

## ESTRUCTURAS DE LA TURBULENCIA Y PATRONES EN CORRIENTES DE GRAVEDAD CILÍNDRICAS EN ROTACIÓN

Jorge S. Salinas<sup>a</sup>, Mariano I. Cantero<sup>a,b,c</sup>, Thomas Bonometti<sup>d</sup> y Enzo Dari<sup>a,b,c</sup>

<sup>a</sup>*Instituto Balseiro, San Carlos de Bariloche, Río Negro, Argentina.*

<sup>b</sup>*Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, San Carlos de Bariloche, Río Negro, Argentina.*

<sup>c</sup>*Centro Atómico Bariloche, Comisión Nacional de Energía Atómica, San Carlos de Bariloche, Río Negro, Argentina.*

<sup>d</sup>*Institut de Mecanique des Fluides de Toulouse Groupe Ondes, Turbulence et Environnement*

**Palabras Clave:** Corrientes de gravedad, Rotación, Coriolis, Flujos turbulentos, Simulación directa de turbulencia, DNS.

**Resumen.** Las corrientes de gravedad se generan por la acción de la gravedad (u otra fuerza volumétrica) en gradientes de densidad en fluidos. En régimen turbulento, las corrientes de gravedad son de naturaleza no lineal y exhiben una amplia gama de escalas temporales y espaciales. Cuando este tipo de flujos ocurren a escala geofísica, el análisis se complica aún más por la influencia de los efectos de rotación debido a la fuerza de Coriolis originada por la rotación de la Tierra. El estudio de estos flujos nos ayuda a comprender los diferentes fenómenos naturales como avalanchas o plumas volcánicas, así como predecir y controlar los desastres hechos por el hombre como derrames de petróleo en el océano.

En este trabajo abordamos los efectos de la rotación en corrientes de gravedad con condición inicial cilíndrica por medio de simulaciones directas de turbulencia (DNS). Se presentan cinco simulaciones tipo DNS tridimensionales con resoluciones de grilla de hasta 166 millones de puntos, diferentes condiciones de borde (“libre deslizamiento” y “no deslizamiento”), números de Reynolds ( $Re=4000$  y  $Re=8000$ ) y velocidades de rotación. Se reportan resultados acerca de la influencia de estos parámetros en la distancia de propagación de los frentes, la frecuencia de las oscilaciones en la posición de los mismos, y las estructuras turbulentas presentes en el flujo.

## 1. INTRODUCCIÓN

En ambientes naturales y algunos producidos por el hombre, las corrientes de gravedad se desarrollan por el efecto de la gravedad sobre fluidos de diferente densidad. Dichos flujos son generados por gradientes de presión horizontales y pueden viajar grandes distancias transportando grandes cantidades de masa, momento y energía. Estos flujos se manifiestan como una corriente horizontal de un fluido liviano por encima de un fluido pesado, o como una corriente de fluido pesado debajo de un fluido liviano, y puede ser producida por una pequeña diferencia de densidad entre los dos fluidos (García, 1992).

Un ejemplo de este tipo de flujos en la naturaleza son las avalanchas en las montañas, plumas volcánicas o tormentas de arena en el desierto. En estos casos, las corrientes de gravedad tienen un fuerte comportamiento no lineal, lo cual genera un amplio rango de escalas temporales y espaciales.

En la atmósfera, la mayoría de las ráfagas severas asociadas con las tormentas son causadas por el arribo de una enorme corriente de gravedad de aire frío. Muchas veces estas corrientes se pueden identificar por la presencia de partículas de arena y polvo que han sido resuspendidas de la superficie terrestre por los fuertes vientos.

Las avalanchas de nieve en las montañas son corrientes de gravedad en las cuales la diferencia de densidad se debe a la suspensión de partículas de nieve. Debido a los inmensos daños que pueden provocar este tipo de fenómenos, en la actualidad existen centros de investigación dedicados especialmente al estudio de este tipo particular de corrientes de gravedad.

Grandes volúmenes de agua tibia o dulce en los océanos, menos densa que el agua salada, fluyen como una corriente de gravedad sobre la superficie. Estas corrientes de gravedad son detectadas por líneas de espuma y desechos que pueden indicar su presencia.

Muchas plumas volcánicas se transforman en corrientes de gravedad al encontrar zonas de flotabilidad neutra en la atmósfera.

Las corrientes de gravedad pueden ser generadas de manera accidental por el hombre. Han ocurrido accidentes graves producto de derrames de un gas denso, el cual puede ser venenoso o explosivo, los cuales comienzan como una corriente de gravedad. La marea negra es una corriente de gravedad de petróleo ocasionada por el hombre. Un derrame de petróleo de un barco produce una corriente de gravedad de este fluido menos denso que el agua sobre la superficie marítima. Es importante la comprensión de estos flujos para desarrollar posibles métodos para su contención y dispersión.

Los trabajos de Huppert y Simpson (1980) y Houlit (1972) estudiaron el comportamiento de flujos estratificados y corrientes de gravedad mediante experimentos de laboratorio y modelos teóricos.

En los últimos años, debido al avance en la tecnología informática, se han podido realizar estudios de corrientes de gravedad mediante simulaciones numéricas. Como en la naturaleza estos flujos son altamente turbulentos, el espectro de escalas temporales y espaciales que presentan en casos reales no puede ser capturados por las simulaciones actuales. Sin embargo, se han llevado a cabo estudios en base a simulaciones numéricas bi- y tridimensionales de alta resolución a escalas de laboratorio con el objetivo de explorar la dinámica de las corrientes de gravedad en configuraciones cilíndricas (Cantero et al., 2007b, 2006). Simulaciones tridimensionales altamente resueltas de corrientes de gravedad cilíndricas fueron estudiadas por Cantero et al. (2007a), para diferentes números de Reynolds.

La rotación de la Tierra eleva el nivel de complejidad para el estudio de las corrientes de gravedad debido a que la fuerza de Coriolis modifica drásticamente el desarrollo de la corriente.

Hallworth et al. (2001) presentó investigaciones experimentales y numéricas de corrientes de gravedad cilíndricas axisimétricas en sistemas en rotación, reportando sobre su comportamiento general así como características cuantitativas de los mismos.

En este trabajo abordamos los efectos de rotación en las corrientes de gravedad en geometría cilíndrica por medio de simulaciones directas de turbulencia (DNS). Se presentan cinco simulaciones numéricas tridimensionales con grillas de resoluciones de hasta 166 millones de puntos, con diferentes números de Reynolds ( $Re = 4000$  y  $Re = 8000$ ), condiciones de contorno (“libre deslizamiento”, “no deslizamiento”) y velocidades de rotación ( $\tilde{C} = 0,1$ ;  $\tilde{C} = 0,15$  y  $\tilde{C} = 0,25$ ). El detalle alcanzado en las simulaciones permite un análisis profundo de la dinámica del flujo. Se presentan los resultados sobre las cantidades macroscópicas, tales como la distancia máxima de propagación del frente en su primera oscilación y en su forma lenticular en el estado estacionario y la frecuencia de las oscilaciones de los sucesivos frentes. Además se lleva a cabo un análisis detallado de las estructuras de la turbulencia presentes en el flujo y su dinámica.

## 2. FORMULACIÓN MATEMÁTICA Y NUMÉRICA

El problema en cuestión se representa esquemáticamente en la figura 1. Se compone de un dominio rectangular que gira a una velocidad angular constante  $\Omega_z$  alrededor del eje vertical  $z$  en sentido antihorario. Un fluido de densidad  $\rho_1$  co-rotante con el dominio confinado inicialmente en una región cilíndrica de radio  $r_0$  y ocupando toda la altura del dominio  $H$  (región azul sombreada en la figura 1) se encuentra separado del fluido ambiente menos denso de densidad  $\rho_0$  en co-rotación con el sistema. El fluido más denso se libera en el instante inicial y el flujo se desarrolla en la dirección horizontal ( $x$  e  $y$ ).

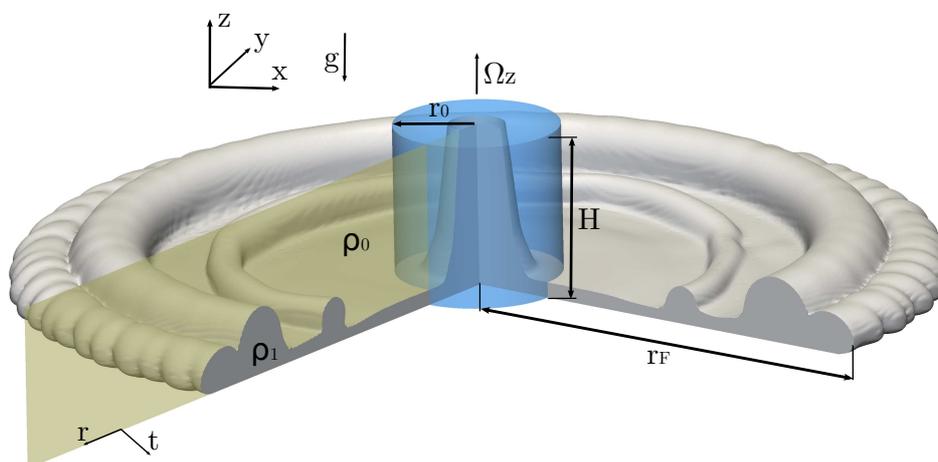


Figura 1: Esquema de la configuración de los experimentos numéricos para las corrientes de gravedad cilíndricas. El sistema gira a una velocidad angular constante  $\Omega_z$  alrededor del eje vertical  $z$  en sentido antihorario.

En un sistema de referencia fijo al tanque rotante y considerando flujos en los que la diferencia de densidad es lo suficientemente pequeña como para que la aproximación de Boussinesq sea válida, las ecuaciones de conservación adimensionales son

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{\mathbf{u}} \cdot \tilde{\nabla} \tilde{\mathbf{u}} = -\tilde{\nabla} \tilde{p} + \frac{1}{Re} \tilde{\nabla}^2 \tilde{\mathbf{u}} + \text{sgn}(g) \tilde{\rho} \tilde{\mathbf{z}} + 2\tilde{C} (\tilde{v} \tilde{\mathbf{x}} - \tilde{u} \tilde{\mathbf{y}}), \quad (1)$$

$$\tilde{\nabla} \cdot \tilde{\mathbf{u}} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{\mathbf{u}} \cdot \tilde{\nabla} \tilde{\rho} = \frac{1}{Pe} \tilde{\nabla}^2 \tilde{\rho}. \quad (3)$$

Aquí  $\tilde{\mathbf{u}} = \{\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}\}$  es la velocidad adimensional,  $\tilde{p}$  la presión adimensional y los parámetros adimensionales son el número de Reynolds, de Schmidt y el parámetro de Coriolis definidos como:

$$Re = \frac{UH}{\nu}, \quad Sc = \frac{\nu}{\kappa} \quad \text{y} \quad \tilde{C} = \frac{\Omega_z H}{U}, \quad (4)$$

donde  $\nu$  es la viscosidad cinemática y  $\kappa$  la difusividad molecular.

En las ecuaciones 1-3 hemos utilizado las escalas de longitud  $H$ , de velocidad  $U = \sqrt{\beta |g| H}$  con  $\beta = (\rho_1 - \rho_0)/\rho_0$ , y la escala de tiempo  $T = H/U$ . La densidad adimensional está dada por

$$\tilde{\rho} = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_1 - \rho_0}. \quad (5)$$

Las ecuaciones de conservación 1-3 se resuelven en un dominio adimensional rectangular de dimensiones  $\tilde{L}_x \times \tilde{L}_y \times \tilde{H}$  con condiciones de contorno periódicas a lo largo de las direcciones horizontales  $\tilde{x}$  e  $\tilde{y}$  para todas las variables. Debido a que la corriente se desarrolla a lo largo de las dos direcciones horizontales ( $\tilde{x} - \tilde{y}$ ) de igual modo, utilizaremos  $\tilde{L}_x = \tilde{L}_y$ .

Las simulaciones se han llevado a cabo mediante un código pseudo-espectral (Canuto et al., 1988) en el que se emplean expansiones de Fourier a lo largo de las direcciones horizontales  $\tilde{x}$  e  $\tilde{y}$ . En la dirección vertical  $\tilde{z}$  se utilizan expansiones de Chebyshev con puntos de cuadratura Gauss-Lobatto (Canuto et al., 1988). Los campos del flujo se avanzan en el tiempo utilizando un esquema de Crank-Nicolson para los términos difusivos. Para los términos advectivos se utiliza el método de Arakawa (Durrán, 1999) y se avanza con un esquema Runge-Kutta de tercer orden. El término de fuerza boyante también se avanza con un esquema Runge-Kutta de tercer orden. En las paredes superior e inferior una condición de contorno de gradiente cero se impone para el campo de densidad  $\tilde{\rho}$ . Hemos empleado diferentes condiciones de contorno de velocidad en las paredes inferior y superior.

En este trabajo se presentan cinco simulaciones de corrientes de gravedad cilíndricas con la configuración geométrica de la figura 1 y su descripción detallada se presenta en la tabla 1. Los casos (1) a (3) sólo difieren en el parámetro de Coriolis y el caso (4) tiene una condición de contorno diferente en la pared inferior (“no deslizamiento”). El caso (5) tiene las mismas condiciones de contorno que el caso (4) pero difiere en el número de Reynolds ( $Re = 8000$ ). Todas las simulaciones tienen una condición de contorno de “libre deslizamiento” en la pared superior.

### 3. EFECTO DEL PARÁMETRO DE CORIOLIS EN LAS CORRIENTES DE GRAVEDAD CILÍNDRICAS

La velocidad de rotación del sistema y por lo tanto el parámetro de Coriolis tiene un gran impacto en el desarrollo del flujo. En esta sección se discute la dinámica del flujo y la forma lenticular en el estado estacionario adquirida por la corriente.

Caso	$\tilde{C}$	$Re$	$\tilde{L}_x \times \tilde{L}_y \times \tilde{H}$	$N_x \times N_y \times N_z$	$C.C.$	$\bar{r}_{max}$	$\bar{r}_{lens}$	$\bar{\omega}_p$
1	0,1	4000	$18 \times 18 \times 1$	$960 \times 960 \times 128$	<i>L.D.</i>	7,2	6,3	0,2
2	0,15	4000	$15 \times 15 \times 1$	$768 \times 768 \times 128$	<i>L.D.</i>	5,7	5,3	0,3
3	0,25	4000	$15 \times 15 \times 1$	$768 \times 768 \times 128$	<i>L.D.</i>	4,2	4,1	0,5
4	0,15	4000	$15 \times 15 \times 1$	$768 \times 768 \times 128$	<i>N.D.</i>	4,5	4,7*	0,37
5	0,15	8000	$15 \times 15 \times 1$	$960 \times 960 \times 180$	<i>N.D.</i>	4,5	4,7*	0,32

Tabla 1: Simulaciones numéricas realizadas para este trabajo. También se muestran los valores de la máxima distancia alcanzada por los frentes ( $\bar{r}_{max}$ ), el radio del lente formado en el estado estacionario ( $\bar{r}_{lens}$ ) y la frecuencia de los posteriores frentes para las corrientes de gravedad cilíndricas y rotatorias ( $\bar{\omega}_p$ ). La columna  $C.C.$  corresponde a las condiciones de contorno en la pared inferior del dominio: *L.D.* se refieren a la condición de contorno de "libre deslizamiento", mientras que *N.D.* se refiere a "no deslizamiento". La condición de contorno para la pared superior es de "libre deslizamiento" para todas las simulaciones. (\*) Para estos casos se reporta el radio del lente al final del período de oscilaciones ( $\tilde{t} = 100$ ). Cabe acotar que el radio del lente en el estado estacionario continúa aumentando a muy baja velocidad para estos casos.

### 3.1. Distancia máxima de propagación del frente y forma lenticular en el estado estacionario

Para el cálculo de la distancia máxima de propagación del frente se define una altura equivalente local  $\tilde{h}$  en sus coordenadas cilíndricas (Shin et al., 2004; Marino et al., 2005) y se la promedia alrededor de la dirección azimutal. De esta forma definimos la altura equivalente local media como

$$\bar{h}(\tilde{r}, \tilde{t}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\tilde{H}} \tilde{\rho} d\tilde{z} d\tilde{\theta}. \quad (6)$$

siendo  $\tilde{r}$  la posición radial y  $\tilde{\theta}$  la posición azimutal. En los lugares donde toda la altura está ocupada por el fluido más denso, la altura equivalente local es igual a la unidad, mientras que en lugares donde el fluido liviano ocupa toda la altura, la altura equivalente es cero.

La posición media del frente  $\bar{r}_F$  puede ahora definirse como la posición radial en la que la altura equivalente local media  $\bar{h}$  se hace más pequeña que un pequeño umbral  $\delta$ . Para el cálculo de la distancia máxima de propagación del frente en su primera oscilación se utilizará el umbral  $\delta = 0,01$ .

Como vamos a estudiar corrientes de gravedad cilíndricas, el flujo medio se calculará como

$$\bar{f}(\tilde{r}, \tilde{z}, \tilde{t}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \tilde{f}(\tilde{r}, \tilde{\theta}, \tilde{z}, \tilde{t}) d\tilde{\theta}, \quad (7)$$

donde  $\tilde{f}$  es el campo de densidad  $\tilde{\rho}$  o el campo de velocidades  $\tilde{\mathbf{u}}$ .

La figura 2 muestra la posición del frente en función del tiempo para diferentes umbrales de  $\bar{h}$ , para los casos (1) a (3). La curva superior corresponde al umbral  $\delta = 0,01$ . Este umbral captura la dinámica del frente adecuadamente y en concordancia con visualizaciones del flujo, lo cual justifica nuestra elección de este umbral. En todos los casos el frente comienza a acelerarse hasta que la velocidad del frente se vuelve cero y la corriente comienza a moverse hacia el interior. Esta primera inflexión sucede en  $\tilde{t} \approx 19,9$ ,  $\tilde{t} \approx 15,8$ ,  $\tilde{t} \approx 11,25$ , para los casos (1) a (3), respectivamente. Estos valores concuerdan con predicciones de modelo de aguas poco profundas (Ungarish, 2009), los cuales predicen que el radio máximo de la corriente ocurre a  $\tilde{t} \sim 2/\tilde{C}$  (para  $\tilde{C} \ll 1$ ). La primera oscilación del frente sucede antes a medida que aumentamos el parámetro de Coriolis.

Las oscilaciones del frente se repiten varias veces atenuándose su amplitud hasta que el flujo alcanza finalmente su estado estacionario y la interfaz entre el fluido liviano y el más denso adquiere una forma lenticular. En la primera oscilación, las distancias máximas de propagación de los frentes son  $\bar{r}_{max} = 7,2$ ,  $\bar{r}_{max} = 5,7$  y  $\bar{r}_{max} = 4,2$  para los casos (1) a (3), respectivamente. Como se puede esperar, menos propagación en la dirección radial positiva se produce con el aumento en la velocidad de rotación del sistema.

Debido a que en nuestras simulaciones  $H = r_0$  y el fluido más denso ocupa toda la altura del dominio en el instante inicial, no es necesario realizar un reescalo del parámetro de Coriolis para comparar nuestras simulaciones con los resultados experimentales presentados por [Hallworth et al. \(2001\)](#). En dicho trabajo se reportaron valores de  $\bar{r}_{max} = 4,2$  y  $\bar{r}_{max} = 4$  para  $\tilde{C} = 0,2357$  y  $\tilde{C} = 0,2612$ , respectivamente (experimentos *R11* y *R6*). Estos valores experimentales concuerdan muy bien con los resultados numéricos obtenidos para el caso (3) ( $\tilde{C} = 0,25$ ). De todos modos, para el caso de simulaciones con condiciones de contorno de “no deslizamiento” (como en el caso de los experimentos) se espera que los esfuerzos viscosos de la capa límite que se desarrolla en cercanías de la pared inferior retrase el flujo y se alcancen valores menores de  $\bar{r}_{max}$ . En tiempos posteriores, cuando el flujo se encuentra en su estado estacionario, la distancia media de propagación del frente  $\bar{r}_{lens}$  (el radio medio de la lente) es también influenciada por el parámetro de Coriolis, siendo estos valores  $\bar{r}_{lens} = 6,3$ ,  $\bar{r}_{lens} = 5,3$  y  $\bar{r}_{lens} = 4,1$  para los casos (1) a (3), respectivamente. Los valores de  $\bar{r}_{max}$  y  $\bar{r}_{lens}$  también se muestran en la tabla 1.

Para  $\tilde{C} = 0,1$  la solución numérica de las ecuaciones de aguas poco profundas y la aproximación del modelo de caja ([Ungarish y Huppert, 1999](#)) predicen  $\bar{r}_{max} = 6,1$  y  $\bar{r}_{max} = 5,0$ , respectivamente. Estos modelos subestiman nuestros resultados en un 15 % y un 30 %. Aproximaciones analíticas de las ecuaciones de aguas poco profundas ([Ungarish, 2009](#)) predicen valores del radio del lente en el estado estacionario, siendo estos  $\bar{r}_{lens} = 4,5$ ,  $\bar{r}_{lens} = 3,7$  y  $\bar{r}_{lens} = 2,8$ , para  $\tilde{C} = 0,1$ ,  $\tilde{C} = 0,15$  y  $\tilde{C} = 0,25$ , respectivamente. Estos valores difieren en un 30 % de nuestros resultados. Aunque la dinámica del flujo de las corrientes de gravedad cilíndricas en rotación no puede ser capturada de forma completa por estos modelos como en nuestras simulaciones, su relativamente fácil resolución permite realizar estimaciones de la dinámica general de estos flujos. El modelo de aguas poco profundas incluso predice que la corriente llegará en la primera oscilación a un radio máximo que supera al radio del lente en el estado estacionario.

### 3.2. Frecuencia de las oscilaciones en la posición del frente

Como se describió en la sección anterior, la posición del frente de las corrientes de gravedad cilíndricas en rotación tienen un comportamiento oscilatorio hasta que el flujo llega al estado estacionario.

El período medio de las oscilaciones  $\bar{T}_p$  para cada simulación se define como el intervalo de tiempo promedio en el que los sucesivos frentes que se propagan en la dirección radial positiva llegan a una determinada distancia radial  $\bar{r}$ . La frecuencia de las oscilaciones  $\bar{\omega}_p$  se define como

$$\bar{\omega}_p = \frac{2\pi}{\bar{T}_p}. \quad (8)$$

Los valores de  $\bar{\omega}_p$  para todas las simulaciones se muestran en la tabla 1 y la fig. 2.

Comparando la frecuencia media de los sucesivos frentes  $\bar{\omega}_p$  para nuestras simulaciones, nos encontramos con una dependencia lineal con el parámetro de Coriolis:

$$\bar{\omega}_p = 2\tilde{C}. \quad (9)$$

Resultados similares son reportados por Hallworth et al. (2001) con experimentos de laboratorio de corrientes de gravedad en rotación.

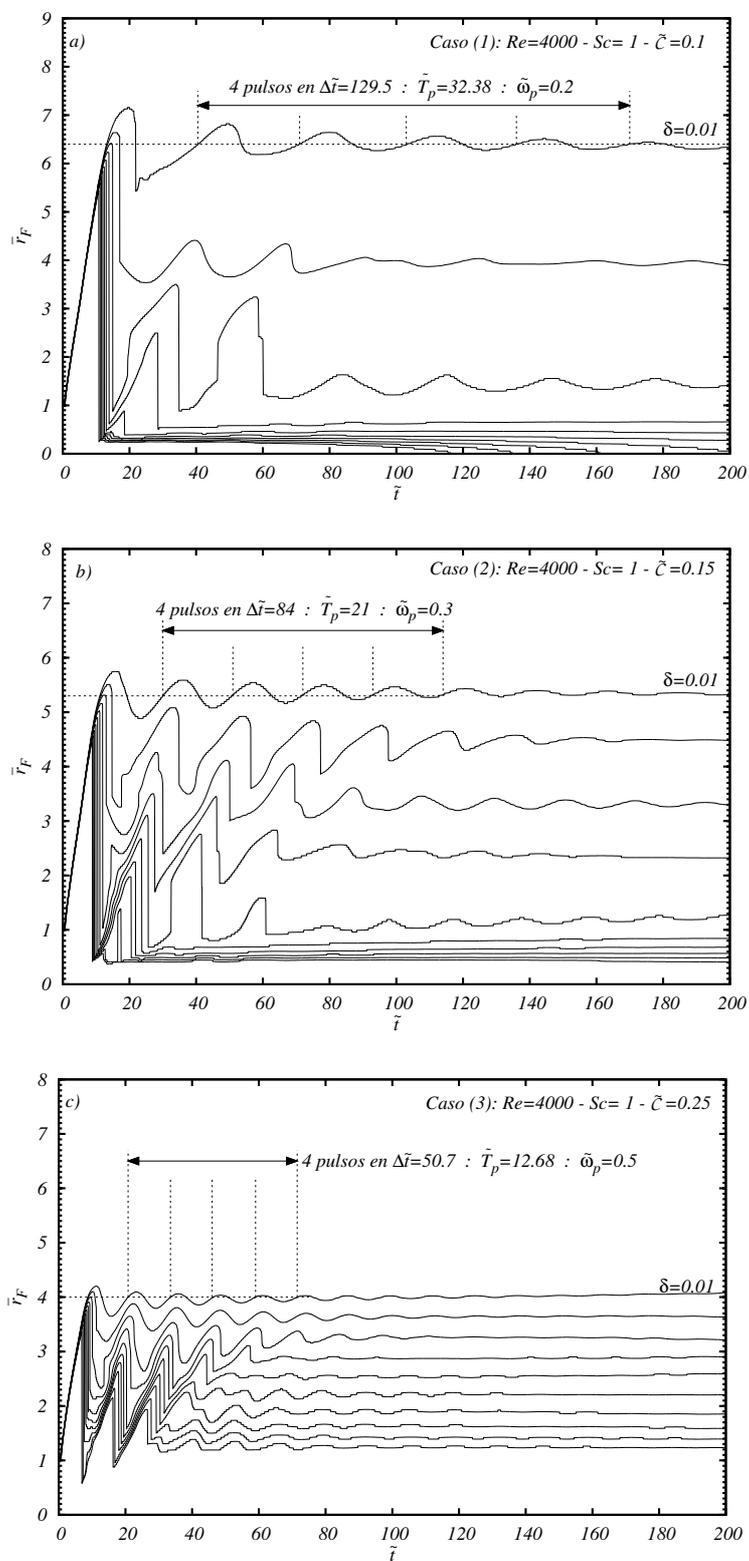


Figura 2: Posición del frente  $\bar{r}_F$  en función del tiempo  $\bar{t}$  para diferentes umbrales  $\delta$  de  $\bar{h}$  ( $\delta = 0,01, \dots, 0,1$ ), para a)Caso (1), b)Caso (2), c)Caso (3).

#### 4. EFECTO DE LAS CONDICIONES DE CONTORNO EN LAS CORRIENTES DE GRAVEDAD CILÍNDRICAS EN ROTACIÓN

La condición de contorno en la pared inferior influencia cantidades tales como  $\bar{r}_{max}$ ,  $\bar{r}_{lens}$  y  $\bar{\omega}_p$ . En esta sección comparamos los casos (2) y (4), donde la única diferencia entre estas dos simulaciones es la condición de contorno en la pared inferior: el caso (2) con una condición de contorno de “libre deslizamiento” y el caso (4) con “no deslizamiento”.

La figura 3 muestra la posición del frente en función del tiempo para diferentes umbrales de  $\bar{h}$ , para el caso (4). Aquí podemos ver que el flujo en la dirección radial para el caso (4) es retardado por el esfuerzo de corte en la pared inferior del dominio con respecto al caso de “libre deslizamiento”. Como resultado, el radio máximo del primer frente  $\bar{r}_{max}$  es menor que en el caso (2) ( $\bar{r}_{max} = 5,7$  y  $\bar{r}_{max} = 4,5$ , para los casos (2) y (4), respectivamente).

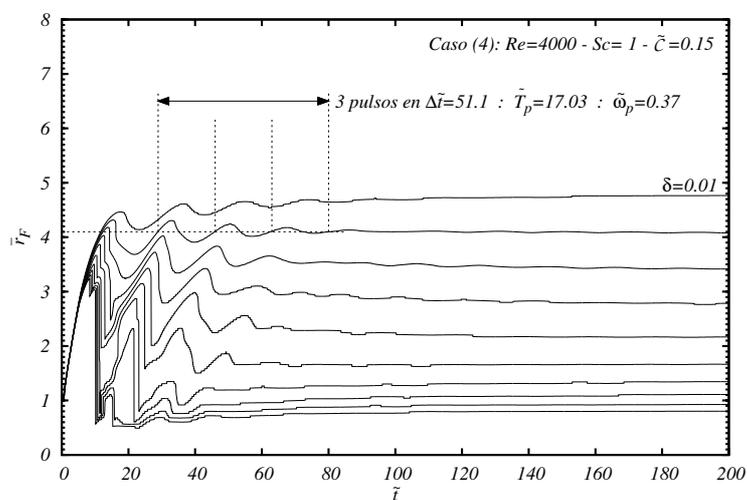


Figura 3: Posición del frente  $\bar{r}_F$  en función del tiempo  $\bar{t}$  para diferentes umbrales  $\delta$  de  $\bar{h}$  ( $\delta = 0,01, \dots, 0,1$ ), para el caso (4) con condición de contorno de “no deslizamiento” en la pared inferior.

Otra diferencia distintiva es que cuando tenemos una condición de contorno de “no deslizamiento” en la pared inferior, el radio máximo de los sucesivos frentes son mayores que los de las oscilaciones previas (ver la figura 3 para el caso 4). Este comportamiento fue observado por [Hallworth et al. \(2001\)](#) en experimentos de laboratorio para corrientes de gravedad cilíndricas en rotación y no sucede cuando tenemos una condición de contorno de “libre deslizamiento” (ver figura 2b para el caso 2). De todos modos la velocidad de avance del radio máximo del frente en el intervalo temporal  $80 < \bar{t} < 200$  es del orden de  $\bar{u}_F = 10^{-4}$ , variando en este intervalo solamente un 1 %, por lo que es de esperar que este efecto pase desapercibido en experimentos. Además, se observa un aumento en la frecuencia de las oscilaciones del frente  $\bar{\omega}_p$  en el caso (4) (ver figura 2b y 3).

#### 5. INFLUENCIA DE LA ROTACIÓN EN LAS ESTRUCTURAS TRIDIMENSIONALES DEL FLUJO

Centraremos nuestra atención en el caso (5) con el número de Reynolds más alto en nuestras simulaciones ( $Re = 8000$ ), donde se impone la condición de contorno de “no deslizamiento” en la pared inferior, obteniendo estructuras turbulentas más complejas.

Las figuras 4 y 5 muestran una visualización compuesta de la estructura tridimensional de la

interfaz entre el fluido más denso y el menos denso, junto a la fuerza de arremolinado  $\tilde{\lambda}_{ci}$  a diferentes tiempos. La interfaz y la fuerza de arremolinado son visualizadas por representaciones volumétricas del campo de densidad y de  $\tilde{\lambda}_{ci}$ , respectivamente. La “fuerza de arremolinado” se puede definir como el valor absoluto de la parte imaginaria de los autovalores del tensor gradiente de velocidad local  $\tilde{\nabla}\tilde{\mathbf{u}}$ . La fuerza de arremolinado es un método para determinar cuán compactas son las estructuras turbulentas del flujo (ver Zhou et al. (1999) y Chakraborty et al. (2005)).

En la figura 4a (para  $\tilde{t} = 2, 5$ ) se pueden observar los vórtices Kelvin-Helmholtz  $KH1$  y  $KH1'$ , que rotan en sentido antihorario, formados en las primeras etapas de desarrollo de la corriente. Además se observan vórtices Kelvin-Helmholtz secundarios  $KH2$  y  $KH2'$  entre los anteriores. Los vórtices  $KH2'$  y  $KH1'$  detienen su desplazamiento radial alrededor de  $\tilde{t} \approx 5$  como resultado de la fuerza de Coriolis en la dirección radial negativa. En la figura 4a se puede visualizar también un vórtice  $C1$  con rotación horaria delante del vórtice  $KH1$  y cerca de la pared inferior. Como consecuencia de la rotación, un vórtice vertical  $VV1$  está presente en el centro del dominio y una serie de vórtices verticales Kelvin-Helmholtz  $KH3$  aparecen en el frente de la corriente. Estos últimos se generan inicialmente en el fondo del dominio como vórtices longitudinales, generándose posteriormente la sección vertical de los vórtices en el frente. Estos vórtices verticales son estructuras distintivas producto del efecto de Coriolis que no se observa en su ausencia. Estructuras similares fueron observadas por Ungarish y Huppert (1998) en experimentos de laboratorio. Hallworth et al. (2001) menciona la existencia de algún tipo de inestabilidades en el frente, pero no se describen en más detalle.

En  $\tilde{t} = 3,75$  (ver fig. 4b) los vórtices Kelvin-Helmholtz se comienzan a torcer y doblar entre ellos, el vórtice  $KH1$  con el  $KH2$  y el  $KH1'$  con el  $KH2'$ . Además, un nuevo vórtice con rotación horaria  $C2$  aparece delante del vórtice  $KH2'$  cerca de la pared inferior.

Todos los vórtices Kelvin-Helmholtz se producen por esfuerzo de corte. Los vórtices  $KH1$ ,  $KH1'$ ,  $KH2$  y  $KH2'$  son el resultado del esfuerzo de corte radial entre el fluido más denso y el menos denso, mientras que los vórtices  $KH3$  son el resultado del esfuerzo de corte tangencial entre los dos fluidos. Esto se puede ver en la figura 6a, donde se presenta una vista compuesta de la iso-superficie de densidad  $\tilde{\rho} = 0,05$  para  $\tilde{t} = 3,75$  con dos cortes del campo de densidad: uno para el plano  $\tilde{y} = 0$  y otro para el  $\tilde{z} = 0,05$ . La figura 6b muestra una vista superior de la densidad en el plano  $\tilde{z} = 0,05$ .

En la figura 4c para  $\tilde{t} = 5$ , un nuevo vórtice  $KH4$  aparece entre los vórtices  $KH3$  en el frente. Los vórtices  $KH3$  se doblan y estiran alrededor del vórtice  $KH4$ . En la región entre lóbulos en el frente, la sección longitudinal de los vórtices verticales  $KH3$  (cerca a la pared inferior) terminan ascendiendo y rodeando el vórtice Kelvin-Helmholtz  $KH1$ . Este arreglo de vórtices es el  $V1$  en la figura 4c.

En  $\tilde{t} = 6,25$  (ver fig. 4d) los vórtices  $V1$  y  $KH3$  se hacen más fuertes (aumenta  $\tilde{\lambda}_{ci}$  en dichas regiones), mientras que el resto de los vórtices se retuercen, doblan e interactúan uno con el otro, lo que resulta en varios grupos de vórtices de menor escala. Cuando un flujo secundario comienza a moverse hacia el centro del dominio en el cuerpo de la corriente, como resultado de la fuerza de Coriolis en la dirección radial negativa, un conjunto de vórtices de herradura aparecen en la pared inferior (vórtice  $HP1$  en la fig. 4d para  $\tilde{t} = 6,25$ ). La figura 7 muestra una vista inferior de estas herraduras representada por una iso-superficie de  $\tilde{\lambda}_{ci} = 3$ .

En  $\tilde{t} = 8$  el arreglo de vórtices verticales  $KH3$  en el frente y los vórtices  $V1$  se estiran en la dirección radial y se mueven en la dirección tangencial negativa. Los grupos de vórtices interactúan de una manera compleja, haciéndose difícil distinguir las estructuras coherentes, salvo el vórtice vertical  $VV1$ .

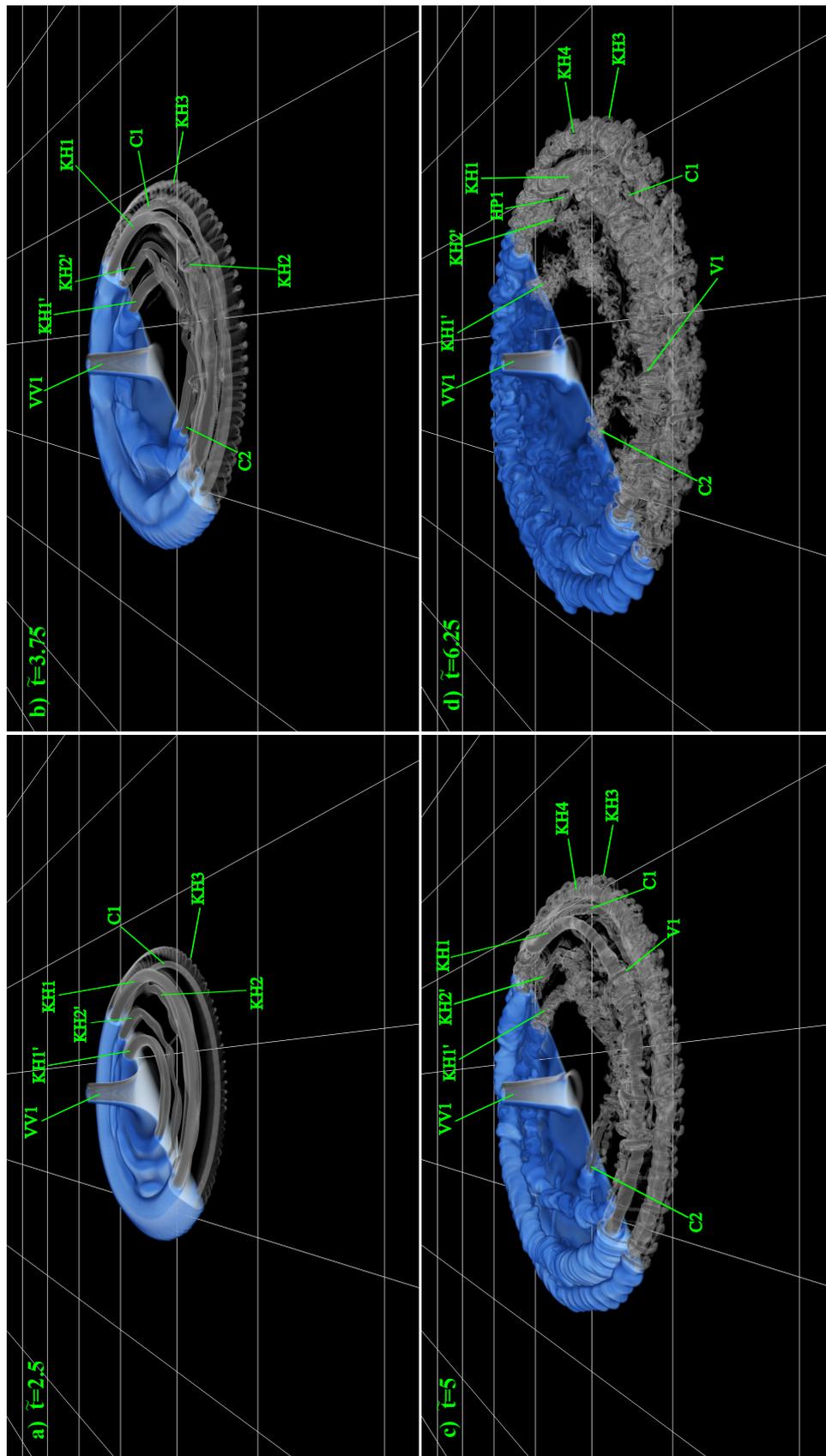


Figura 4: Estructura tridimensional de la interfaz visualizada por la representación volumétrica del campo de densidad  $\tilde{\rho}$  para el caso (5). Además se presentan las estructuras turbulentas visualizadas por medio de la representación volumétrica de  $\tilde{\lambda}_{ci}$  para el caso (5). a)  $\tilde{t} = 2,5$ ; b)  $\tilde{t} = 3,75$ ; c)  $\tilde{t} = 5$ ; d)  $\tilde{t} = 6,25$ .

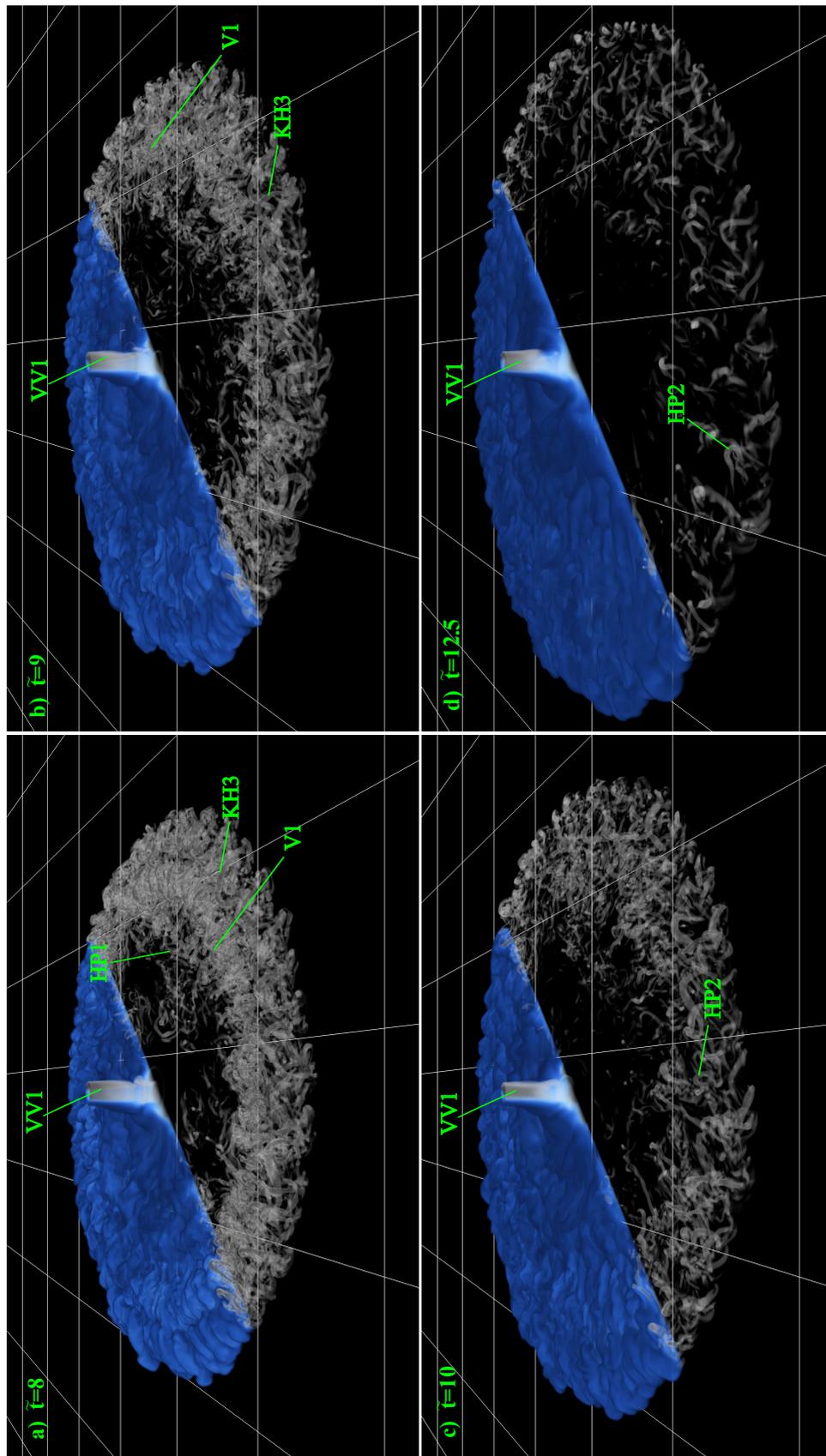


Figura 5: Estructura tridimensional de la interfaz visualizada por la representación volumétrica del campo de densidad  $\tilde{\rho}$  para el caso (5). Además se presentan las estructuras turbulentas visualizadas por medio de la representación volumétrica de  $\tilde{\lambda}_{ci}$  para el caso (5). a)  $\tilde{t} = 8$ ; b)  $\tilde{t} = 9$ ; c)  $\tilde{t} = 10$ ; d)  $\tilde{t} = 12,5$ .

En el instante de tiempo  $\tilde{t} = 10$  (fig. 5c), los vórtices verticales  $KH3$  y los  $V1$  se estiran en la dirección tangencial como resultado de la fuerza de Coriolis y empiezan a formar vórtices de herradura  $HP2$  con la cabeza alineada en la dirección azimuthal.

Después de  $\tilde{t} = 12,5$  las estructuras presentes en el flujo son demasiado débiles (valores de  $\tilde{\lambda}_{ci}$  bajos) por lo que no se pueden visualizar adecuadamente.

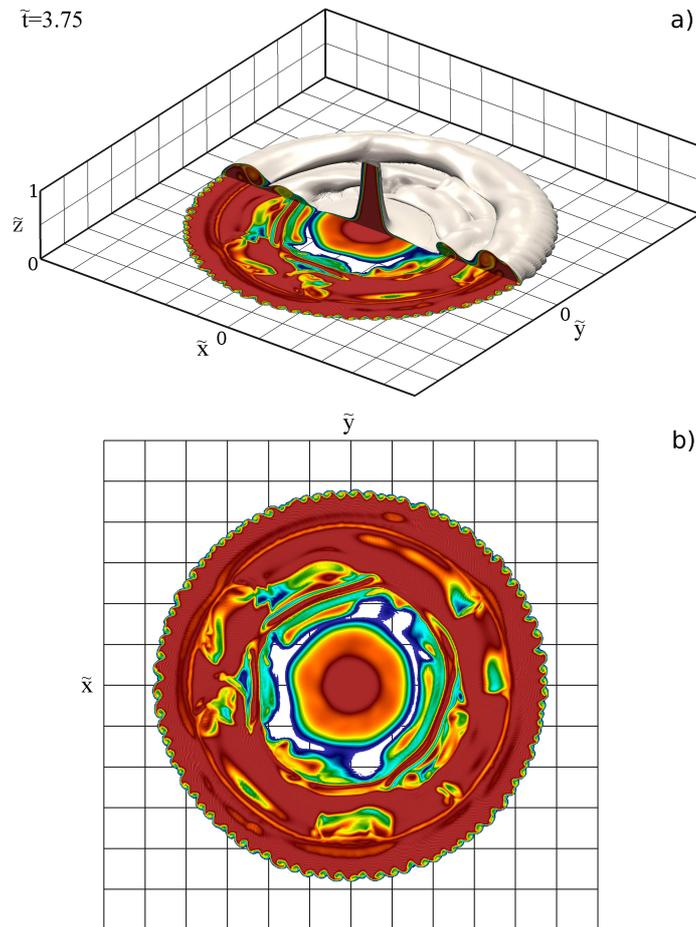


Figura 6: a) Estructura tridimensional de la interfaz visualizada mediante una iso-superficies de densidad  $\tilde{\rho} = 0,05$  en  $\tilde{t} = 3,75$ , para el caso (5). También en esta figura se representan dos cortes del campo de densidad: uno para el plano  $\tilde{y} = 0$ , y otro para el  $\tilde{z} = 0,05$ . b) Vista superior del corte de la función de densidad  $\tilde{\rho}$  en el plano  $\tilde{z} = 0,05$ , en  $\tilde{t} = 3,75$  para el caso (5).

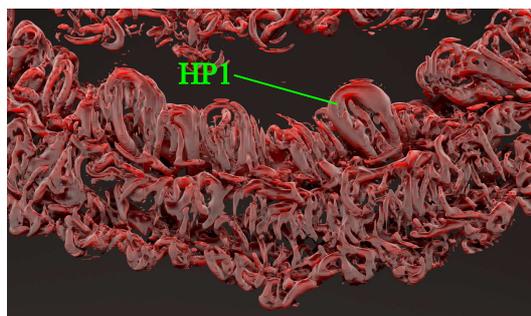


Figura 7: Vista inferior de los vórtices de herradura  $HP1$ , representados por una iso-superficie de  $\tilde{\lambda}_{ci} = 3$  en  $\tilde{t} = 6,25$ , para el caso (5).

## 6. CONCLUSIONES

Hemos analizado el efecto de la fuerza de Coriolis en corrientes de gravedad para las configuraciones cilíndricas mediante simulación directa de turbulencia (DNS).

En todas las simulaciones pudimos observar un comportamiento oscilatorio del flujo. Esto fue determinado mediante el seguimiento de la posición media del frente ( $\bar{r}_F$ ). La primera oscilación del frente sucede antes a medida que aumentamos el parámetro de Coriolis.

Las oscilaciones del frente se repiten varias veces, atenuándose su amplitud hasta que la interfaz entre el fluido liviano y el más denso adquiere una forma lenticular. En los últimos instantes de tiempo, una forma lenticular en el estado estacionario caracteriza todas las corrientes cilíndricas cuando se emplea un condición de contorno de “*libre deslizamiento*” en la pared inferior.

Cuando se emplea una condición de contorno de “*no deslizamiento*” en la pared inferior, las corrientes cilíndricas llegan a adquirir la misma forma lenticular, pero su radio sigue aumentando lentamente con el tiempo debido al desequilibrio de las fuerzas de Coriolis y boyante.

Con el aumento del parámetro de Coriolis  $\tilde{C}$  se observó un desarrollo más restringido del flujo en la dirección radial en las corrientes cilíndricas, siendo el radio máximo en la primera oscilación del frente  $\bar{r}_{max} = 7,2$ ,  $\bar{r}_{max} = 5,7$  y  $\bar{r}_{max} = 4,2$ , para  $\tilde{C} = 0,1$ ,  $\tilde{C} = 0,15$  y  $\tilde{C} = 0,25$ , respectivamente. Además, en los casos en que el flujo alcanza el estado estacionario, la distancia media de propagación del frente  $\bar{r}_{lens}$  (el radio medio del lente) también se ve influido por el parámetro de Coriolis, siendo estos valores  $\bar{r}_{lens} = 6,3$ ,  $\bar{r}_{lens} = 5,3$  y  $\bar{r}_{lens} = 4,1$ , para  $\tilde{C} = 0,1$ ,  $\tilde{C} = 0,15$  y  $\tilde{C} = 0,25$ , respectivamente.

Después del primer arresto del frente se observan varias oscilaciones en la posición del mismo. Se encontró una relación lineal entre el parámetro de Coriolis y la frecuencia de estas oscilaciones:

$$\bar{\omega}_p = 2\tilde{C}$$

Resultados similares son reportados por [Hallworth et al. \(2001\)](#) con experimentos de laboratorio de corrientes de gravedad cilíndricas en rotación.

La frecuencia de las oscilaciones es influenciada también por la condición de contorno utilizada. Se encontró que imponiendo una condición de contorno de “*no deslizamiento*” en la pared inferior obtenemos una frecuencia mayor en las oscilaciones.

También encontramos que la condición de contorno en la pared inferior influencia la posición del frente. Cuando se impone la condición de contorno de “*no deslizamiento*”, el esfuerzo de corte en la pared inferior restringe el flujo en la dirección radial, provocando que el radio máximo de la primera oscilación del frente sea menor ( $\bar{r}_{max} = 4,5$  y  $\bar{r}_{max} = 5,7$ , para “*no deslizamiento*” y “*libre deslizamiento*”, respectivamente). De todos modos la velocidad de avance del radio máximo del frente es del orden de  $\bar{u}_F = 10^{-4}$ , variando solamente un 1%, por lo que este efecto puede pasar desapercibido en experimentos.

Hemos identificado las estructuras de la turbulencia distintivas presentes en las corrientes de gravedad en rotación. Para identificar estas estructuras utilizamos la simulación (5) con  $Re = 8000$ ,  $\tilde{C} = 0,15$  y  $Sc = 1$  (ver tabla 1 y figuras 4-5). Una serie de vórtices verticales Kelvin-Helmholtz *KH3* aparecen en el frente de la corriente producto de la rotación. Estos últimos se generan inicialmente en el fondo del dominio como vórtices longitudinales, generándose posteriormente la sección vertical de los mismos en el frente. Inestabilidades en el frente fueron observadas por [Ungarish y Huppert \(1998\)](#) en experimentos de laboratorio. [Hallworth et al. \(2001\)](#) menciona la existencia de algún tipo de inestabilidades en el frente, pero no se describen en más detalle.

Todos los vórtices Kelvin-Helmholtz se producen por el esfuerzo de corte. Los vórtices  $KH1$ ,  $KH1'$ ,  $KH2$  y  $KH2'$  (que también aparecen en corrientes de gravedad cilíndricas sin rotación) son el resultado del esfuerzo de corte radial entre el fluido más denso y el menos denso, mientras que los vórtices  $KH3$  (que aparecen por la rotación) son el resultado del esfuerzo de corte tangencial entre los dos fluidos.

Además se identificó un vórtice vertical  $VV1$  que aparece en el centro del dominio.

Todas las estructuras de la turbulencia son estiradas y dobladas por la fuerza de Coriolis en la dirección radial y tangencial, e incluso podemos ver vórtices tipo herradura  $HP1$  en zonas de la corriente moviéndose en la dirección radial negativa. Las cabezas de estos vórtices se encuentran alineadas en la misma dirección del flujo. Los vórtices  $KH2'$  y  $KH1'$  detienen su movimiento radial positivo alrededor de  $\tilde{t} \approx 5$  como resultado de la fuerza de Coriolis en la dirección radial negativa. En  $\tilde{t} = 10$  se forman vórtices de herradura  $HP2$  con la cabeza alineada en la dirección azimutal.

## REFERENCIAS

- Cantero M., Balachandar S., y García M. Highly resolved simulations of cylindrical density currents. *Journal of Fluid Mechanics*, 590:437–469, 2007a.
- Cantero M., Balachandar S., García M., y Ferry J. Direct numerical simulations of planar and cylindrical density currents. *Journal of Applied Mechanics*, 73:923–930, 2006.
- Cantero M., Lee J.R., Balachandar S., y García M. On the front velocity of gravity currents. *Journal of Fluid Mechanics*, 586:1–39, 2007b.
- Canuto C., Hussaini M., Quarteroni A., y Zang T. *Spectral Methods in Fluid Dynamics*. Springer-Verlag, New York, 1988. 557 pages.
- Chakraborty P., Balachandar S., y Adrian R. On the relationships between local vortex identification schemes. *J. Fluid Mech.*, 535:189–214, 2005.
- Durrant D. *Numerical Methods for Wave Equations in Geophysical Fluid Dynamics*. Springer, 1999.
- García M. Turbidity currents. En L. Brekhovskikh, K. Turekian, K. Emery, y C. Tseng, editores, *Encyclopedia of Earth System Science*, volumen 4, páginas 399–408. Academic Press, Inc., New York, 1992.
- Hallworth M., Huppert H., y Ungarish M. Axisymmetric gravity currents in a rotating system: experimental and numerical investigations. *Journal of Fluid Mechanics*, 447:1–29, 2001.
- Hoult D. Oil spreading in the sea. *Ann. Rev. Fluid Mechanics*, 4:341–368, 1972.
- Huppert H. y Simpson J. The slumping of gravity currents. *Journal of Fluid Mechanics*, 99:785–799, 1980.
- Marino B., Thomas L., y Linden P. The front condition for gravity currents. *Journal of Fluid Mechanics*, 536:49–78, 2005.
- Shin J., Dalziel S., y Linden P. Gravity currents produced by lock exchange. *Journal of Fluid Mechanics*, 521:1–34, 2004.
- Ungarish M. y Huppert H. The effects of rotation on axisymmetric gravity currents. *Journal of Fluid Mechanics*, 362:17–51, 1998.
- Ungarish M. y Huppert H. Simple models of coriolis-influenced axisymmetric particle-driven gravity currents. *International Journal of Multiphase Flow*, 25:715–737, 1999.
- Ungarish M.M. *An introduction to gravity currents and intrusions*. CRC Press, 2009.
- Zhou J., Adrian R., Balachandar S., y Kendall T. Mechanics for generating coherent packets of hairpin vortices in channel flow. *J. Fluid Mech.*, 387:353–396, 1999.