica consideró el escurrimiento natural del estuario, los efectos del viento y los de las ondas semidiurnas. A los efectos prácticos se tomó la velocidad media en la vertical equivalente a la velocidad superficial. El proceso estocástico de transporte depende de la difusión turbulenta horizontal, cuyo principal parámetro fue un coeficiente de difusión calculado de modo empírico, de modo semejante al empleado para la dispersión de escalares en el agua. Entre los procesos de pérdidas se consideró la evaporación de los hidrocarburos desde la superficie como el principal proceso de decaimiento de la masa transportada. A tal fin se empleó un algoritmo de decaimiento de primer orden (Harleman, 1988). Mientras que la pérdida de masa por contacto de los hidrocarburos con las márgenes se parametrizó con una fórmula empírica (Shen and Yapa, 1988).

2.2 Verificación con una Solución Analítica

Los resultados del modelo de partículas fueron comparados con los de una solución analítica, para un caso simplificado de un río con flujo uniforme. A tal fin se supone que el río posee una sección trapezoidal de 30 km de largo, 90 m de ancho y talud unitario que transporta un caudal $Q=40 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$, con una profundidad $h=1.24 \text{ m}$ y una velocidad $U=0.355 \text{ m s}^{-1}$. Se simularon las variaciones espaciales y temporales de un vertido continuo de 5000 m^3 de petróleo, durante $\tau=6$ horas, situado en la progresiva $x=2 \text{ km}$, para una fuente ubicada en el centro de la sección transversal, para un intervalo de simulación entre $t=0$ a 18 hs. Se adoptó una densidad del petróleo $\rho_p=800 \text{ kgm}^{-3}$ y se supuso que la tasa de vertido, de $0.232 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$, no alteró la hidrodinámica. Se admite que hubo mezcla homogénea en la vertical y que se alcanzó también rápidamente mezcla completa en la sección transversal del río. Con estos supuestos se pudieron comparar las concentraciones C calculadas con el modelo de partículas, versión 1D, para la ecuación (6) de advección-dispersión (Trento & Alvarez, 2011), con las soluciones analíticas descriptas por Runkel (1996) en los casos $t \leq \tau$ y $t > \tau$.

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - e_v \quad (6)$$

Se calculó un coeficiente de dispersión longitudinal $D_x=1.383 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$, con $\alpha=5$ y $u^*=0.0377 \text{ ms}^{-1}$ y n de Manning=0.035. El término e_v representa las pérdidas por evaporación, parametrizados $e_v=k C$, con k una función de pérdida de petróleo de primer orden. La condición de borde aguas abajo fue de gradiente nulo y se establecieron condiciones iniciales

acordes a ausencia de petróleo en agua. Se tuvieron en cuenta sólo los procesos advectivos, difusivos y pérdidas por evaporación. En la [Figura 3](#) se muestran los dos perfiles longitudinales obtenidos.

La representación numérica del vertido de petróleo durante 6 hs a una tasa másica de 185.2 kg s^{-1} , se realizó por medio de 10000 partículas ingresando al dominio cada intervalo de tiempo $\Delta t=180 \text{ s}$. Se adoptaron intervalos espaciales $\Delta x = 200 \text{ m}$, bordes reflejantes.

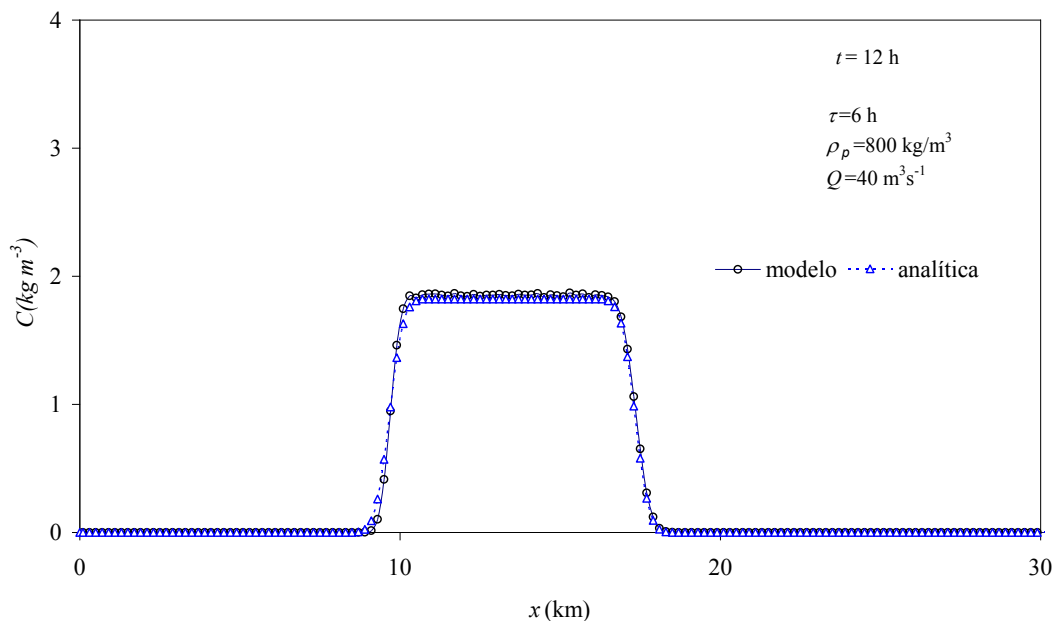


Figura 3: Comparación de concentraciones C calculadas con el modelo y con la solución analítica, para $t=12$ hs, tiempo de vertido $\tau=6$ hs.

Si se consideran los resultados de C no nulas para intervalos de 3 hs, se obtiene un error medio cuadrático $\varepsilon_m = \sqrt{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 / (n-1)} = 0.011$, con $\varepsilon_i = (\bar{C}_{sol} - \bar{C}_{mod})_i$, con \bar{C}_{sol} , \bar{C}_{mod} los promedios de la solución analítica y del modelo, respectivamente, en $t=1, 2, 3, 6, 9, 12, 15$ y 18 hs, $n=8$, con la máxima diferencia $\varepsilon_{i=1hr}=0.019$. Los espesores de petróleo sobre el agua calculados variaron en el rango $0.0044-0.0026 \text{ m}$, para el intervalo temporal $2-42$ hs, respectivamente, con pérdidas de masa por evaporación del 68%. Estos resultados se consideraron satisfactorios.

2.3 Implementación del modelo

Se implementó el modelo de partículas al área definida en la [Figura 2](#), para un dominio que comprende una superficie de 118 km^2 . Se adoptaron intervalos espaciales $\Delta x=\Delta y=100 \text{ m}$ y temporal $\Delta t=120 \text{ s}$. Los coeficientes de dispersión longitudinal y transversal, D_{xx} y D_{yy} respectivamente, se definieron en $0.36 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. El ingreso de petróleo al cuerpo de agua se dispuso mediante dos fuentes verticales en línea, una para cada brazo del estuario, al norte y al sur de la Isla Grande, y por el primer intervalo de tiempo. Luego, a medida que transcurrió el vertido y actuó la dispersión mecánica, el tamaño de las fuentes se calculó según las fórmulas propuestas por [Fay \(1971\)](#). La masa total de petróleo ingresada fue de 24500 tn para el supuesto de un vertido continuo por $\tau=72$ hs. Las secciones de salida son dos, la sección Atafona, comunicada

directamente al mar y la sección situada en la salida norte de la isla do Lima.

En cada celda de la fuente se ingresó una partícula por intervalo de tiempo representando una masa de 5671 kg. De ese modo, la primera etapa de la dispersión mecánica se extendió por 2 hs y la segunda por 9 hs. La tercera etapa se extendió hasta el final de la simulación, con el tamaño de la fuente establecida al final de la etapa antecedente. El espesor de petróleo δ fue calculado hasta un valor mínimo de 10 micrones.

Las pérdidas por evaporación se expresaron mediante una función de primer orden, con k una función de pérdida de petróleo de primer orden ya citada. Las condiciones iniciales acordadas a ausencia de petróleo en agua. Se tuvieron en cuenta los procesos advectivos, difusivos, pérdidas por evaporación y por contacto con las márgenes. En este caso, la incidencia de las márgenes se definieron de acuerdo a Shen & Yapa (1988) mediante una constante de decaimiento. Las condiciones hidrodinámicas se simularon con el sistema computacional SisBaHiA (Rosman, 2010), que resolvió las ecuaciones de aguas poco profundas en el tramo fluvial y el estuario para un intervalo de 10 días. La malla en elementos finitos estuvo compuesta por 482 elementos cuadráticos con 2229 nodos. Las condiciones de borde aguas arriba se establecieron con registros limnigráficos en la ciudad de Campos, las ondas de mareas se definieron mediante información de un mareógrafo cerca de la localidad de Atafona.

3 RESULTADOS

En la Figura 4 se presentan isolíneas de espesores δ para el estado final $t=72$ horas de vertido continuo. Los resultados muestran que la pluma de petróleo ocupó los dos brazos del estuario, mientras que a medida que el petróleo salió por el tramo principal del estuario (entre Isla do Lima y Atafona), se formaron nubes de petróleo que derivaron hacia el norte sobre la costa. Los máximos espesores se obtuvieron para el brazo sur de la isla Grande, con 0.0036 m de espesor. En el brazo norte, los máximos espesores estuvieron entre 0.001 y 0.0015 m de espesor. Los caudales máximos ingresantes desde aguas arriba por cada brazo fueron de 450 y 370 m^3s^{-1} , norte y sur respectivamente. A medida que el petróleo evolucionó hacia la salida del estuario sus espesores disminuyeron rápidamente, hasta que en la sección de salida, en Atafona, los espesores estuvieron entre los 200 y los 100 micrones, como se muestra en la Figura 5. Las nubes que se desplazaron cerca de la costa mostraron espesores de entre 20 y 50 micrones. Para $t=48$ y 60 hs la distribución de petróleo fue semejante, con espesores máximos de 10% y 25 % superiores, respectivamente. Un 60 % de la masa de petróleo sale del estuario por la sección de Atafona, mientras que el resto lo hace por el brazo al oeste de la isla do Lima. Los efectos de la marea semidiurna fueron significativos. Por ejemplo, para una vertical situada en el tramo interior del estuario, los espesores fluctuaron cada 12 hs, entre 1700 μm y 140 μm . Para una vertical ubicada a 4 km al NE de la costa frente a la boca principal del estuario, los espesores nunca superaron los 100 micrones. Para el total de la masa de petróleo el espesor δ promedio pasó de 640 μm a las 12 hs a 200 μm a las 48 hs y a 178 μm a las 72 hs. El espesor δ mínimo que define el fin del proceso de *spreading*, fue $\delta=0.9$ μm (Shen and Yapa, 1988), lo cual muestra la importancia de su consideración. El cálculo del área máxima de la superficie del petróleo no se realizó debido a la presencia de bordes, que invalidan las hipótesis del cálculo.

De las 24500 tn de petróleo vertidas, se evaporaron en 3 días 18652 tn y se perdieron por contacto con las márgenes 156 tn, es decir que en total hubo una pérdida de masa de 76.8%. La tasa de pérdidas de petróleo fue de 75% a las 24 hs y de 78.7% a las 48 hs.

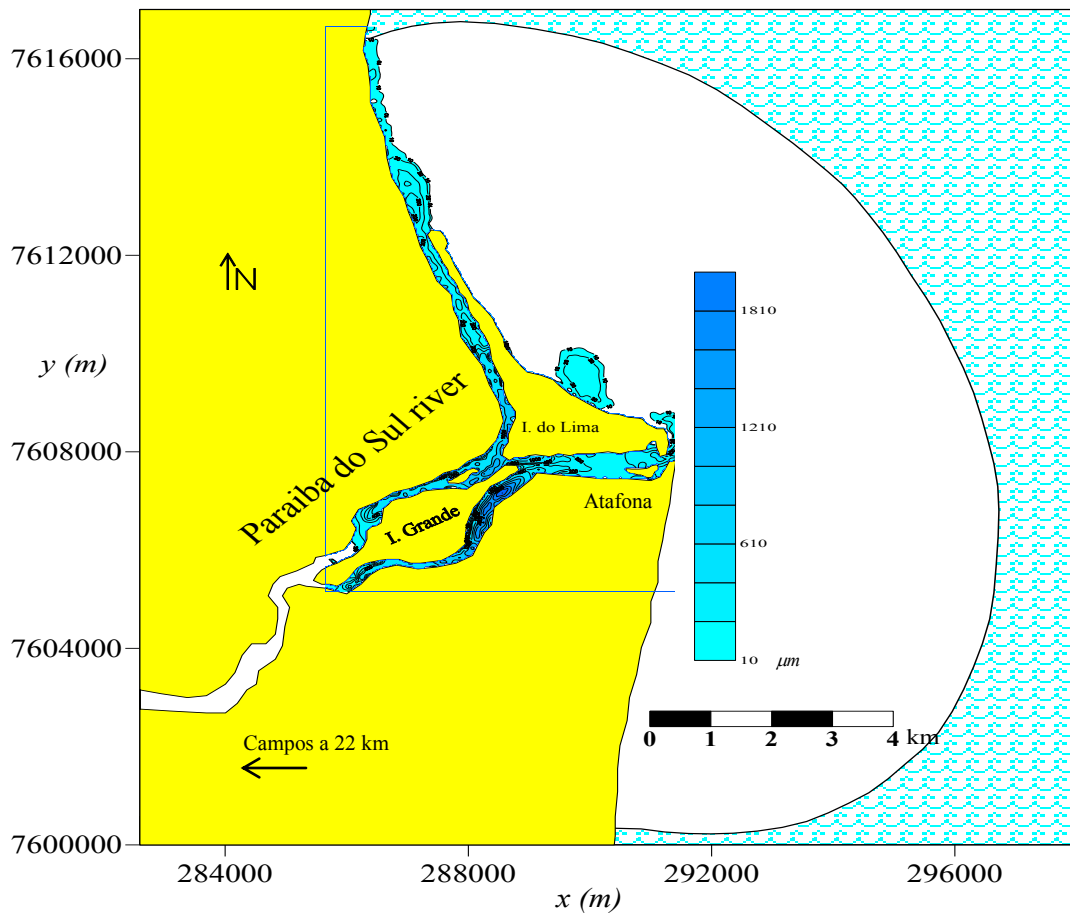


Figura 4: Isolíneas del espesor de petróleo δ sobre la superficie, en micrones, para $t=72$ horas.

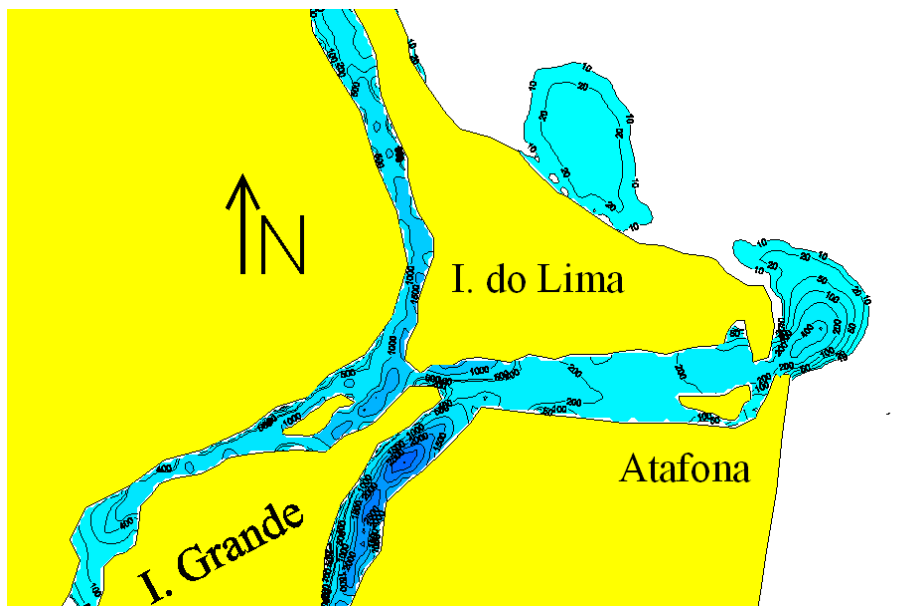


Figura 5: Isolíneas del espesor de petróleo δ sobre la superficie en la salida principal del estuario, en micrones, para $t=72$ horas.

Se realizó también un ensayo sin el efecto de dispersión mecánica, adoptando un tamaño fijo de fuente, semejante al alcanzado al final de la primera fase de 2 hs de duración y con la misma cantidad de masa vertida. Los resultados mostraron que los espesores fueron, en general, similares pero desplazados y las nubes de petróleo sobre la costa del mar estuvieron espacialmente “retrasadas” respecto de la simulación original.

4 CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos con el modelo de partículas para un escenario fluvial estuarino, para una situación hipotética de derrame continuo de petróleo, permitió obtener espesores sobre la superficie del agua, compatibles con resultados de vertidos en escenarios semejantes. De acuerdo a la bibliografía específica citada, el proceso de *spreading*, caracterizado por un espesor δ mínimo, estuvo activo hasta el final del tiempo de simulación

Los algoritmos empleados para representar la evaporación y las pérdidas por contacto con las márgenes funcionaron de acuerdo a lo previsto, y con resultados similares a los empleados en la literatura científica. Los ensayos numéricos efectuados para verificar el funcionamiento del modelo de partículas en escenarios simples 1D fueron aceptables, con pequeños errores.

Los resultados del modelo 2D deben interpretarse como una primera aproximación al problema. Resta aún definir la relación con los sedimentos suspendidos y procesos asociados, más análisis de sensibilidad, en particular la difusión.

Agradecimientos

Este trabajo fue realizado en el marco del Proyecto CAI+D 2009 PI 12-194 subsidiado por la Universidad Nacional del Litoral (UNL).

REFERENCIAS

- Bedford, K., *Diffusion, dispersion and sub-grid parameterization*. Chapter 4 in *Coastal, Estuarial and Harbour Engineers Reference Book*. M. B. Abbot and W. A. Price, E&FN Spon, 1994.
- Carvalho, C.E.V, Salomão, M.S.M, Molisani, M.M., Rezende., C.E., and Lacerda, L.D. Contribution of a medium-sized tropical river to the particulate heavy-metal load for the South Atlantic Ocean, *The Science of the Total Environment*, 284:85-93, 2002
- Dimou, K.N., and Adams, E.E., A Random-walk, Particle Tracking Model for Well-mixed Estuaries and Coastal Waters. *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 37:99-110, 1993.
- Fay, J.A., Physical Processes in the Spread of Oil on a Water Surface. Proceedings of the Joint Conference on Prevention and Control of Oil Spills, Sponsored by API, EPA, and USCG, Washington, DC, American Petroleum Institute, Washington, DC, pp. 463–467, 1971.
- Hassan, A., and Mohamed, M., On using particle tracking methods to simulate transport in single-continuum and dual continua porous media. *Journal of Hydrology*, 275:242-260, 2003.
- Harleman, D.R.F., *Transport Processes in Environmental Engineering, lecture notes*. Parsons Hydrodynamics Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1988.
- Jin, X. Y., *Quasi-Three-Dimensional Numerical Modelling of Flow and Dispersion in Shallow Water*. Report 93-3, Delf University of Technology, 174 p, 1993.
- Kitanidis, P., Particle-tracking equations for the solution of the advection- dispersion equation with variable coefficients. *Water Resources Research*, 30:3225 -3227, 1994.
- Lonin. S., Lagrangian Model for Oil Spill Difusion at Sea, *Spill Science & Technology Bulletin*, 5(5/6):331-336, 1999.

- Periañez, R., and Elliot, A.A., Particle-tracking method for simulating the dispersion of non-conservative radionuclides in coastal waters. *Journal of Environmental Radioactivity*, 58:13-33, 2002.
- Reed, M., Johansen, O., Brandvik, P.J., Daling, P., Lewis, A., Fiocco, R., Mackay, D., and Prentki, R., Oil Spill Modeling towards the Close of the 20th Century: Overview of the State of the Art, *Spill Science & Technology Bulletin*, 5(1):3-16, 1999.
- Rosman, P., Referência Técnica do SisBaHiA[®], (<http://www.sisbahia.coppe.ufrj.br>). 2010.
- Runkel, R.L., Solution of the Advection-Dispersion Equation Continuous Load of Finite Duration, *Journal of Environmental Engineering*, ASCE, 122(9):830-832, 1996.
- Shen, Hung Tao, and Yapa, Poojitha, Oil slick transport in rivers, *Journal of Hydraulic Engineering*, 114 (5): 529-543, 1988.
- Tompson, A.F.B., and Gelhar, L.W., Numerical simulation of solute transport in three-dimensional, randomly heterogeneous porous media. *Water Resources Research*, 26:2541-2562, 1990.
- Tompson, A.F.B., Numerical Simulation of Chemical Migration in Physically and Chemical Heterogeneous Porous Media. *Water Resources Research*, 29:3709-3726, 1993.
- Trento, A. and Alvarez, A.M.T., A numerical model for the transport of chromium and fine sediments. *Environmental Modeling and Assessment*, 16(6):551-564. doi: 10.1007/s10666-011-9263-5, 2011.
- Wang S.D., Shen Y.M. and Zheng Y.H., Two-dimensional numerical simulation for transport and fate of oil spills in seas, *Ocean Engineering*, 32:1556-1571, 2005.