

EVALUACIÓN DE LA INFLUENCIA DE LA FIBRA EN LA RESPUESTA ESTRUCTURAL DE PLACAS DE MATERIALES COMPUESTOS

María L. Godoy y Leonel O. Pico

Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Av. Del Valle 5737, 7400 Olavarría, Argentina, lpico@fio.unicen.edu.ar, <http://www.fio.unicen.edu.ar>

Palabras Clave: Materiales compuestos, fibras, matriz, elementos finitos.

Resumen. En las estructuras civiles y mecánicas se trata de contar con materiales que sustenten las características necesarias acordes con los requisitos de diseño y funcionalidad. El examen de sus propiedades mecánicas es de utilidad para poder determinar su comportamiento. En particular, los materiales compuestos son ampliamente empleados, ya que poseen la ventaja de exhibir mejores cualidades que sus componentes por separado. Algunas de las propiedades que se pueden mejorar con un material compuesto son su resistencia, rigidez, resistencia a la corrosión, resistencia a altas temperaturas, peso, etc.

En particular, las placas conformadas con materiales compuestos de fibras embebidas en una matriz son usuales en el diseño estructural. Estas placas tienen gran aplicación en la industria, por lo que el ingeniero debe realizar el diseño más adecuado que garantice su desempeño óptimo.

Una forma de evaluar el comportamiento estructural es utilizando técnicas de optimización, que tienen en cuenta el comportamiento mecánico de la estructura. Entre ellas se encuentran el Método de los Desplazamientos Volumétricos (MDV) que resulta de utilidad para optimizar la forma de distintos elementos estructurales. En el MDV, el objetivo es minimizar globalmente los desplazamientos de la estructura. Por su parte, los desplazamientos de las funciones objetivos se hallan por medio del empleo del Método de los Elementos Finitos.

En este trabajo se estudian placas rectangulares delgadas de materiales compuestos y se analiza la influencia que ejercen su relación de aspecto, el tipo de fibra y su orientación en el compuesto sobre las funciones objetivos DV.

Los resultados obtenidos permiten establecer diferentes rangos de comportamiento estructural óptimo, según sea el tipo de fibra y su orientación.

1 INTRODUCCIÓN

Los materiales modernos se asocian en general con materiales no metálicos. La incesante búsqueda de materiales que tengan un comportamiento apropiado frente a distintos escenarios con relativo bajo costo ha dado lugar a investigaciones sobre diferentes aspectos tanto desde la tecnología de los materiales como desde el ámbito estructural. Es así que los materiales compuestos o *composites* son ampliamente utilizados en ingeniería civil, mecánica, naval, aeroespacial, entre otras, debido a sus excelentes relaciones rigidez/peso y resistencia/peso. La ventaja de ellos es que si están bien diseñados, usualmente exhiben mejores cualidades que sus componentes por separado. Algunas de las propiedades que se pueden mejorar con un material compuesto son su resistencia, rigidez, resistencia a la corrosión, resistencia a altas temperaturas, peso, etc. Naturalmente, no todas esas propiedades se logran al mismo tiempo. Se trata de contar con materiales que sustenten las características necesarias acordes con los requisitos de diseño y funcionalidad. El examen de sus propiedades mecánicas es de utilidad para poder determinar su comportamiento (Ciancio et al., 2010).

Las propiedades aparentes que presentan los *composites* difieren según la orientación de las fibras. En general, cuando se proporcionan las características mecánicas no se especifica si las fibras se disponen en forma aleatoria o con determinado arreglo, al menos cuando se analizan problemas del ámbito de las estructuras (Laura et al. 1979; Cupial, 1997; Malekzadeh, 2007; Bachir Bouiadjra et al., 2008).

En consecuencia, así como se aplica un criterio racional para la selección de un material con una rigidez y resistencia particulares para una aplicación estructural específica, también deberá ser racional la elección de un material compuesto y será necesario conocer la incidencia que ejercen las variables de cada componente sobre el comportamiento del material compuesto.

El conocimiento teórico del comportamiento de este tipo de materiales tradicionalmente era reducido, ya que se basaba en empirismos. Sin embargo, el uso de modelos matemáticos combinados con métodos numéricos permite predecir su comportamiento.

En particular, las placas conformadas con materiales compuestos de fibras embebidas en una matriz son usuales en el diseño estructural. Estas placas tienen gran aplicación en la industria, por lo que el ingeniero debe realizar el diseño más adecuado que garantice su desempeño óptimo.

Existen distintas técnicas de optimización, que tienen en cuenta el comportamiento mecánico de la estructura. Entre ellas se encuentran el Método de los Desplazamientos Volumétricos (MDV) y el Método de las Flexiones Volumétricas (MFV), que resultan de utilidad para optimizar la forma de distintos elementos estructurales (Ortega y Robles, 2003; Ortega y Robles, 2005). En el MDV, el objetivo es minimizar los desplazamientos de la estructura, mientras que en el MFV el objetivo es minimizar las tensiones de flexión. Por su parte, los desplazamientos y las tensiones incógnitas de las funciones objetivos se hallan por medio del empleo del Método de los Elementos Finitos (Godoy et al., 2010).

En este trabajo se estudian placas rectangulares delgadas de materiales compuestos y se analiza la influencia que ejercen la relación de aspecto, el tipo de fibra y su orientación en el compuesto sobre las funciones objetivos DV.

Los resultados obtenidos permiten establecer diferentes rangos de comportamiento estructural óptimo, según sea el tipo de fibra y su orientación.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1 Teoría de mezclas para materiales compuestos

En la fabricación de estos materiales, las fibras a menudo se ubican al azar, en lugar de disponerse en forma regular. Esta naturaleza aleatoria es más usual en materiales compuestos de fibras de diámetro pequeño (grafito-epoxi) que en materiales compuestos de fibras de diámetro más grande (boro-epoxi). Así, los análisis para determinar los módulos de elasticidad de materiales compuestos con disposición regular se modifican para tener en cuenta el hecho de que las fibras no sean contiguas.

Las ecuaciones de la micromecánica que se fundamentan en conceptos de rigidez se deben a [Tsai \(1964\)](#), cuyas hipótesis son:

- El compuesto está libre de tensiones iniciales, es linealmente elástico, macroscópicamente homogéneo y macroscópicamente ortótropo.
- Las fibras son homogéneas, linealmente elásticas, isotrópicas, regularmente espaciadas, perfectamente alineadas y perfectamente delimitadas.
- La matriz es homogénea, linealmente elástica, isotrópica y libre de vacíos.
- No pueden existir vacíos en las fibras o en la matriz o entre ellas, (la unión entre las fibras y la matriz es perfecta).

Sin embargo, estas hipótesis pueden no cumplirse en su totalidad; de hecho las uniones entre fibras y matriz no son perfectas. La suposición más destacada es que la deformación en la dirección de la fibra de un material compuesto reforzado con fibra unidireccional es la misma en la fibra y en la matriz. Si esas deformaciones no fuesen iguales implicaría la rotura entre ambas. En consecuencia, se considera una solución que contempla dos situaciones: que todas las fibras estén aisladas y que las fibras estén en contacto. Ese grado de aproximación entre fibras se puede denotar como C , y será $C = 0$ para el caso de fibras aisladas y $C = 1$ para fibras perfectamente contiguas. Con una fracción alta de volumen de fibras, C se aproxima a 1. Esto es lo que [Chamis y Sendekyj \(1968\)](#) denominaron método semiempírico.

Para el módulo en la dirección de las fibras, Tsai modificó la teoría de mezclas para tener en cuenta las imperfecciones en la alineación de las fibras:

$$E_1 = k (V_f E_f + V_m E_m) \quad (1)$$

donde k el factor de desalineación de las fibras. Este factor se determina experimentalmente y es altamente dependiente del proceso de fabricación.

Asimismo, Tsai obtiene las propiedades mecánicas restantes E_2 (módulo elástico del compuesto en dirección transversal a la fibra), ν_{12} y ν_{21} (módulos de Poisson del compuesto) y G_{12} (módulo de elasticidad transversal del compuesto), dadas por las siguientes expresiones:

$$E_2 = \frac{E_m}{V_m + V_f \left(\frac{E_m}{E_f} \right)} \quad (2)$$

$$\nu_{12} = (1-C) \frac{K_f V_f (2K_m + G_m) + K_m V_m (2K_f + G_m) V_m}{K_f (2K_m + G_m) - G_m (K_f - K_m) V_m} + C \frac{K_m V_m (2K_f + G_f) V_m + K_f V_f (2K_m + G_f) V_f}{K_f (2K_m + G_m) + G_f (K_m - K_f) V_m} \quad (3)$$

$$G_{12} = (1-C) G_m \frac{2G_f - (G_f - G_m)V_m}{2G_m + (G_f - G_m)V_m} + C G_f \frac{(G_f + G_m) - (G_f - G_m)V_m}{(G_f + G_m) + (G_f - G_m)V_m} \quad (4)$$

$$K_f = \frac{E_f}{2(1-\nu_f)} \quad G_f = \frac{E_f}{2(1+\nu_f)} \quad K_m = \frac{E_m}{2(1-\nu_m)} \quad G_m = \frac{E_m}{2(1+\nu_m)} \quad (5)$$

donde:

E_m, E_f : módulos de elasticidad de la matriz y de la fibra

V_m, V_f : volúmenes relativos de la matriz y de la fibra respecto al compuesto

ν_m, ν_f : módulos de Poisson de la matriz y de la fibra

G_m, G_f : módulos de corte de la matriz y de la fibra

Para poder establecer la densidad del compuesto ρ_c , se considera el aporte de la matriz y de las fibras, es decir:

$$\rho_c = \frac{\rho_f V_f + \rho_m V_m}{V_f + V_m} \quad (6)$$

Si se denota η a la relación V_f/V_m , se obtiene que la Ec. (6) puede escribirse:

$$\rho_c = \frac{\eta V_f + \rho_m}{\eta + 1} \quad (7)$$

2.2 Proceso de optimización

Las superficies laminares están definidas por la configuración geométrica de su superficie media y su espesor en cada uno de sus puntos. Por lo tanto, las técnicas asociadas con el diseño de estas formas determinan la configuración geométrica de su superficie media.

Con el propósito de minimizar los desplazamientos en toda la estructura, se utilizó la función "Desplazamiento Volumétrico" (DV) (Robles y Ortega, 2001), determinada como la suma de los productos del desplazamiento (δ_i) en cada punto i y su volumen de influencia $V_i = A_i t_i$, donde A_i es el área de influencia del punto i y t_i es el espesor de la estructura en dicho punto, Ec. (8).

$$DV = \sum_{i=1}^n \delta_i V_i \quad (8)$$

La función DV da una idea general de los desplazamientos en toda la estructura, otorgando una visión más amplia que cuando se consideran sólo los desplazamientos máximos.

La formulación matemática de la optimización, para el caso particular de la minimización de los desplazamientos en placas rectangulares está dada por la Ec. (9).

$$DV_{min} = \text{Minimizar } DV(\alpha) \quad (9)$$

donde α es el ángulo de inclinación de la fibra respecto al lado menor de la placa.

La optimización está sujeta a la restricción de que las tensiones principales en la placa estén por debajo de la tensión de fluencia de material, en régimen estático lineal.

3 CARACTERIZACIÓN DE LOS MATERIALES COMPUESTOS ANALIZADOS

Para efectuar el presente trabajo se consideraron los siguientes materiales compuestos: Boro-Epoxi, Grafito (As)-Epoxi, y E-Glass-Epoxi, cuyas propiedades fueron extraídas del Departamento de Mecánica de Materiales de la Universidad Tecnológica de Michigan (<http://www.mse.mtu.edu>). Las Tablas 1 y 2 muestran las propiedades de la matriz epoxídica y de las fibras utilizadas, respectivamente. Los valores de caracterización se calcularon con las Ecs. (1) a (7), considerando una proporción de volumen de fibras a volumen de matriz de 0,30. La Tabla 3 muestra los resultados obtenidos de la caracterización de los materiales compuestos. En el presente trabajo, k se adoptó con valor 1, suponiendo un proceso de fabricación correctamente ejecutado.

Propiedades	Epoxi RE 6410
Módulo de elasticidad longitudinal, E_m (GPa)	3,50
Módulo de Poisson, ν_m	0,33
Densidad, ρ_m (kg/m ³)	1160

Tabla 1: Propiedades de las matriz epoxídica.

Propiedades	Boro	Grafito	E-Glass
Módulo de elasticidad longitudinal, E_f (GPa)	420	224	71
Módulo de Poisson, ν_f	0,20	0,20	0,20
Densidad, ρ_m (kg/m ³)	2450	1750	2450

Tabla 2: Propiedades de las fibras.

Propiedades	Boro-epoxi	Grafito-epoxi	E-Glass-epoxi
ρ_{comp}	1458	1296	1458
E_1	99,71	54,44	19,09
E_2	4,54	4,53	4,48
ν_{12}	0,29	0,29	0,29
ν_{21}	0,01	0,02	0,07
G_{12}	2,09	2,08	2,02

Tabla 3: Propiedades de los materiales compuestos estudiados.

4 CASOS ANALIZADOS

Se estudiaron placas rectangulares delgadas de materiales compuestos boro-epoxi, grafito-epoxi y E-glass-epoxi, con lado menor $b = 1$ m. Se analizaron dos condiciones de borde: placa simplemente apoyada en todo su contorno y placa empotrada en todo su contorno. Las relaciones de lados λ evaluadas fueron $\lambda = a/b = 1,00, 1,50$ y $2,00$. Se consideró una carga uniformemente distribuida de 1000 N/m^2 y normal a su superficie media, en dirección de z negativa. En todos los casos, se supuso un espesor de placa de $0,01$ m. La determinación de los valores numéricos de desplazamientos en los nodos se realizó mediante un software de elementos finitos (AlgorTM, 2008).

La Figura 1 muestra una placa genérica en el plano xy , con las fibras y su orientación.

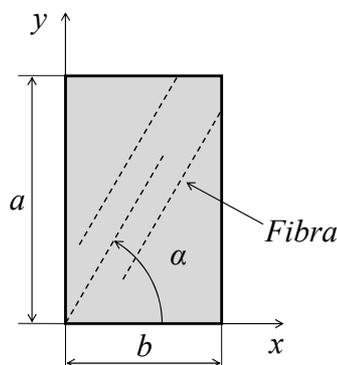


Figura 1: Ángulo de inclinación de la fibra en la placa.

5 RESULTADOS OBTENIDOS

Las Figuras 2 a 8 muestran los mapas de desplazamientos obtenidos en función del ángulo de inclinación de la fibra respecto a su lado menor b , para relaciones $\lambda = a/b = 1,00, 1,50$ y $2,00$, para placas empotradas de grafito-epoxi. Similares comportamientos se observaron para materiales boro-epoxi y E-glass-epoxi.

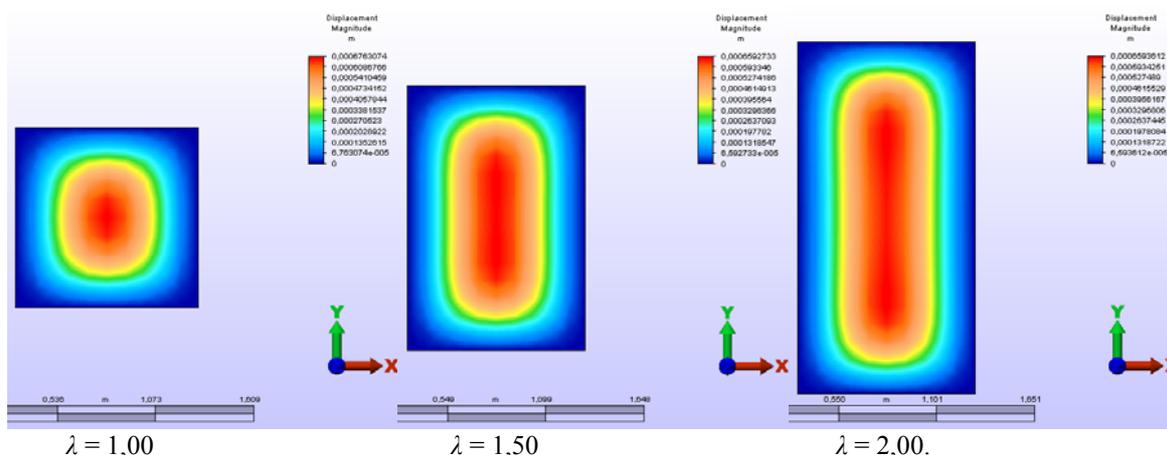


Figura 2: Campos de desplazamientos en m. Placa empotrada de grafito-epoxi, con $\alpha = 0^\circ$.

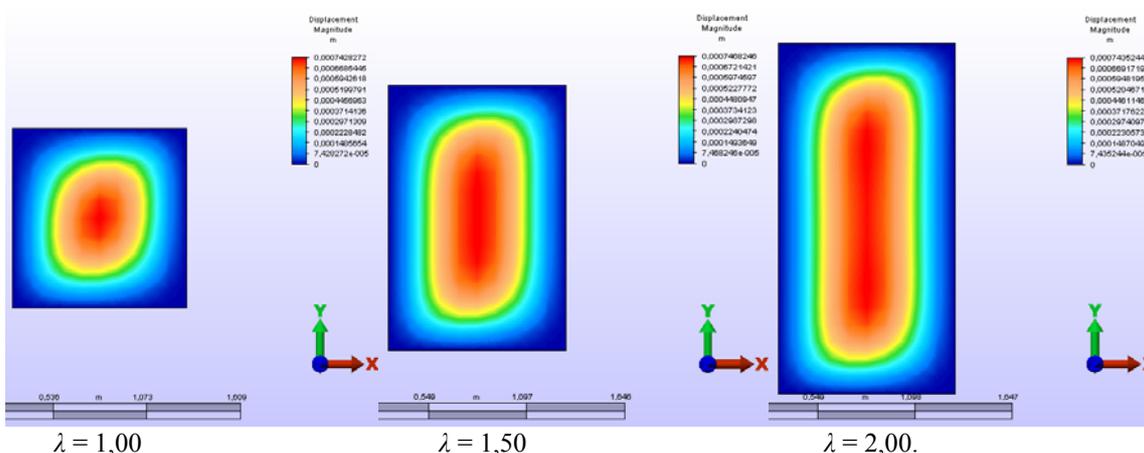


Figura 3: Campos de desplazamientos en m. Placa empotrada de grafito-epoxi, con $\alpha = 15^\circ$.

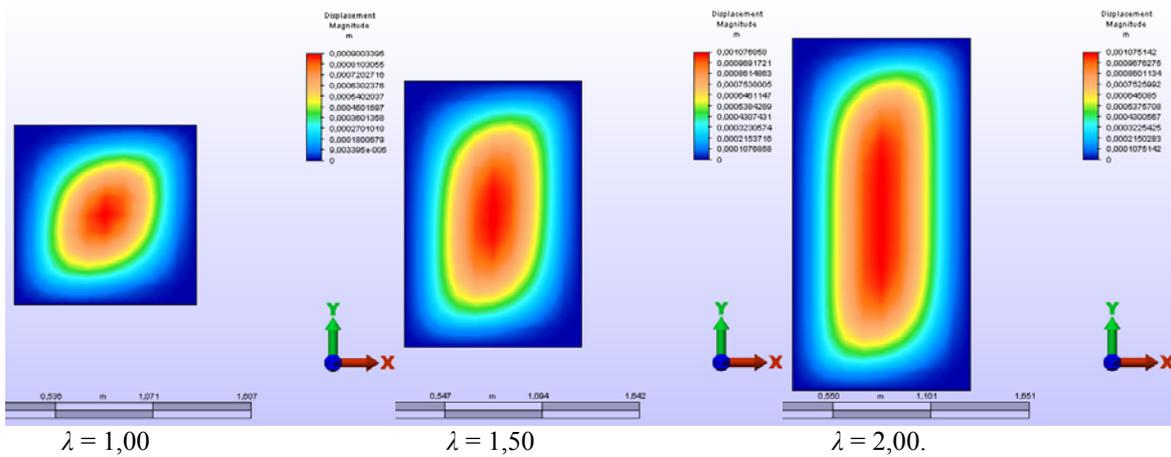


Figura 4: Campos de desplazamientos en m. Placa empotrada de grafito-epoxi, con $\alpha = 30^\circ$.

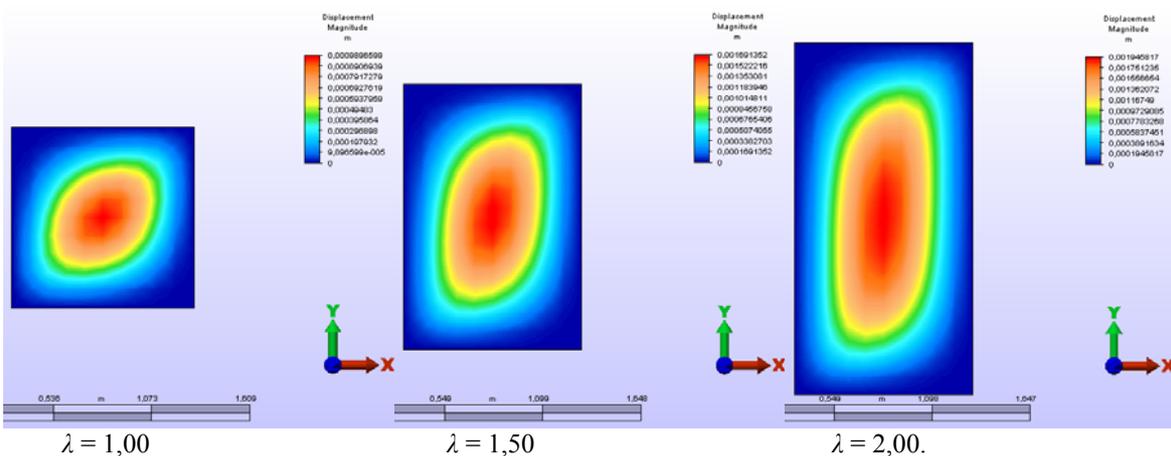


Figura 5: Campos de desplazamientos en m. Placa empotrada de grafito-epoxi, con $\alpha = 45^\circ$.

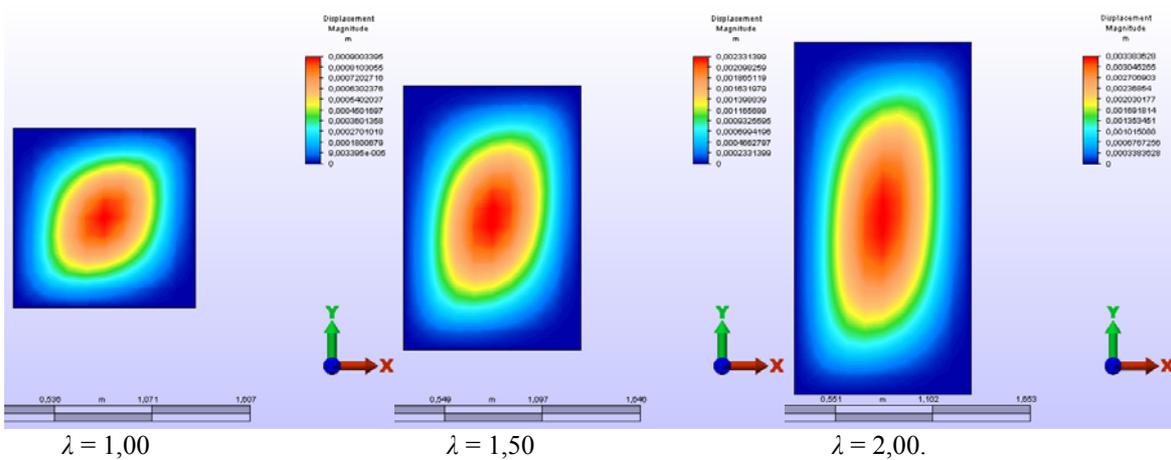


Figura 6: Campos de desplazamientos en m. Placa empotrada de grafito-epoxi, con $\alpha = 60^\circ$.

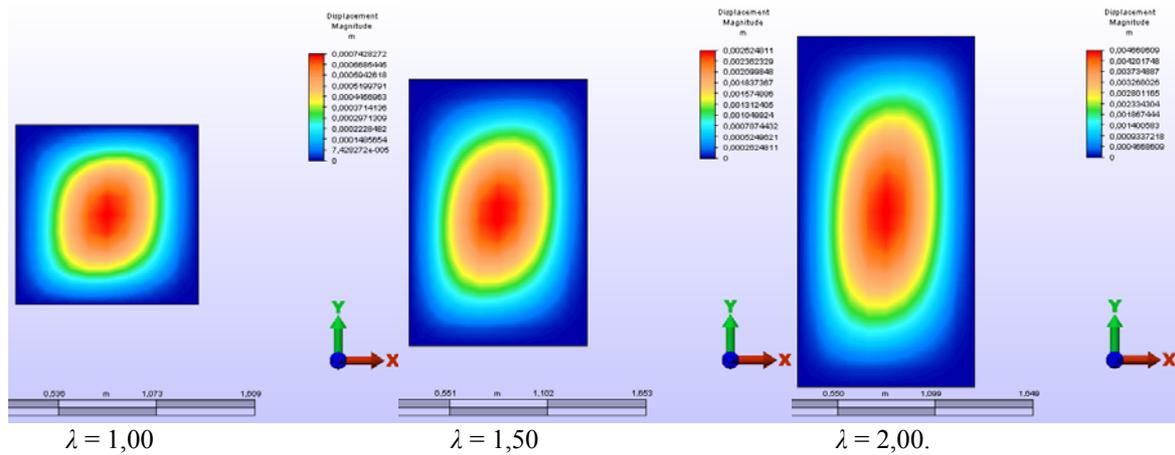


Figura 7: Campos de desplazamientos en m. Placa empotrada de grafito-epoxi, con $\alpha = 75^\circ$.

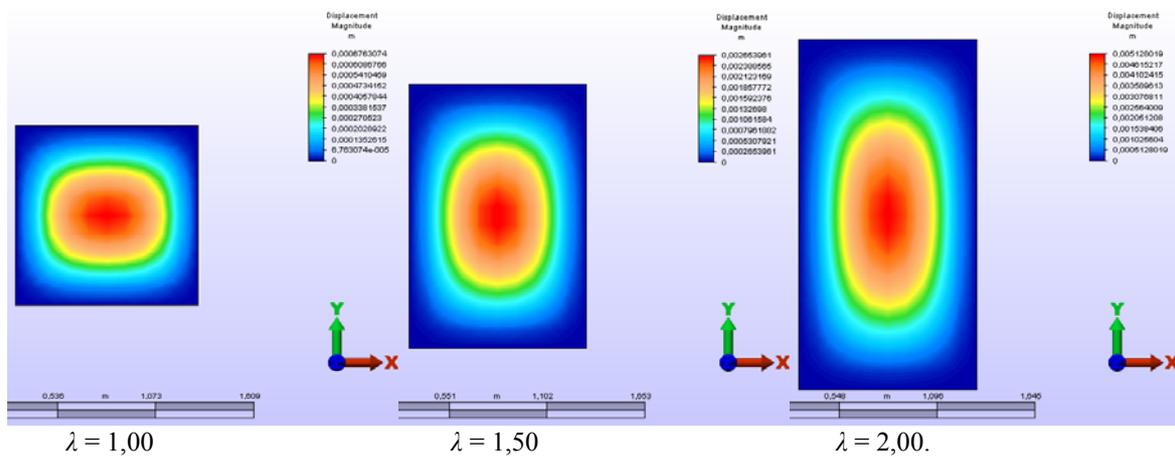


Figura 8: Campos de desplazamientos en m. Placa empotrada de grafito-epoxi, con $\alpha = 90^\circ$.

La Figura 9 muestra los desplazamientos volumétricos obtenidos en función del ángulo de inclinación de la fibra respecto a su lado menor b . Se muestran los resultados de DV para relaciones de lados $\lambda = a/b = 1,00, 1,50$ y $2,00$, para condiciones de borde simplemente apoyada y empotrada en todo el contorno y para los tres materiales compuestos estudiados.

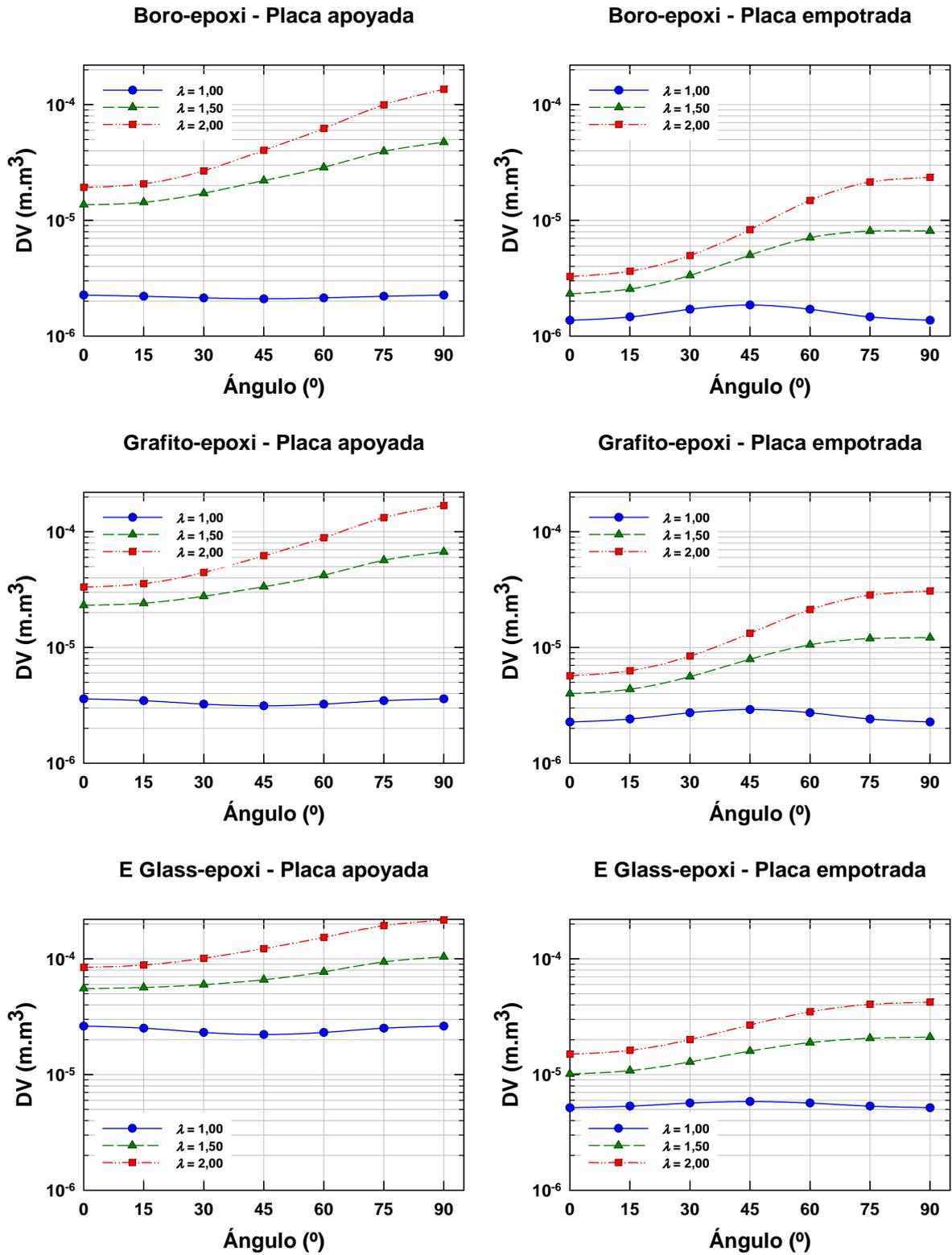


Figura 9: Desplazamientos volumétricos en función del ángulo de la fibra en la placa.

6 DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Para condición simplemente apoyada y $\lambda = 1,00$ se observa que la función DV tiene un mínimo en 45° , para todos los compuestos analizados. Esto se debe a que en esa dirección las fibras colaboran estructuralmente en ambos sentidos longitudinal y transversal, disminuyendo la energía de deformación involucrada.

Para condición empotrada en todo el contorno y $\lambda = 1,00$ se observa que DV tiene mínimos en las orientaciones de 0° y 90° , para todos los materiales estudiados. Esto se debe a que en esas direcciones la placa tiende a comportarse unidireccionalmente según esas direcciones, disminuyendo el efecto colaborante de las fibras a 45° .

Para relaciones $\lambda = 1,50$ y $\lambda = 2,00$ se advierte que el mínimo de la función DV se presenta cuando $\alpha = 0^\circ$, para todos los materiales estudiados y ambas condiciones de apoyo. Esto es debido al hecho de que en esa dirección las fibras se comportan como pequeños refuerzos en la placa, capaces de disminuir sus desplazamientos. La función DV se grafica para ángulos de 0° a 90° . Los valores de -90° a 0° no se graficaron debido a la simetría.

Los desplazamientos volumétricos obtenidos más pequeños se dan para el material boro-epoxi, mientras que los más grandes se dan para el material E-glass-epoxi. Estos resultados se corresponden con los módulos de elasticidad longitudinal respectivos, dado que el E_{12} del boro-epoxi es significativamente mayor que el E_{12} del E-glass-epoxi.

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos permitieron establecer las siguientes conclusiones:

Generales:

- La optimización mediante el Método de los Desplazamientos Volumétricos en régimen elástico lineal es un procedimiento de diseño válido para minimizar la energía de deformación involucrada.
- La simulación numérica mediante el Método de los Elementos Finitos constituye una alternativa de análisis a los ensayos experimentales.

Particulares:

- Existen direcciones de orientaciones de fibras que minimizan la función DV .
- La solución óptima se presenta para la placa cuadrada ($\lambda = 1,00$) de material boro-epoxi empotrada en todo su contorno, con fibras orientadas a 0° y 90° , respecto al lado menor b .

REFERENCIAS

- Bachir Bouiadjra, B., Ouinas, D., Serier, B., Benderdouche, N., Disbonded effects on bonded boron/epoxy composite repair to aluminium plates. *Computational Materials Science*, 42:220-227, 2008.
- Chamis, C.C., Sendeckyj, G.P., Critique on Theories Predicting Thermoelastic Properties of Fibrous Composites, *Journal of Composite Materials*, 332-358, 1968.
- Ciancio, P.M., Rossit, C.A., Pico, L.O., Incidencia de la conformación anisotrópica de placas rectangulares delgadas sobre las frecuencias naturales de vibración. *Mecánica Computacional*, XXIX:343-351, 2010.
- Cupial, P., Calculation of the natural frequencies of composite plates by the Rayleigh-Ritz method with orthogonal polynomials. *Journal of Sound and Vibration*, 201(3):385-387, 1997.
- Godoy, M., Pico, L., Ortega, N., Arrien, L., Utilización de técnicas de optimización para el diseño de cabezales en recipientes a presión. *Mecánica Computacional*, XXIX:999-1011,

2010.

- Laura, P.A.A., Grossi, R.O., Transverse vibrations of rectangular anisotropic plates with edges elastically restrained against rotation. *Journal of Sound and Vibration*, 64(2):257–267, 1979.
- Malekzadeh, P., A differential quadrature nonlinear free vibration analysis of laminated composite skew thin plates. *Thin-Walled Structures*, 45:237–250, 2007.
- Ortega, N.F., Robles S.I., The design of hyperbolic paraboloids on the basis of their mechanical behavior, *Journal Thin-Walled Structures*, 41:769,784, 2003.
- Ortega, N.F., Robles, S.I., Form finding of revolution shells by analysing mechanical behavior of the finite element method. *J. Strain Analysis*, 40:775-784, 2005.
- Robles S.I., Ortega, N.F., Study of volumetric displacements of shells, *Journal of the Internacional Association for shell and spatial structures*, 42:139,148, 2001.
- Tsai, S.W., *Structural Behavior of Composite Materials*. NASA CR-71, 1964.