Asociación Argentina
de Mecánica Computacional

Mecánica Computacional Vol XXV, pp. 909-920
Alberto Cardona, Norberto Nigro, Victorio Sonzogni, Mario Storti. (Eds.)
Santa Fe, Argentina, Noviembre 2006

OPTIMIZACIÓN PARA PROBLEMAS DE BOMBEO

G. Boroni[a], F. Mayorano[a], A. Rubiales[a] y P. Lotito[a]

[a]*CONICET - Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional del Centro*
7000 Tandil, Argentina
{gboroni, fmayoran, arubiale, plotito}@exa.unicen.edu.ar

Palabras clave: Optimización, Problema de bombeo, Gestión de ductos.

Resumen. Muchas tareas vinculadas con la toma de decisiones para la configuración de redes de transporte necesitan un proceso de optimización, por ejemplo la optimización de costos asociados a la red determinando los valores de las variables que se pueden controlar. Frente al enfoque heurístico para la resolución de estos problemas, la optimización matemática a dado muestras de su utilidad, no sólo en la formulación del modelo, sino también en la resolución del mismo. En este trabajo se presenta una metodología para la optimización de una red de ductos, que consiste en determinar la configuración de bombas que permiten mantener un caudal máximo a mínimo costo. Para su resolución se plantea un problema matemático de optimización cuyo resultado se obtiene a partir de una resolución secuencial de problemas de programación no lineal. Por último este enfoque es aplicado a un caso concreto de un oleoducto de Argentina cuya extensión va desde Puerto Rosales (Bahía Blanca) hasta Refinería La Plata (La Plata).

1 INTRODUCCION

El planeamiento de las actividades relacionadas con la distribución de producto ha recibido un interés cada vez mayor en los últimos 20 años. Bodin, Golden y Assad (1983) mencionaron que el costo de transporte anual de bienes de consumo sobrepasó los US$ 400 billones en la década de los 80s. Estos altos costos se pueden justificar por los altos volúmenes de materias primas y productos transportados.

Las operaciones de distribución y transferencia de productos de petróleo se pueden realizar por camiones, ferrocarriles, barcos y tuberías. Las tuberías o ductos se han utilizado generalmente para el transporte de petróleo crudo desde los dentros concentradores de cruda a las refinerías. El transporte por ducto es quizás el modo más confiable y económico para transportar grandes cantidades de productos líquidos y gaseosos. La principal diferencia con los otros medios radica en que los ductos pueden funcionar continuamente (Sasikumar, Prakash, Patil y Ramani, 1997) y esto es particularmente importante cuando grandes cantidades de productos tienen que ser bombeadas a través de grandes distancias.

Para los grandes mercados consumidores, donde la demanda del crudo y sus derivados es alta, las compañías petroleras están dispuestas a ampliar la utilización de los ductos con respecto a sus bajos costos de operación. En muchos de los casos estudiados, los ductos deben conectar refinerías con los centros de distribución locales, donde luego los productos se envían a los mercados consumidores. Como en el caso de los centros de extracción de crudo, los ductos deben funcionar eficientemente para que las compañías puedan mejorar su margen de funcionamiento (Jones y Paddock, 1982).

Muchas tareas vinculadas con la toma de decisiones para la configuración de redes de transporte, están vinculadas a un proceso de optimización de costos asociados al funcionamiento de la red determinando los valores de las variables controlables. Para la resolución de dichos problemas, la optimización matemática a dado muestras de su utilidad (Subramanian, Pekín y Reklaitis, 2000, y Rejowski y Pinto, 2004). Sin embargo, debido a la magnitud y la complejidad de un sistema de transporte de crudo, un proyecto que mejore levemente los costos con un nivel razonable de detalle se convierte, en la mayoría de los casos, en un proyecto factible, lo que ha dado lugar al clásico enfoque heurístico para la resolución de los mismos. Por el contrario, en este trabajo se presenta un acercamiento para la optimización de una red de ductos, que consiste en determinar la configuración de bombas que permiten mantener un caudal máximo a mínimo costo. Para su resolución se plantea un problema matemático de optimización con restricciones cuyo resultado se obtiene a partir de una resolución secuencial de problemas de programación no lineal.

Dicho enfoque es aplicado a un caso concreto de un oleoducto que posee 6 estaciones de bombeo intermedias y que transporta distintos tipos de productos, cada uno con diferentes características, haciendo que la eficiencia de las bombas sea diferente según el tipo de producto que se esté bombeando en cada instante. Este acercamiento ofrece dos tipos de ventajas: primero, proporciona una herramienta conveniente e intuitiva para especificar el problema, y en segundo lugar, plantea un algoritmo para encontrar resultados factibles y óptimos de manera eficiente.

En la primera sección se describe el problema general de bombeo por un ducto multiproducto, también llamado poliducto. En la segunda sección se presenta el problema de bombeo, en la tercera se especifican lás técnicas de optimización desarrolladas, , en la cuarta sección se muestran los resultados numéricos obtenidos en la resolución del caso concreto y en las dos últimas secciones se presentan los trabajos futuros y las conclusiones.

2 PROBLEMA DE BOMBEO

El caso de estudio elegido se trata de un poliducto formado por una serie de estaciones de bombeo conectadas linealmente como se muestra en la Figura 1. Si la demanda es conocida, el problema consiste en determinar la manera en que debe funcionar cada una de las bombas de las distintas estaciones de forma tal que el aporte de presión que realiza cada una de ellas satisfaga las necesidades de consumo definidas.

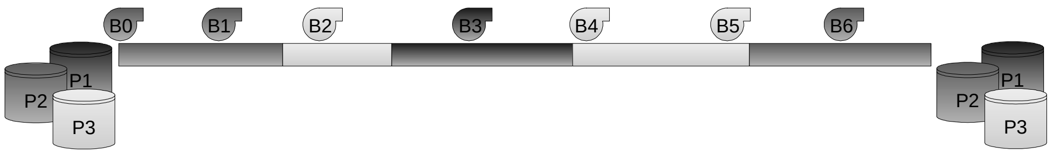

Figura 1: Ducto Lineal**.**

Si bien la optimización del problema de bombeo consiste en: dada una demanda, determinar la manera de transportar ese volumen minimizando los costos (o maximizando los beneficios), en el caso general, maximizar los beneficios se traduce en utilizar el ducto a la máxima capacidad operativa. Por esta razón, el problema de optimización se puede dividir en dos subproblemas que deben resolverse en dos etapas:

1. calcular el caudal máximo de bombeo,
2. calcular el bombeo optimal para dicho caudal máximo.

A continuación se formulan ambos problemas matemáticamente y se describen las distintas funciones involucradas.

2.1 Problema de caudal máximo

Es sabido que para bombear productos por un poliducto extenso a un determinado caudal, se hace necesaria la utilización de estaciones de bombeo intermedias. A la hora de determinar un caudal efectivo para un poliducto es crucial contemplar las limitaciones que poseen estas estaciones en cuanto a la tecnología utilizada en las bombas, la inclinación del terreno por donde pasa el poliducto, los porcentajes de operabilidad que tienen las estaciones, etc. Todo esto lleva a que para determinar el caudal máximo de un poliducto se verifique previamente los caudales máximos admisibles entre pares de estaciones intermedias.

Para resolver el problema entonces se propone en una primera etapa calcular los caudales máximos entre pares de estaciones consecutivas, calculando en una segunda etapa el mínimo de los caudales máximos entre pares de estaciones.

Matemáticamente el planteo anterior se puede expresar de la siguiente forma:

$$Q_{MAX} = \min_{j=1..k}(Q_j^*)\,, \tag{1}$$

donde para cada par de estaciones, Q_j^* es el caudal máximo entre dichas estaciones y se obtiene resolviendo el siguiente problema:

$$\begin{aligned} &\max Q, \\ &\delta_j\left(Q\right) \le M_j, \end{aligned} \tag{2}$$

donde M_j es la máxima caída de presión permitida (dato da entrada) y δ_j es la caída de presión efectiva, cuya expresión es:

$$\delta_j(Q_j) = Q_j^{\ 2} \sum_i f_i(Q_j) \tag{3}$$

Dicha caída de presión se calcula a partir de las remesas i existentes en el tramo j, donde $f_i(Q_j)$ esta dado por la siguiente ecuación:

$$f_i(Q_j) = \frac{8\, fr_i(Q_j) l_i \rho_i}{\pi^2 d^5} \tag{4}$$

donde ρ_i, μ_i y l_i son la densidad, la viscosidad y la longitud de la remesa i respectivamente, d es el diámetro del ducto, y $fr_i(Q_j)$ representa el factor de fricción.

Si bien se presentan las formulas utilizadas para el cálculo de la caída de presión en cada tramo, no se ahondará en detalle en este punto dado que no es el objetivo del presente trabajo y además son abundantes los textos bibliográficos que desarrollan este tema (Streeter y Wylie, 1990).

Debido a las características presentadas por el medio de transporte, se considerará a la pared de conducción como un tubo de pared delgada con módulo de elasticidad constante y linealización de la ley de deformaciones. Asimismo, se considerará la ley de fricción de Darcy para el cálculo de las tensiones viscosas parietales a través del factor de fricción fr. Para realizar el cálculo del factor fricción se utiliza la fórmula de Colebrook, que se expresa de la siguiente manera:

$$fr_i(Q_j) = \frac{0.25}{\left[\log\left(\dfrac{\varepsilon}{3.7d} + \dfrac{2.523}{r_i(Q_j)\sqrt{fr_i(Q_j)}}\right)\right]^2} \tag{5}$$

donde ε es el coeficiente de rugosidad de la pared del ducto.

La fórmula de Colebrook es una ecuación que define de manera implícita el factor de fricción. Utilizando argumentos de punto fijo, puede resolverse de manera iterativa. Para evitar tales iteraciones se puede usar como valor inicial de $fr_i(Q_j)$ el valor dado por la fórmula explícita de Swamee, la cual proporciona valores muy aproximados, que usados del lado derecho en la formula de Colebrook no necesitan ser mejorados iterativamente. La fórmula de Swamee es:

$$fr_i(Q_j) = \frac{0.25}{\left[\log\left(\dfrac{\varepsilon}{3.7d} + \dfrac{5.74}{r_i(Q_j)^{0.9}}\right)\right]^2} \tag{6}$$

En las dos fórmulas anteriores se utiliza la siguiente ecuación para calcular el número de Reynolds $r_i(Q_j)$:

$$r_i(Q_j) = \frac{\rho_i Q_j d}{\mu_i A} \tag{7}$$

donde A representa el área de un corte transversal del oleoducto.

2.2 Problema de bombeo óptimo

La solución al problema de calcular el bombeo optimal para un caudal máximo Q_{MAX}, obtenido como solución del problema anterior (ecuación 1), es encontrar la configuración de bombas en cada una de las estaciones de bombeo de manera tal que el costo operativo total del ducto sea mínimo. Formalmente el planteo matemático se puede expresar de la siguiente forma: dada una caída de presión $\delta_{Q_{MAX},j}$ para el tramo j fijada por el caudal máximo Q_{MAX}, minimizar el costo operativo.

El costo operativo está dado por:

$$\sum_k C_k (p_k^d - p_k^a) \tag{8}$$

donde:

- p_k^d es la presión de descarga de la estación k;
- p_k^a es la presión de aspiración de la estación k;
- C_k es un coeficiente asociado al costo de la estación k.

Como se puede observar en la ecuación (8), el costo esta relacionado directamente con los costos individuales de las estaciones, entendiéndose como costo por estación el costo de elevar la presión desde el valor p_k^a al valor p_k^d. Las presiones de aspiración y descarga se fijan a partir de las caídas de presión $\delta_{Q_{MAX},j}$ y de las condiciones iniciales establecidas en los extremos del ducto, con lo cual el problema de optimización debe considerar las siguientes restricciones:

- $p_{\min} \le p_k^a, p_k^d \le p_{\max}$, las presiones de aspiración y de descarga de cada una de las estaciones deben estar dentro de los valores admisibles de presiones del ducto.
- $p_1^a = p_{\min}^a$, la presión de aspiración de la estación inicial es igual a la mínima presión admisible en el ducto.
- $p_{et}^a = p_{\min}^a$, la presión de aspiración de la estación terminal es igual a la mínima presión admisible en el ducto.
- $p_k^d - p_{k+1}^a = \delta_{Q_{MAX},k};\ k:1..(ne-1)$, la caída de presión (resultante de aplicar el caudal máximo) entre dos estaciones debe ser igual a la diferencia entre la presión de descarga de la estación anterior y la presión de aspiración de la estación posterior.
- $p_k^d - p_k^a \ge 0;\ k:1..ne$, la presión de descarga de cada estación no puede ser menor que la de aspiración de la misma estación.

En las restricciones anteriores se puede ver claramente que las presiones de aspiración y descarga en las estaciones de bombeo que se encuentran en los extremos del ducto respectivamente están determinadas por valores de presiones externos. La presión de aspiración de la primera estación se fija en la mínima presión operativa. Esto se debe a que la estación inicial no forma parte del proceso y, por lo tanto, queda afuera de la optimización. La presión de descarga de la estación terminal se fija en la mínima presión admisible ya que, de no ser así, el sistema estaría aportando una presión total mayor a la requerida.

3 TÉCNICA DE OPTIMIZACIÓN

En esta sección se describe brevemente la técnica de optimización seleccionada para resolver los problemas definidos en la sección anterior.

3.1 Problema de caudal máximo

Como se mencionó en la sección 2.1, el cálculo de caudal máximo consta de una primera etapa donde se calculan los caudales máximos entre pares de estaciones consecutivas y de una segunda etapa, donde se toma el mínimo de los caudales máximos entre pares de estaciones como el caudal máximo de todo el ducto.

Para resolver la primera etapa, por cada par de estaciones del ducto, se debe obtener el valor de caudal máximo que genere una caída de presión efectiva δ_j que satisfaga la restricción de caída de presión máxima permitida $\delta_j \leq M_j$.

Se debe tener en cuenta que la caída de presión δ_j (3) generada por un caudal Q_j depende de las características de las remesas que se encuentren en esa sección del ducto, y de lo desarrollado en la sección anterior se concluye que no es fácil obtener la inversa de esta función para despejar el caudal, ni que la misma es diferenciable como para utilizar un método numérico de optimización que involucre derivadas, como puede ser el método de Newton, Quasi-Newton, etc. Por lo tanto, y basándose en que la caída de presión es una función monótona creciente cuyo comportamiento es prácticamente lineal, se desarrolló un algoritmo iterativo dicotómico (o de *bracketing*), basado en la secante, que en cada paso varía el caudal y calcula la caída de presión efectiva considerando que no supere la permitida. Así se va acotando el valor buscado en un intervalo que se va reduciendo en cada paso.

Más precisamente, inicialmente se tiene que el valor buscado está en el intervalo (Q_{min}, Q_{max}), donde Q_{min} y Q_{max} son valores de caudales operativos mínimo y máximo respectivamente. Luego, si no se tienen un mejor punto inicial Q_{ini}, se lo calcula interpolando linealmente el valor de M_j en la recta formada por los puntos (δ_j(Q_{min}), Q_{min}) y (δ_j(Q_{max}), Q_{max}). Si el valor δ_j(Q_{ini}) supera a M_j el valor buscado estará en el intervalo (Q_{min}, Q_{ini}), de lo contrario estará en el intervalo (Q_{ini}, Q_{max}) y se repite el proceso teniendo ahora un intervalo reducido.

Este algoritmo itera hasta obtener un intervalo de (Q_{min}, Q_{max}) menor a un ε. Este ε representa el máximo error permitido entre el valor obtenido por el algoritmo, y el valor óptimo de caudal que cumple con la restricción de caída de presión máxima definida en (2). El ε se determinó en 1 m^3/h. Esta decisión está basada en que las herramientas utilizadas para imponer el caudal en el ducto no soportan un incremento menor a dicho valor. En la Figura 2 se presenta un esquema de cómo funciona el algoritmo donde se visualizan los valores de caudal obtenidos para las dos primeras iteraciones (Q_1 y Q_2) y el valor final correspondiente al caudal máximo Q^*.

Como se mencionó anteriormente, una vez que se tienen todos los caudales máximos entre pares de estaciones basta con seleccionar el mínimo de estos para saber cuál será el caudal máximo que se podrá utilizar a lo largo de todo el ducto.

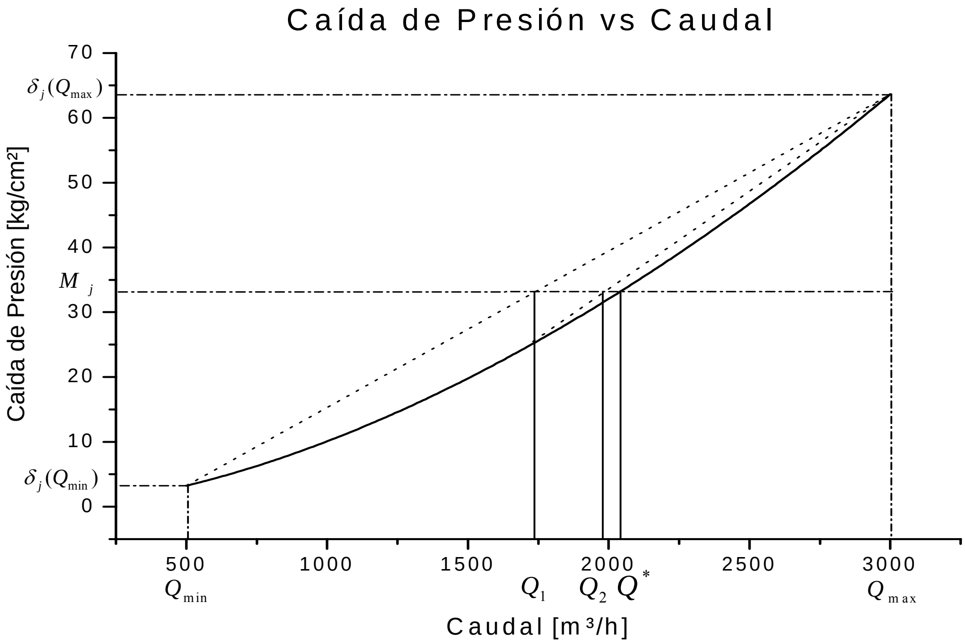

Figura 2: Caída de Presión vs. Caudal.

Es importante notar las buenas propiedades de reoptimización que tiene el procedimiento descripto. Dado que el caudal máximo se debe calcular en cada paso de tiempo, donde las condiciones han cambiado, la solución precedente es un buen punto inicial para el algoritmo, lo que reduce el tiempo de búsqueda y mejora la eficiencia total. Esta propiedad es de suma importancia ya que este algoritmo es utilizado intensivamente (en cada paso de tiempo y entre cada par de estaciones).

3.2 Problema de bombeo óptimo

El problema de bombeo óptimo, una vez calculado el caudal máximo, resulta un problema de programación lineal de pequeña escala que puede resolverse con el método simplex usando cualquier implementación informática del mismo. Para este trabajo se utilizó la función ***linsol*** del paquete de cálculo numérico SCILAB.

4 RESULTADOS NUMERICOS

Este enfoque es aplicado a un caso concreto de un oleoducto de Argentina cuya extensión va desde Puerto Rosales (Bahía Blanca) hasta la Refinería de La Plata (La Plata). La distancia lineal del ducto es de 584.995 km, siendo el volumen total del mismo de 303535.45m^3. El oleoducto posee una estación de bombeo inicial (Puerto Rosales), 6 estaciones de bombeo intermedias, y finalmente la estación Terminal La Plata (Tabla 1). Cabe destacar que en el caso concreto, la altura a lo largo del ducto varía junto con la altura del terreno en que se encuentra emplazado. Sin embargo, para una mejor compresión del enfoque presentado, se toma al caño como si estuviera todo a la misma altura.

Si bien a lo largo del ducto se transportan los crudos como si fueran 3 tipos de productos diferentes, dado que la viscosidad de dos remesas de un mismo tipo de crudo varía considerablemente, se considera la posibilidad de transportar cualquier tipo de crudo, con diferentes características cada uno, haciendo que la eficiencia de las bombas sea diferente según qué tipo de producto esté bombeando.

Dentro de los parámetros que determinan la configuración óptima de bombeo, se pueden destacar: el costo asociado al aporte de presión en cada estación, la eficiencia de la bomba de acuerdo al tipo de producto que está bombeando y las características de la misma, y la disposición de las mismas dentro de la estación de bombeo. Si bien todos estos parámetros son importantes al momento de determinar el plan óptimo de bombeo, en este enfoque se decidió considerar sólo el costo asociado al aporte en cada estación por ser el más significativo, definiendo a todos los demás parámetros de las estaciones con características similares.

Estación	Progresiva Distancia (m)	Progresiva Volumen (m^3)	Costo($)	Presión Mínima (kg/cm^2)	Presión Máxima (kg/cm^2)
E.B. P. Rosales	0	0	1	-	39
E. B. Dorrego	49179.60	25517.74	8.867	6	39
E. B. Indio Rico	112990.00	58626.95	8.187	5	39
E. B. Laprida	188086.20	97592	9.527	6	39
E. B. Chillar	249062.20	129230.5	8.851	5	39
E. B. Cacharí	356830.80	185148.2	8.733	5	39
E. B. Las Flores	440256.40	228435.2	8.792	5	39
T. La Plata	584995.00	303535.5	-	4	-

Tabla 1: Estaciones de Bombeo

Una restricción que se tuvo en cuenta en este caso de prueba es que la presión de aspiración de la estación Dorregos debe ser igual a la mínima presión operativa en ese punto (6 kg/cm^2). Esta restricción se debe a que la estación de bombeo Puerto Rosales en realidad no forma parte de la optimización a pesar de formar parte del sistema. Por este mismo motivo, al momento de definir el costo de bombeo en la estación Puerto Rosales, se define como un número arbitrario, que no modifica el resultado de la optimización.

Para este caso se considera que el ducto tiene 6 batchs, donde cada uno de los mismos tiene sus características.

Orden	Denominación del Producto	Viscosidad (cst)	Densidad (kg/m^3)	Volumen (m^3)	Posición Frente (m)
6	CMN	256	900	21507.1	41450.00
5	NRN	10	845	93276.78	188086.20
4	CMN	256	900	51913.72	249062.20
3	ESO	186	891	53955.99	356830.80
2	CMN	256	900	31129.93	440256.40
1	NRN	10	845	51751.94	584995.00

Tabla 2: Composición del Ducto

Como se menciona anteriormente, si bien los productos se transportan como si fueran de un tipo en particular, debido a que los mismos suelen ser mezclas de crudos extraídos de distintos pozos y la composición de dichas mezclas varía de un batch a otro, los mismos son tratados como paquetes únicos, el cual tiene asociado una viscosidad y densidad promedio del batch.

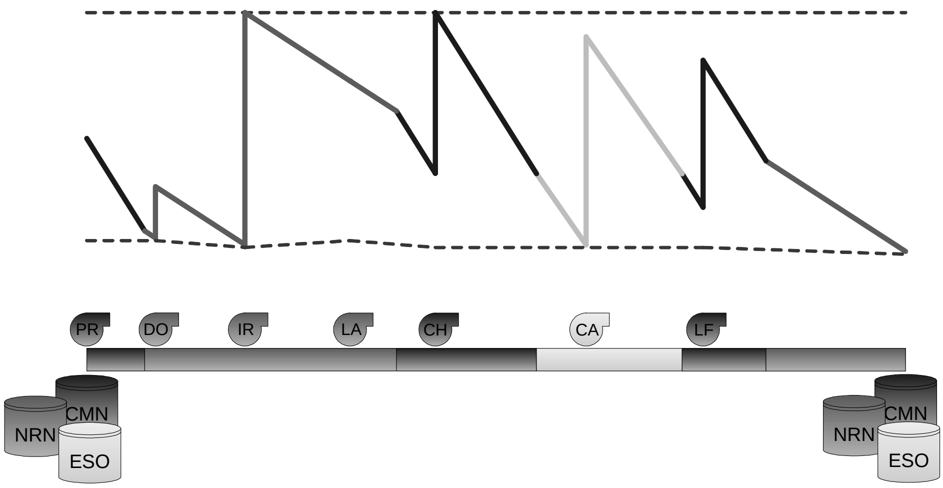

Figura 3: Esquema del Caso de Estudio

En la Figura 3 se presentan los resultados de aplicar el proceso de optimización al caso de estudio seleccionado. La línea punteada superior muestra la máxima presión operativa del ducto (fijada en 39 kg/cm² en lo largo del ducto) mientras que la punteada inferior muestra la mínima presión operativa (que varía a lo largo del ducto). La serie dibujada dentro de dichas líneas punteadas representa la presión, siendo el color de la línea el tipo de producto que hay en cada punto.

En la parte inferior de la Figura 3 se representa la posición de cada una de las estaciones, y la composición del ducto.

El proceso de optimización inició determinando el caudal máximo posible del sistema. Este caudal está dado exclusivamente por la composición de los productos que se encuentran dentro del ducto, sin importar las características de las estaciones de bombeo. En este caso en particular, el caudal máximo es de QMAX y está determinado por el tramo comprendido entre las estaciones de bombeo Chillar y Cacharí. En dicho tramo, como se puede observar en la Figura 3, la caída de presión es la máxima posible (descarga de Chillar en 39 kg/cm² y aspiración de Cacharí en 5 kg/cm²).

Una vez determinado el caudal máximo del sistema, se determinó la configuración optima del sistema de manera tal que el costo total sea mínimo. Esta configuración implica determinar el aporte de presión que se realizará en cada una de las estaciones, es decir, definir cuál debe ser la presión de aspiración y la presión de descarga en cada una de las estaciones. Sin embargo, si se observa detalladamente el problema, dado que la caída de presión en cada uno de los tramos es función del caudal, al momento de fijar este último se estaría determinando la pérdida de presión del tramo. De esta forma, la presión de descarga de una estación dada queda determinada en el momento que se fija la presión de aspiración en la estación siguiente, formalmente:

$$p_j^d = p_{j+1}^a + \delta_{Q_{MAX},j} \quad j = 1,...,(ne-1) \tag{9}$$

Ahora, el problema de optimización se reduce a determinar la presión de aspiración que se deberá tener en cada una de las estaciones, siempre considerando las restricciones y capacidades del sistema.

Para el caso de prueba, el proceso de optimización determinó que la configuración de aportes de cada estación que minimiza el costo total del sistema es la que se presenta en la Figura 4. En la misma se puede observar que la estación Indio Rico, al ser la de mejor eficiencia aporte/costo, es la que mayor presión aportan al sistema, mientras que la estación Laprida, por ser la más costosa, se encuentra apagada ya que no aportar diferencial de presión en dicha estación no viola ninguna de las restricciones definidas.

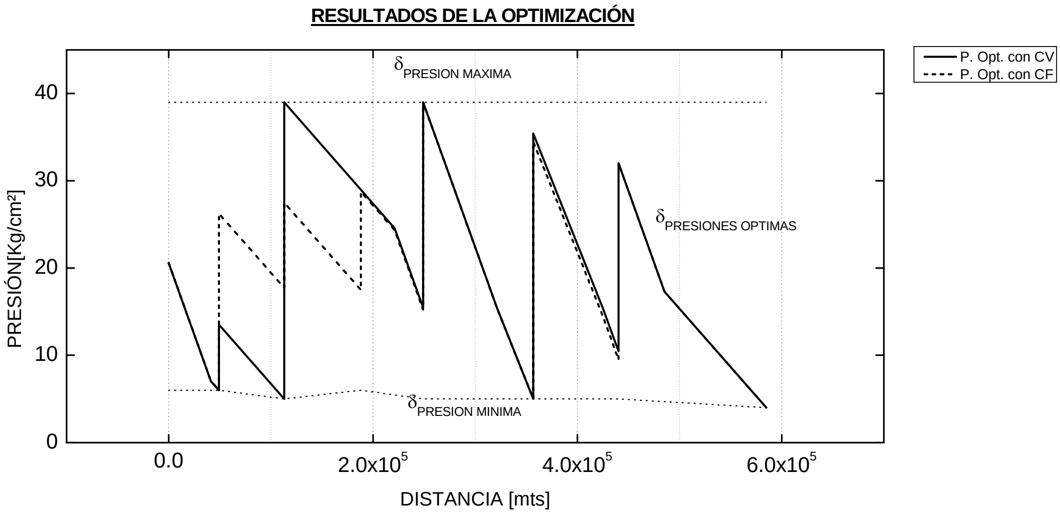

Figura 4: Resultados de la Optimización aplicada al Caso de Estudio

Cabe destacar, que en el caso de optimización que se aplica en la Figura todas las estaciones de bombeo no tiene igual costo de bombeo, con lo cual, no es lo mismo bombear un determinado producto con una estación que con otra. En la Figura 4 se realiza una comparación entre un caso donde el costo en las diferentes estaciones es variable (línea sólida) y uno donde el costo de bombear un determinado producto en todas las estaciones es el mismo (línea punteada). En el segundo caso sería lo mismo que las diferencias de presión estén distribuidas de diferente manera (siempre y cuando se respeten las restricciones operativas del ducto) dado que de todas formas siempre el costo resultante sería el mismo.

5 EXTENSION

La continuación lógica de este trabajo consiste en considerar una red más compleja que incluya empalmes (esquema de la izquierda de la Figura 5) y bifurcaciones (esquema de la derecha de la Figura 5). En este caso ya no tiene sentido hablar de flujo máximo sin considerar la demanda. Al considerar la demanda pueden aparecer nuevas posibilidades de análisis y optimización. Es posible entonces plantear un problema de control óptimo para el scheduling de bombeo cuya resolución requiere herramientas matemáticas sofisticadas(Aragone y González 1995).

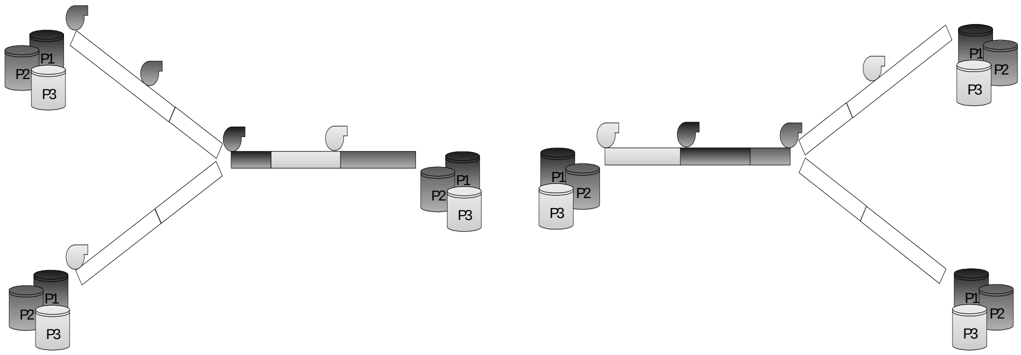

Figura 5: Ducto con Empalme y Ducto con Bifurcación**.**

6 CONCLUSIONES

Los ductos proporcionan un modo de transporte económico para los sistemas de petróleo, especialmente cuando grandes cantidades de derivados del petróleo tienen que ser bombeadas para largas distancias.

En este trabajo se ha desarrollado un modelo para optimización de una red de ductos. El problema se compone de ductos con muchos productos, y varias estaciones de bombeo. Los ductos proporcionan un modo de transporte económico para los sistemas de petróleo, especialmente cuando grandes cantidades de derivados del petróleo tienen que ser bombeadas para largas distancias.

El modelo de optimización propuesto para el problema de bombeo establece que en un primer paso se calcule el caudal máximo de bombeo para un ducto considerando los caudales máximos permitidos entre las estaciones que se encuentran en el ducto, dejando como segundo y último paso el calculo del bombeo optimal que deben realizar dichas estaciones para el caudal máximo calculado en el primer paso.

En cuanto a la implementación del caso particular se pudo verificar que los resultados obtenidos son muy buenos y se corresponden con situaciones de la realidad. Si bien no se han utilizado muchas ecuaciones, el planteo de resolución del problema de caudal máximo a mínimo costo puede ser extendido fácilmente para que acepte nuevas restricciones.

REFERENCIAS

Aragone L. S., González R. L. V. A Fast Computational Procedure to Solve the Multi Item Single Machine Lot Scheduling Optimization Problem. *Rapport de Recherche.* INRIA, RR 2616, 1995.

Bodin, L., Golden, B., Assad, A., & Ball, M. Routing and scheduling of vehicles and crews: the state of the art. *Computers and Operations Research* 10, pp. 63–211, 1983.

Jones, W. M. C., & Paddock, K. F. Transport by pipelines. *In G. D. Hobson(Ed.), Modern petroleum technology (5thed.PartI).* Wiley, 1982.

Rejowski R. Jr., Pinto J. M. Efficient MILP formulations and valid cuts for multiproduct pipeline scheduling, *Computers and Chemical Engineering,* 28 pp. 1511-1528, 2004.

Sasikumar, M., Prakash, P. R., Patil, S. M., & Ramani, S. Pipes: a heuristic search model for pipeline schedule generation. *Knowl-Based System* 10, pp. 169-175, 1997.

Scilab, *A Free Scientific Software Package,* http://www.scilab.org

Subramanian D., Pekny J. F., Reklaitis G. V. A simulation-optimization framework for addressing combinatorial and stochastic aspects of an R&D pipeline management problem. *Computers and Chemical Engineering*, 24 pp. 1005-1011, 2000.

Streeter V, Wylie B, Mecánica de los Fluidos, *MaGraw-Hill (8º edición)*, México, 1990.