

MODELO NO LOCAL DE DAÑO PARA HORMIGÓN AFECTADO POR REACCIÓN ÁLCALI SÍLICE (RAS)

M. E. Almenar^a, M. Luege^a y A. Orlando^b

^aCONICET, Instituto de Estructuras “Arturo M. Guzmán”, FACET, UNT, Av. Independencia 1800, 4000 S.M. de Tucumán, Argentina, malmenar@facet.unt.edu.ar; <http://www.herrera.unt.edu.ar/iest/>

^bInstituto de Estructuras “Arturo M. Guzmán”, FACET, UNT; Departamento de Mecánica, FACET, UNT

Palabras Clave: Reacción álcali sílice; Reacción álcali agregado; Reacción química; Modelo no local de daño.

Resumen.

La RAS es una reacción que se da entre los álcalis presentes en la pasta de cemento y la sílice reactiva de los agregados naturales. El producto de dicha reacción es un gel que se expande a través del tiempo, dependiendo del contenido de humedad y de la temperatura en el interior del hormigón. La expansión del gel puede producir micro fisuración tanto de la matriz como de los agregados, según la mineralogía de los agregados. Este proceso de micro fisuración reduce tanto la rigidez como la resistencia del hormigón, con la consiguiente disminución de la seguridad de la estructura a la cual pertenece. Para la modelación de este fenómeno es necesario tener en cuenta dos aspectos fundamentales: el primero es la cinética de la reacción química y el segundo es su efecto sobre el comportamiento mecánico del material, como expansión y consecuente microfisuración. En este trabajo se emplea un modelo de daño dependiente del gradiente espacial de daño para representar el comportamiento mecánico del hormigón. Se incluye una variable que mide el progreso de la RAS en el trabajo de las fuerzas internas. La evolución de esta variable se rige por una ley cinética de primer orden, típica en este proceso químico. Finalmente el modelo se calibra para reproducir ensayos de laboratorio disponibles en la bibliografía.

1. INTRODUCCIÓN

En la microescala la RAS es una reacción química que ocurre entre la pasta de cemento altamente alcalina y las formas no cristalinas de dióxido de sílice. La reacción química que se produce depende principalmente de tres factores: la presencia de agregados reactivos, un elevado nivel de alcalinidad y suficiente humedad (no menos del 80 % de humedad relativa en los poros del hormigón). El principal producto de la reacción es un gel que en presencia de agua se expande llenando los poros preexistentes del hormigón. Esta expansión puede producir microfisuración tanto de la matriz como de los agregados, según la mineralogía de los agregados y la edad del hormigón al comenzar la reacción.

A pesar de conocerse las causas por las cuales la RAS puede presentarse, el mecanismo de expansión del gel y proceso de fisuración es aún discutido. El primero fue [Hansen \(1944\)](#) en proponer la teoría de la presión osmótica para describir el mecanismo de expansión. Esta teoría sugiere que la pasta de cemento circundante al agregado reactivo se comporta como una membrana semipermeable. En presencia de esta membrana, los iones silicatos alcalinos no pueden difundirse desde el sitio donde reaccionan hasta la pasta de cemento circundante, pero el agua de la solución de poros sí puede pasar. Luego, [McGowan y Vivian \(1952\)](#) propusieron una teoría mecánica para explicar la expansión del gel de la RAS. En esta teoría, una capa álcali-silicato sólida se forma sobre la superficie del agregado reactivo, esta capa absorbe humedad de la solución de poros transformándola en un gel sólido. El gel luego se expande e induce fisuración en la pasta de cemento. Los dos mecanismos explicados anteriormente son los más populares, pero estos sostienen que la fisuración se da en la pasta de cemento. Según [Ponce y Batic \(2006\)](#) quienes realizaron pruebas en laboratorio de hormigones elaborados con agregados de distinta mineralogía, llegaron a la conclusión de que: agregados tales como el ópalo y las rocas volcánicas vítreas producen gel en la interface entre agregado y pasta y causan fisuración de la pasta de cemento; agregados tipo granito triturado producen reacción en el interior del agregado causando fisuración tanto en el agregado como en la pasta de cemento.

La RAS juega un rol vital en la vida de las estructuras de hormigón, esto lleva a que sea de gran interés tomar medidas para evitar la RAS o reducirla. Algunas de estas medidas consisten en identificar a los agregados reactivos ([Alasali et al., 1991](#)) y/o añadir a la dosificación del hormigón adiciones tales como la ceniza volante ([Shehata y Thomas, 2000](#)). Un gran número de estructuras han sido realizadas con agregados potencialmente peligrosos, en estos casos, el único modo de reducir el peligro de reacción es tomando medidas tales como la reparación o sellado de fisuras.

En la búsqueda de medidas más efectivas para mitigar la RAS es fundamental entender el mecanismo por el cual la reacción produce deterioro del hormigón. Para lo cual en la literatura se han propuesto distintos modelos matemáticos que simulan numéricamente los mecanismos de la RAS, como ser los denominados modelos mesoscópicos y los modelos macroscópicos. Los modelos mesoscópicos son modelos multifase donde se representan individualmente la fase agregado, pasta de cemento y gel, interactuando entre sí. De este modo la anisotropía puede ser representada explícitamente en el hormigón. En los modelos mesoscópicos existentes la expansión provocada por la RAS puede ser tenida en cuenta por simple expansión del agregado ([Comby-Peyrot et al., 2009](#)) o por expansión del gel ubicado aleatoriamente en el agregado ([Dunant y Scrivener, 2010](#)). Numerosos modelos macroscópicos han sido formulados para una simulación realista de la expansión inducida por la RAS en la estructura. Dichos modelos se formulan en el marco de los elementos finitos combinando la cinética de la reacción química con la mecánica constitutiva representando los mecanismos de expansión y degradación del

hormigón afectado por RAS observados en estudios experimentales y modelos mesoscópicos.

Los aspectos fundamentales en la simulación numérica del comportamiento de las estructuras afectadas por RAS son: 1) la modelación de la cinética de la reacción química y el proceso de difusión, y 2) la modelación del mecanismo de fractura que induce la expansión y deterioro del hormigón. El primer aspecto, es decir la cinética de la reacción, determina el grado de RAS y el potencial expansivo. El segundo aspecto, es decir el mecanismo de fractura, describe la degradación del material y de la estructura. La modelación se debe realizar combinando ambos, la cinética de la reacción y el mecanismo de fractura.

En este trabajo se modifica el modelo de [Frémond y Nedjar \(1996\)](#) para poder reproducir el comportamiento del hormigón afectado por reacción álcali sílice. Se toman funciones de energía libre y disipación más adecuadas para representar este fenómeno. El modelo se valida reproduciendo ensayos de laboratorio clásicos en la temática de hormigón afectado por RAS como son los ensayos de [Multon y Toutlemonde \(2006\)](#).

2. OBTENCIÓN DE LAS ECUACIONES DE EQUILIBRIO

A continuación se utiliza la notación indicial, donde un índice repetido implica suma sobre ese índice, $F_i F_i = \sum_{i=1}^3 F_i F_i$. Las derivadas espaciales sobre las coordenadas x_i se denotan con una coma antes del índice, $\frac{\partial \beta}{\partial x_i} = \beta_{,i}$. Un punto sobre una cantidad denota derivada en el tiempo, $\dot{\beta} = \frac{d\beta}{dt}$.

2.1. Principio de potencias virtuales

Con el objeto de estudiar el daño en piezas de hormigón (en este caso daño mecánico y químico), es necesario describir a nivel macro el efecto que causan, sobre la rigidez del material, las microfisuras y microcavidades. Para lo cual se elige una variable interna de daño $\beta(x_i, t)$, que vale uno para material sano y cero para el material totalmente dañado. Como es sabido la descripción de problemas con este tipo de variable causa una pérdida de elipticidad de las ecuaciones de equilibrio cuando se quieren reproducir fenómenos de ablandamiento ([De Borst, 1986](#)). Esto se ve reflejado en una dependencia de la malla de elementos finitos en los resultados del problema. Para resolver el problema antes mencionado se sigue la idea de [Frémond y Nedjar \(1996\)](#) donde se introduce, en la potencia de las fuerzas internas P_{int} , la potencia generada por los micromovimientos que producen daño. De esta forma la potencia de las fuerzas internas depende, no solo de $\dot{\varepsilon}_{ij}$, sino también de $\dot{\beta}$ y de $\dot{\beta}_{,i}$. Dado un sólido de dominio Ω y frontera $\partial\Omega$ se tiene

$$P_{int}(\dot{u}_i, \dot{\beta}, \dot{\beta}_{,i}) = - \int_{\Omega} \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} d\Omega - \int_{\Omega} (B \dot{\beta} + H_i \dot{\beta}_{,i}) d\Omega; \quad (1)$$

donde σ_{ij} es la componente ij del tensor de tensiones de Cauchy, $\varepsilon_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i})/2$ es la componente ij del tensor de deformaciones en pequeñas deformaciones con u_i la componente i del campo de desplazamientos, B es el trabajo interno del daño y H_i es la componente i del vector de flujo del trabajo interno del daño.

La potencia de las fuerzas externas P_{ext} se elige de la manera clásica

$$P_{ext}(\dot{u}_i) = \int_{\Omega} f_i \dot{u}_i d\Omega + \int_{\partial\Omega} F_i \dot{u}_i d\Gamma; \quad (2)$$

donde f_i y F_i son las fuerzas de volumen y superficie respectivamente asociadas al campo de desplazamientos u_i .

Despreciando la potencia de las fuerzas de aceleración asociadas a los campos u_i y β , el principio de potencia virtual se reduce a

$$\forall w, \forall \Upsilon \quad P_{int}(w, \Upsilon, \Upsilon_{,i}) + P_{ext}(w) = 0 \quad \text{en } \Omega; \quad (3)$$

donde w, Υ son velocidades virtuales. De Eq. (3) se derivan las ecuaciones de equilibrio del problema

$$(\sigma_{ij})_{,j} + f_i = 0 \quad \text{en } \Omega \quad \text{con} \quad \sigma_{ij}\gamma_j = F_i \quad \text{en } \partial\Omega_f \quad \text{y} \quad u_i = u_{0i} \quad \text{en } \partial\Omega_u; \quad (4)$$

$$H_{i,i} - B = 0 \quad \text{en } \Omega \quad \text{con} \quad H_i\gamma_i = 0 \quad \text{en } \partial\Omega; \quad (5)$$

donde γ_i es un vector normal unitario saliente a $\partial\Omega$. El contorno se divide de tal forma que $\partial\Omega = \partial\Omega_f \cup \partial\Omega_u$ y $\partial\Omega_f \cap \partial\Omega_u = \emptyset$. En $\partial\Omega_f$ se prescriben las fuerzas F_i mientras que en $\partial\Omega_u$ se prescriben los desplazamientos u_i . La Eq. (5) es no clásica y describe la evolución del daño, es decir los micromovimientos en el dominio Ω .

2.2. Bases termodinámicas y restricciones sobre la variable daño β

En el marco de la termodinámica medios continuos, el estado del material queda caracterizado por la función de energía libre Ψ que en este caso se elige función de las siguientes variables $\Psi \equiv \Psi(\varepsilon_{ij}, \beta, \beta_{,i}, \varrho)$ donde ϱ presenta un conjunto de variables internas de las que puede depender el modelo. Debido a esta elección la desigualdad de Clausius-Duhem que debe satisfacerse para cualquier proceso admisible toma la siguiente forma

$$-\dot{\Psi} + \sigma_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij} + B\dot{\beta} + H_i\dot{\beta}_{,i} + v\dot{\varrho} \geq 0; \quad (6)$$

donde v representa al conjunto de variables termodinámicamente asociadas a ϱ .

Tendremos en cuenta que la primera restricción física está asociada a la variable de daño, la cual toma valores entre uno (material sano) y cero (material totalmente dañado), es decir

$$1 \leq \beta \leq 0. \quad (7)$$

Se introduce entonces la función indicador $I(\beta)$ en la definición de la energía libre Ψ como sigue

$$\Psi(\varepsilon_{ij}, \beta, \beta_{,i}, \varrho) = \Psi_{lib}(\varepsilon_{ij}, \beta, \beta_{,i}, \varrho) + I(\beta). \quad (8)$$

$$I(\beta) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq \beta \leq 1 \\ +\infty & \text{en otro caso} \end{cases}; \quad (9)$$

Con esta elección de Ψ y teniendo en cuenta las siguientes consideraciones:

1. solo se disipa energía por medio de β y
2. el trabajo interno del daño se puede particionar de la siguiente manera

$$B = B^r + B^d + B^{rec}; \quad (10)$$

es posible derivar las siguiente ecuaciones constitutivas

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon_{ij}} = \frac{\partial \Psi_{lib}}{\partial \varepsilon_{ij}}; \quad (11)$$

$$H_i = \frac{\partial \Psi}{\partial \beta_{,i}} = \frac{\partial \Psi_{lib}}{\partial \beta_{,i}}; \quad (12)$$

$$v = \frac{\partial \Psi}{\partial \rho} = \frac{\partial \Psi_{lib}}{\partial \rho}; \quad (13)$$

$$B^r = \frac{\partial \Psi_{lib}}{\partial \beta}; \quad (14)$$

donde B^r es la parte reversible del trabajo interno del daño B .

En cuanto a B^{rec} es la parte de B responsable de hacer cumplir la Eq. (7). Para esto B^{rec} debe estar contenido en la sub-diferencial o derivada generalizada de I (Eq. (9)), lo cual se expresa de la siguiente forma

$$B^{rec} \in \partial I_{\beta}(\beta); \quad (15)$$

donde $\partial I_{\beta}(\beta)$ es el sub-diferencial o derivada generalizada de la función $I(\beta)$ respecto de β .

Con las consideraciones enunciadas anteriormente la Eq. (6) queda reducida a

$$B^d \dot{\beta} \geq 0; \quad (16)$$

donde B^d es la parte disipativa de B . Para poder cumplir esta última desigualdad se supone la existencia del pseudo-potencial de disipación $\Phi \equiv \Phi(\beta; \varepsilon_{ij}, \beta_{,i}, \rho, \dot{\beta})$, que debe ser convexo y sub-diferenciable respecto a $\dot{\beta}$ tal que $\Phi(\dot{\beta} = 0) = 0$. Recordemos que el material solo disipa energía respecto de la variable β . Luego definimos

$$B^d \in \partial \Phi_{\dot{\beta}}. \quad (17)$$

Estamos en condiciones de introducir en este punto la segunda condición física que queremos que cumpla el material. El material no puede recuperarse, es decir no puede pasar de un estado dañado a uno menos dañado

$$\dot{\beta} \leq 0. \quad (18)$$

Para poder cumplir esto se considera a Φ de la siguiente forma

$$\Phi = \Phi_{lib} + I^{-}(\dot{\beta}); \quad (19)$$

donde I^{-} es una función indicador de la siguiente forma

$$I^{-}(\dot{\beta}) = \begin{cases} 0 & \text{si } \dot{\beta} \leq 0 \\ +\infty & \text{si } \dot{\beta} > 0 \end{cases}. \quad (20)$$

Si se sustituye la Eq. (19) en la Eq. (17) se obtiene

$$B^d \in \frac{\partial \Phi_{lib}}{\partial \dot{\beta}} + \partial_{\dot{\beta}} I^{-}(\dot{\beta}). \quad (21)$$

Las cantidades $\partial I_\beta(\beta)$ y $\partial_{\dot{\beta}} I^-(\dot{\beta})$ que aparecen en las Eq. (14) y Eq. (21) respectivamente son sub-diferenciales o derivadas generalizadas de sus respectivas funciones indicador. Estrictamente estas derivadas generalizadas representan los siguientes conjuntos

$$\partial I_\beta(\beta) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 < \beta < 1 \\ (-\infty, 0) & \text{si } \beta = 0 \\ (0, +\infty) & \text{si } \beta = 1 \end{cases}; \quad (22)$$

$$\partial_{\dot{\beta}} I^-(\dot{\beta}) = \begin{cases} 0 & \text{si } \dot{\beta} < 0 \\ (0, +\infty) & \text{si } \dot{\beta} = 0 \end{cases}. \quad (23)$$

3. OBTENCIÓN DE LAS LEYES CONSTITUTIVAS

3.1. Elección de la función de energía libre Ψ , función de disipación Φ

El modelo propuesto en este trabajo se limita a los casos de material totalmente saturado y temperatura constante. El material hormigón afectado por RAS se modelará en el marco de la teoría de medios porosos (Coussy, 2004). Se considera al material hormigón afectado por RAS compuesto por dos fases: esqueleto de hormigón, que surge de la homogeneización de la matriz sólida y los poros intersticiales; y un gel que se expande en estos poros. La expansión del gel en los poros es controlada por una variable interna que mide el progreso de la RAS ζ y que toma valores entre 0 (sin reacción) y 1 (reacción totalmente agotada). La variable ζ sigue una ley cinética de primer orden y en este trabajo se seguirá la propuesta que se realizó en Larive (1998). La expansión produce una presión en el interior de los poros que se vinculará al modelo de daño causando deterioro en el material. Las expresiones de Ψ y Φ se inspiran en los trabajos de Comi et al. (2009) y Nedjar (2001) y son

$$\Psi_{lib} = \beta \Psi_{pm} + \Psi_{quim} + \Psi_{dan}; \quad (24)$$

$$\Psi_{pm} = \frac{1}{2} \left[2G e_{ij} e_{ij} + K (\varepsilon_{kk})^2 + My^2 \left(\varepsilon_{kk} - \frac{\epsilon_\infty}{Ly} \zeta \right)^2 \right]; \quad (25)$$

$$\Psi_{quim} = \frac{1}{2} a_0 (1 - \zeta)^2; \quad (26)$$

$$\Psi_{dan} = \frac{1}{2} k \beta_{,i} \beta_{,i}; \quad (27)$$

donde: e_{ij} es la parte desviadora de ε_{ij} ; G y K son los módulo elásticos del hormigón de corte y volumétrico respectivamente; M e y son el módulo de Biot y coeficiente de Biot respectivamente, ambos asociados a la porosidad del hormigón y en el caso de M vinculado también al modulo volumétrico del gel; con lo anterior se define $L = \frac{My}{K + My^2}$; ϵ_∞ es la expansión asintótica volumétrica, vinculada a la máxima expansión del hormigón en un proceso de expansión libre a temperatura constante y condiciones de saturación total; a_0 es la afinidad química inicial, esta es una medida del desbalance químico inicial y será definida posteriormente; k es

un parámetro del modelo de daño y es el encargado de cuantificar la influencia que tiene el daño de puntos vecinos sobre el punto que se está analizando;

$$\Phi_{lib} = \frac{1}{2}c(\dot{\beta})^2 - \dot{\beta}[W + \Psi_{pm} - \beta^n S(Z_{ij})]; \quad (28)$$

$$S(Z_{ij}) = \frac{1}{2} \left\{ 2GZ_{ij}^+ Z_{ij}^+ + \left[(K + My^2) - \frac{2G}{3} \right] \langle Z_{kk} \rangle^2 \right\}; \quad (29)$$

donde W es un parámetro asociado al umbral de daño; n es un parámetro que controla la forma de la curva durante el post-pico; la función $S(Z_{ij})$ esta asociada al modo de falla del material, por su elección en la Eq. (29) se favorece a la falla por extensión; Z_{ij} es la deformación inelástica efectiva la cual será definida posteriormente (ver Eq. (37)); Z_{ij}^+ es la parte positiva del tensor Z_{ij} y se obtiene por diagonalización; la función $\langle \cdot \rangle$ es la función positiva y vale $\langle x \rangle = \frac{1}{2}(|x| + x)$.

Sustituyendo Eq. (24) y Eq. (28) en Eq. (11), Eq. (12), Eq. (13), Eq. (14) y Eq. (21) se llega a las leyes constitutivas finales para este modelo

$$\sigma_{ij} = \beta \{ 2Ge_{ij} + [(K + My^2)(\epsilon_{kk} - \epsilon_{\infty}\zeta)]\delta_{ij} \} = \beta [\Pi_{ijkl}\epsilon_{kl} - (K + My^2)\epsilon_{\infty}\zeta\delta_{ij}]; \quad (30)$$

$$H_i = k\beta_{,i}; \quad (31)$$

$$B^r + B^d \in c\dot{\beta} - W + \beta^n S(Z_{ij}) + \partial_{\dot{\beta}} I^-(\beta); \quad (32)$$

$$a = \frac{\partial \Psi_{lib}}{\partial \zeta} = \beta \left[My^2 \left(\epsilon_{kk} - \frac{\epsilon_{\infty}}{Ly} \zeta \right) \frac{\epsilon_{\infty}}{Ly} \right] + a_0(1 - \zeta); \quad (33)$$

donde el tensor constitutivo poromecánico esta dado por

$$\Pi_{ijkl} = 2GY_{ijkl} + \left[(K + My^2) - \frac{2G}{3} \right] \delta_{ij}\delta_{kl}; \quad (34)$$

siendo δ_{ij} el delta de Kronecker y Y_{ijkl} la identidad simétrica de cuarto orden. Del conjunto de variables internas al que se refería en forma general la Eq. (13), nos quedamos con ζ y su variable termodinámica asociada la afinidad química a dada por la Eq. (33).

La presión producida por la expansión de gel de la RAS en los poros se toma según lo propuesto por Comi et al. (2009)

$$p = \beta p_0 = -\beta M \left[\epsilon_{kk} - \frac{\epsilon_{\infty}\zeta}{L} \right]. \quad (35)$$

En esta ecuación se nota que M trabaja transformando la diferencia de deformaciones entre lo que se deforman de manera volumétrica los poros y la expansión del gel, en una medida de presión, que en este caso es la presión que produce el gel de la RAS. También se ve que esta presión se relaja al progresar el daño por encontrar el gel más espacio para expandir dentro de las microfisuras.

Se define el espacio de tensiones inelásticas efectivas de la siguiente manera.

$$\sigma_{ij}'' = \sigma_{ij} + \alpha p \delta_{ij}; \quad (36)$$

donde α es un coeficiente cuya misión es controlar el inicio del daño en un proceso de expansión libre. Definiremos a la deformación inelástica efectiva Z_{ij} , que es la deformación que es capaz de producir daño, como la deformación compatible a la tensión inelástica efectiva en un material no afectado por la RAS.

$$Z_{ij} = (\Pi_{ijkl})^{-1} \sigma''_{kl}. \quad (37)$$

Introduciendo Eq. (35) en Eq. (33) se tiene

$$a = -\frac{\epsilon_\infty}{L} p + a_0(1 - \zeta). \quad (38)$$

Según [Ulm et al. \(2000\)](#) la incidencia del primer término de la Eq. (38) frente al segundo termino es despreciable, con lo que queda.

$$a = a_0(1 - \zeta). \quad (39)$$

En virtud de esta última ecuación se puede se puede realizar el cálculo del progreso de la reacción química ζ sin incidencia de la parte mecánica. Como ya se mencionó anteriormente, en este trabajo se considera condiciones de saturación total y temperatura constante. Para este caso, siguiendo el desarrollo de [Comi et al. \(2009\)](#) la evolución de ζ es bastante sencilla.

$$\zeta = \frac{1 - \exp\left[-\frac{t}{\tau_{ch}(T)}\right]}{1 + \exp\left[-\frac{t - \tau_{lat}(T)}{\tau_{ch}(T)}\right]}; \quad (40)$$

donde t es el tiempo; $\tau_{ch}(T)$ y $\tau_{lat}(T)$ son los tiempos característico y de latencia a la temperatura T . Tanto $\tau_{ch}(T)$ como $\tau_{lat}(T)$ responden a la ley de Arrhenius como sigue

$$\tau_s(T) = \tau_s(T_e) \exp\left[U_s \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_e}\right)\right]; \quad s = ch, lat; \quad (41)$$

donde T_e es la temperatura a la que se realiza el ensayo de expansión libre; U_{ch} y U_{lat} son las energías de activación de Arrhenius, siguiendo a [Ulm et al. \(2000\)](#) se tomaron los valores de $U_{ch} = 5400$ [kelvin] y $U_{lat} = 9400$ [kelvin].

Si reemplazamos las leyes constitutivas (Eq. (30), Eq. (31) y Eq. (32)) en las ecuaciones de equilibrio (Eq. (4) y Eq. (5)) de la sección anterior obtendremos las ecuaciones finales que describen nuestro problema.

$$(\beta[\Pi_{ijkl}\epsilon_{kl} - (K + My^2)\epsilon_\infty\zeta\delta_{ij}])_{,j} + f_i = 0 \quad \text{en } \Omega; \quad (42)$$

$$\text{con } \sigma_{ij}\gamma_j = F_i \quad \text{en } \partial\Omega_f \text{ y } u_i = u_{0i} \quad \text{en } \partial\Omega_u;$$

$$c\dot{\beta} - k(\beta_{,i})_{,i} + \beta^n S(Z_{ij}) + \partial_\beta I(\beta) + \partial_{\dot{\beta}} I^-(\dot{\beta}) \ni W \quad \text{en } \Omega; \quad (43)$$

$$\text{con } k\beta_{,i}\gamma_i = 0 \quad \text{en } \partial\Omega;$$

4. VALIDACIÓN DEL MODELO PROPUESTO

Los ejemplos que se presentan a continuación se encuentran más enfocados mostrar la capacidad del modelo para reproducir algunos efectos característicos de la RAS en el hormigón. Desde el punto de vista netamente mecánico, el modelo es capaz de una respuesta satisfactoria ante estados complejos de carga, como se puede observar en los ejemplos realizados en [Frémond y Nedjar \(1996\)](#) y [Nedjar \(2001\)](#).

4.1. Descripción de la campaña experimental de [Multon y Toutlemonde \(2006\)](#)

La validación del modelo propuesto se realizará mediante la reproducción de los ensayos realizados en [Multon y Toutlemonde \(2006\)](#). En dicho trabajo se realizaron ensayos sobre probetas cilíndricas de hormigón (diámetro= 130mm; altura= 240mm) mantenidas a temperatura constante ($T_e = 38^\circ C$) y en condiciones de saturación total durante todo el ensayo. A estas probetas se las sometió a 4 estados de carga distintos (ver Fig. 1): expansión libre, carga axial de compresión (para $P = -10Mpa$ y $P = -20Mpa$), confinamiento pasivo con anillos de acero (para $e = 3mm$ y $e = 5mm$), carga axial de compresión y confinamiento pasivo.

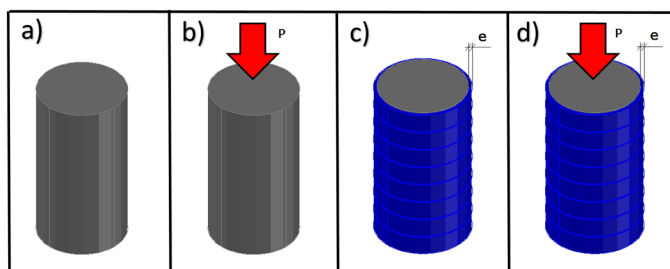


Figura 1: Ensayo de [Multon y Toutlemonde \(2006\)](#): a) expansión libre; b) carga axial de compresión, $P = -10Mpa$ y $P = -20Mpa$; c) confinamiento pasivo con anillos de acero, $e = 3mm$ y $e = 5mm$; d) carga axial de compresión y confinamiento pasivo.

Los estados de carga se mantuvieron durante todo el tiempo que duró el ensayo. La carga axial se aplicó a los 28 días luego del llenado. Para evitar al máximo el roce entre las probetas de hormigón y los anillos de acero se colocaron anillos de 10 mm hasta envolver totalmente al hormigón. Estos anillos se mantuvieron en estado plano de deformaciones durante el ensayo. [Multon y Toutlemonde \(2006\)](#) finalmente entregaron curvas de la evolución de la deformación axial y radial de las probetas a lo largo del tiempo. De estas curvas se descontó el efecto de creep y retracciones de fraguado, en base a curvas de hormigones no reactivos usados como patrón. Estas curvas tampoco tuvieron en cuenta el efecto instantaneo de deformación producido por la carga axial, es decir se tomó, como referencia para la medición, la probeta ya deformada por la carga axial.

4.2. Resolución del problema

La resolución del problema dado por las Eq. (42) y Eq. (43) puede realizarse mediante el método de los elementos finitos realizando un proceso similar al que se encuentra en [Nedjar \(2002\)](#). Sin embargo, en esta sección se mostrará un proceso de solución más simple que se restringe a problemas donde los campos de deformación y tensión son constantes y que servirá para reproducir los ensayos descritos anteriormente.

Presentaremos las ecuaciones correspondientes al ejemplo más completo, que es la probeta de hormigón con carga axial y con confinamiento dado por los anillos de acero. Los otros

estados pueden obtenerse fácilmente de estas ecuaciones anulando la carga axial y/o el espesor de los anillos. Se trabaja en las coordenadas polares axial z , radial r y angular θ , como se muestran en la Fig. 2, donde los tensores de tensión y deformación pueden ser descriptos por los vectores $[\sigma_r \ \sigma_z \ \sigma_\theta]^T$ y $[\varepsilon_r \ \varepsilon_z \ \varepsilon_\theta]^T$ respectivamente.

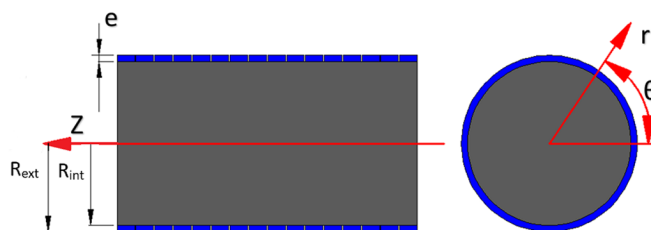


Figura 2: Coordenadas utilizadas en el problema.

Si consideramos para los anillos de acero las ecuaciones de equilibrio de un tubo de pared gruesa con presión interna, restringido lateralmente y la ley constitutiva de Hooke; para el hormigón las ecuaciones de equilibrio para un cilindro macizo con presión en sus caras y la ley constitutiva dada por la Eq. (30) (con $\beta = 1$); y luego tenemos en cuenta las condiciones de compatibilidad en la interfaz para los dos materiales (igualdad de tensiones y deformaciones radiales) obtenemos las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned} \sigma_z &= P; \\ \sigma_r = \sigma_\theta &= \frac{-\frac{\epsilon_\infty \zeta}{3} + \frac{P\mu_b}{\beta E_b}}{\frac{(1 + \mu_a)(1 - 2\mu_a)R_{int}^2 + (1 + \mu_a)R_{ext}^2}{E_a(R_{ext}^2 - R_{int}^2)} + \frac{1}{3\beta(K + My^2)} + \frac{\mu_b}{\beta E_b}}; \\ \varepsilon_z &= \frac{\epsilon_\infty \zeta}{3} + \frac{P}{\beta E_b} - \frac{\sigma_r}{\beta E_b} + \frac{\sigma_r}{3\beta(K + My^2)}; \\ \varepsilon_r = \varepsilon_\theta &= \frac{\epsilon_\infty \zeta}{3} - \frac{P\mu_b}{\beta E_b} + \frac{\sigma_r\mu_b}{\beta E_b} + \frac{\sigma_r}{3\beta(K + My^2)}; \\ E_b &= \frac{9G(K + My^2)}{3(K + My^2) + G}; \quad \mu_b = \frac{E_b - 2G}{2G}; \end{aligned} \quad (44)$$

donde P es la carga axial aplicada; R_{int} y R_{ext} son el radio interno y externo respectivamente de los anillos de acero; E_a y μ_a es el módulo elástico y coeficiente de Poisson respectivamente del acero. Es interesante notar que si se particularizan la Eq. (44) para el estado de expansión libre ($P = 0$ y $R_{int} = R_{ext}$) se obtiene lo siguiente

$$\sigma_r = \sigma_\theta = \sigma_z = 0; \quad \varepsilon_r = \varepsilon_\theta = \varepsilon_z = \frac{\epsilon_\infty \zeta}{3}; \quad (45)$$

donde se observa que las tensiones son nulas y que las deformaciones son iguales en todo sentido y son independientes del valor del daño β .

Para poder obtener la evolución del daño β se sigue lo indicado en la sección 3.2 del trabajo de Nedjar (2001). Con este procedimiento se logra expresar a la Eq. (43) en función de una

superficie umbral de daño que exige la siguiente condición

$$g = \beta^n S(Z_{ij}) - W + k(\beta_{,i})_{,i} \leq 0. \quad (46)$$

Para obtener la Eq. (46) se considera el caso de modelo de daño no viscoso, con $c = 0$. En los ejemplos que desarrollamos en este trabajo, los campos de tensión y deformación son constantes, por lo cual el gradiente de daño $\beta_{,i}$ es cero, resultando

$$g = \beta^n S(Z_{ij}) - W \leq 0 \quad (47)$$

A continuación (Alg. (1)) se detalla el algoritmo de resolución de los ejemplos desarrollados en este trabajo, donde consideramos J particiones de tamaño dt del intervalo de tiempo $[0, t]$ del problema.

Algoritmo 1 : Esquema de resolución

1. Inicio $N = 0$, con carga externa P y espesor de anillos e .
 2. Si $N = 0$ entonces $\beta_N = 1$, si no $\beta_N = \beta_{N-1}$.
 3. Si $N \leq J$, el tiempo $t_N = Ndt$, si no finaliza el problema.
 4. Cálculo de ζ_N de Eq. (40).
 5. Cálculo de $[\sigma_{rN} \ \sigma_{zN} \ \sigma_{\theta N}]^T$ y $[\varepsilon_{rN} \ \varepsilon_{zN} \ \varepsilon_{\theta N}]^T$ de Eq. (44).
 6. Cálculo de p_N de Eq. (35), con $\varepsilon_{kk} = \varepsilon_{rN} + \varepsilon_{zN} + \varepsilon_{\theta N}$.
 7. $[\sigma''_{rN} \ \sigma''_{zN} \ \sigma''_{\theta N}]^T = [\sigma_{rN} \ \sigma_{zN} \ \sigma_{\theta N}]^T + \alpha p_N [1 \ 1 \ 1]^T$ de Eq. (36).
 8. $[Z_{rN} \ Z_{zN} \ Z_{\theta N}]^T = [\Pi]^{-1} [\sigma''_{rN} \ \sigma''_{zN} \ \sigma''_{\theta N}]^T$ de Eq. (37),
con $[\Pi] = \frac{E_b}{(1 + \mu_b)(1 - 2\mu_b)} \begin{bmatrix} 1 - \mu_b & \mu_b & \mu_b \\ \mu_b & 1 - \mu_b & \mu_b \\ \mu_b & \mu_b & 1 - \mu_b \end{bmatrix}$.
 9. Cálculo de S_N de Eq. (29), con $Z_{ij}^+ Z_{ij}^+ = \langle Z_{rN} \rangle^2 + \langle Z_{zN} \rangle^2 + \langle Z_{\theta N} \rangle^2$ y $Z_{kk}^+ = \langle Z_{rN} + Z_{zN} + Z_{\theta N} \rangle$.
 10. Si se verifica $g_N = \beta_N^n S_N - W \leq 0$ de Eq. (47) entonces $N = N + 1$ y voy a 2), si no voy a 11).
 11. Determinación de β_N de la ecuación no lineal $g(\beta) = \beta^n S(\beta) - W = 0$.
 12. Actualización de $[\sigma_{rN} \ \sigma_{zN} \ \sigma_{\theta N}]^T$ y $[\varepsilon_{rN} \ \varepsilon_{zN} \ \varepsilon_{\theta N}]^T$ de Eq. (44), luego $N = N + 1$ y voy a 2).
-

Nota: En la Eq. (44) se considera para los ejemplos desarrollados $R_{int} = 65mm$ y $R_{ext} = R_{int} + e$.

4.3. Desarrollo de ejemplos

En los ejemplos desarrollados a continuación se utiliza para el hormigón un módulo elástico $E = 37300\text{Mpa}$ y un coeficiente de Poisson $\mu = 0,22$. Para los anillos de acero se utiliza un módulo elástico $E_a = 193000\text{Mpa}$ y un coeficiente de Poisson de $\mu_a = 0,3$. Según se justifica en Comi et al. (2009) los valores adoptados para el módulo y coeficiente de Biot son $M = 6000\text{Mpa}$ e $\gamma = 0,4$ respectivamente. Para determinar los parámetros del modelo de daño, umbral W y coeficiente de ablandamiento n , se necesitan curvas de ensayos uniaxiales en tracción y compresión para el hormigón sin efectos de la RAS. En este caso se cuenta solo con el dato de la resistencia a tracción igual a 4Mpa , por lo cual tomando $n = 1$ se ajusta un valor $W = 2,0 \cdot 10^{-4}\text{Mpa}$ simulando los ensayos uniaxiales de tracción y compresión, como se ve en la Fig. 3.

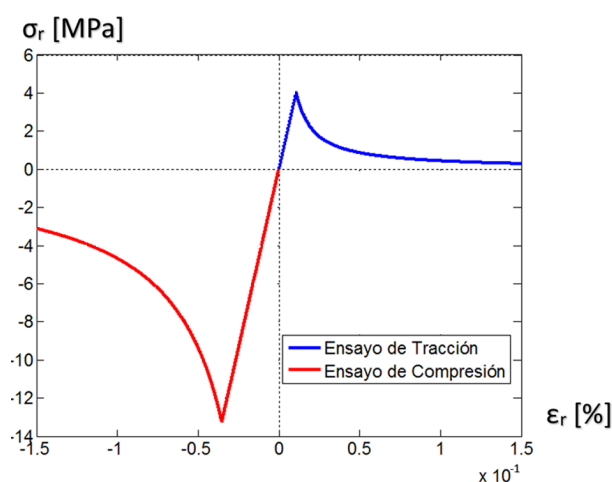


Figura 3: Ensayo uniaxial.

Debido a la elección de la función $S(Z_{ij})$ de la Eq. (29), las resistencias pico en tracción y compresión se encuentran vinculadas entre sí. Se adopta el valor de resistencia a tracción obtenido experimentalmente y se consigue un valor de resistencia a compresión cercana a los 14Mpa (ver Fig. 3). Esto es una limitación del modelo dado que solo podemos trabajar con valores de compresión bajos para evitar la falla del material. En los ejemplo que se presentan a continuación, el objetivo es que el material no falle por el efecto del confinamiento de los anillos de acero y la carga axial, sino que falle por el efecto expansión generada por la RAS. Como se ve en la Eq. (36) el efecto de confinamiento se ve reflejado en un σ_{ij} con componentes de compresión que se contrarrestan paulatinamente por el efecto de tracción que proporciona la presión p producida por la RAS. Por lo tanto, el modelo debería funcionar bien siempre y cuando inicialmente no se supere este límite de compresión.

Ahora estamos en condiciones de obtener los parámetros químicos del modelo. Si se particulariza el Alg. (1) para las condiciones del ensayo de expansión libre ($P = 0$ y $t = 0$) vemos que la respuesta se independiza del daño β como se muestra en la Eq. (45). Por esta razón este ensayo resulta útil para calibrar los parámetros químicos asociados al progreso de la RAS ζ obteniendo $\tau_{ch} = 68$ días, $\tau_{lat} = 123$ días y $\epsilon_{\infty} = 0,289\%$. Esto se muestra en la Fig. 4, graficando en línea continua el resultado del modelo y en línea de trazo el resultado experimental.

En el ensayo de expansión libre el modelo da igual expansión radial y axial. En el ensayo experimental se nota una diferencia en la expansión radial y axial, que Multon y Toutlemonde (2006) se la atribuye a la anisotropía inducida por el llenado, que el modelo presentado en este

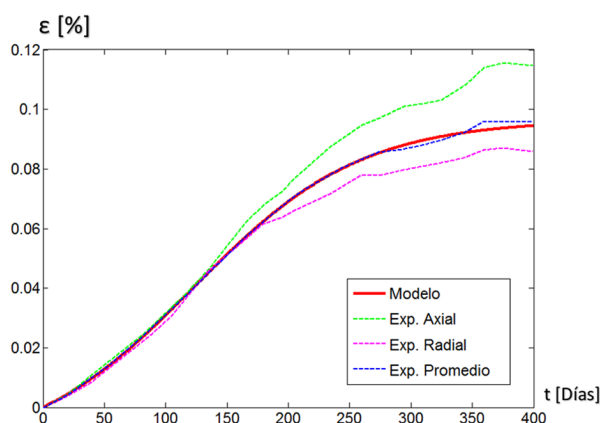
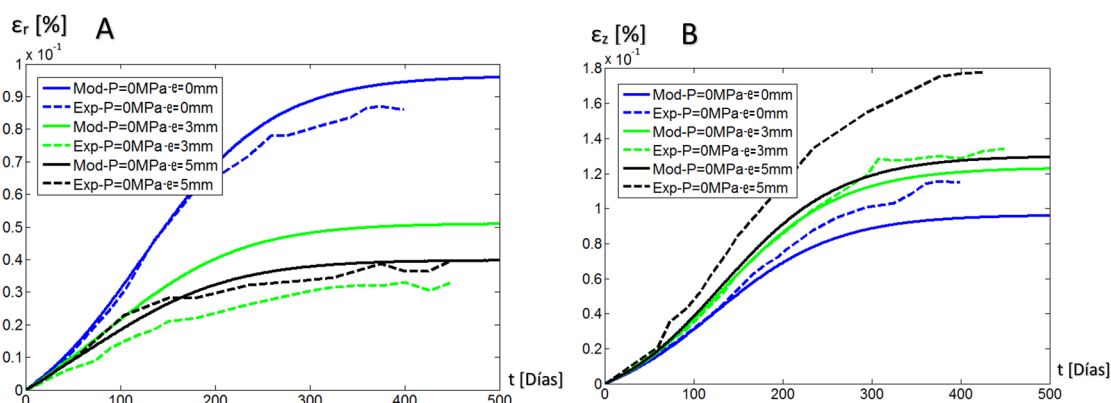


Figura 4: Ensayo de expansión libre.

trabajo es incapaz de reproducir. Por esta razón la curva numérica se contrasta con el promedio entre la axial y radial experimental.

A continuación se presentan curvas de los ensayos con algún tipo de confinamiento. Las curvas numéricas se obtiene en base al Alg. (1), en el rótulo de cada curva se indican los valores de P y e que corresponden a cada ensayo. Estas curvas permiten ajustar el parámetro α de la Eq. (36). El valor de α se ajustó en base a un comportamiento promedio de las curvas correspondientes a las probetas con confinamiento pasivo (ver Fig. 5), y se obtuvo $\alpha = 2,5 \cdot 10^{-1}$.

Figura 5: Confinamiento pasivo; A) deformación radial ε_r vs tiempo t ; B) deformación axial ε_z vs tiempo t .

Para este caso (ver Fig. 5), se observa en general un buen ajuste tanto de la deformación radial como de la axial, salvo en el caso de la deformación axial para el confinamiento pasivo de 5mm , donde se ve que el modelo sub estima los resultados. Esta diferencia, al igual que en el ensayo de expansión libre, también puede atribuirse a la anisotropía inducida en las probetas durante el llenado. Luego, se intenta reproducir el comportamiento de las probetas donde actúa en forma conjunta la carga axial y el confinamiento pasivo (ver Fig. 6) en base al valor de α ajustado con las curvas de la Fig. 5. Se observa que el modelo sobre estima los resultados. Esto puede deberse a una posible evolución del parámetro α , que el modelo propuesto tiene la limitación de considerarlo constante. Un estudio más minucioso del parámetro α puede encontrarse en Dormieux et al. (2006), donde se formula un modelo micromecánico para su evaluación. En el comportamiento experimental de las curvas de la Fig. 6 también puede estar presente la anisotropía que se observa en el ensayo de expansión libre. Se nota en todos los casos que el

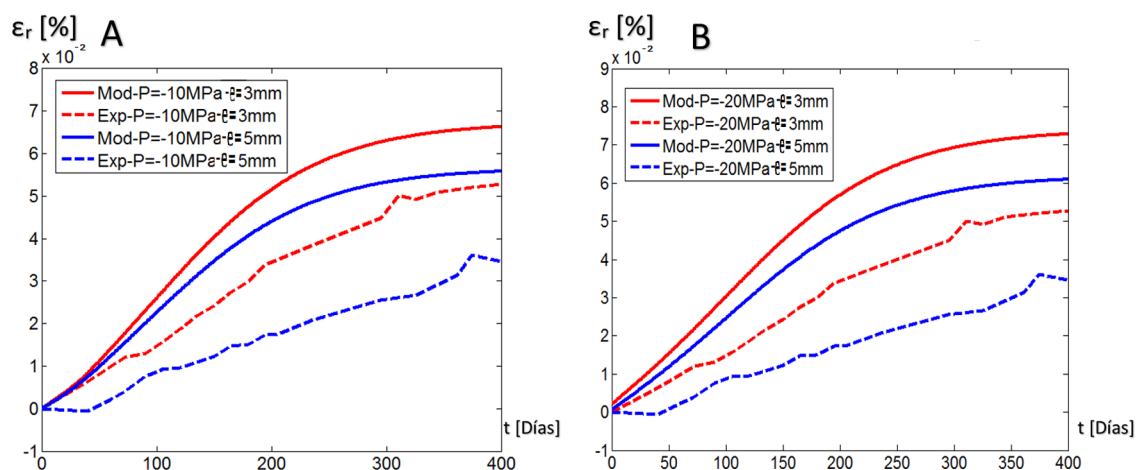


Figura 6: Confinamiento por carga axial más confinamiento pasivo; A) deformación radial ϵ_r vs tiempo t para $P = -10 \text{ MPa}$; B) deformación radial ϵ_r vs tiempo t para $P = -20 \text{ MPa}$.

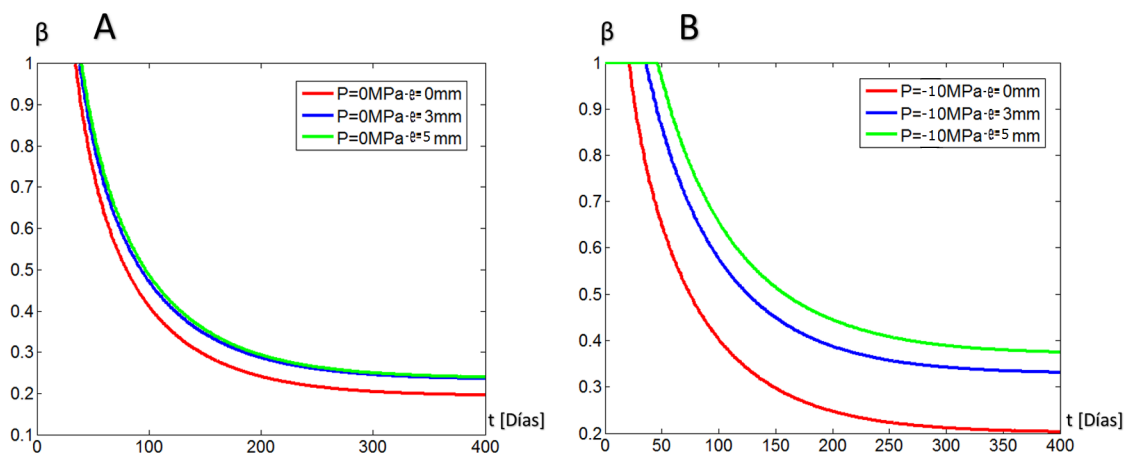


Figura 7: daño β vs tiempo t ; A) confinamiento pasivo; B) confinamiento pasivo más carga axial.

confinamiento retarda la aparición del daño y se llegan a valores finales menores que a un caso con menos confinamiento (ver Fig. 7).

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó una modificación del modelo de Frémond y Nedjar (1996) para poder simular el comportamiento del hormigón afectado por RAS. Se adoptaron funciones de energía libre y de disipación más adecuadas para representar este fenómeno y se presentó una formulación en forma fuerte que describe el problema. Se presentó una forma sencilla de resolver las ecuaciones del problema para algunos casos particulares con el fin de reproducir los ensayos de Multon y Toutlemonde (2006). De esta forma se pudo validar el modelo que tiene en cuenta la RAS en el modelo de Frémond y Nedjar (1996). Los resultados en general mostraron un ajuste satisfactorio. Se nota la limitación del modelo para considerar resistencias en tracción y compresión en forma independiente. Este problema quizá podría resolverse considerando en el modelo criterios de daño distintos para tracción y compresión.

6. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido soportado financieramente por CONICET, Proyecto Préstamo BID PICT PRH 30 N° 94, y Proyecto PIUNT E527.

REFERENCIAS

- Alasali M.M., Malhotra V., y Soles J.A. Performance of various test methods for assessing the potential alkali reactivity of some canadian aggregates. *ACI Materials Journal*, 88:613–619, 1991.
- Comby-Peyrot I., Bernard F., Bouchard P.O., Bay F., y Garcia-Diaz E. A chemo-thermo-damage model for the analysis of concrete dams affected by alkali-silica reaction. *Computational Materials Science*, 46:1163–1177, 2009.
- Comi C., Fedele R., y Perego U. Development and validation of a 3d computational tool to describe concrete behaviour at mesoscale. application to the alkali-silica reaction. *Mechanics and Materials*, 41:210–230, 2009.
- Coussy O. *Poromechanics*. John Wiley and Sons, 2004.
- De Borst R. Non-linear analysis of frictional materials. *Dissertation*, 1986.
- Dormieux L., Kondo D., y Ulm F. A micromechanical analysis of damage propagation in fluid-saturated cracked media. *Comptes Rendus Mecanique*, 334:440–446, 2006.
- Dunant C.F. y Scrivener K.L. Micro-mechanical modelling of alkali-silica-reaction-induced degradation using the amie framework. *Cement and Concrete Research*, 40:517–525, 2010.
- Frémond M. y Nedjar B. Damage, gradient of damage and principle of virtual power. *International Journal of Solids and Structures*, 33:1083–1103, 1996.
- Hansen W.C. Studies relating to the mechanism by which the alkali-aggregate reaction produces expansion in concrete. *Journal of the American Concrete Institute*, 15:213–227, 1944.
- Larive C. Apports combinés de l'expérimentation et de la modélisation la compréhension de l'alcali-réaction et de ses effets mécaniques. *Thesis*, 1998.
- McGowan J.K. y Vivian H.E. Studies in cement-aggregate reaction: Correlation between crack development and expansion of mortars. *Australian Journal of Applied Science*, 3:228–232, 1952.
- Multon S. y Toutlemonde F. Effect of applied stresses on alkali-silica reaction-induced expansions. *Cement and Concrete Research*, 36:912–920, 2006.
- Nedjar B. Elastoplastic-damage modelling including the gradient of damage: formulation and computational aspects. *International Journal of Solids and Structures*, 38:5421–5451, 2001.
- Nedjar B. A theoretical and computational setting for a geometrically nonlinear gradient damage modelling framework. *Computational Mechanics*, 30:65–80, 2002.
- Ponce J. y Batic O. Different manifestations of the alkali-silica reaction in concrete according to the reaction kinetics of the reactive aggregate. *Cement and Concrete Research*, 36:1148–1156, 2006.
- Shehata M.H. y Thomas M.D.A. The effect of fly ash composition on the expansion of concrete due to alkali-silica reaction. *Cement and Concrete Research*, 30:1063–1072, 2000.
- Ulm F., Coussy O., Kefei L., y Larive C. Thermo-chemo-mechanics of asr expansion in concrete structures. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 126:233–242, 2000.