Asociación Argentina



de Mecánica Computacional

Mecánica Computacional Vol XXV, pp. 473-485 Alberto Cardona, Norberto Nigro, Victorio Sonzogni, Mario Storti. (Eds.) Santa Fe, Argentina, Noviembre 2006

ANÁLISE PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS DA CONSOLIDAÇÃO DE SOLOS NÃO-SATURADOS

Nelson Inoue, Celso Romanel e Deane de Mesquita Roehl

Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Gávea, Rio de Janeiro – RJ, Brasil, romanel@civ.puc-rio.br

Palavras Chave: solos não-saturados, consolidação, elementos finitos, modelo acoplado.

Resumo. Este trabalho estuda um modelo acoplado de deformação e fluxo, baseado na teoria de Biot, para solos saturados e não saturados, levando-se em consideração a não linearidade física do solo. Na condição não saturada o fluxo do fluido pode ser considerado bifásico ou monofásico. No caso de fluxo bifásico o modelo calcula simultaneamente a pressão de água e do ar, possibilitando assim a avaliação dos valores da sucção e, em seguida, o grau de saturação do solo. Uma vez conhecido o grau de saturação é possível avaliar a permeabilidade relativa do solo para o fluxo de água e ar, tornando o problema não linear em relação à permeabilidade. No problema de fluxo monofásico a pressão de ar é mantida constante e igual ao valor da pressão atmosférica. O comportamento não linear da relação tensão-deformação em solos não saturados é avaliado pelo modelo básico de Barcelona (BBM), baseado na teoria da plasticidade e conceitos de comportamento de solos no estado crítico. Este modelo pode ser compreendido como uma generalização do modelo Cam Clay Modificado freqüentemente usado para representação do comportamento mecânico de solos saturados. A influência da sucção na resistência ao cisalhamento de solos não saturados é verificada por meio de algumas aplicações numéricas.

1 INTRODUÇÃO

Meios porosos, como solos e rochas, sob regime de fluxo transiente podem ser idealizados como um meio constituído por um esqueleto sólido deformável e um fluido que satura total ou parcialmente seus poros ou vazios. A determinação da resposta transiente nestes meios porosos é de grande importância em vários problemas da engenharia geotécnica como, por exemplo, o problema do adensamento em solos de baixa permeabilidade.

Neste trabalho foi desenvolvido um programa computacional para simular o comportamento de solos não saturados, baseado no método dos elementos finitos e na teoria de Biot (1940), que considera o acoplamento completo do fluxo de água e de ar em um meio poroso deformável, possibilitando a avaliação simultânea da pressão de água (p_w) e da pressão de ar (p_a) , no espaço e tempo. Schrefler e Simoni (1988), Schrefler e Zhan (1993) e Lewis e Schrefler (1987, 1998) apresentaram modelos de elementos finitos para a solução de problemas acoplados para solos não saturados, entretanto utilizando modelos constitutivos que desconsideram a não linearidade física dos solos. Neste trabalho, o modelo de Barcelona (BBM), proposto por Alonso et al. (1990), foi utilizado na formulação do problema elastoplástico. O modelo de Barcelona é baseado nos conceitos da teoria da plasticidade e do estado crítico, sendo hoje praticamente o único modelo para solos não saturados com bom reconhecimento e aceitação pela comunidade geotécnica, em parte porque necessita de poucos parâmetros para previsão do comportamento de solos não-saturados, em parte porque pode ser entendido como uma generalização, no espaço (p,q,s), do conhecido modelo Cam Clay Modificado para solos saturados.

2 EQUAÇÕES GOVERNANTES PARA FLUXO BIFÁSICO

Na condição não-saturada os vazios do solo são parcialmente preenchidos por água e ar, considerando ambos imiscíveis. Schrefler et al (1990) apresentaram as seguintes equações para descrição do fluxo transiente bifásico em um solo parcialmente saturado, considerando o acoplamento entre os problemas de fluxo e de deformação.

$$\mathbf{p}^{\mathbf{a}} - \mathbf{p}^{\mathbf{w}} = \mathbf{p}^{\mathbf{c}} \tag{1}$$

onde p^w é a pressão de água, p^a a pressão do ar e p^c a sucção (ou pressão de capilaridade).

A tensão efetiva $\sigma_{ij}^{"}$ atuante no esqueleto sólido é relacionada com a tensão total σ_{ij} por

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij} + \alpha \delta_{ij} p \tag{2}$$

onde o símbolo α representa a constante de Biot, δ_{ij} o delta de Kronecker e p a pressão média da mistura de água e ar.

Considerando que o grau de saturação da água $S_{\rm w}$ e o grau de saturação do ar $S_{\rm a}$ se relacionam por

$$S_{w} = 1 - S_{a} \tag{3}$$

a pressão média da mistura pode ser calculada como (Whitaker, 1973).

$$p = S_w p_w + S_a p_a \tag{4}$$

Logo, a equação (2) pode ser re-escrita como

$$\sigma''_{ij} = \sigma_{ij} + \alpha \delta_{ij} (S_w p_w + S_a p_a)$$
⁽⁵⁾

A equação de equilíbrio em termos de tensões totais pode ser expressa por

$$\sigma_{ii,i} + \rho b_i = 0 \tag{6}$$

onde b_1 representam as forças de massa e ρ a massa específica média da mistura.

$$\rho = (1 - n)\rho^s + nS_w\rho^w + nS_a\rho^a \tag{7}$$

sendo n é a porosidade, ρ^s é a massa específica dos grãos, ρ^w a massa específica da água e ρ^a a massa específica do ar.

As velocidades da água w_i e do ar v_i relativas ao esqueleto sólido são obtidas através da lei de Darcy,

$$w_{i} = k^{w} \left(-\nabla p^{w} + \rho^{w} g \right)$$
(8a)

$$v_{i} = k^{a} \left(-\nabla p^{a} + \rho^{a} g \right)$$
(8b)

$$k^{\pi} = \frac{k_i}{\mu^{\pi}} k^{r\pi} \qquad \pi = w \,(\text{água}) \,\text{ou a}(\text{ar}) \tag{8c}$$

onde k_i é a permeabilidade intrínseca, μ^{π} a viscosidade e $k^{r\pi}$ a permeabilidade relativa da fase π (água ou ar).

A continuidade das fases líquida (água) e gasosa (ar) são expressas por

$$S_{w}\frac{\alpha-n}{K_{s}}\dot{p}+\alpha S_{w}\dot{\varepsilon}_{ii}+n\dot{S}_{w}+w_{i,i}+S_{w}\frac{n}{\rho^{w}}\dot{\rho}^{w}=0$$
(9a)

$$S_a \frac{\alpha - n}{K_s} \dot{p} + \alpha S_a \dot{\varepsilon}_{ii} + n \dot{S}_a + v_{i,i} + S_a \frac{n}{\rho^a} \dot{\rho}^a = 0$$
(9b)

Com relação ao último termo das equações (9a) e (9b) tem-se para a fase π

$$\frac{1}{\rho^{\pi}}\dot{\rho}^{\pi} = \frac{1}{\rho^{\pi}}\frac{\partial\rho^{\pi}}{\partial p^{\pi}}\dot{p}^{\pi} = \frac{1}{K_{\pi}}\dot{p}^{\pi}$$
(9c)

Derivando a equação (4) em relação ao tempo, e considerando a relação expressa pela equação (3), vem

$$\dot{p} = \frac{\partial p}{\partial t} = S_w \frac{\partial p^w}{\partial t} + p^w \frac{\partial S_w}{\partial t} + S_a \frac{\partial p^w}{\partial t} + p^a \frac{\partial S_a}{\partial t}$$

$$= S_w \frac{\partial p^w}{\partial t} + p^w \frac{\partial S_w}{\partial t} + S_a \frac{\partial p^a}{\partial t} + p^a \frac{\partial (1 - S_w)}{\partial t}$$
(10)

Aplicando a regra da cadeia do cálculo diferencial, resulta :

$$\dot{S}_{w} = \frac{\partial S_{w}}{\partial t} = \frac{dS_{w}}{dp^{c}} \frac{\partial p^{c}}{\partial t} = \frac{dS_{w}}{dp^{c}} \left(\frac{\partial p^{a}}{\partial t} - \frac{\partial p^{w}}{\partial t} \right)$$
(11)

$$\frac{\partial p}{\partial t} = S_{w} \frac{\partial p^{w}}{\partial t} + p^{w} \frac{dS_{w}}{dp^{c}} \frac{\partial p^{c}}{\partial t} + S_{a} \frac{\partial p^{a}}{\partial t} - p^{a} \frac{dS_{w}}{dp^{c}} \frac{\partial p^{c}}{\partial t}$$

$$= S_{w} \frac{\partial p^{w}}{\partial t} + p^{w} \frac{dS_{w}}{dp_{c}} \left(\frac{\partial p^{a}}{\partial t} - \frac{\partial p^{w}}{\partial t}\right) + S_{a} \frac{\partial p^{a}}{\partial t} - p^{a} \frac{dS_{w}}{dp^{c}} \left(\frac{\partial p^{a}}{\partial t} - \frac{\partial p^{w}}{\partial t}\right)$$

$$= \left[S_{w} + \left(p^{a} - p^{w}\right) \frac{dS_{w}}{dp_{c}}\right] \frac{\partial p_{w}}{\partial t} + \left[S_{a} - \left(p^{a} - p^{w}\right) \frac{dS_{w}}{dp^{c}}\right] \frac{\partial p^{a}}{\partial t}$$
(12)

As velocidades $w_i e v_i$ são eliminadas das equações (9a) e (9b) utilizando as equações (8), resultando em um sistema de equações diferenciais parciais de segunda ordem:

$$\sigma_{ij,j} + \rho b_i = 0 \tag{13a}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\alpha - n}{K_s} S_w \left(S_w - p^w \frac{C_s}{n} + p^a \frac{C_s}{n} \right) + \frac{nS_w}{K_w} - C_s \end{bmatrix} \frac{\partial p^w}{\partial t} \\ \begin{bmatrix} \frac{\alpha - n}{K_s} S_a \left(S_a + p^w \frac{C_s}{n} - p^a \frac{C_s}{n} \right) + \frac{nS_w}{K_w} + C_s \end{bmatrix} \frac{\partial p^a}{\partial t} + S_w \alpha \dot{a}_{i,i} \tag{13b} \\ + \nabla^T \left[\frac{kk^{ra}}{\mu^w} \left(-\nabla p^w + \rho^w g \right) \right] = 0 \\ \begin{bmatrix} \frac{\alpha - n}{K_s} S_a \left(S_a - p^a \frac{C_s}{n} + p^w \frac{C_s}{n} \right) + \frac{nS_a}{K_a} - C_s \end{bmatrix} \frac{\partial p^a}{\partial t} \\ \begin{bmatrix} \frac{\alpha - n}{K_s} S_a \left(S_w + p^a \frac{C_s}{n} - p^w \frac{C_s}{n} \right) + C_s \end{bmatrix} \frac{\partial p^w}{\partial t} + S_a \alpha \dot{a}_{i,i} \\ + \nabla^T \left[\frac{kk^{rw}}{\mu^a} \left(-\nabla p^a + \rho^a g \right) \right] = 0 \end{aligned}$$

onde

$$C_s = \frac{\partial S_w}{\partial p^c}$$
 representa o teor de umidade específico.

Para obtenção da solução numérica é necessário ainda especificar as condições

$$u_i = u_i^0, \quad p^{\pi} = p_0^{\pi} \quad \text{no } t = 0 \quad \text{em } \Omega \text{ e sobre } \Gamma$$
 (14)

e as condições de contorno essenciais (deslocamentos ou pressões) ou naturais (tensões e fluxos na direção normal ao contorno).

$$u_{i} = \overline{u}_{i} \quad \text{no } \Gamma_{u}; \quad \sigma_{ij}n_{i} = t_{j} \quad \text{no } \Gamma_{t}$$

$$p^{\pi} = \overline{p}^{\pi} \quad \text{no } \Gamma_{\pi}; \quad \rho^{\pi} \frac{kk^{r\pi}}{\mu^{\pi}} \left(-\nabla p^{\pi} + \rho^{\pi}g\right)^{T} \cdot n = q^{\pi} \quad \text{no } \Gamma_{q}^{\pi}$$
(15)

 $\operatorname{com} \ \Gamma_{\!_{\! u}} \bigcup \Gamma_{\!_{\! t}} = \Gamma \ e \ \Gamma_{\!_{\! \pi}} \bigcup \Gamma_{\!_{\! q}}^{\pi} = \Gamma$

3 DISCRETIZAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS

As variáveis primárias são os deslocamentos u, pressões de água p^w e pressões de ar p^a , que podem ser escritas em termos de seus correspondentes valores nodais considerando-se funções de interpolação N^p e N^u apropriadas.

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}^{\mathrm{u}}\overline{\mathbf{u}} \qquad \mathbf{p}^{\mathrm{w}} = \mathbf{N}^{\mathrm{p}}\overline{\mathbf{p}}^{\mathrm{w}} \qquad \mathbf{p}^{\mathrm{a}} = \mathbf{N}^{\mathrm{p}}\overline{\mathbf{p}}^{\mathrm{a}} \tag{16}$$

Pré-multiplicando a equação de equilíbrio (13a) por $(\mathbf{N}^u)^T$ e considerando a definição de tensão efetiva da equação (5), a equação na forma discreta pode ser obtida através de integração por partes (método de Galerkin),

$$\int_{\Omega} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{u}} \mathrm{d}\Omega - \mathbf{C}_{\mathrm{sw}} \overline{\mathbf{p}}^{\mathrm{w}} - \mathbf{C}_{\mathrm{sa}} \overline{\mathbf{p}}^{\mathrm{a}} = \mathbf{f}^{\mathrm{u}}$$
(17a)

expressando-se as matrizes de acoplamento por

$$\mathbf{C}_{sw} = \mathbf{Q} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{S}_{w} \alpha \mathbf{m} \mathbf{N}^{\mathrm{p}} \mathrm{d}\Omega \quad \mathbf{e} \qquad \mathbf{C}_{sa} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{S}_{a} \alpha \mathbf{m} \mathbf{N}^{\mathrm{p}} \mathrm{d}\Omega \tag{17b}$$

e o vetor dos carregamentos nodais como

$$\mathbf{f}^{u} = \int_{\Omega} \left(\mathbf{N}^{u} \right)^{T} \left[\rho^{s} (n-1) + S_{w} n \rho^{w} + S_{a} n \rho^{a} \right] \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma^{u}_{u}} \left(\mathbf{N}^{u} \right)^{T} \overline{\mathbf{t}} d\Gamma$$
(17c)

A equação do fluxo de água (13b) e do fluxo de ar (13c) são similarmente discretizadas no espaço, através de pré-multiplicações por $(\mathbf{N}^p)^T$ e a aplicação do método de Galerkin, resultando

$$\mathbf{C}_{sw}^{\mathrm{T}} \dot{\overline{\mathbf{u}}} + \mathbf{P}_{ww} \dot{\overline{\mathbf{p}}}^{w} + \mathbf{C}_{sa} \dot{\overline{\mathbf{p}}}^{a} + \mathbf{H}_{ww} \overline{\mathbf{p}}^{w} = \mathbf{f}^{u}$$
(18a)

$$\mathbf{C}_{sa}^{\mathrm{T}} \mathbf{\dot{\bar{u}}} + \mathbf{C}_{aw} \mathbf{\dot{\bar{p}}}^{\mathrm{w}} + \mathbf{P}_{aa} \mathbf{\dot{\bar{p}}}^{\mathrm{a}} + \mathbf{H}_{aa} \mathbf{\overline{\bar{p}}}^{\mathrm{a}} = \mathbf{f}^{\mathrm{a}}$$
(18b)

onde as matrizes são definidas por

$$P_{ww} = \int_{\Omega} \left(N^{p} \right)^{T} \left[\frac{\alpha - n}{K_{s}} S_{w} \left(S_{w} - p^{w} \frac{C_{s}}{n} + p^{a} \frac{C_{s}}{n} \right) + \frac{nS_{w}}{K_{w}} - C_{s} \right] N^{p} d\Omega$$
(18c)

$$\mathbf{C}_{wa} = \int_{\Omega} \left(\mathbf{N}^{p} \right)^{\mathrm{T}} \left[\frac{\alpha - n}{K_{s}} \mathbf{S}_{w} \left(\mathbf{S}_{w} + p^{w} \frac{\mathbf{C}_{s}}{n} - p^{a} \frac{\mathbf{C}_{s}}{n} \right) + \mathbf{C}_{s} \right] \mathbf{N}^{p} d\Omega$$
(18d)

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_{ww} = \int_{\Omega} \left(\nabla \mathbf{N}^{p} \right)^{T} \frac{\mathbf{k} k^{rw}}{\mu^{w}} \nabla \mathbf{N}^{p} d\Omega$$
(18e)

$$\mathbf{C}_{aw} = \int_{\Omega} \left(\mathbf{N}^{p} \right)^{\mathrm{T}} \left[\frac{\alpha - n}{K_{s}} S_{a} \left(S_{w} + p^{a} \frac{C_{s}}{n} - p^{w} \frac{C_{s}}{n} \right) + C_{s} \right] \mathbf{N}^{p} d\Omega$$
(18f)

$$\mathbf{P}_{aa} = \int_{\Omega} \left(\mathbf{N}^{p} \right)^{T} \left[\frac{\alpha - n}{K_{s}} S_{a} \left(S_{a} - p^{a} \frac{C_{s}}{n} + p^{w} \frac{C_{s}}{n} \right) + \frac{nS_{a}}{K_{a}} - C_{s} \right] \mathbf{N}_{p} d\Omega$$
(18g)

$$\mathbf{H}_{aa} = \int_{\Omega} \left(\nabla \mathbf{N}^{p} \right)^{\mathrm{T}} \frac{\mathbf{k} k^{\mathrm{ra}}}{\mu^{\mathrm{a}}} \nabla \mathbf{N}^{\mathrm{p}} \mathrm{d}\Omega$$
(18h)

$$\mathbf{f}^{w} = \int_{\Omega} \left(\nabla \mathbf{N}^{p} \right)^{\mathrm{T}} \frac{\mathbf{k} k^{\mathrm{rw}}}{\mu^{\mathrm{w}}} \rho^{\mathrm{w}} \mathbf{b} d\Omega - \int_{\Gamma_{\mathrm{w}}^{\mathrm{q}}} \left(\mathbf{N}^{p} \right)^{\mathrm{T}} \frac{q^{\mathrm{w}}}{\rho^{\mathrm{w}}} d\Gamma$$
(18i)

$$\mathbf{f}^{a} = \int_{\Omega} \left(\nabla \mathbf{N}^{p} \right)^{\mathrm{T}} \frac{\mathbf{k} k^{\mathrm{ra}}}{\mu^{a}} \rho^{a} \mathbf{b} \mathrm{d}\Omega - \int_{\Gamma_{g}^{q}} \left(\mathbf{N}^{p} \right)^{\mathrm{T}} \frac{q^{a}}{\rho^{a}} \mathrm{d}\Gamma$$
(18j)

As equações acima, que descrevem o fluxo bifásico acoplado, são altamente não-lineares. Os valores dos parâmetros de fluxo S_w , k^{rw} e k^{ra} são atualizados a cada iteração, bem como a matriz de rigidez considerando um modelo constitutivo elastoplástico (modelo de Barcelona para solos parcialmente saturados), dependente do estado de tensão e da pressão de capilaridade (sucção). O fluxograma da figura 1 ilustra os passos de cálculo para solução do problema de fluxo bifásico acoplado.

A integração no tempo das equações (18a, b) foi feita neste trabalho através do método de Newmark Generalizado (Katona e Zienkiewicz, 1985) ou, alternativamente, pela regra do trapézio ou do ponto médio.

4 MODELO CONSTITUTIVO DE BARCELONA

Alonso et al (1990) desenvolveram um modelo constitutivo, baseado em conceitos da teoria da plasticidade, para descrição do comportamento tensão-deformação de solos nãosaturados no espaço p - q - s (figura 2), onde p é tensão normal média, q representa a tensão de desvio $q = (\sigma_1 - \sigma_3)e$ s indica a sucção. A sucção e o excesso de tensão total acima da pressão de ar são considerados na formulação como variáveis de tensão. Atingida a saturação, o modelo reproduz as características do modelo Cam Clay Modificado, desenvolvido por Roscoe e Burland (1968) para solos saturados. No modelo Cam Clay Modificado a superfície de escoamento descreve uma forma elíptica no espaço das tensões (p,q) e no modelo Barcelona esta mesma geometria foi mantida para valores de sucção s > 0, conforme ilustra a figura 3. As linhas de estado crítico (CSL – *critical state lines*) apresentam a mesma inclinação M para diferentes valores de sucção e as elipses são identificadas pela pressão isotrópica de pré-adensamento p_0 (parâmetro de endurecimento).

Observa-se também na figura 3, que no plano *p-s* a região elástica é delimitada pela superfície de escoamento LC (carregamento e colapso) e pela superfície de escoamento SI (Incremento de Sucção), esta última atingida quando o valor atual de sucção igualar-se à máxima sucção s_0 já experimentada pelo solo. O leitor interessado nos detalhes do modelo deve consultar Alonso et al. (1990).



Figura 1 - Fluxograma para o problema de fluxo bifásico acoplado.



Figura 2 - O modelo de Alonso et al. (1990) no espaço p - q - s.



Figura 3 - Superfícies de escoamento elípticas no plano p - q (à esquerda) e superfícies SI e LC no plano p - s (à direita).

5 EXEMPLOS NUMÉRICOS

5.1 Drenagem em coluna de areia

Os resultados do ensaio de drenagem em uma coluna de areia com 1 metro de altura, realizado por Liakopoulos (1965), foram utilizados para verificar o desempenho da implementação computacional do método dos elementos finitos, com acoplamento de deformação e fluxo na condição não-saturada, codificado em linguagem FORTRAN. A lei de Hooke generalizada foi considerada como relação tensão x deformação da amostra de solo, cujas propriedades estão apresentadas na tabela 1.

Antes do ensaio, condição de fluxo permanente através da coluna de areia foi estabelecida, circulando-se continuamente água do topo para a base da coluna. No instante inicial (t = 0) a vazão de água foi bruscamente interrompida e os tensiômetros iniciaram a leitura da variação das poropressões com o tempo.

As equações usadas por Liakopoulos (op.cit.) para relacionar o grau de saturação da água (S_w) com a pressão de capilaridade (p_c) , bem como para relacionar o coeficiente de permeabilidade do solo em relação à água (K_{rw}) com o grau de saturação da água (S_w) , válidas para $S_w \ge 0.91$, também foram utilizadas neste trabalho,

$S_w = 1 - 1.9722 \times 10^{-11} p_c^{2.4279}$	(19a)
$K_{rw} = 1 - 2207 (1 - S_w)^{1.0121}$	(19b)

O grau de saturação do ar (S_e) e a permeabilidade relativa do solo em relação ao ar K_{ra} foram propostas por Brooks e Corey (1966) como

$$S_e = (S_w - 0.2)/(1 - 0.2)$$
(20a)

$$K_{ra} = (1 - S_e)^2 (1 - S_e^{5/3})$$

Parâmetro	Valores
Módulo de Young	E = 1.3 MPa
Coeficiente de Poisson	v = 0.4
Massa específica da fase sólida	$\rho^{\rm s} = 2000 \ {\rm kg \ m^{-3}}$
Massa específica da fase líquida	$\rho^{\rm w} = 1000 \text{ kg m}^{-3}$
Porosidade	n = 0.2975
Permeabilidade intrínsica	$k = 4.5 \text{ x } 10^{-13} \text{ m}^2$
Viscosidade da fase líquida	$\mu^{w} = 1 \ge 10^{-3} \text{ Pa s}$
Viscosidade da fase gasosa	$\mu^{a} = 1.8 \text{ x } 10^{-5} \text{ Pa s}$
Aceleração da gravidade	$g = 9.806 \text{ m/s}^2$

Tabela 1 – Propriedades da areia del Monte.

Os resultados obtidos com o fluxo bifásico (água e ar), nos tempos t = 5, 60 e 120 minutos, foram comparados com os valores experimentais de Liakopoulos (1965) e os resultados numéricos de Lewis e Schrefler (1998), conforme ilustram as figuras 4, 5 e 6. A concordância satisfatória entre os tipos de resultados indica a confiabilidade da formulação e da implementação computacional feita neste trabalho.

5.2 Influência da sucção na resistência ao cisalhamento

O segundo exemplo procura mostrar a influência da sucção na resistência ao cisalhamento de solo não-saturado, utilizando o modelo constitutivo de Barcelona. A figura 7 apresenta uma coluna de solo de 1m de altura, no topo da qual aplica-se um carregamento incremental, considerando-se três condições de saturação e drenagem: a) não-saturado e drenado (A-B), b) não-saturado e não-drenado (A-C), e c) saturado e não-drenado (A-D).

(20b)



Figura 4 - Deslocamentos verticais na coluna de areia de 1m de altura, nos tempos t = 5, 60 e120 minutos.



Figura 5 – Poropressões ao longo da altura da coluna de areia, nos tempos t = 5, 60 e 120 minutos, obtidas experimentalmente por Liakopoulos (1965), numericamente por Schreffler e Lewis (1998) e pelo método dos elementos finitos neste trabalho.



Figura 6 – Distribuição do grau de saturação ao longo da altura da coluna de areia, nos tempos t = 5, 60 e 120 minutos.

A malha de elementos finitos é constituída por 20 elementos isoparamétricos quadrangulares de 4 nós, com as condições iniciais de saturação de água mostradas na figura 7. As condições de contorno em termos de deslocamentos são representadas na própria malha de elementos finitos (estado 1-D de deformação) e, na condição drenada, a poropressão no topo da coluna é considerada nula para t > 0.

As propriedades do solo estão listadas na tabela 2 e foram baseadas no trabalho de Neto (2001). Outras propriedades, referentes à condição não saturada, foram consideradas iguais às utilizadas no primeiro exemplo (tabela 1).



Figura 7 - Malha de elementos finitos e condições iniciais de saturação.

Parâmetro	Valores
λ(0)	0.1516
κ	0.02
r	4×10^{-4}
β	0.75 MPa⁻¹
p ^c	0.10 MPa
М	1
k	0.6

Tabela 2 - Parâmetros do solo não-saturado de acordo com o modelo de Barcelona.

O solo na condição não saturada e drenada mantém o nível de sucção constante durante o processo de carregamento incremental, devido à dissipação dos excessos de poropressão de água e de ar. A posição da superfície de escoamento LC é mantida constante em relação à sucção durante o carregamento, pois mudanças de posição ocorrem apenas quando há variações no estado de tensão (p, q).

O carregamento aplicado no solo não-saturado na condição não-drenada é semelhante a um processo de umedecimento (saturação), causando uma gradual redução da sucção. A resistência do solo, para baixos níveis de deformação é superior àquela de um solo saturado. Entretanto, os valores de tensão atingidos na ruptura são semelhante aos de um solo saturado, pois a linha de estado crítico retorna a condição saturada. Inicialmente a superfície de escoamento *LC* alcança as posições máximas em relação à sucção, e à medida que o carregamento é aplicado, a influência da sucção na resistência do solo diminui, com a superfície de escoamento tendendo a alcançar a posição relativa a s = 0. Durante o carregamento, a posição da superfície de escoamento é função das variáveis (p, q, s).

Na condição saturada o modelo de Barcelona reduz-se ao modelo elastoplástico Cam Clay Modificado.



Figura 8 - Relação tensão-deformação na condição saturada e não-saturada

6 CONCLUSÕES

O programa computacional baseado no método dos elementos finitos implementado neste trabalho foi capaz de simular a influência da sucção (pressão de capilaridade) na resistência de um solo não-saturado, indicando um aumento na resistência ao cisalhamento e uma diminuição nas deformações, comparativamente a um solo saturado.

A pequena diferença entre a máxima resistência obtida entre o solo não-saturado e saturado ocorre devido a relação entre o grau de saturação da água com a sucção adotada neste

trabalho, que considera a sucção máxima admissível de 9800 Pa, com restrição do grau de saturação de água $S_w \ge 0.91$.

De maneira geral, constatou-se que tanto a formulação matemática quanto a implementação computacional foram satisfatoriamente implementadas, permitindo que o comportamento transiente / permanente de solos não-saturados possam ser estudados com base no modelo constitutivo de Barcelona.

REFERÊNCIAS

- Alonso, E. E.; Gens, A. & Josa, A.. A constitutive model for partially saturated soils. *Géotechnique*, v 40, n. 3, 405-430, 1990.
- Biot, M. A. General theory of three-dimensional consolidation, J. Applied Physics., v 12, 155-164, 1940.
- Brooks, R. N.; A. T. Corey. Properties of porous media affecting fluid flow. J. Irrigation. Drainage Div. Am. Soc. Civ. Eng., 92, 61-68, 1966.
- Katona, M. G. & Zienkiewicz, O. C. A unified set of single step algorithms Part 3: The Beta-M Method, a generalization of the Newmark scheme. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, v 21, 1345-1359, 1985.
- Lewis, R. W. & Schrefler, B. A. *The Finite Element Method in the Deformation and Consolidation of Porous Media.* John Wiley and Sons, Great Britain, 1987.
- Lewis, R.W. & Schrefler, B. A.The Finite Element Method in the Static and Dynamic Deformation and Consolidation of Porous Media. John Wiley, 1998.
- Schrefler, B. A. & Zhan, X. A fully coupled model for waterflow and airflow in deformable porous media. *Water Resource Res.*, v 20, 155-167, 1993.
- Liakopoulos, A. C. *Transient Flow Through Unsaturated Porous Media*, D. Eng. Dissertation, University of California, Berkeley, USA, 1965.
- Neto, M. P. C. Implementação numérica de um modelo elasto-plástico para solos metaestáveis, Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, 2001. .
- Roscoe, K. H.; Burland, J. B. On the generalized stress-strain behavior of 'wet' clay. *Engineering Plasticity*. J. Heyman.; F. A. Leckie (Eds.), Cambridge: Cambridge University Press, 535-609, 1968.
- Schrefler, B. A. & Simoni, L.. A unified approach to the analysis of saturated-unsaturated elastoplastic porous media, *Numerical Methods in Geomechanics*, edited by G. Swoboda, A. A. Balkema, Roterdam, Netherlands, 205-212, 1988.
- Schrefler, B. A., Simoni, L., Li, X., O. C. Zienkiewicz. Mechanics of partially saturated porous media, *Numerical Methods and Constitutive Modeling in Geomechanics*, CISM Courses and Lectures Series, Springer Verlag, v.311, 169-209, 1990.
- Whitaker S. The transport equations for multiphase systems, *Chem. Eng. Science*, 28, 139-197, 1973.