

CONVECÇÃO NATURAL NA CAMADA-LIMITE LAMINAR EM UM CANAL RETANGULAR VERTICAL COM AQUECIMENTO DISCRETO: PROBLEMA FLUIDODINÂMICO

Vivian Machado^a e Thiago Antonini Alves^b

*Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR/Campus Ponta Grossa),
Av. Monteiro Lobato, s/n, km 04, CEP 84016-210, Ponta Grossa, PR, Brasil*
^a*vivian_machadoo@yahoo.com.br*, ^b*thiagoalves@utfpr.edu.br*
<http://www.utfpr.edu.br/pontagrossa>

Palavras chave: Análise numérica, convecção natural, camada-limite laminar, canal vertical, aquecimento discreto, fluidodinâmica.

Resumo. Neste trabalho foi realizada uma análise numérica da fluidodinâmica na camada-limite laminar da transferência de calor por convecção natural em um canal vertical horizontal com aquecimento discreto. Este problema está associado ao resfriamento por convecção natural de um aquecedor 3D isotérmico rente à superfície de uma placa de circuito impresso. As equações governantes com suas condições de contorno foram resolvidas numericamente pelo Método dos Volumes de Controle, dentro de um domínio único através de um procedimento acoplado, utilizando o software *ANSYS/Fluent*TM 14.5. O algoritmo *SIMPLE* (*Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations*) foi utilizado para tratar do acoplamento pressão-velocidade. A discretização dos termos difusivo-convectivos foi realizada por meio do esquema *Upwind* de Primeira Ordem. Devido às não-linearidades na equação do *momentum*, as componentes de velocidade e correção de pressão foram sub-relaxadas para garantir estabilidade e convergência. Após um estudo de refinamento de grade computacional, os resultados numéricos foram obtidos com uma grade 3D não-uniforme contendo aproximadamente 950.000 volumes de controle. Esta grade computacional foi mais concentrada nas regiões próximas às interfaces sólido-fluido devido aos maiores gradientes das variáveis primitivas nestas regiões. As propriedades termofísicas do fluido e dos sólidos foram consideradas constantes, obtidas da biblioteca do software *Engineering Equation Solver*TM (*EES*TM). Os resultados numéricos foram obtidos para números de *Rayleigh* na faixa de 10^6 considerando o ar como o meio fluido extenso e quiescente. Os parâmetros fluidodinâmicos de interesse, perfis de velocidade e espessura da camada-limite foram apresentados.

1 INTRODUÇÃO

Um grande desafio para Engenharia Térmica envolve o estudo de sistemas de resfriamento para componentes eletrônicos. Como relatado por Kraus e Bar-Cohen (1983), Huang *et al.* (2010) e Alves e Altemani (2012) um controle térmico eficiente visando a remoção da alta geração de calor mantém a estabilidade e confiança dos componentes, uma vez que as altas temperaturas comprometem seu desempenho. De acordo com Peterson e Ortega (1990), o fator de falha de componentes eletrônicos cresce exponencialmente com o aumento da temperatura, não sendo aconselhável ultrapassar temperaturas de 85°C. As possíveis causas das falhas são a difusão no material semicondutor, as reações químicas, a movimentação da colagem dos materiais e as tensões térmicas (Çengel e Ghajar, 2012).

A convecção natural muitas vezes é o principal mecanismo de transferência de calor em equipamentos eletrônicos em que não existe a possibilidade de instalação de dispositivos para promover escoamentos forçados sobre seus componentes. O resfriamento por convecção natural utilizando o ar como fluido de resfriamento é um método intrinsecamente confiável, silencioso, ambientalmente correto, que não necessita de manutenção. Outra vantagem é o fato que o ar se apresenta em abundância e sem nenhum custo de utilização, e ainda o uso da convecção natural reduz o peso dos equipamentos (Machado e Alves, 2014).

Um grande problema encontrado no desenvolvimento de pesquisas referentes à transferência de calor por convecção natural foi à dificuldade na solução analítica das equações governantes com suas respectivas condições de contorno. A obtenção de resultados confiáveis se tornou cada vez mais trabalhosa e demorada, para alguns casos, ela é impossível. Com o desenvolvimento de métodos numéricos, *softwares* de simulação e *hardwares* cada vez mais potentes para a resolução de problemas, que até então não apresentavam soluções, o estudo da transferência de calor por convecção natural sofreu um grande avanço (Machado, 2013).

Para casos envolvendo o arranjo de placas de circuito impresso, ou aletas planas verticais isotérmicas, uma análise com precisão aceitável na maioria das aplicações de engenharia, é a investigação individual de cada placa ou aleta. De acordo com Bergman *et al.* (2014) este fato é possível quando o espaçamento L/S permitir o desenvolvimento independente da camada-limite fluidodinâmica.

Neste contexto, no presente trabalho será realizado um estudo numérico do comportamento fluidodinâmico da convecção natural na camada-limite laminar em um canal retangular vertical com aquecimento discreto. Este problema, ilustrado esquematicamente na Figura 1, está relacionado ao resfriamento por convecção natural de um aquecedor 3D isotérmico rente à superfície de uma placa de circuito impresso e imerso em um fluido extenso e quiescente – Nível 2 de empacotamento eletrônico (Alves, 2010).

A contribuição científico-tecnológica que advém deste trabalho proporcionará um embasamento teórico para a ampliação dos estudos da transferência de calor por convecção natural em canais de superfícies aletadas ou de arranjos verticais de placas de circuito impresso, que se enquadra no Nível 3 de empacotamento eletrônico.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A convecção envolve dois mecanismos de transferência de energia: difusão ou condução (transferência de energia devido ao movimento molecular aleatório do fluido) e advecção (transferência de energia devido ao movimento global do fluido). A convecção está relacionada à transferência de energia por calor entre uma superfície e um fluido em movimento sobre ela na presença de um gradiente de temperatura.

De acordo com a natureza do escoamento a convecção pode ser classificada por convecção forçada ou convecção natural. Na convecção forçada o escoamento é proveniente de meios externos como, por exemplo, um ventilador, um soprador ou uma bomba. Enquanto que na convecção natural (ou convecção livre), a qual será o enfoque deste trabalho, o escoamento é induzido por forças de empuxo devido aos gradientes de massa específica causados por variações da temperatura no fluido na presença de um campo gravitacional.

O processo de transferência de calor por convecção, independentemente de sua natureza, pode ser quantificado pela Lei de Resfriamento de *Newton* proposta em 1707 (*Newton*, 1701 *apud* Grigull, 1984):

$$q_{conv} = hA(T_s - T_\infty) \quad (1)$$

sendo que, q_{conv} é a taxa de transferência de calor por convecção, h é o coeficiente de transferência de calor por convecção, A é a área de transferência de calor, T_s é a temperatura da superfície e T_∞ é a temperatura do fluido.

2.1 As Equações da Convecção Natural

Considerando o caso clássico (*benchmark*) do desenvolvimento da camada-limite laminar sobre uma placa plana vertical isotérmica, as equações de conservação da massa (Equação da Continuidade), de conservação do *momentum* (Equações de *Navier-Stokes*) e de conservação da energia (Equação da Energia), em regime permanente, podem ser expressas na forma vetorial, respectivamente, por

$$\rho \nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (2)$$

$$\mathbf{F} - \nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{V} = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \cdot (k \nabla T) + \mu \Phi = 0 \quad (4)$$

sendo que, ρ é a massa específica do fluido, \mathbf{V} é o vetor velocidade, \mathbf{F} é o vetor força, P é o campo de pressão, μ é a viscosidade dinâmica do fluido, k é a condutividade térmica do fluido, T é o campo de temperatura e Φ é a dissipação viscosa.

Por serem equações diferenciais parciais, acopladas e com considerável complexidade, algumas hipóteses e simplificações podem ser consideradas na formulação deste problema em regime permanente:

- Escoamento na camada-limite laminar;
- Fluido *Newtoniano*;
- Força da gravidade atuando na direção x e no sentido negativo;
- Fluido de resfriamento o ar, considerado como incompressível;
- Ausência do termo-fonte na Equação da Energia;
- Aproximação de *Boussinesq* [$(\rho - \rho_\infty) \approx (T_s - T_\infty)$];
- Dissipação viscosa desprezível.

Desta forma, as equações governantes da convecção natural na camada-limite, para coordenadas cartesianas podem, então, ser expressas por:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g \beta (T - T_\infty) + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (6)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (7)$$

sendo que, u é a componente da velocidade na direção x , v é a componente da velocidade na direção y , g é a aceleração da gravidade, β é o coeficiente de expansão volumétrica térmica do fluido, T_∞ é a temperatura do meio quiescente, ν é a viscosidade cinemática do fluido e α é a difusividade térmica do fluido.

2.2 Parâmetro Físico de Interesse

Um importante parâmetro adimensional da convecção natural é o número de *Rayleigh*, Ra , expresso por

$$Ra_L = Gr_L Pr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha} \quad (8)$$

sendo que, Gr é o número de *Grashof*, Pr é o número de *Prandtl*, T_s é a temperatura da superfície e L é o comprimento da placa plana vertical.

A transição na camada-limite de convecção natural depende da magnitude relativa das forças de empuxo e das forças viscosas no fluido que, para placas planas verticais, ocorre em um número de *Rayleigh* crítico de aproximadamente 10^9 .

3 MODELAGEM

A Figura 1 ilustra a configuração básica utilizada na análise numérica do problema associado à convecção natural laminar sobre um aquecedor 3D rente em um canal retangular vertical.

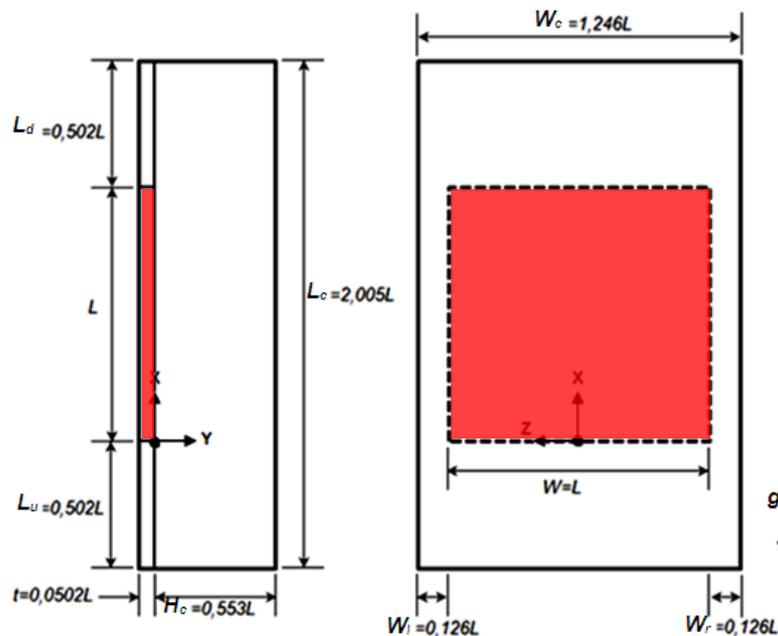


Figura 1: Configuração geométrica utilizada na simulação.

A formulação matemática do problema foi efetuada para um domínio único, compreendendo as regiões sólidas (aquecedor e paredes do canal) e fluido no canal. As equações de conservação, Eqs. (5), (6) e (7), foram formuladas para o domínio de altura L_c , largura W_c e comprimento $(H_c + t)$, como representado na Figura 2.

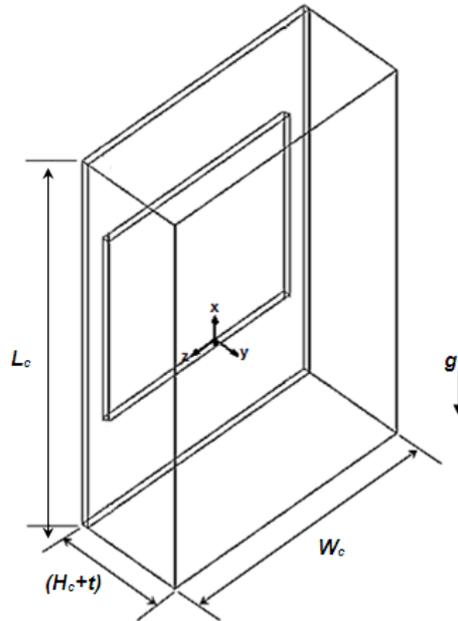


Figura 2: Domínio utilizado nas simulações computacionais.

As condições de contorno impostas para o escoamento foram de entrada e saída abertas no canal, e velocidade nula nas interfaces sólido-fluido, condição de não-deslizamento. As condições de contorno térmicas foram temperatura uniforme (T_∞) do fluido quiescente na entrada do canal e na sua saída a difusão térmica foi desprezada. As superfícies externas do canal e as extremidades laterais do aquecedor foram consideradas adiabáticas. Para uma melhor visualização das condições de contorno do problema, um diagrama esquemático do domínio de solução é mostrado na Figura 3 com as principais considerações de fronteira.

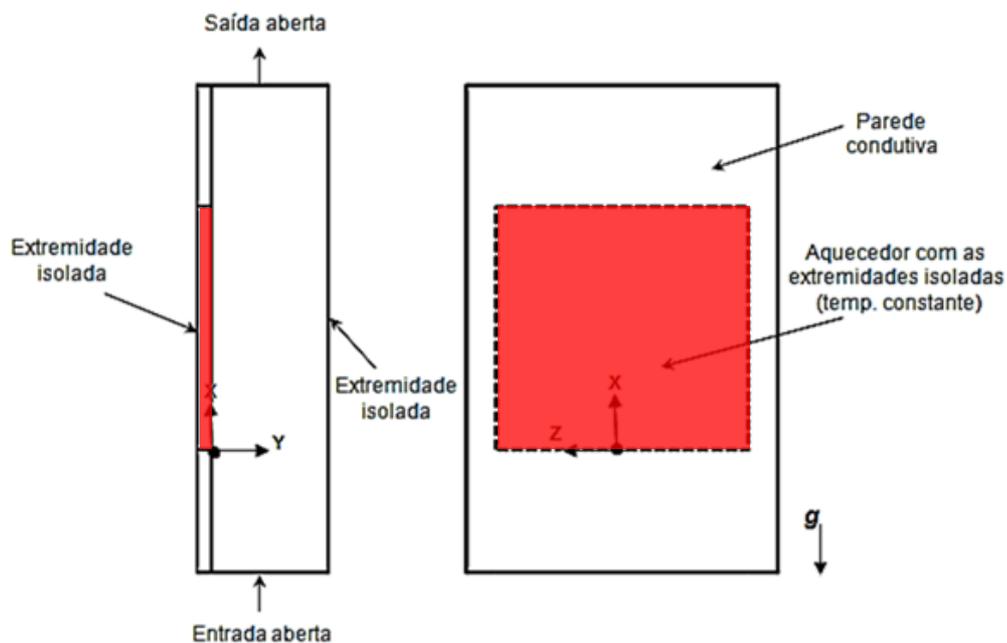


Figura 3: Condições de contorno do problema

As equações governantes com suas condições de contorno foram resolvidas numericamente pelo Método dos Volumes de Controle (Patankar, 1980), também conhecido como Método dos Volumes Finitos, através do *software ANSYS/FluentTM14.5*. O algoritmo SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations*) foi utilizado para tratar do acoplamento pressão-velocidade. A discretização dos termos difusivo-convectivos foi feita por meio do esquema *Upwind* de 1ª Ordem – incondicionalmente limitado e altamente estável. Devido às não-linearidades na equação do *momentum*, as componentes de velocidade e a correção da pressão foram sub-relaxadas para prevenir instabilidade e divergência. Os fatores de sub-relaxação utilizados foram de 0,7 para as componentes da velocidade, 0,3 para a correção da pressão e 0,5 para a temperatura. O critério de parada do processo iterativo de resolução foi estabelecido para mudança absolutas das variáveis primitivas menores do que quatro algarismos significativos entre duas iterações consecutivas, enquanto a conservação global de massa no domínio foi satisfeita em todas as iterações.

A verificação dos procedimentos numéricos adotados neste trabalho foi feita por meio da comparação dos resultados numéricos do problema de transferência de calor por convecção natural em uma caixa tridimensional (cavidade fechada) com $0,125\text{m}^3$, onde uma de suas paredes é aquecida a 473K e todas as outras paredes encontram-se a 292K (ANSYS, 2011). O fluido de trabalho é o ar, o número de *Rayleigh* é calculado com base no valor de $L = 0,5\text{ m}$, e se encontra na faixa de 10^8 (regime laminar). A comparação dos perfis de velocidade no plano central da cavidade fechada é mostrada na Figura 4. O comportamento deste parâmetro fluidinâmico apresenta uma excelente concordância aos apresentados em ANSYS (2011).

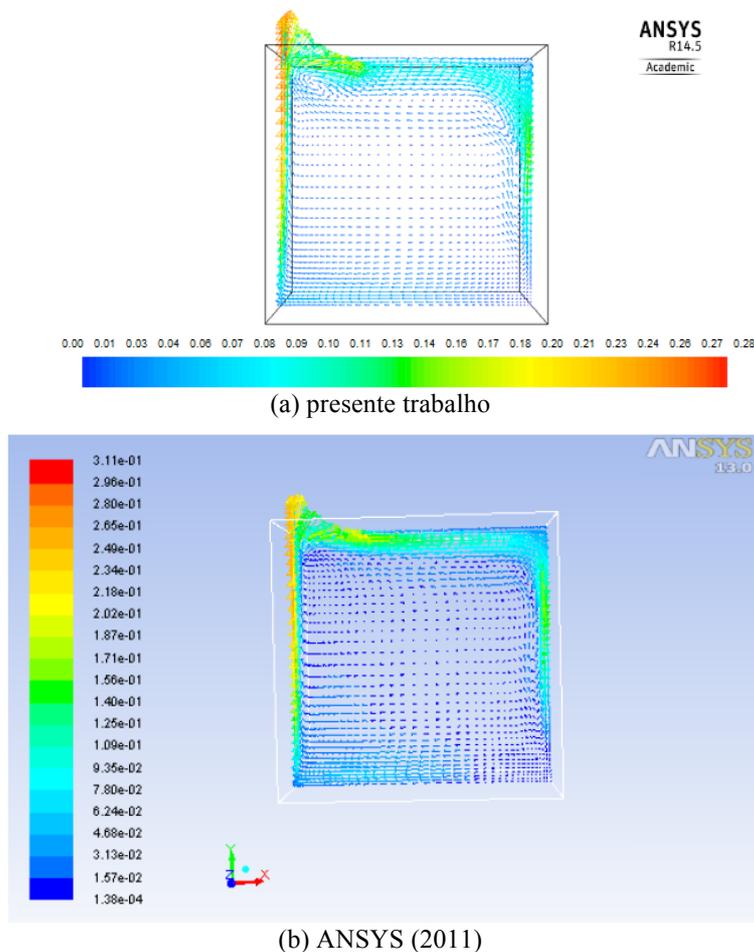


Figura 5: Comparação do perfil de velocidade.

Feito isso, uma análise de refinamento da grade computacional foi executada visando garantir resultados numéricos confiáveis. Para tal, foram analisadas quatro grades computacionais, sendo duas delas uniformes e as outras não-uniformes, utilizando um recurso de adaptação de grade computacional disponível no *ANSYS/FluentTM* 14.5, com refinamento em regiões específicas do escoamento que apresentam um maior gradiente de velocidade na interface sólido-fluido. Os testes de refinamento de malha foram realizados considerando $Ra_L = 3,06 \cdot 10^6$. A malha grade computacional selecionada é uma grade 3D não-uniforme, contendo 943.259 volumes de controle – Figura 5.

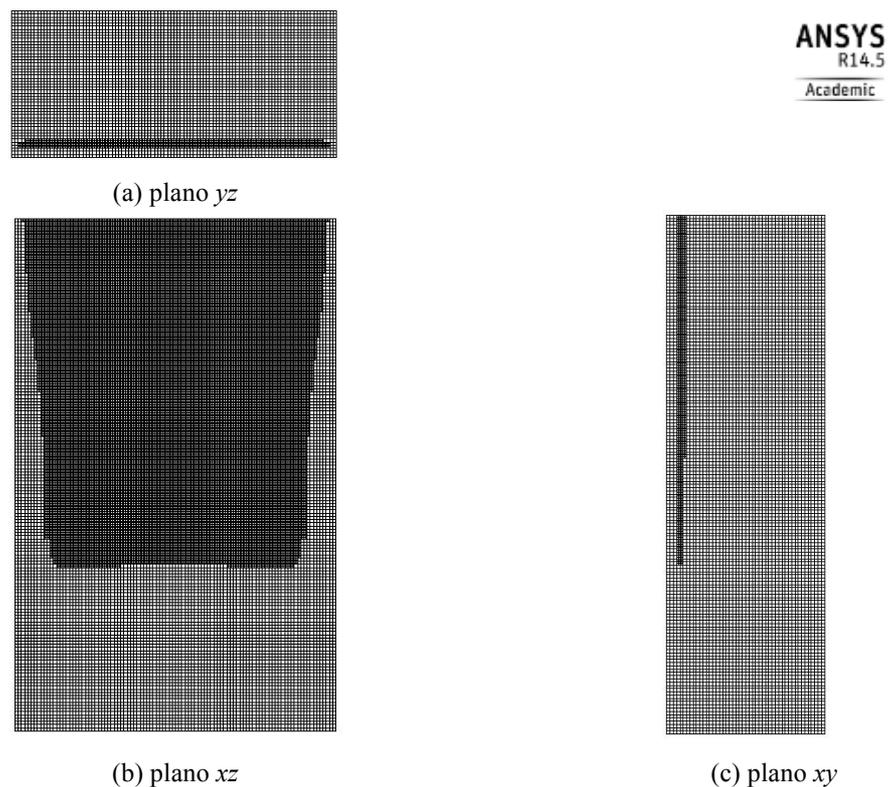


Figura 5: Grade computacional 3D não-uniforme utilizada na resolução numérica (vistas).

As resoluções numéricas foram executadas em microcomputadores com processadores *IntelTM CoreTM i7* 3,6GHz e com 16GB de memória RAM pertencentes ao Laboratório de Pesquisa Computacional vinculado ao Programa de Pós-Graduação (Mestrado) em Engenharia Mecânica do Departamento Acadêmico de Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná/Campus Ponta Grossa. O tempo de processamento de uma solução típica foi de aproximadamente 4 (quatro) horas.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

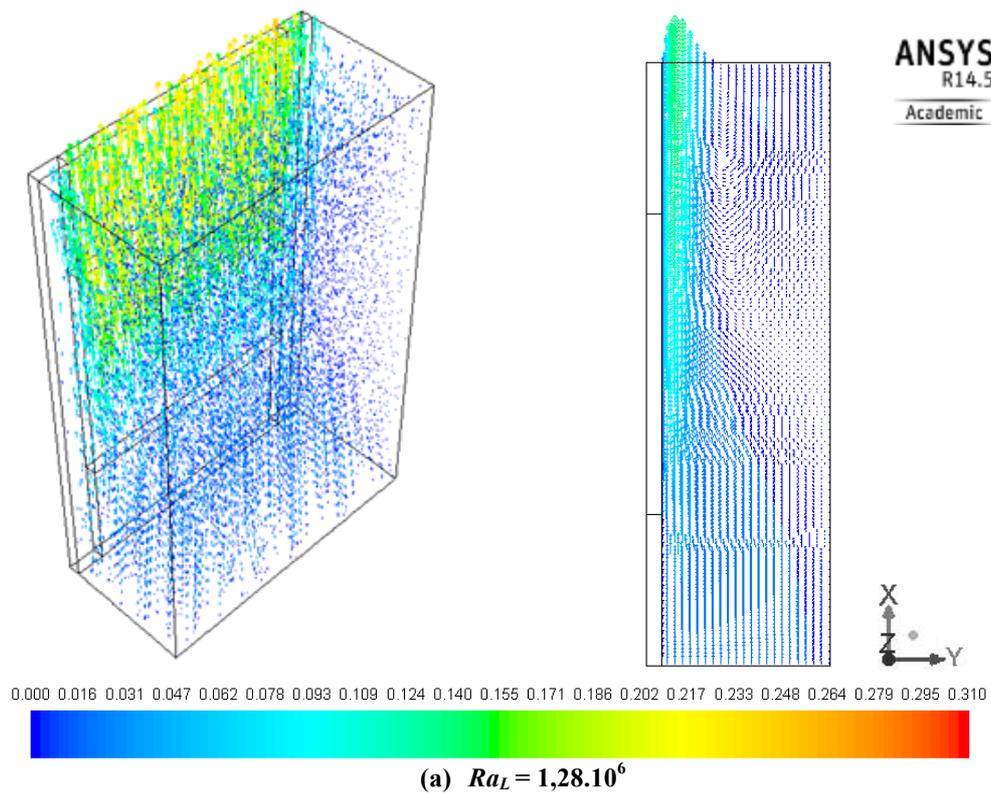
Para a obtenção dos resultados numéricos, as configurações geométricas ilustradas na Figura 1 foram baseadas considerando o comprimento do aquecedor de $L = 0,0995$ m. Da biblioteca disponível no *Engineering Equation SolverTM* (EESTM) considerando uma temperatura de 30°C, as propriedades termofísicas do alumínio foram $\rho = 2.800$ kg/m³, $k = 205$ W/mK e $c_p = 900$ J/kgK e as do aço inoxidável foram $\rho = 7.817$ kg/m³, $k = 14,4$ W/mK e $c_p = 461$ J/kgK. Os valores do número de *Rayleigh* investigados com suas

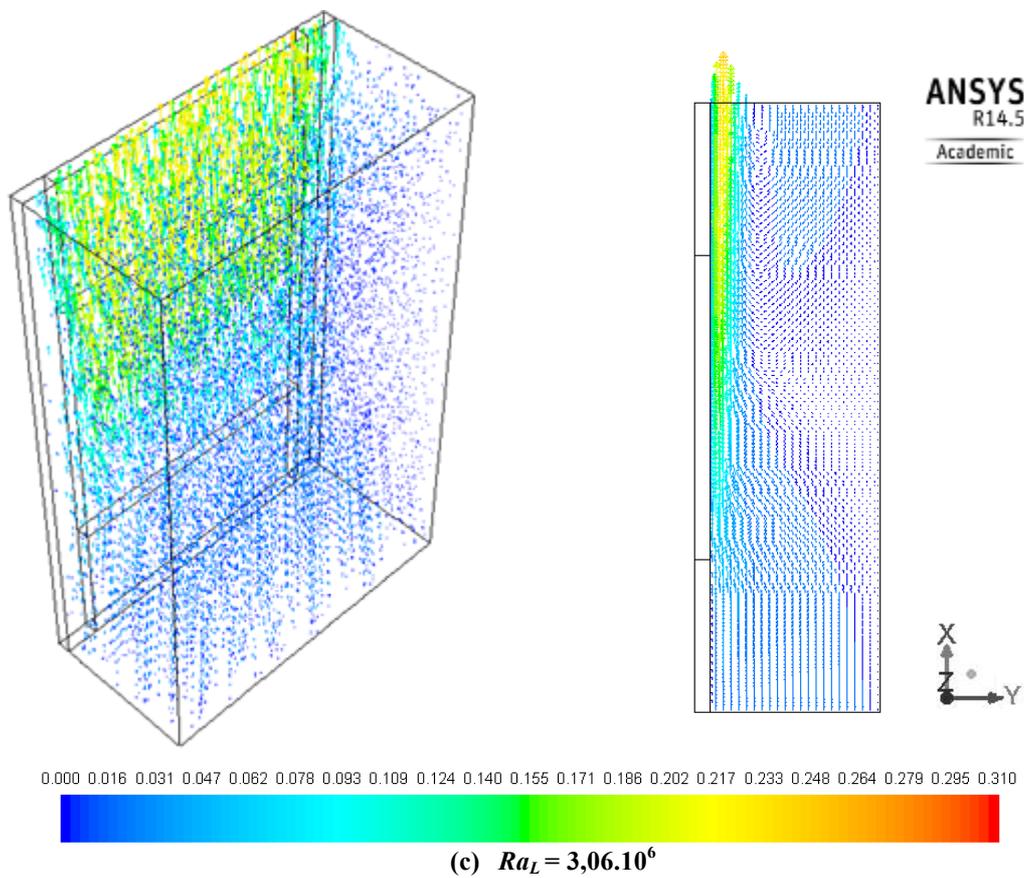
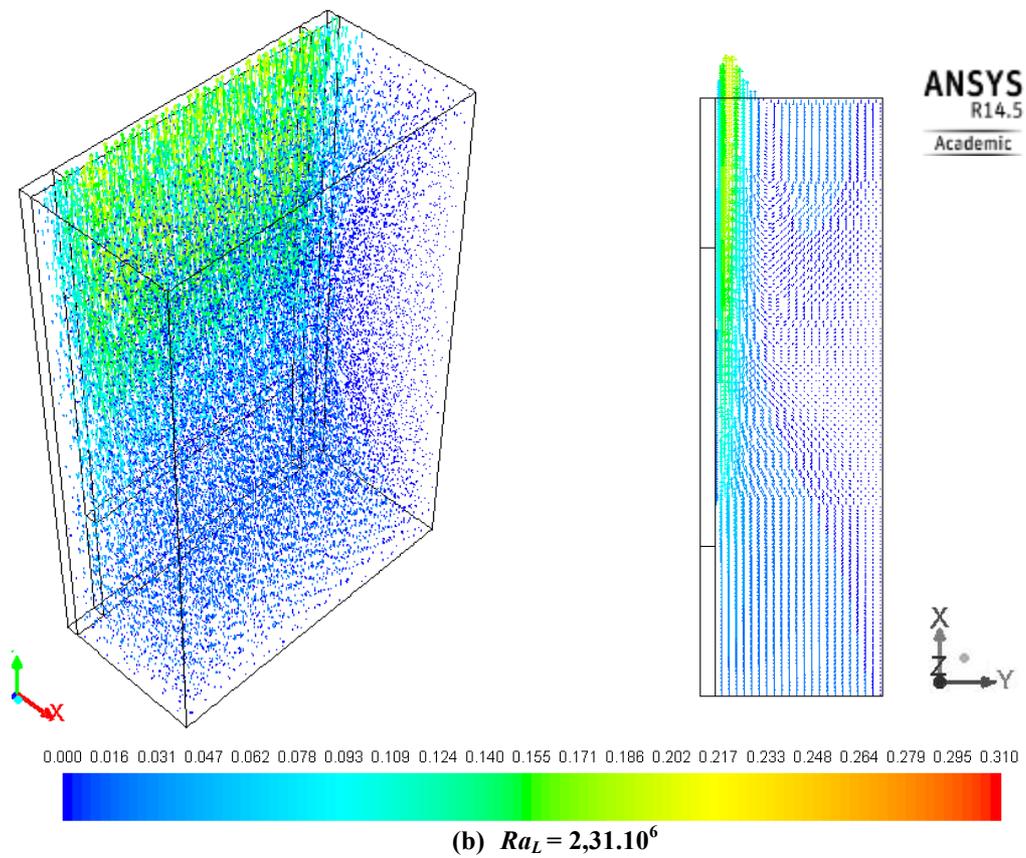
respectivas temperatura do aquecedor (T_s) e do fluido extenso e quiescente (T_∞) são apresentados na Tabela 1. Nesta faixa de investigação de *Rayleigh* o escoamento é laminar (Bergman *et al.*, 2014).

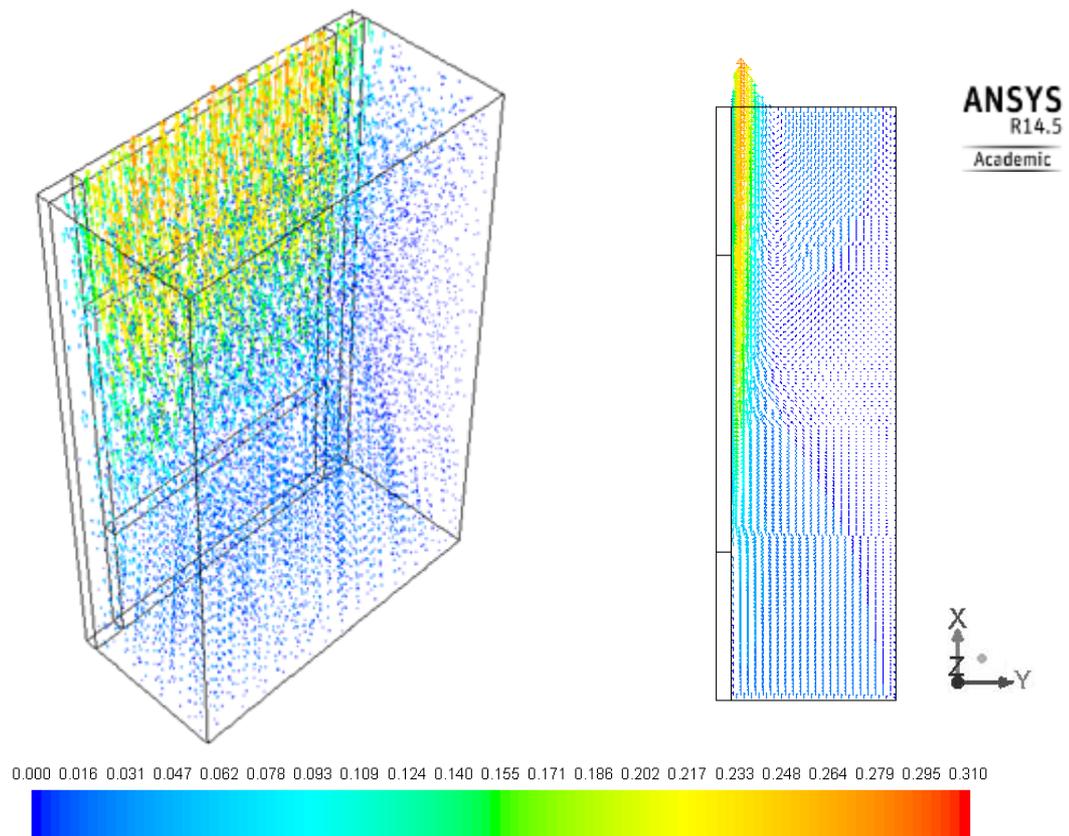
#	$Ra_L \cdot 10^{-6}$	T_s [°C]	T_∞ [°C]
1	1,28	30,00	16,66
2	2,31	45,00	17,68
3	3,06	60,00	19,07
4	3,70	75,00	19,63
5	4,21	90,00	19,73

Tabela 1: Parâmetros utilizados nas simulações

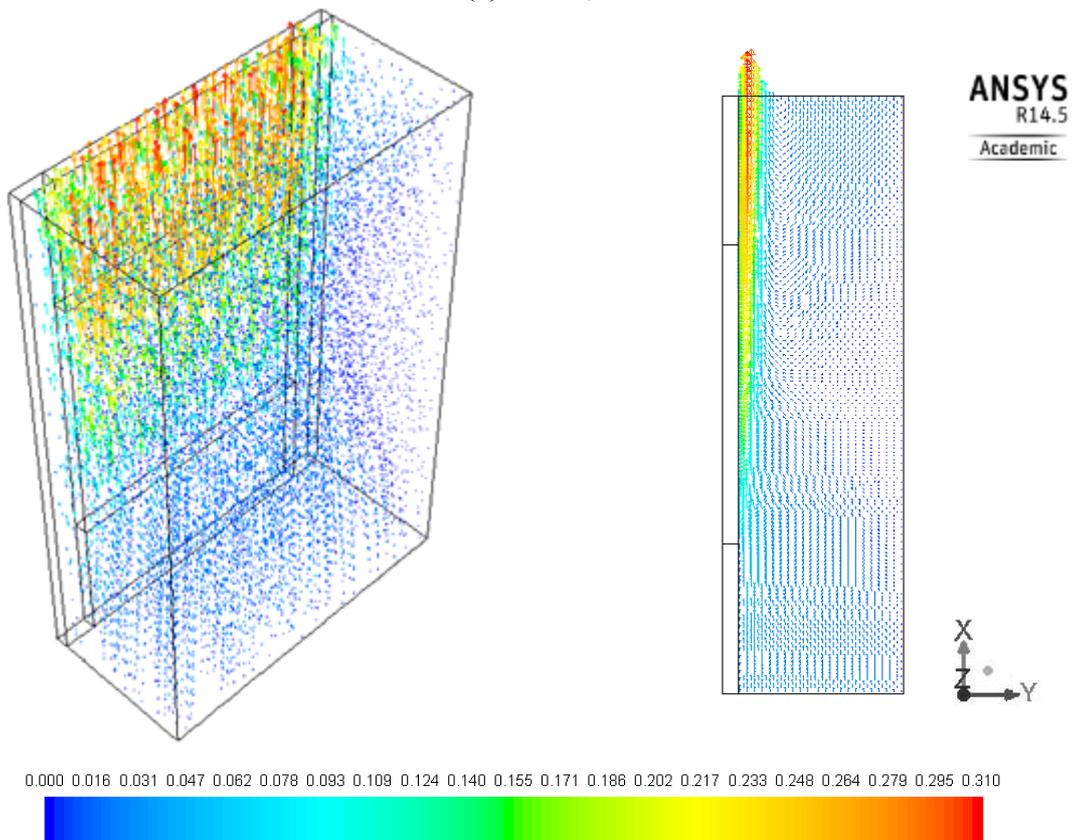
Os perfis de velocidade e o comportamento da camada-limite fluidodinâmica da convecção natural laminar, em uma vista 3D e no plano xy central do canal vertical, são mostrados na Figura 6 para os diferentes números de *Rayleigh* analisados.







(d) $Ra_L = 3,7 \cdot 10^6$



(e) $Ra_L = 4,21 \cdot 10^6$

Figura 6: Perfiles de velocidad para diferentes casos de Ra_L

Como a temperatura do aquecedor é maior do que a temperatura do fluido quiescente, o fluido próximo ao aquecedor é menos denso do que o fluido dele afastado e, conseqüentemente, as forças de empuxo induzem um escoamento no qual o fluido aquecido ascende verticalmente, arrastando fluido da região quiescente (Bergman *et al.*, 2014). Esse fenômeno pode ser melhor observado através do perfil de velocidade apresentado na Figura 7 para $Ra_L = 3,06 \cdot 10^6$.

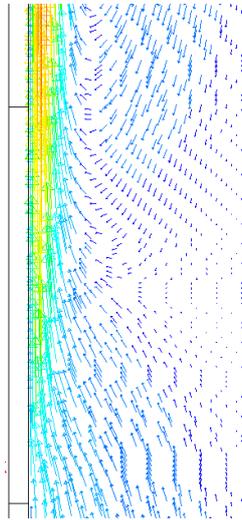


Figura 7: Perfil de velocidade próximo ao aquecedor considerando $Ra_L = 3,06 \cdot 10^6$.

O perfil de velocidade resultante é diferente ao associado à camada-limite fluidodinâmica da convecção forçada. Como pode ser notado na Figura 8 para diferentes posições ao longo do aquecedor 3D rente, a velocidade é nula na parede e quando $y \rightarrow \infty$.

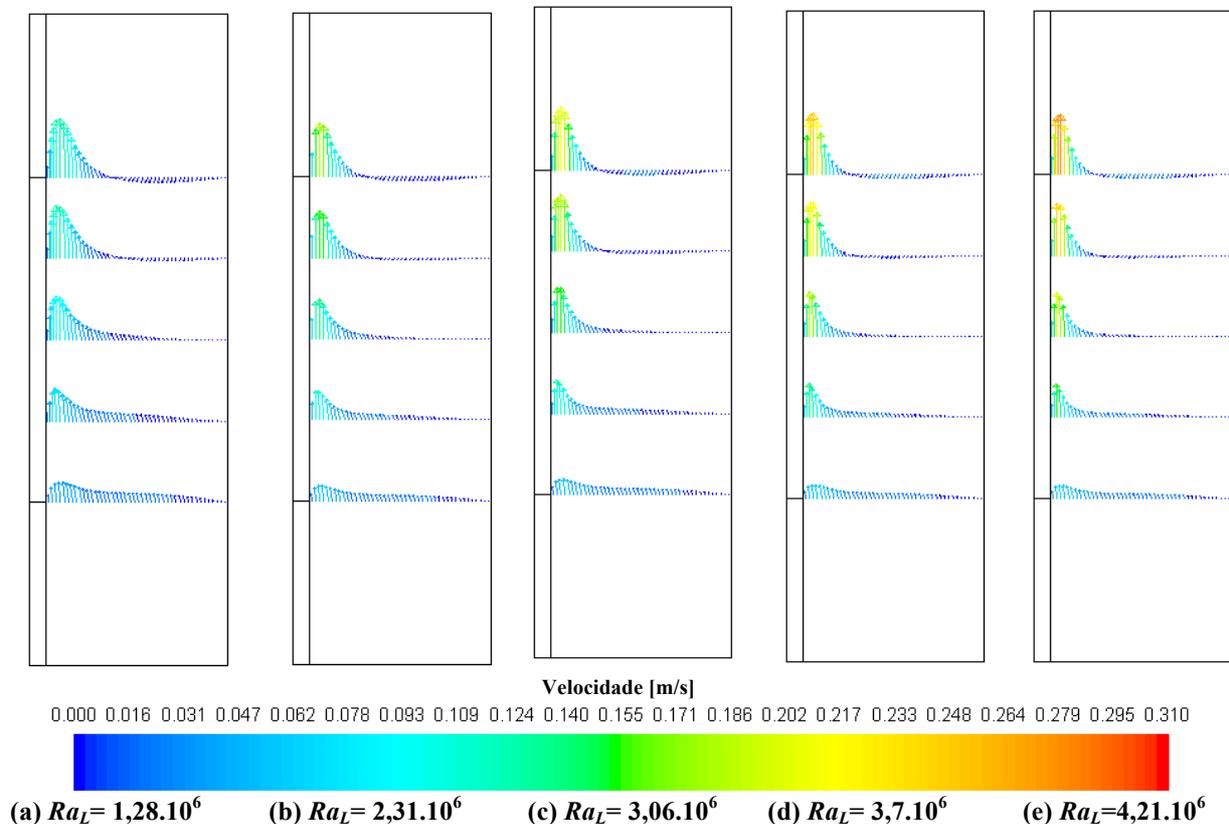


Figura 8: Perfil de velocidade para diferentes casos de Ra_L .

O perfil de velocidade no plano xy central no final do aquecedor é mostrado na Figura 9.

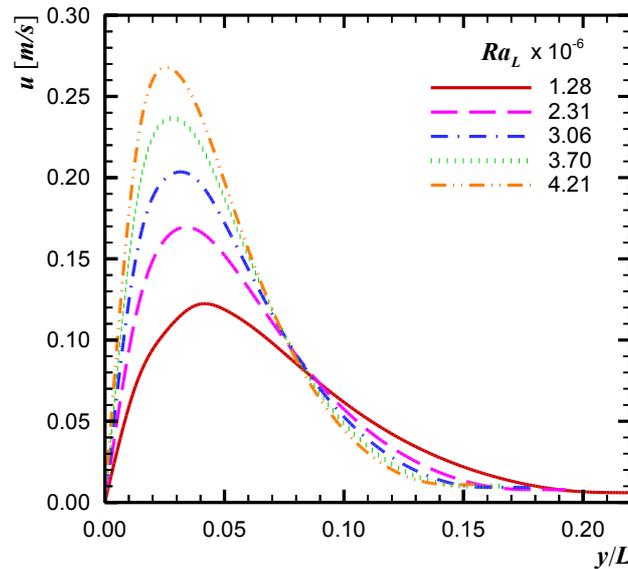


Figura 9: Perfil de velocidade na camada-limite fluidodinâmica no final do aquecedor.

A espessura da camada-limite fluidodinâmica laminar no final do aquecedor, δ_L , é apresentada na Figura 10. Como esperado, ela diminui com o aumento de Ra_L . Estes resultados são mostrados na Tabela 2 e podem ser correlacionados com desvios menores do que 0,10% por

$$\delta_L = 0,655 Ra_L^{-0,251} \quad (9)$$

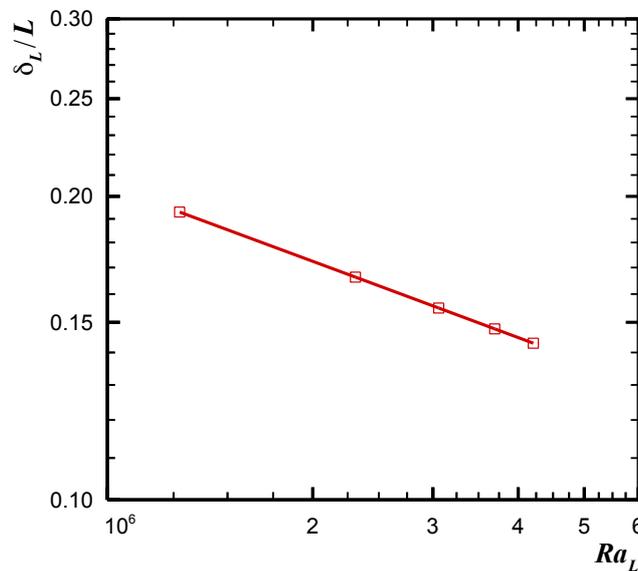


Figura 10: Espessura da camada-limite fluidodinâmica em $x = L$.

#	$Ra_L \cdot 10^{-6}$	δ_L/L
1	1,28	0,193
2	2,31	0,166
3	3,06	0,155
4	3,70	0,148
5	4,21	0,143

Tabela 2: Resultados numéricos do comprimento da camada-limite fluidodinâmica.

5 CONCLUSÃO

No presente trabalho foi realizada uma análise numérica do problema fluidodinâmico na camada-limite laminar da transferência de calor por convecção natural em um canal vertical horizontal com aquecimento discreto. Este problema está associado ao resfriamento por convecção natural de um aquecedor 3D isotérmico rente à superfície de uma placa de circuito impresso. As equações governantes com suas condições de contorno foram resolvidas numericamente pelo Método dos Volumes de Controle (Método dos Volumes Finitos), dentro de um domínio único através de um procedimento acoplado, utilizando o *software ANSYS/FluentTM* 14.5. As propriedades termofísicas do fluido e dos sólidos foram consideradas constantes, obtidas através do *software Engineering Equation SolverTM* (EESTM). Os resultados numéricos do comportamento fluidodinâmico foram obtidos para números de *Rayleigh* na faixa de 10^6 (regime laminar) considerando o ar atmosférico como o meio fluido extenso e quiescente e apresentaram uma excelente concordância quando comparados aos resultados disponíveis na literatura. A espessura da camada-limite fluidodinâmica diminuiu com o aumento do número de *Rayleigh*. A contribuição técnico-científica deste trabalho proporcionará um embasamento teórico-numérico para a ampliação dos estudos da transferência de calor conjugada por convecção natural e radiação térmica ou conjugada por convecção natural, condução e radiação térmica.

AGRADECIMENTOS

Os autores externam agradecimentos à Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação (PROPPG), à Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação (DIRPPG), ao Programa de Pós-Graduação (Mestrado) em Engenharia Mecânica e ao Departamento Acadêmico de Mecânica (DAMEC) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR/Campus Ponta Grossa.

REFERÊNCIAS

- Alves, T.A., *Resfriamento conjugado de aquecedores discretos em canais*, Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil, 129 p., 2010.
- Alves, T.A., and Altemani, C.A.C., An invariant descriptor for heaters temperature prediction in conjugate cooling, *International Journal of Thermal Sciences*, 58:92-101, 2012.
- ANSYS/FluentTM. *Tutorial 7: modeling natural convection*, 2011.
- Bergman, T.L., Lavine, A.S., Incropera, F.P., Dewitt, D.P., *Fundamentos de transferência de calor e de massa*, Livros Técnicos e Científicos Editora, Rio de Janeiro, Brasil, 2014.
- Çengel, Y.A., and Ghajar, A.J., *Transferência de calor e massa: uma abordagem prática*, McGraw-Hill, São Paulo, Brasil, 2012.
- Grigull, U., *Heat conduction*, Hemisphere Publishing Corporation, New York, USA, 1987.
- Huang, C.H., Lu, J.J., and Ay, H., A three-dimensional heat sink module design problem with experimental verification, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 54:11, 2010.
- Kraus, A.D., and Bar-Cohen, A., *Thermal Analysis and Control of Electronic Equipment*, McGraw-Hill, New York, USA, 1983.

Machado, V., *Análise numérica e investigação experimental da convecção natural laminar em um canal vertical com aquecimento discreto*, Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, PR, Brasil, 97p., 2013.

Machado, V., and Alves, T.A., *Investigação experimental da Convecção Natural Laminar em um Canal Vertical com Aquecimento Discreto*, *Anais do VII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica*, Uberlândia, Brasil, CONEM2014-0638, 2014.

Patankar, S.V., *Numerical heat transfer and fluid flow*, Hemisphere Publishing Corporation, New York, USA, 1980.

Peterson, G.P., and Ortega, A., *Thermal control of electronic equipment*, *Advances in Heat Transfer*, 20:181, 1990.