

SIMULACIÓN DEL COMPORTAMIENTO EN CURVA DE UN VEHÍCULO DE COMPETICIÓN

Martín A. Pucheta^a, José M. Risso^b, Alberto Cardona^b y Javier Ciabattari^c

^aCentro de Investigación en Informática para la Ingeniería (CIII) y CONICET, Facultad Regional Córdoba de la Universidad Tecnológica Nacional, Maestro López esq. Cruz Roja Argentina, X5016ZAA Córdoba, Argentina, mpucheta@scdt.frc.utn.edu.ar, <http://ciii.frc.utn.edu.ar>

^bCentro de Investigación de Métodos Computacionales (CIMEC), Universidad Nacional del Litoral-CONICET, Colectora Ruta 168 s/n, Paraje El Pozo, 3000 Santa Fe, Argentina, {jrisso,acardona}@intec.unl.edu.ar, <http://www.cimec.org.arc>

^cCS Sport S.R.L., Ruta Provincial C-45 Km 10.75, Falda del Carmen, Córdoba, Argentina, jciabattari@gmail.com

Palabras Clave: Dinámica Vehicular, Estado Estacionario en Maniobra de Giro, Momento de Giro, Aceleración Lateral Máxima, Vehículo de Competición.

Resumen. Actualmente, las capacidades de software comercial de diseño e ingeniería asistidos por computadora para el modelado y el análisis de sistemas multicuerpos permiten obtener una descripción completa de vehículos incluyendo no linealidades geométricas, la compleja interacción con el suelo a través de las ruedas y la interacción con el ambiente a través de la aerodinámica. En vehículos de competición estas herramientas pueden combinarse con herramientas de optimización para hallar el ajuste óptimo de parámetros del vehículo. Sin embargo los tiempos de respuesta de estos programas pueden ser grandes e imprácticos en algunas situaciones, como las modificaciones necesarias en el transcurso de las competencias, donde el ajuste de parámetros debe adaptarse a contingencias de último momento, disponiendo de tiempos muy breves para tomar las decisiones requeridas. Para estos contextos, se requieren de modelos de simulación simplificados, que sin perder exactitud, permitan obtener superficies y curvas características combinando los principales parámetros que caracterizan el comportamiento del vehículo. En este trabajo se presenta una herramienta computacional para el cálculo del comportamiento de un vehículo de competición en curva. El modelo incluye las principales no linealidades intervinientes en esta maniobra, incluyendo un modelo de rueda no lineal, la cinemática de la suspensión y de la barra antirrolido con las no linealidades asociadas a sus relaciones constitutivas. Las ecuaciones de equilibrio se resuelven mediante algoritmos iterativos para la búsqueda de raíces en ecuaciones simultáneas. Entre las capacidades actuales, el algoritmo es capaz de determinar la máxima aceleración lateral factible y el momento de giro en ese estado, los cuales son útiles para obtener un vehículo que además de ser rápido sea controlable y robusto.

1. INTRODUCCIÓN

Las capacidades actuales del software comercial de ingeniería asistida por computadora disponible para el modelado y análisis de sistemas multicuerpos flexibles permiten describir completamente a los vehículos, incluyendo todas las no linealidades geométricas y materiales, e incluir la compleja interacción con el piso y diversos patrones de cargas aerodinámicas (Cardona, 1989; Siemens, 2014). Estas herramientas computacionales se combinan con software para optimización y diseño de experimentos para crear información del estado de manejo y estabilidad del vehículo. Esta información es utilizada intensivamente por los ingenieros para ajustar a los vehículos de competición antes de una carrera. Pero si se trabaja con modelos completos con elevado grado de detalle (ver Figura 1), en general, los análisis computacionales se ejecutan en tiempos que se tornan imprácticos.

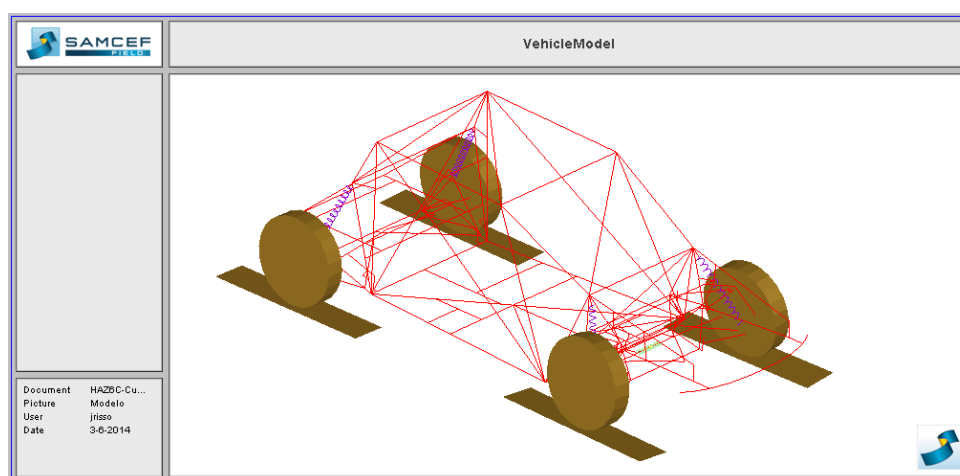


Figura 1: Modelo virtual de vehículo para análisis estructural y de dinámica multicuerpo

En este contexto, se necesitan modelos simplificados o de orden reducido que otorguen resultados útiles sin pérdida de exactitud. El modelo debe ser confiable y robusto para que en tiempos breves permita construir curvas de comportamiento entre diversos parámetros de interés y realizar optimizaciones entre variables específicas. Como objetivo, el análisis estará limitado al equilibrio pseudoestacionario en un instante de una maniobra, particularmente en el estado de tránsito por el tramo medio de una curva.

Este trabajo presenta un modelo simplificado para un vehículo de competición que incluye las principales no linealidades necesarias para determinar con exactitud el comportamiento en curva. La mayoría de los modelos que se encuentran en la literatura utilizan ecuaciones linealizadas para las expresiones de los ángulos de deriva lateral y longitudinal de las ruedas y también para la dirección y suspensión (Lukowsky, 2009). El modelo simplificado que se propone incluye todas las no linealidades de las características de esfuerzos en los neumáticos (Pacejka, 2006; Ko y Song, 2010), de resortes de suspensión, barra antirollido, de dirección, y como principal aporte, de la cinemática de suspensión. Las ecuaciones de pseudo equilibrio cinetoestático para el vehículo en curva se resuelven utilizando métodos numéricos para hallar raíces en múltiples ecuaciones no lineales simultáneas.

Para un escenario de parámetros del vehículo, este programa permite calcular la aceleración lateral máxima, el momento de giro, y la configuración cinemática para valores impuestos de velocidad (magnitud y ángulo) y/o aceleración longitudinal y entradas de control del conductor (volante, posición de acelerador y freno). Como resultado, se obtuvieron satisfactoriamente

varias curvas características similares a las del vehículo real, así como el diagrama de momento de giro versus aceleración lateral máxima, también conocido como diagrama de momentos de Milliken y Milliken (1995) (DMM), generando mapas que indican la controlabilidad y robustez del vehículo.

2. CONTEXTO, OBJETIVOS Y ANTECEDENTES

Para vehículos de competición de la categoría *Super TC 2000* el reglamento no permite que tengan control activo de la estabilidad (CDAACA, 2014), por lo que el vehículo está limitado por la estabilidad permitida por la compleja interacción entre el conductor, la mecánica pasiva del vehículo, la pista, el entorno de otros vehículos, el ambiental y el aerodinámico. El torneo se realiza en doce eventos por año, en pistas de trazados diferentes con nueve curvas en promedio, y con motor, elementos de suspensión y neumáticos provistos por los organizadores. Esto hace desafiante a la participación de los ingenieros del equipo de competición en cuanto al ajuste óptimo del vehículo para cada evento. Entre cada evento se recurre a la asistencia de métodos computacionales para predecir el comportamiento del vehículo y ajustar los parámetros. Los tiempos que requieren en análisis computacional y la optimización para modelos de vehículos completos, se tornan imprácticos en ciertas circunstancias, por ejemplo, entre etapas de clasificación, donde se realiza un ajuste fino del vehículo y se toman decisiones hasta el último minuto.

El objetivo de este trabajo es crear una herramienta computacional para general el *diagrama de momento de giro versus aceleración lateral en curva* con el fin de optimizar el vehículo para las maniobras más severas y aprovechar al máximo las capacidades de los neumáticos, los efectos aerodinámicos y cinemática del vehículo. Por el importante contenido de caracterización de la robustez y estabilidad del vehículo a una velocidad determinada, este tipo de diagrama se comenzó a estudiar en los '70 (Milliken Jr. et al., 1976) para modelos lineales de vehículos y neumáticos y fue popularizado en los '90 (Milliken y Milliken, 1995) con su empleo en modelos computacionales no lineales. Es de uso común en los equipos de competición para analizar la estabilidad direccional en recta y en curva. Recientemente, esta información se ha combinado con diagramas de manejo del estándar ISO (*ISO handling diagrams*) y ha inspirado a la generación de otros diagramas (Klomp, 2010; Patton, 2013). En paralelo, existen investigaciones que tratan de hacer a los diagramas que caracterizan al manejo, independientes de la pista y del tipo vehículo (Frendo et al., 2006, 2007, 2008).

El modelo simplificado que se propone usar incluye todas las no linealidades de características de neumáticos (Pacejka, 2006; Ko y Song, 2010), de resortes de suspensión, barra antirollido, de dirección, y como principal aporte, de la cinemática de suspensión. El análisis cinemático completo de la suspensión se calcula previamente *off-line* usando el enfoque de elementos finitos y algoritmos de resolución de análisis cinemático implícito no lineal provisto por el software *Samcef Mecano* (Siemens, 2014). Por medio de varios análisis realizados para un amplio rango de dos desplazamientos impuestos, la longitud de amortiguador y la posición de cremallera de dirección, se parametrizan mediante tablas el resto de las características de la suspensión intervinientes en las ecuaciones de equilibrio, describiendo un cuarto de vehículo almacenado como tablas de doble entrada; esto es coherente con la representación de los datos que requiere el programa de simulación de tiempo de vuelta *Aerolap* (Ansible Design Ltd, 2014). Estos valores discretos almacenados son interpolados linealmente para obtener valores no almacenados. Con los datos no lineales disponibles de esta manera, las ecuaciones de pseudo equilibrio cinetoestático para el vehículo en curva se resuelven utilizando métodos numéricos para hallar raíces en múltiples ecuaciones no lineales simultáneas. Como dato de entrada se impone la ve-

locidad en una curva dada porque se conoce del simulador de tiempo de vuelta *Aerolap* (dicho simulador no permite conocer el estado del vehículo en una curva dada).

En este trabajo se emplearon algoritmos anidados en etapas con algoritmos iterativos de la Regla Falsa. La utilización de este simulador evita tener que medir el momento de giro, el cual es muy costoso de realizar experimentalmente. A continuación se describen el modelo y los algoritmos desarrollados.

3. MODELOS

Se asume equilibrio de d'Alembert a velocidad traslacional y de giro constante durante un intervalo de tiempo. Al ignorar la influencia de la aceleración angular se puede prescindir de la inercia y tratar al vehículo como una partícula. En caso de existir la aceleración o deceleración (por frenado) longitudinal se la convierte en un torque aplicado en las ruedas definiendo una velocidad de giro Ω de cada rueda y a la vez se considerará la contribución de la aceleración longitudinal a las transferencias de peso.

El vehículo tiene parámetros cinemáticos y geométricos. Entre los cinemáticos, la velocidad traslacional se expresará, en adelante, por su magnitud V y el ángulo β que el vector tiene con la tangente a la trayectoria del centro de masa del vehículo, denominado ángulo de deriva del vehículo. Se asume una terna en convención SAE fija a la trayectoria con el eje x alineado con la velocidad, el z apuntando hacia abajo y el y formando una terna derecha, o sea, apuntando hacia la derecha. La terna de interés, $X - Y - Z$, está fija al vehículo en el centro de gravedad. La terna de rueda, tiene el plano generado por sus ejes $x_w - z_w$ paralelos al plano de la llanta, con el eje x_w apuntando inicialmente hacia adelante y su eje y_w formando una terna derecha con los anteriores.

3.1. Modelo de vehículo

A diferencia de muchos modelos que consideran un sistema simplificado de bicicleta o de cuatro ruedas con movimiento plano con 3 grados de libertad, el modelo del vehículo que se propone no es único, es una combinación de varios modelos según la conveniencia. En las ecuaciones que se mostrarán, se consideran diferentes modelos de la masa suspendidas, de masa única m_S o distribuida por ejes delantero m_{SF} y trasero m_{SR} . A las masas no suspendidas se las denota como m_{NSi} .

A los fines de la simulación los grados de libertad son

1. Velocidad traslacional del vehículo, V .
2. Ángulo de deriva del vehículo (Yaw), β .
3. Ángulo de cabeceo (Pitch), θ .
4. Ángulo de rolido del vehículo (Roll), φ .
5. Altura del vehículo (Heave), h .
6. Velocidad angular de giro del vehículo (Yaw rate), r .
7. Posición de cremallera de dirección, R_t .

donde, de 1 a 6 son variables de estado y la 7 y una posible variable A_x teniendo en cuenta la a(des)celeración del vehículo, son las variables de control. La aceleración longitudinal considera

el estado generado por la acción combinada de los pedales de acelerador (positivo) y de freno (negativo). En aceleración longitudinal con modelado del diferencial, se asume que las ruedas pueden tener diferentes velocidades de giro y producir diferentes factores de deslizamiento en cada neumático. Este tópico se detallará en publicaciones futuras.

Las ruedas se numeran con letras denotando eje y lado o alternativamente por números arábigos con la correspondencia $\{FL, FR, RL, RR\} = \{1, 2, 3, 4\}$; ésta numeración se adoptará también para los cuartos de vehículos y sus correspondientes elementos elásticos. Las cuatro longitudes de amortiguador L_i (Strut length) junto con la posición de cremallera R_t , son 5 estados que caracterizan en forma alternativa al estado geométrico de la masa suspendida con respecto a la no suspendida, pudiendo luego determinarse el cabeceo θ , el rolido φ , la altura h , el desplazamiento lateral del centro de gravedad, la cinemática de la suspensión y consecuentemente, la posición y orientación de cada rueda.

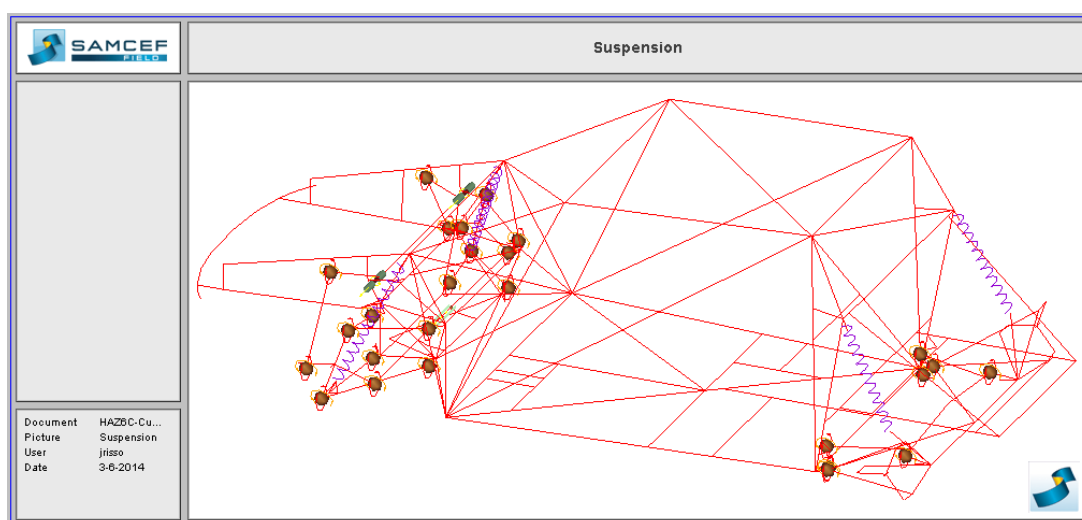


Figura 2: Detalle del modelado de suspensión delantera (doble A) y trasera (de brazos arrastrados)

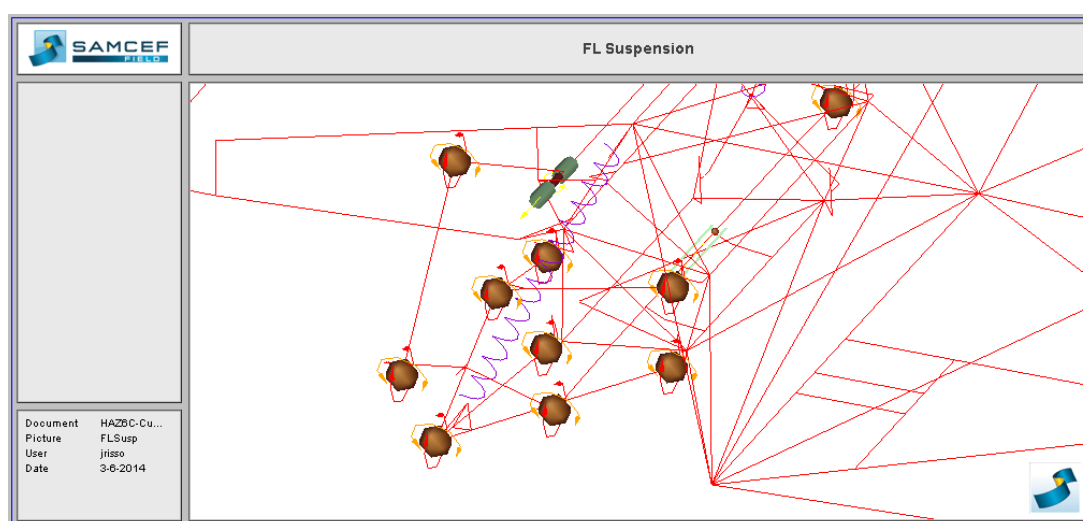


Figura 3: Acercamiento al cuarto de vehículo de la suspensión delantera izquierda

A continuación se describen los principales aspectos del modelado matemático y computacional del vehículo simulado

Chasis Para definir las cantidades cinemáticas y consecuentemente la cinética del vehículo se adopta una terna SAE sobre el centro de gravedad del vehículo. Se asume la convención de que: L es la distancia entre ejes, a es la distancia desde el centro de gravedad CG al eje delantero y b la distancia del CG al eje trasero, m es la masa total del vehículo.

Suspensión La suspensión se representó en forma gráfica en el CAD/CAE Samcef Field y su cinemática se simuló en Samcef Mecano (Figura 2). Con este programa se generaron los datos geométricos necesarios en el análisis pseudoestacionario, realizando estudios cinemáticos en el cuarto de vehículo izquierdo para la suspensión delantera mostrado en la Figura 3, para diversos valores de la distancia entre rótulas del amortiguador, L_{FL} , y del desplazamiento de la cremallera de la dirección, R_t (Rack travel), dentro de un rango en el que se conoce que va a trabajar el vehículo. El mismo procedimiento se realizó para la cinemática de la suspensión trasera, pero con dependencia única de la longitud de amortiguador. La suspensión delantera es de cuadrilátero articulado doble A (ver Figura 3) y la trasera es de brazos arrastrados. Los resortes y amortiguadores son no lineales y el comportamiento de la barra antirolido también es no lineal. Las tablas se denotarán con letra de fuente Courier.

Dirección El estado de los dos ángulos de dirección de las ruedas delanteras comandados por el grado de libertad del ángulo de volante, está parametrizado por la posición de cremallera de dirección, conteniendo la ley de Ackermann necesaria e incluyendo las ganancias debidas a la cinemática relativa entre la masa suspendida y las ruedas mediante el mecanismo de la suspensión. Por ejemplo, para acceder a los ángulos de giro de las ruedas izquierda y derecha almacenados en la tabla `SteeringF`, correspondientes a un estado de resorte L_1 y L_2 y posición de cremallera R_t , se denotará como

$$\begin{aligned}\delta_1 &= g_{\text{SteeringF}}(L_1, R_t) \\ \delta_2 &= g_{\text{SteeringF}}(L_2, -R_t)\end{aligned}$$

Neumáticos En el modelado matemático del neumático se utilizaron las aproximaciones de ajuste de datos experimentales propuestos por (Pacejka, 2006), en donde el neumático se caracteriza por su radio, carga y velocidad nominales de ensayo, a partir de los cuales se adimensionalizan ochenta y siete parámetros y se usan ecuaciones que tienen en cuenta el efecto acoplado de la deriva lateral, longitudinal y los torques autoalineantes y de resistencia al rolido. Se utilizó una tabla de parámetros provista por el software Optimum Tire (Optimum G, 2014); este programa se utilizó también para validar las superficies generadas con las fórmulas de neumático que se programaron.

Motor y Transmisión La velocidad traslacional del vehículo, a través de la geometría del neumático, permite determinar la velocidad de giro de la rueda. Con esta velocidad angular y el listado de relaciones de transmisión para un cambio dado, se puede obtener fácilmente la velocidad de giro del motor y mediante la tabla de potencia del motor se determina el torque generado. Este torque es multiplicado por el ratio total y la eficiencia de la transmisión para obtener el torque en las ruedas delanteras τ_1 y τ_2 . Estos torques, a través de los radios de las ruedas R_W producen las fuerzas tractoras que se consideran que producen una aceleración $A_x = \sum_{i=1}^2 (\tau_i / R_W) / m$. (Gillespie, 1992; Jazar, 2009; Popp y Schiehlen, 2010).

Cargas aerodinámicas Se consideran cargas aerodinámicas de arrastre F_{Drag} y de sustentación F_{Aero} de variación cuadrática con la velocidad V (Gillespie, 1992). La fuerza de arrastre tiene en cuenta la densidad del aire ρ , el área transversal de referencia S_{ref} y el coeficiente de arrastre C_d , se calcula como $F_{Drag} = 0,5\rho S_{ref} C_d V^2$, y reduce a la aceleración longitudinal A_x en un valor F_{Drag}/m . La fuerza aerodinámica vertical se determina como $F_A = 0,5\rho S_{ref} C_L V^2$, en donde C_L es el coeficiente de sustentación (o *lift*) y se distribuye en los ejes delanteros y traseros a través del factor de balance f_{AeroF} , de modo que el coeficiente de sustentación delantero es $C_{LF} = f_{AeroF} C_L$ y el trasero es $C_{LR} = (1 - f_{AeroF}) C_L$. Luego, las fuerzas en cada eje son

$$\begin{aligned} F_{AeroF} &= \frac{1}{2} S_{ref} C_{LF} V^2 \\ F_{AeroR} &= \frac{1}{2} S_{ref} C_{LR} V^2 \end{aligned} \quad (1)$$

éstas se distribuyen en forma simétrica a cada cuarto de vehículo.

$$\begin{aligned} F_{Aeroi} &= F_{AeroF}/2 \quad i = \{1, 2\} \\ F_{Aeroi} &= F_{AeroR}/2 \quad i = \{3, 4\}. \end{aligned} \quad (2)$$

Estas definiciones son las mínimas necesarias para explicar el algoritmo de determinación del estado estacionario en curva que se describe en la sección siguiente.

4. ALGORITMO

Considerando una velocidad lineal constante V y una deriva impuesta β , el algoritmo que halla la máxima aceleración lateral A_y es un conjunto de métodos iterativos anidados para encontrar raíces de ecuaciones no lineales simultáneas.

En un lazo externo se busca un máximo de la máxima velocidad angular de deriva r , dado que se satisface la igualdad:

$$\begin{aligned} A_y &= \frac{V^2}{R} = \left(\frac{V}{R}\right) V \\ &= rV, \end{aligned} \quad (3)$$

donde R es el radio de giro (que difiere ligeramente del radio de la curva). También sería correcto imponer el radio de giro o curvatura $1/R$ de la trayectoria deseada en vez de la velocidad, pero la velocidad se impone porque se conoce del simulador de tiempo de vuelta *Aerolap*; dicho simulador no permite conocer el estado del vehículo en una curva dada.

En el lazo externo se itera sobre la variable r hasta que su valor absoluto no cambie. El significado de la convergencia es que las fuerzas efectivas, las fuerzas internas en elementos elásticos y las externas alcanzan un equilibrio de d'Alembert. En el algoritmo, diferenciamos a las llamadas a funciones en la forma $f_{Funcion}(\bullet)$ de las lecturas de tablas $g_{TablaF}(\bullet, L_i, R_t)$ y $g_{TablaR}(\bullet, L_i)$.

Entrada: V , β , R_t (posición de cremallera de dirección), Tablas de la forma `Tables*.csv` desde `{ DataChassis; DataTrack; DataAero; DataSuspension; DataKinematics; DataPowertrain; DataWheel }`

Salida: N , A_y , y el estado completo del vehículo.

Paso A: Inicialización. $A_y = \varphi^{(0)} = r^{(0)} = r^{(n)} = 0,0$; $L_i = L_i^0$, $i = \{1, 2, 3, 4\}$;
 $F_{Aero} = \text{FaeroInit}$; $\{A_x, \Omega_i^0\} = \text{AxInit}$.

Paso B: Mientras $\|r^{(n-1)} - r^{(n)}\| < \epsilon_r$ **hacer:**

[B.1] Calcular transferencias de peso debido a cargas verticales y laterales para un ángulo de rolido $\varphi^{(n)}$, esto determina las cargas verticales en las ruedas F_{zW}^i , y las longitudes de resortes L_i en la iteración n .

$$[F_{zW}^i, L_i^{(n)}] = \text{WeightTransfer}(\varphi^{(n)}, R_t) \quad (4)$$

la función `WeightTransfer` involucra algoritmos iterativos para hallar el equilibrio de fuerzas que se explican en la Subsección 4.1.

[B.2] Calcular ángulos de dirección, para el cambio de configuración de resortes de suspensión frontal $\{L_1^n, L_2^n\}$

$$\begin{aligned} \delta_1^{(n)} &= g\text{SteeringF}(L_1^{(n)}, R_t) \\ \delta_2^{(n)} &= g\text{SteeringF}(L_2^{(n)}, -R_t) \end{aligned} \quad (5)$$

[B.3] Calcular ángulos de inclinación de las llantas, para el cambio de configuración de resortes de suspensión $L_i^{(n)}$, $i = \{1, 2, 3, 4\}$

$$\begin{aligned} \gamma_1^{(n)} &= \Psi_{(CAMBER)_1}^0 - g\text{CamberGainF}(L_1^{(n)}, R_t) \\ \gamma_2^{(n)} &= \Psi_{(CAMBER)_2}^0 + g\text{CamberGainF}(L_2^{(n)}, -R_t) \\ \gamma_3^{(n)} &= \Psi_{(CAMBER)_3}^0 - g\text{CamberGainR}(L_3^{(n)}) \\ \gamma_4^{(n)} &= \Psi_{(CAMBER)_4}^0 + g\text{CamberGainR}(L_4^{(n)}) \end{aligned} \quad (6)$$

[B.4] Calcular ángulos de deriva de las ruedas utilizando los polígonos de velocidad, corregidos por el giro de llanta y ángulos de alineación

$$\begin{aligned} \alpha_1^{(n)} &= \tan^{-1} \left(\frac{V \sin(\beta) + r^{(n)} a}{V \cos(\beta) - H_{T1} r^{(n)}} \right) - \left(\delta_1^{(n)} + \Psi_{(TOE)_1} \right) \\ \alpha_2^{(n)} &= \tan^{-1} \left(\frac{V \sin(\beta) + r^{(n)} a}{V \cos(\beta) - H_{T2} r^{(n)}} \right) - \left(\delta_2^{(n)} + \Psi_{(TOE)_2} \right) \\ \alpha_3^{(n)} &= \tan^{-1} \left(\frac{V \sin(\beta) - r^{(n)} a}{V \cos(\beta) - H_{T3} r^{(n)}} \right) - \Psi_{(TOE)_3} \\ \alpha_4^{(n)} &= \tan^{-1} \left(\frac{V \sin(\beta) - r^{(n)} a}{V \cos(\beta) - H_{T4} r^{(n)}} \right) - \Psi_{(TOE)_4} \end{aligned} \quad (7)$$

[B.5] Determinar el equilibrio longitudinal tal que imponiendo la aceleración longitudinal y las cargas verticales, se calculen las velocidades de giro $\Omega_i^{(n)}$ de los neumáticos y, con los mismos, las tasas de deslizamiento $\kappa_i^{(n)}$, con $i = \{1, 2, 3, 4\}$. Una rutina denominada `SlipRatio` determina el estado de las fuerzas y momentos en cada rueda

$$[F_{xW}^i, F_{yW}^i, M_{xW}^i, M_{yW}^i, M_{zW}^i] = f_{\text{WheelForces}}(\alpha_i^{(n)}, \kappa_i^{(n)}, \gamma_i^{(n)}, -F_{zW}^i) \quad (8)$$

en donde fuerzas y momentos están dados en ternas de ruedas $xW - yW - zW$.

[B.6] Asumiendo que zW de cada rueda i coincide con el eje z del vehículo, se cambia de coordenadas a las fuerzas en las ruedas desde el sistema de llanta al sistema de

ejes del vehículo. Sean θ_i los ángulos de viraje incluyendo la alineación estática entre la llanta y el vehículo:

$$\begin{aligned}\theta_1^{(n)} &= \delta_1^{(n)} + \Psi_{(TOE)_1} \\ \theta_2^{(n)} &= \delta_2^{(n)} + \Psi_{(TOE)_2} \\ \theta_3^{(n)} &= \Psi_{(TOE)_3} \\ \theta_4^{(n)} &= \Psi_{(TOE)_4}\end{aligned}\quad (9)$$

Luego, el cambio de coordenadas de las fuerzas en cada rueda, se ve en el plano $x - y$ como:

$$\begin{bmatrix} F_y \\ F_x \end{bmatrix}_i = \mathbf{R}_z(-\theta_i^{(n)}) \begin{bmatrix} F_{yW} \\ F_{xW} \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} \cos(-\theta_i) & \sin(-\theta_i) \\ -\sin(-\theta_i) & \cos(-\theta_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{yW} \\ F_{xW} \end{bmatrix}_i \quad (10)$$

[B.7] Calcular fuerzas y momentos con respecto al CG del vehículo. Las fuerzas longitudinales determinan la fuerza tractora y sus momentos alrededor del eje vertical del vehículo son los que realizan a través de las semitrochas (con signo positivo a derecha y negativo a izquierda) como brazos de palanca

$$\begin{aligned}F_x^{CG} &= \sum_i F_{xi}^{(n)} \\ M_z^{Long} &= \sum_i F_{xi}^{(n)} (-H_{Ti})\end{aligned}\quad (11)$$

Las fuerzas laterales y sus contribuciones al momento de giro son, similarmente,

$$\begin{aligned}F_y^{CG} &= \sum_i F_{yi}^{(n)} \\ M_y^{Lat} &= \sum_i F_{yi}^{(n)} D_{xi} \quad \text{con } D_{xi} = \{a, a, -b, -b\}\end{aligned}\quad (12)$$

Luego, el momento de deriva del vehículo se calcula como las contribuciones debidas a los momentos producidos por fuerzas longitudinales y laterales y los momentos autoaliniantes en las ruedas:

$$N = M_z^{Long} + M_z^{Lat} + \sum_i M_{zW}^i \quad (13)$$

con M_{zW}^i determinados en el paso B.5.

[B.7] Almacenar la aceleración lateral $A_y = r^{(n)}V$ y actualizar la velocidad angular de giro:

$$\sum_i F_y^{CG} = mA_y = mr^{(n)}V \Rightarrow r^{(n+1)} = \frac{\sum_i F_y^{CG}(r^{(n)})}{mV} \quad (14)$$

Fin del Mientras.

4.1. Transferencias de carga

La función `WeightTransfer` ejecutado el paso B.1 determina, para una posición de volante fija ($R_t = cte$) y velocidad impuesta (V, β), la transferencia de fuerzas verticales en cada rueda F_{zW}^i y el estado de cada resorte de suspensión $L_i^{(n)}$, calculando el equilibrio de fuerzas entre (a) el peso, las cargas aerodinámicas, las fuerzas y momentos generados por la

aceleración lateral $A_y^{(n)}$ sobre las masas no suspendidas y el movimiento de la masa suspendida, y (b) los miembros elásticos antagonistas: los resortes de suspensión y la elasticidad de la barra antirolido (en adelante barra ARB, por *Anti-Roll Bar*).

Un algoritmo Regula-Falsi realiza m iteraciones buscando la raíz del residuo escalar no lineal

$$r_{RM}(\varphi^{(m)}) = M_E(\varphi^{(m)}) - M_{SM}(\varphi^{(m)}, A_y^{(n)}) = 0 \quad (15)$$

entre el momento elástico total debido al rolido y el debido al momento de las fuerzas efectivas al moverse el centro de gravedad de la masa suspendida. Cuando los resortes de suspensión y la barra ARB son lineales, no es necesaria más de una iteración de corrección (equivalente a una regla de tres simple).

4.1.1. Momento elástico total

El primer término del residuo (15), el momento elástico total $M_E(\varphi^{(m)})$ debido al rolido es el momento producido por las transferencias de carga W_{Ei} que tienen por brazos de palanca a las semitrochas

$$M_E(\varphi^{(m)}) = \sum_i -W_{Ei} H_{Ti} \quad (16)$$

Las transferencias de carga W_{Ei} son generadas por las fuerzas en los elementos elásticos, resortes y ARB, y se calculan adentro de la subrutina `RollMoments` que ejecuta otro algoritmo Regula Falsi en donde se realizan k iteraciones evaluando las fuerzas en resortes y en la ARB.

4.1.2. Cálculo de fuerzas elásticas

En la subrutina `RollMoments` se impone un ángulo de rolido constante $\varphi^{(m)}$ y luego se determina qué valor del desplazamiento vertical equilibra a las fuerzas elásticas con las aerodinámicas. Se busca la solución simultánea de estas dos ecuaciones no lineales para el eje frontal y trasero

$$\begin{cases} r_{AeroF}(\varphi^{(k)}) = \sum_{i=1}^2 W_{Ei}(\varphi^{(k)}) - \sum_{i=1}^2 F_{Aeroi} = 0 \\ r_{AeroR}(\varphi^{(k)}) = \sum_{i=3}^4 W_{Ei}(\varphi^{(k)}) - \sum_{i=3}^4 F_{Aeroi} = 0 \end{cases} \quad (17)$$

que se llevan a la ecuación escalar

$$r_{Aero}(\varphi^{(k)}) = |r_{AeroF}(\varphi^{(k)})| + |r_{AeroR}(\varphi^{(k)})|. \quad (18)$$

La búsqueda de esta raíz, requiere de la evaluación de las fuerzas de transferencia

$$W_{Ei}(\varphi^{(k)}) = \begin{cases} F_{Si} + F_{ARBi}, & \text{si } L_i < L_{\text{máxi}} \\ F_{StaticWhi}^0 - F_{Aeroi}^k, & \text{de otro modo} \end{cases} \quad (19)$$

debidas a las fuerzas de los resortes F_{Si} y a las fuerzas de la barra antirolido F_{ARBi} , cuyos cálculos se detallan a continuación.

Cálculo de las fuerzas transferidas a las ruedas debidas a los resortes F_{Si}

Paso 1 : *Desplazamientos en resortes*. Para la i -ésima rueda (por claridad, se quita el subíndice i), el desplazamiento vertical de la rueda es la suma del desplazamiento en la rueda debido al rolido y la debida al desplazamiento vertical (heave, h)

$$d_W^{(k+1)} = d_{W\varphi}^k + d_{Wh}^k \quad (20)$$

La posición o altura del centro de la llanta (del inglés, *Hub*) actual es la posición de referencia más el desplazamiento

$$p_{Hub}^{(k+1)} = p_{Hub}^0 + d_W^{(k+1)} \quad (21)$$

Luego, se determina por tablas la cinemática de la longitud de resortes de suspensión delantera

$$L_i^{(k+1)} = g_{HubPositionF}(p_{Hub}^{(k+1)}, R_t), \quad i = \{1, 2(\text{con } - R_t)\} \quad (22)$$

y trasera

$$L_i^{(k+1)} = g_{HubPositionR}(p_{Hub}^{(k+1)}, i), \quad i = \{3, 4\} \quad (23)$$

Finalmente, el incremento de longitud del resorte se calcula como la diferencia entre la longitud en equilibrio estático y el actual (con aceleración lateral).

$$d_{Spring_i}^{(k+1)} = L_i^0 - L_i^{(k+1)} \quad (24)$$

Paso 2 : Razón de movimiento (Motion Ratio). Da la razón del movimiento entre desplazamientos en el resorte y en la rueda, y coincide con la razón entre las fuerzas; se obtiene con las longitudes de resortes mediante tablas

$$\begin{aligned} M_{F_i}^{(k+1)} &= g_{MotionRatioF}(L_i^{(k+1)}, R_t), \quad i = \{1, 2(\text{con } - R_t)\} \\ M_{R_i}^{(k+1)} &= g_{MotionRatioR}(L_i^{(k+1)}), \quad i = \{3, 4\} \end{aligned} \quad (25)$$

Paso 3 : Fuerzas en los resortes. Con los desplazamientos de los resortes y tablas $Stiff_i$ conteniendo los valores de rigidez, se interpolan linealmente las entradas y se obtienen las fuerzas en los resortes

$$F_{S_i}^{(k+1)} = g_{Stiff_i}(d_{Spring_i}^{(k+1)}), \quad i = \{1(FL), 2(FR), 3(RL), 4(RR)\} \quad (26)$$

Paso 4 : Fuerzas en las ruedas debidas a resortes

$$\begin{aligned} F_{WS_i}^{(k+1)} &= \frac{F_{S_i}^{(k+1)}}{M_{F_i}^{(k+1)}}, \quad i = \{1, 2\} \\ F_{WS_i}^{(k+1)} &= \frac{F_{S_i}^{(k+1)}}{M_{R_i}^{(k+1)}}, \quad i = \{3, 4\} \end{aligned} \quad (27)$$

Cálculo de las fuerzas transferidas a las ruedas debidas a las barras antirolido F_{ARB_i}

Estas fuerzas de origen elástico deben estar en equilibrio en la masa suspendida con las fuerzas debido a las aceleraciones (gravedad y lateral) y a las fuerzas externas debidas a la aerodinámica, que producen el rolido. Ambos conjuntos de fuerzas son consideradas como externas para la masa suspendida. Sin embargo, para el vehículo completo, las fuerzas elásticas son internas y se compensan de a pares y las fuerzas externas a que está sometido el vehículo son las fuerzas debido a las aceleraciones (gravedad y lateral), las fuerzas aerodinámicas y las fuerzas en las ruedas.

Paso 1 : *Desplazamientos en resortes*. Los desplazamientos son lineales para la suspensión delantera y son angulares para la trasera; se obtienen de tablas de cinemática

$$\begin{aligned} d_{ARB_i} &= g_{ARBI\text{InputF}}(L_i^{(k+1)}, R_t), \quad i = \{1, 2(\text{con} - R_t)\} \\ \theta_{ARB_i} &= g_{ARBI\text{InputR}}(L_i^{(k+1)}), \quad i = \{3, 4\} \end{aligned} \quad (28)$$

Las fuerzas serán proporcionales a las diferencias de desplazamientos

$$\begin{aligned} \Delta_{ARBF}^{(k+1)} &= d_{ARBF_L} - d_{ARBF_R} \\ \Delta_{ARBR}^{(k+1)} &= \theta_{ARBR_L} - \theta_{ARBR_R} \end{aligned} \quad (29)$$

Paso 2 : *Razón de movimiento (Motion Ratio)*. Da la razón del movimiento entre desplazamientos en la ARB y en la rueda (razón también entre las fuerzas conjugadas) y se obtienen con las longitudes de resortes

$$\begin{aligned} M_{F_{ARB_i}}^{(k+1)} &= g_{ARBMotionRatioF}(L_i^{(k+1)}, R_t), \quad i = \{1, 2(\text{con} - R_t)\} \\ M_{R_{ARB_i}}^{(k+1)} &= g_{ARBMotionRatioR}(L_i^{(k+1)}), \quad i = \{3, 4\} \end{aligned} \quad (30)$$

Paso 3 : *Fuerzas en la barra ARB*. Con los desplazamientos angulares y las tablas de rigidez, se interpolan linealmente las entradas y se obtienen las fuerzas en los resortes. La fuerza delantera se determina entrando con el ángulo diferencial a una tabla y la trasera mediante un factor de rigidez

$$\begin{aligned} F_{ARBF}^{(k+1)} &= g_{FARBStiff}(\Delta_{ARBF}^{(k+1)}) \\ F_{ARBR}^{(k+1)} &= \Delta_{ARBR}^{(k+1)} k_{ARBR} \end{aligned} \quad (31)$$

Las fuerzas forman una cupla que “aplasta” la rueda interna y “levanta” la externa

$$\begin{aligned} F_{ARB_i}^{(k+1)} &= F_{ARBF}^{(k+1)} \quad i = \{1(FL), 2(FR)(-)\} \\ F_{ARB_i}^{(k+1)} &= F_{ARBR}^{(k+1)} \quad i = \{3(RL), 4(RR)(-)\} \end{aligned} \quad (32)$$

Paso 4 : *Fuerzas en las ruedas debidas a la ARB*

$$F_{W_{ARB_i}}^{(k+1)} = \frac{F_{ARB_i}^{(k+1)}}{M_{ARB_i}^{(k+1)}}, \quad i = \{1, 2, 3, 4\} \quad (33)$$

4.1.3. Momentos de las fuerzas efectivas o transferencia geométrica de la masa suspendida

La masa suspendida está sujeta a aceleraciones que producen fuerzas efectivas laterales ($m_{SR} \cdot A_y$ en el eje trasero y $m_{SF} \cdot A_y$ en el delantero) y debido al movimiento lateral, mediante un brazo de palanca respecto al eje de rolido producen además un momento de vuelco debido a la aceleración g que es resistido por fuerzas transferidas a las ruedas. Esto se expresa gráficamente en la Figura 4.

Los momentos de las fuerzas $m_{S_i} \cdot A_y$ y $m_{S_i} \cdot g$ trasladadas al centro de rolido, tendrán como brazos de palanca a las coordenadas z_{RC_i} e y_{RC_i} del centro de rolido correspondiente, frontal o

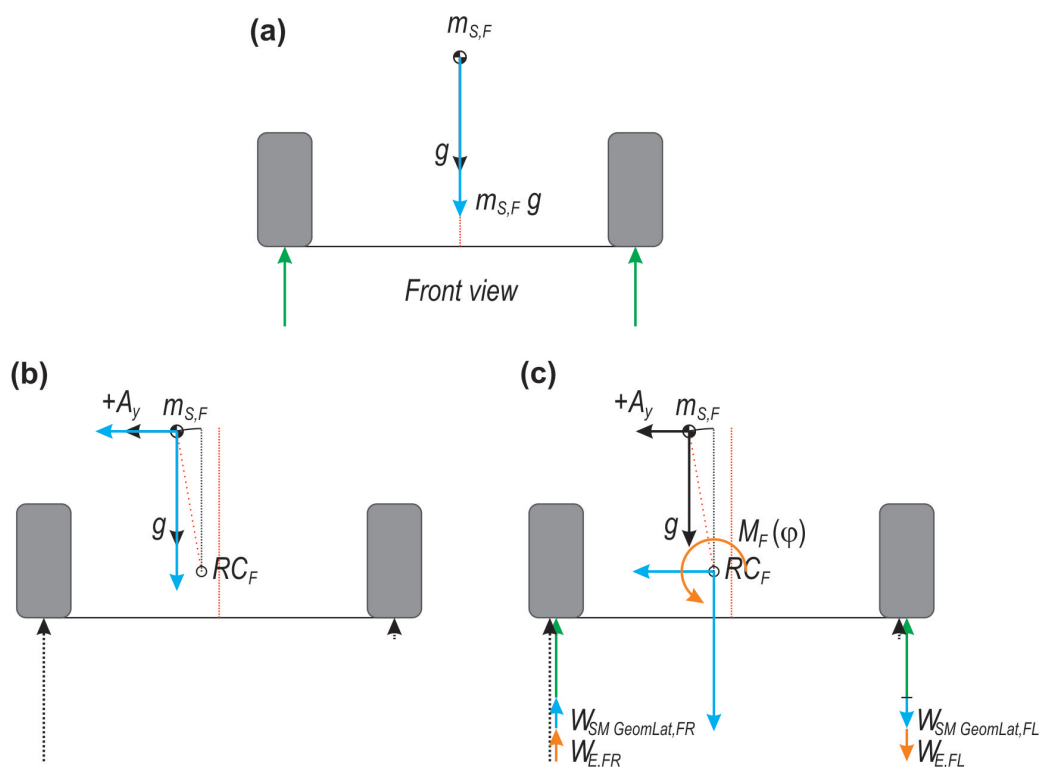


Figura 4: Transferencia debido a fuerzas efectivas (eje delantero, el trasero es similar). (a) Vehículo sin aceleración lateral, (b) con aceleración lateral, (c) con transferencias debidas a fuerzas efectivas y elásticas debido al rolido

trasero $i = \{F, R\}$. Estos momentos son equilibrados, respectivamente, por la cupla delantera que produce en las ruedas delanteras las transferencias

$$\begin{aligned}
 W_{SMGeomLatFL} &= \frac{m_{SF}(A_y \cdot z_{RCF} + g \cdot y_{RCF})}{T_F} \\
 W_{SMGeomLatFR} &= -\frac{m_{SF}(A_y \cdot z_{RCF} + g \cdot y_{RCF})}{T_F}
 \end{aligned}
 \tag{34}$$

y en las traseras, las transferencias

$$\begin{aligned}
 W_{SMGeomLatRL} &= \frac{m_{SR}(A_y \cdot z_{RCR} + g y_{RCR})}{T_R} \\
 W_{SMGeomLatRR} &= -\frac{m_{SR}(A_y \cdot z_{RCR} + g y_{RCR})}{T_R}
 \end{aligned}
 \tag{35}$$

La masa suspendida contribuye, además, a la transferencia de peso en ruedas con la acción de las fuerzas elásticas.

$$W_{SMi} = W_{SMGeomLat_i} + W_{E_i}, \quad i = \{1(FL), 2(FR), 3(RL), 4(RR)\}
 \tag{36}$$

4.1.4. Transferencia geométrica de las masas no suspendidas

Las masas no suspendidas también están sujetas a aceleraciones que producen fuerzas efectivas y se desprecia su rolido, considerando únicamente la contribución debida a la aceleración

lateral

$$\begin{aligned}
 W_{NSM,Lat_{FL}} &= \frac{((m_{USFL} + m_{USFR})/2)A_y \cdot z_{USCGF}}{(T_F/2)} \\
 &= \frac{(m_{USFL} + m_{USFR})A_y \cdot z_{USCGF}}{T_F} \\
 W_{NSM,Lat_{FR}} &= -\frac{(m_{USFL} + m_{USFR})A_y \cdot z_{USCGF}}{T_F} \\
 W_{NSM,Lat_{RL}} &= \frac{(m_{USRL} + m_{USRR})A_y \cdot z_{USCGR}}{T_R} \\
 W_{NSM,Lat_{RR}} &= -\frac{(m_{USRL} + m_{USRR})A_y \cdot z_{USCGR}}{T_R}
 \end{aligned} \tag{37}$$

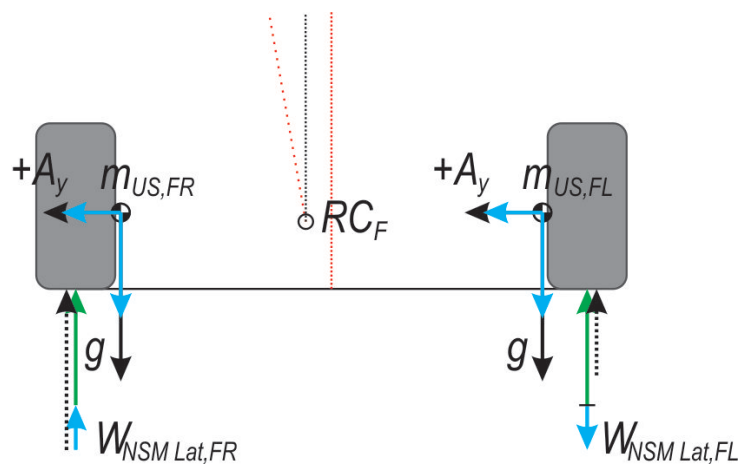


Figura 5: Transferencias producidas por la acción de la aceleración lateral sobre las masas no suspendidas

4.1.5. Fuerzas normales al piso en las ruedas

Las fuerzas normales al piso en las ruedas, son debidas a las fuerzas verticales estáticas debidas al peso y las contribuciones debidas a los momentos de las masas suspendidas (incluyendo la aerodinámica) y de las masas no suspendidas.

$$F_{zW_i} = F_{StaticWh_i} + W_{SM_i} + W_{NSM_i}, \quad i = \{1(FL), 2(FR), 3(RL), 4(RR)\} \tag{38}$$

En la iteración n , se tiene una relación

$$\begin{aligned}
 F_{zW_i}^{(n)} &= F_{StaticWh_i}^0 + W_{SM_i}(\varphi^{(m)}, A_y^{(n)}) + W_{NSM_i}(A_y^{(n)}), \\
 i &= \{1(FL), 2(FR), 3(RL), 4(RR)\}
 \end{aligned} \tag{39}$$

4.1.6. Fuerzas normales al piso en las ruedas en presencia de aceleración longitudinal

Una aceleración longitudinal A_x debida a aceleración o frenado produce fuerzas efectivas longitudinales y transferencias de peso al eje delantero y trasero debidas a la cupla $f_{SM_{Long}} \cdot L$, ver Figura 6, en donde el factor de carga

$$f_{SM_{Long}} = \frac{(m_{SF} + m_{SR})A_x \cdot z_{USCG}}{L} \tag{40}$$

se distribuye a cada rueda según el desplazamiento (shift) lateral del centro de gravedad de la masa suspendida.

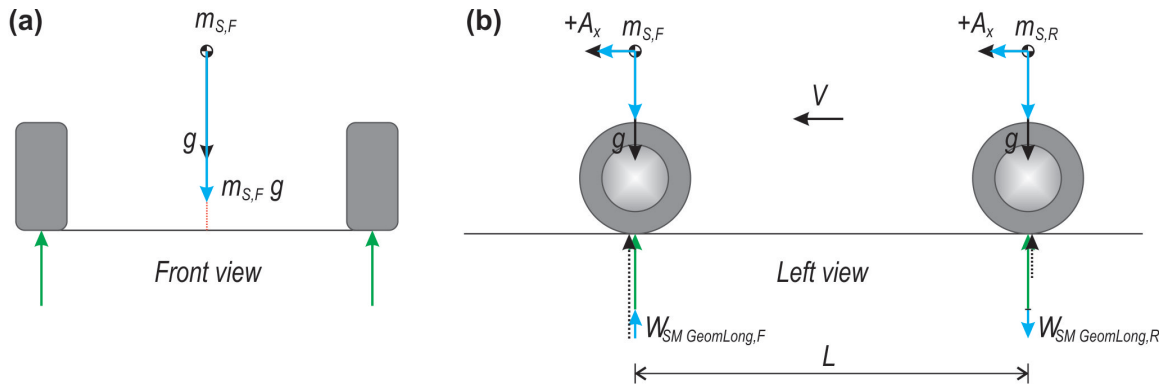


Figura 6: Transferencias de carga debidas a la aceleración longitudinal A_x

Este desplazamiento es inversamente proporcional a la trocha media $T_m = (T_F + T_R)/2$ de la forma

$$s_{SMLong} = \frac{y_{SCG}}{T_m} \quad (41)$$

El factor de carga afectado por participación según el

$$Q_{SMLong} = f_{SMLong} \left(\frac{1}{2} \pm s_{SMLong} \right) \quad (42)$$

El mismo quedará afectado por un porcentaje $p_{AntiLong_i}$ (obtenido de tablas y definido por la cinemática de la suspensión correspondiente) que es proporcional al movimiento del centro instantáneo del desplazamiento de la rueda en el plano longitudinal $x - z$, definiendo las transferencias de peso

$$\begin{aligned} W_{SMGeomLong_{FL}} &= -f_{SMLong} \left(\frac{1}{2} - s_{SMLong} \right) p_{AntiLong_{FL}} \\ W_{SMGeomLong_{FR}} &= -f_{SMLong} \left(\frac{1}{2} + s_{SMLong} \right) p_{AntiLong_{FR}} \\ W_{SMGeomLong_{RL}} &= f_{SMLong} \left(\frac{1}{2} - s_{SMLong} \right) p_{AntiLong_{RL}} \\ W_{SMGeomLong_{RR}} &= f_{SMLong} \left(\frac{1}{2} + s_{SMLong} \right) p_{AntiLong_{RR}} \end{aligned} \quad (43)$$

La masa suspendida contribuye a la transferencia de peso en ruedas junto con la acción de las fuerzas elásticas del siguiente modo

$$W_{SM_i} = W_{SMGeomLat_i} + W_{SMGeomLong_i} + W_{E_i}, \quad i = \{1(FL), 2(FR), 3(RL), 4(RR)\} \quad (44)$$

Las masas no suspendidas también están sujetas a la aceleración longitudinal A_x que produciendo fuerzas efectivas y éstas se traducen en los ejes en fuerzas de transferencia de magnitud

$$f_{NSMLong} = \frac{\left(\frac{m_{USFL} + m_{USFR}}{2} \right) A_x \cdot z_{USCGF} + \left(\frac{m_{USRL} + m_{USRR}}{2} \right) A_x \cdot z_{USCGR}}{L} \quad (45)$$

Estas fuerzas se distribuye a cada rueda como

$$\begin{aligned} f_{NSMLongFL} &= -f_{NSMLong}/2 \\ f_{NSMLongFR} &= -f_{NSMLong}/2 \\ f_{NSMLongRL} &= f_{NSMLong}/2 \\ f_{NSMLongRR} &= f_{NSMLong}/2 \end{aligned} \quad (46)$$

Luego, las masas no suspendidas producen una transferencia total

$$W_{NSM_i} = W_{NSMLat_i} + W_{NSMLon_i}, \quad i = \{1(FL), 2(FR), 3(RL), 4(RR)\} \quad (47)$$

Finalmente, en la rueda se tiene la influencia combinada por ambas aceleraciones

$$\begin{aligned} F_{zW_i}^{(n)} &= F_{StaticWh_i}^0 + W_{SM_i}(\varphi^{(m)}, A_y^{(n)}, A_x) + W_{NSM_i}(A_y^{(n)}, A_x), \\ i &= \{1(FL), 2(FR), 3(RL), 4(RR)\} \end{aligned} \quad (48)$$

Como ejemplo, la Figura 7 muestra todos los parámetros que se están calculando para un vehículo a una velocidad de 100 Km/h, deriva de -2° y posición de cremallera de 30 mm. En la figura, se muestran las fuerzas de acción de los neumáticos sobre el vehículo y las configuraciones cinemáticas de los mismos, principalmente se destacan los valores finales del momento de giro N y la aceleración lateral $A_y > 0$, que corresponden a un giro a derecha.

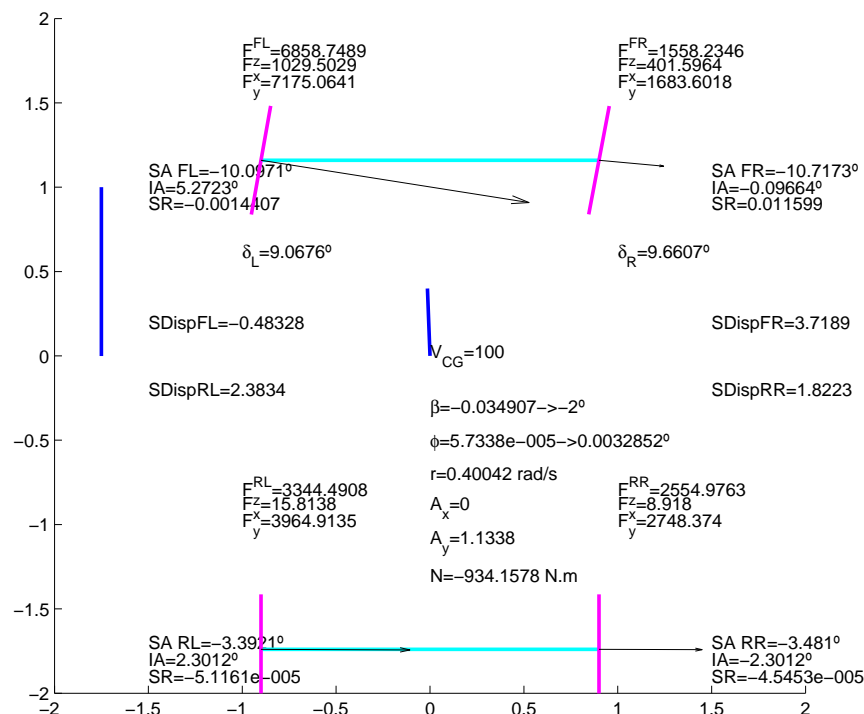


Figura 7: Estado del vehículo en vista superior; las fuerzas en los neumáticos se indican con flechas

5. RESULTADOS

Se evaluaron dos lazos anidados ejecutando el algoritmo presentado para valores del ángulo de slip β del vehículo variando entre -8° a $+8^\circ$ y posiciones de cremallera de -30 a $+30$ mm correspondientes a valores de -9° a $+9^\circ$ de giro de las ruedas. Las superficies obtenidas se muestran en la Figura 8.

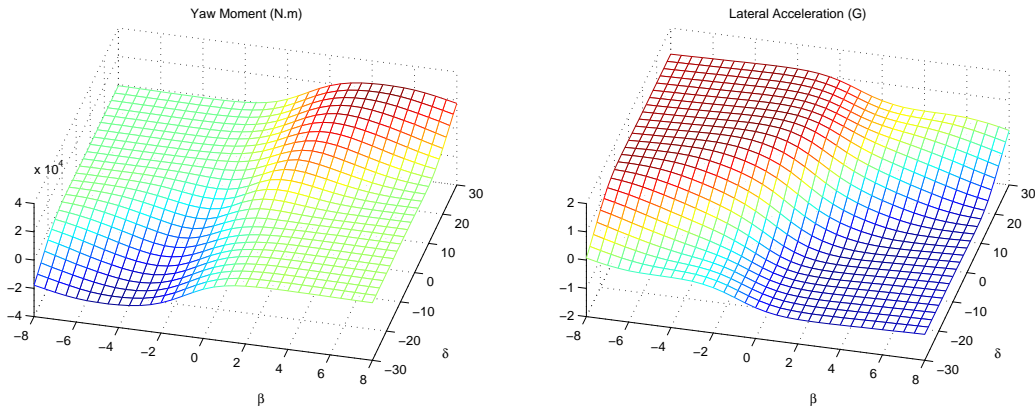


Figura 8: Superficies de momento de giro (izquierda) y de máxima aceleración lateral (derecha).

El diagrama MM se obtiene componiendo el momento de giro (en $N \cdot m$) versus la aceleración lateral (en g), presentando isocurvas de igual ángulo de deriva del vehículo e isocurvas de igual ángulo de volante, que en nuestro caso usamos posición e cremallera como se muestra en la Figura 9.

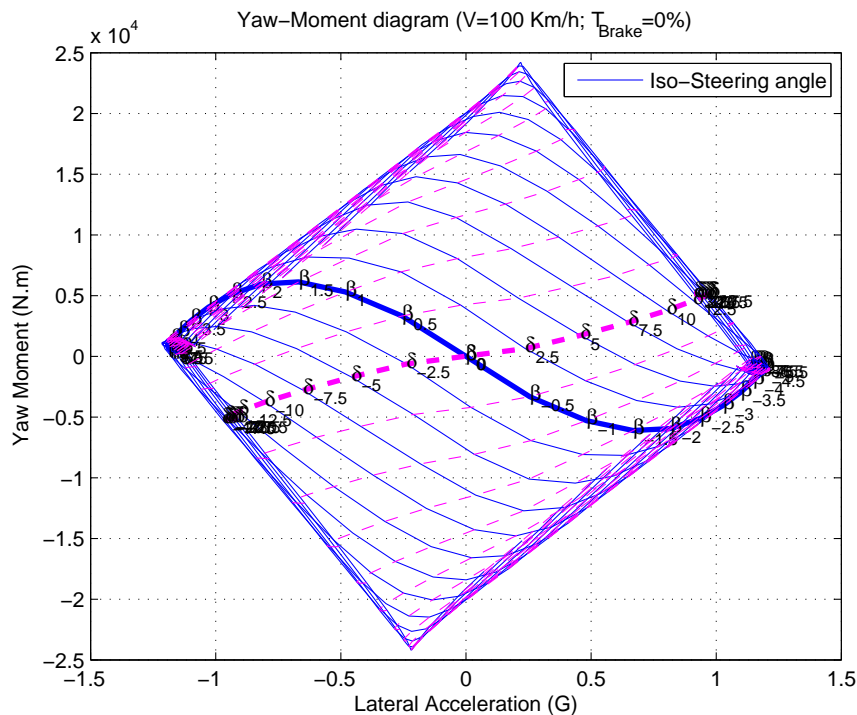


Figura 9: Diagrama de momento de giro vs aceleración lateral máxima (isocurvas de dirección en mm de posición de cremallera, isocurvas de ángulo de deriva del vehículo en grados sexagesimales)

El centro del diagrama, en donde la aceleración lateral y el momento son ambos nulos, representa la conducción en línea recta. Los puntos sobre el eje de abscisa representan los estados de giro en donde el momento de giro es nulo. La parte de arriba representa momentos de giro positivos, lo cual se traduce a un giro del vehículo hacia la derecha (visto de arriba, hace girar al vehículo en el sentido de las agujas del reloj); y la parte de abajo representan torques negativos que hacen girar al vehículo hacia la izquierda.

La parte derecha del diagrama representa que la aceleración es positiva y está dirigida hacia la derecha y por lo tanto el centro de curvatura de la trayectoria está a la derecha del vehículo. En esta mitad del plano, si seguimos la isocurva de ángulo de deriva nulo, línea gruesa magenta, habrá un giro adecuado para cada aceleración lateral (por ejemplo: $\delta = 5 \rightarrow A_y \simeq 0,5 \text{ g}$), la máxima aceleración lateral estará limitada por el polígono y está dada por la rueda.

Si seguimos una isocurva de ángulo de deriva constante (en trazos), por ejemplo la de $\beta = -1$ y $A_y = 0,5 \text{ g}$ (vehículo girando a derecha), por encima de la línea gruesa azul estaremos girando a las ruedas hacia la derecha (δ_1 y δ_2 positivos, similares a los mostrados en la configuración de la Figura 7) y por debajo de la línea gruesa azul, las ruedas están giradas para la izquierda (contravolante). Por lo tanto el diagrama es un mapa de no sólo las posibles configuraciones de curva y deriva, sino que también tiene en cuenta el grado de control de giro de ruedas impuesto por el conductor.

Nótese que una pequeña perturbación del volante desde el punto $\beta = -1$ y volante derecho, $\delta = 0$, producen momentos correctores negativos de magnitud mayor si la pendiente de la tangente en el punto se hiciera más negativa. La pendiente de la tangente al origen de la isocurva $\delta = 0$ en $\text{N} \cdot \text{m}/^\circ$ indica estabilidad, y la pendiente al origen de la tangente a la isocurva $\beta = 0$ en $\text{N} \cdot \text{m}/^\circ$ indica controlabilidad.

El punto extremo derecho del diagrama indica la máxima aceleración lateral posible y es el de mayor interés. Este punto, para tracción delantera debe estar por debajo del eje $N = 0$, para que una pequeña perturbación admita un momento corrector que mantenga al auto en la curva.

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó un modelo numérico y algoritmos para un simulador de pseudoestacionarios en curva de un vehículo de competición. El modelo incluye la no linealidad de las ruedas mediante la aproximación por fórmulas analíticas a los datos experimentales, permitiendo simular los límites de estabilidad del vehículo definido por las mismas. Además, se incluyó la cinemática completa de la suspensión delantera y trasera, permitiendo aproximar las fuerzas transmitidas a las ruedas con precisión aceptable.

El algoritmo presentado busca la aceleración lateral máxima en curva y se describen sus principales etapas y subrutinas en la forma de algoritmos anidados que buscan raíces de ecuaciones no lineales múltiples utilizando el algoritmo iterativo de la Regla Falsa; con esto se determina el estado completo del vehículo en curva. El cómputo iterativo del estado permite barrer varias variables para conjunto de parámetros fijos y construir curvas y superficies útiles para caracterizar el comportamiento global de vehículo y facilitar la toma de decisiones. Se mostraron resultados para el diagrama de momento de giro versus aceleración lateral de Milliken. El tiempo de cálculo es adecuado para la simulación en las etapas de preparación y clasificación para la categoría de participación.

Además de permitir realizar el diagrama MM, el potencial del resolutor es importante cuando se lo combina con técnicas de optimización. Se lo ha utilizado para realizar búsquedas u optimizaciones de orden cero con tiempos de ejecución razonables para resolver problemas inversos. Por ejemplo, para hallar qué acciones del conductor se necesitan para tomar una curva

con máxima aceleración lateral, o cual es la óptima distribución de peso, distribución de frenado o distribución de cargas aerodinámicas, entre otros puntos de interés.

6.1. Trabajos a futuro

Actualmente se está incorporando la aceleración longitudinal (y el frenado) y el modelo computacional del efecto completo del diferencial autoblocante delantero (Frendo et al., 2006; Klomp, 2010). Validada esta etapa y los fines de lograr un simulador integral, se estudiarán los efectos de tracción en cuatro ruedas y la dinámica de vibraciones incluyendo la aceleración vertical. Por último, se está desarrollando una interfaz gráfica para agilizar el ingreso de datos, configurar las optimizaciones, analizar sensibilidades a parámetros y presentar los resultados.

La interacción entre el grupo de investigación y el de competición nos ha provisto experiencia en modelado no lineal de interacciones complejas pasivas para afrontar problemas modernos de mecánica computacional combinados con técnicas de control activo para incrementar la seguridad en vehículos que no son de competición: (i) el control directo de guiñada (DYC, por “Direct Yaw Control”) mediante frenado antiblocante diferencial que se ha incorporado muy recientemente, incrementando la estabilidad y seguridad (Mirzaei, 2010) y que puede reemplazar o combinarse con técnicas de dirección de las cuatro ruedas (4WS, por “Four-Wheel Steering”); (ii) el estudio de estabilidad para vehículos eléctricos o híbridos (Esmailzadeh et al., 2003) que se estén desarrollando en el país; y (iii) la conducción autónoma de vehículos y evasión automática de obstáculos (Talvala et al., 2011).

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se realizó bajo el convenio SAT 599573/2013 de la Universidad Nacional del Litoral. Los autores^{a,b} agradecen el financiamiento de la ANPCyT (PICT 2013-2894 “Modelado Computacional de Sistemas Mecánicos Complejos”), del CONICET (PIP 2011-01105 “Simulación Computacional de Problemas en Multifísica: Aplicación a Solidificación de Metales y Dispositivos Microelectromecánicos”) y de la Universidad Nacional del Litoral (CAID 2011 “Simulación y Síntesis en Problemas No Lineales Térmicos, Mecánicos y de Mecanismos”).

REFERENCIAS

- Ansible Design Ltd. AeroLap-AeroSusp Software. 2014. London, United Kingdom.
- Cardona A. *An Integrated Approach to Mechanism Analysis*. Tesis de Doctorado, Université de Liège, Belgium, 1989.
- CDAACA. Comisión deportiva automovilística del automóvil club argentino. 2014. Argentina.
- Esmailzadeh E., Goodarzi A., y Vossoughi G. Optimal yaw moment control law for improved vehicle handling. *Mechatronics*, 13:659–675, 2003.
- Frendo F., Greco G., y Guiggiani M. Critical review of handling diagram and understeer gradient for vehicles with locked differential. *Vehicle System Dynamics*, 44(6):431–447, 2006.
- Frendo F., Greco G., Guiggiani M., y Sponziello A. The handling surface: a new perspective in vehicle dynamics. *Vehicle System Dynamics*, 45(11):1001–1016, 2007.
- Frendo F., Greco G., Guiggiani M., y Sponziello A. Evaluation of the vehicle handling performances by a new approach. *Vehicle System Dynamics*, 46(1):857–868, 2008.
- Gillespie T.D. *Fundamentals of vehicle dynamics*. SAE, USA, 1992.
- Jazar R.N. *Vehicle Dynamics: Theory and Application*. Springer, New York, 2009.
- Klomp M. *Longitudinal Force Distribution and Road Vehicle Handling*. Tesis de Doctorado, Department of Applied Mechanics, Chalmers University of Technology, Gothenburg, Swe-

- den, 2010.
- Ko Y.E. y Song C.K. Vehicle modeling with nonlinear tires for vehicle stability analysis. *KSAE International Journal of Automotive Technology*, 11(3):339–344, 2010.
- Lukowsky S.A.E. Basic linear theory of handling and stability of automobiles. *P. I. Mech. Eng. D-J. Aut.*, 223(11):1–10, 2009.
- Milliken W. y Milliken D. *Race car vehicle dynamics*. SAE Inc., 2 edición, 1995.
- Milliken Jr. W., Dell'Amico F., y Rice R.S. The static directional stability and control of the automobile. En S. Elaskar, E. Pilotta, y G. Torres, editores, *SAE, Automobile Engineering Meeting*. Dearborn, Michigan, 1976.
- Mirzaei M. A new strategy for minimum usage of external yaw moment in vehicle dynamic control system. *Transportation Research Part C*, 18:213–224, 2010.
- Optimum G. Optimum tire software. 2014. Denver (CO), USA.
- Pacejka H. *Tyre and Vehicle Dynamics*. Butterworth-Heinemann, 2 edición, 2006.
- Patton C. *Development of Vehicle Dynamics Tools for Motorsports*. Tesis de Doctorado, Oregon State University, Oregon, USA, 2013.
- Popp K. y Schiehlen W. *Ground Vehicle Dynamics*. Springer, New York, 2010.
- Siemens. Lms samtech, samcef solver suite, samcef mecano. 2014. Germany.
- Talvala K., Kritayakirana K., y Gerdes J. Pushing the limits: From lanekeeping to autonomous racing. *Annual Reviews in Control*, 35:137–148, 2011.