

TÉCNICAS DE MEDICIÓN DE LA VELOCIDAD ANGULAR PARA EL MANTENIMIENTO DE MÁQUINAS

José E. Stuardi^a, Guillermo D. Chiappero^a, Raúl J. Ritta^a, Ariel Matusевич^a

^aFacultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba, Av. Vélez
Sársfield 1611, 5000 – Córdoba, Argentina, jstuardi@gmail.com, <http://www.efn.uncor.edu>

Palabras clave: Velocidad Angular, Mantenimiento, IAS, Máquinas

Resumen. Numerosos sistemas mecánicos de importancia, con rotores que giran a velocidades muchas veces variables, deben ser objeto de verificaciones de condiciones de funcionamiento, análisis, correcciones de anomalías y mantenimiento predictivo. La velocidad angular instantánea del eje (IAS) resulta ser una variable que está íntimamente relacionada con la dinámica de la máquina, y por esto, contiene información primaria del funcionamiento y de los procesos internos involucrados. El análisis de la IAS posibilita mejores diagnósticos respecto a mediciones traslacionales, por representar una información más cercana a la fuente generadora.

De los distintos métodos disponibles para la medición de la IAS, se trabaja en métodos basados en el análisis de una señal portadora modulada por las variaciones de velocidad angular, debido a sus ventajas en cuanto a la aplicabilidad y costos. El sensor permanece fijo y se efectúa una lectura del paso de alguna irregularidad descrita periódicamente sobre un volante, tal como el caso de dientes de engranajes o marcas regulares en la periferia de una rueda. Se presentan técnicas implementadas vía software, como el método de la medición del ancho de pulso y el procesamiento adecuado de la señal analítica. Mediante análisis de error, se realiza una optimización de los numerosos parámetros de medición y de procesamiento, para conseguir una información confiable y de calidad de la IAS. El trabajo queda plasmado mediante un código computacional, donde se implementan las técnicas computacionales que, por un lado son apropiadas para el mejoramiento de la calidad de la señal resultante y por otro lado constituyen algoritmos suficientemente rápidos para posibilitar el procesamiento en tiempo real de las señales. La importancia de una buena resolución y exactitud de los métodos se debe a la relativamente pequeña variación de frecuencia que originan los procesos de falla incipiente en máquinas, lo que atenta contra su posibilidad de detección. Finalmente se procesan algunos casos de señales provenientes de problemas de interés, obteniendo conclusiones comparativas de su aplicación. Los resultados obtenidos demuestran la buena aplicabilidad, robustez y confiabilidad de los procedimientos, que así presentados constituyen una guía experta para el usuario.

1 INTRODUCCIÓN

La medición de transitorios de vibraciones torsionales constituye una actividad sobre la que se ha centrado especialmente la atención en la última década. En efecto, numerosos sistemas mecánicos de importancia, que rotan con velocidades muchas veces variables, deben ser objeto de verificaciones de condiciones de funcionamiento, análisis, correcciones de anomalías y mantenimiento predictivo, (Chiappero, 2012). La velocidad angular instantánea del eje (IAS en inglés) resulta ser una variable que está íntimamente relacionada con la dinámica de la máquina, y por esto, contiene información primaria del funcionamiento y de los procesos internos involucrados. El análisis de la IAS resulta prometedor respecto de la posibilidad de mejores diagnósticos, por representar información más cercana a la fuente generadora (Yuhua et al., 2005; Gomez et al., 2016). Por esta causa está en general menos contaminada con ruido que las vibraciones traslacionales sobre los cojinetes de las máquinas y que las mediciones acústicas (Gubran et al., 2014; Yu et al., 2010). Algunos ejemplos típicos son las variaciones de frecuencia angular en cajas de engranajes, análisis de defectos en motores eléctricos, ídem en máquinas alternativas, como compresores a pistón y motores de combustión interna (Charles et al., 2009; Jiménez et al., 2014). Adicionalmente la IAS presenta utilidad en el monitoreo de máquinas, detección de defectos de cojinetes, alineación, etc. (Finley et al.), 2000, Li et al., 2010; Becerra et al., 2011), donde se verifican extremadamente pequeñas variaciones de velocidad angular como consecuencia del funcionamiento tanto normal como anormal (Yang et al., 2008; Li et al., 2005).

Por todo lo anteriormente citado, interesa una medición precisa de la IAS y resulta de interés analizar algunos de los métodos posibles, su aplicabilidad, costo y confiabilidad. A menudo la cantidad de parámetros involucrados en la obtención y procesamiento de los registros resulta un laberinto de difícil solución. Un detallado análisis de los parámetros involucrados en la medición ayuda a obtener una medición precisa acorde con las expectativas planteadas.

2 OBJETIVOS

El presente trabajo aborda las distintas posibilidades de procesamiento de señales moduladas obtenidas mediante transductores fijos enfrentados a volantes con marcas regulares que giran con el eje o codificadores. Se analizan dos distintas posibilidades de procesamiento de la señal para la extracción de las variaciones de velocidad instantánea en casos de transitorios de vibración torsional y velocidad de giro del eje variable. Se estudian la importancia del correcto establecimiento de los parámetros de medición y procesamiento, que sean adecuados para conseguir exactitud en la medición. El objetivo del trabajo es mejorar el entendimiento de las prestaciones de los métodos, desarrollando un software específico e implementando técnicas apropiadas para el mejoramiento de la calidad de la señal resultante. Esto se justifica debido a la relativamente pequeña variación de frecuencia que se mide en los casos prácticos de interés, en general del orden de pocos rad/s, llegando p.e. en un compresor alternativo a 4 rad/s.

3 MÉTODOS UTILIZADOS

En el presente trabajo se utilizan en forma comparativa los siguientes métodos para el cálculo de la Velocidad Angular Instantánea:

- **Medición de los intervalos de los pulsos de la señal.** Los registros temporales pueden ser de pequeña duración, conteniendo sólo algunos pulsos de la señal modulada, ya

que el cálculo de la frecuencia instantánea de rotación puede ser realizado pulso a pulso. Por otro lado, la frecuencia de muestreo debe ser suficientemente elevada y comparativamente alta, la que resulta en el orden práctico del orden de varios MHz.

- **Demodulación mediante señal analítica.** La demodulación de la señal puede ser realizada convenientemente mediante la obtención de la forma analítica de la señal, la que a su vez se calcula por medio de la transformada de Hilbert. A partir de la señal analítica, acondicionada mediante un filtro pasa banda, es posible extraer la fase de la señal. El filtro permite aislar la banda asociada a la frecuencia fundamental. La frecuencia instantánea se obtiene derivando la fase, recobrando así la información modulante, esto es las oscilaciones del giro del eje. La frecuencia de muestreo puede en este caso mantenerse relativamente baja y asociada a las frecuencias de muestreo normalmente utilizadas para representar la frecuencia portadora.

3.1 Generalidades de la señal obtenida desde el transductor

Dependiendo del tipo de transductor la señal puede tener distintas características, pero básicamente está conformada por pulsos con una frecuencia igual al producto del giro del eje ω_0 por el número de pulsos de la rueda del codificador N y que hace las veces de frecuencia portadora $\omega_c = N \omega_0$. La señal portadora (c de carrier) supuesta en primer instancia armónica, tiene la forma $y_c(t) = A_c \cos(\omega_c t)$ y su frecuencia es modulada por las variaciones de velocidad de giro del eje, representadas por medio de una función $\delta\omega(t) = N \delta\omega_0(t)$. Resulta entonces que la frecuencia instantánea $\omega(t)$ de la señal medida es la frecuencia portadora más la variación temporal $\delta\omega(t)$

$$\omega(t) = \omega_c + \delta\omega(t). \quad (1)$$

La fase de la señal modulada puede ser obtenida integrando la frecuencia instantánea $\omega(t)$ mediante una variable temporal τ . La señal modulada resulta entonces como

$$y(t) = A_c \cos\left(\int_0^t \omega(\tau) d\tau\right). \quad (2)$$

Suponiendo que $\delta\omega(t)$ es una es una señal armónica con frecuencia ω_m se escribe

$$\delta\omega(t) = \Delta\omega \cos(\omega_m t), \quad (3)$$

donde $\Delta\omega = N\Delta\omega_0$ representa la máxima desviación de frecuencia a partir de la portadora. La ec. (2) se escribe

$$y(t) = A_c \cos\left(\omega_c t + \int_0^t \delta\omega(\tau) d\tau\right) = A_c \cos(\omega_c t + \theta(t)), \quad (4)$$

representando $\theta(t)$ las variaciones de fase debido a la modulación, esto es

$$\theta(t) = \int_0^t \Delta\omega \cos(\omega_m \tau) d\tau = \frac{\Delta\omega}{\omega_m} \sin(\omega_m t), \quad (5)$$

donde el cociente entre la máxima desviación de frecuencia portadora y la frecuencia modulante es el índice de modulación

$$\beta = \frac{\Delta\omega}{\omega_m}. \quad (6)$$

4 ELECCIÓN ADECUADA DE PARÁMETROS DE MEDICIÓN

4.1 Consideraciones sobre el ancho de banda del filtro pasa banda

La elección del ancho de banda del filtro B_T es de importancia por cuanto por un lado debe ser lo más pequeño posible para disminuir el ruido final en la señal demodulada, pero por otro lado no debe truncar frecuencias contenidas dentro del “primer” ancho de banda de la señal portadora modulada. Una primera aproximación al ancho de banda de una señal FM puede obtenerse por la regla de Carson de las telecomunicaciones (Lathi, 2009), que expresa que el ancho de banda de una señal, debido a la modulación en frecuencia con una señal de ancho de banda W , puede aproximarse por

$$B_{TW} = 2(\Delta f + W) = 2W(1 + \beta), \quad (7)$$

donde Δf es la desviación máxima de la frecuencia instantánea y W es el ancho de banda de la señal modulante, esto es, para el caso de una señal monofrecuente $W = f_m$. El ancho de banda de la regla de Carson corresponde aproximadamente con el 98% de la potencia de la señal modulada. Sin embargo, en la presente aplicación de demodulación de señales provenientes de la mecánica las exactitudes necesarias son mayores. Para asegurar la mayor precisión requerida, se calculó el ancho de banda que retiene las bandas laterales necesarias en función del índice de modulación, de manera que el error en la representación de la potencia de la señal sea -70dB, obteniéndose las siguientes aproximaciones

$$\left. \frac{B_{TW}}{2W} \right|_{-70\text{dB}} = 2 + 3.1 \beta \quad \beta \leq 1$$

$$\left. \frac{B_{TW}}{2W} \right|_{-70\text{dB}} = 10.3757 + 1.0516 \beta \quad \beta > 1 \quad (8)$$

Mediante la ec. (8) es posible anticipar el ancho de banda mínimo necesario para el filtro pasa bandas del demodulador en función del índice de modulación.

4.2 Influencia de la Frecuencia de Muestreo

Las mediciones y el procesamiento de las señales se realizan en forma digital, para lo que la señal original analógica, supuesta una onda cuadrada, sufre un proceso de muestreo. Para el caso de digitalización de pulsos mediante un Conversor Analógico Digital (ADC) el error atribuible al método de medición del intervalo de pulso queda asociado al error de cuantificación cometido en la medición de la longitud del pulso. En efecto, siendo N_c el número de intervalos dt que comprende un pulso, la duración de un período de la señal portadora es

$$T_c = N_c dt = \frac{N_c}{f_s} ; \quad N_c = \frac{T_c}{dt} = \frac{f_s}{f_c}, \quad (9)$$

con f_s la frecuencia de muestreo. Ya que en teoría el error máximo posible en N_c es de ± 1 , resulta que el error relativo en el período ε_T es

$$\varepsilon_T = \frac{dt}{T_c} = \frac{1}{N_c}. \quad (10)$$

La frecuencia provista de error f'_c puede ser calculada a partir del período provisto de error $T'_c = T_c \pm dt$ junto con la ec. (9), además el error relativo en la frecuencia $\varepsilon_f = (f'_c - f_c) / f_c$ resulta

$$f'_c = \frac{1}{T_c} \frac{1}{1 \pm f_c f_s^{-1}}, \quad (11)$$

$$\varepsilon_f = \left| \frac{f_c f_s^{-1}}{1 \pm f_c f_s^{-1}} \right|. \quad (12)$$

Para errores relativamente pequeños (N_c elevados, $\frac{f_c}{f_s} \ll 1$) la ecuación anterior resulta

$$\varepsilon_f \approx \left| \frac{f_c}{f_s} \right|. \quad (13)$$

Como consecuencia la resolución en la medición de la frecuencia de giro del eje resultará

$$R_f = \varepsilon_f f_0. \quad (14)$$

Calculamos la variación de frecuencia causada en un eje por la oscilación torsional con amplitud máxima θ_{\max} [°], en este caso la semiamplitud de giro torsional en el eje expresado en radianes θ_g resulta

$$\theta_g = \theta_{\max} \frac{\pi}{180} \text{ [rad]} \quad (15)$$

y la velocidad angular instantánea

$$\omega_g = 2\pi f_m \theta_g = 2\pi f_m \theta_{\max} \frac{\pi}{180} \text{ [rad/s]}. \quad (16)$$

La desviación máxima de la señal demodulada, obtenida a partir del codificador y ahora expresada en Hz, resultará

$$\Delta f_0 = \frac{\pi}{180} f_m \theta_{\max} \text{ [Hz]}. \quad (17)$$

El índice de modulación, referido a la señal en bruto registrada, se calcula como

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{\pi}{180} N \theta_{\max}. \quad (18)$$

La cantidad de intervalos de digitalización de la desviación máxima del rotor puede ahora expresarse como

$$n_{\Delta f} = \frac{\Delta f_0}{R_f} = \frac{\pi f_m f_s \theta_{\max}}{180 N f_0^2}, \quad (19)$$

por lo que si se pretende un número mínimo de puntos de cuantificación debe ser

$$N < \frac{\pi f_m f_s \theta_{\max}}{180 f_0^2 n_{\Delta f}}. \quad (20)$$

Lo anteriormente expuesto es aplicable para señales digitalizadas en los intervalos de digitalización dt , como es el caso de sistemas basados en hardware. El procesamiento por software facilita una interpolación entre los intervalos, por lo que disminuye el error en la detección del período y la frecuencia. Tal es el caso de la utilización de funciones predefinidas tales como *pulseperiod* o *pulsewidth* de Matlab, que es el método implementado en el presente trabajo. La detección por software permite elegir además entre la medición del semipulso, del pulso completo, o efectuarla de a varios pulsos. A medida que aumenta el intervalo medido (múltiplo del periodo real) se aumenta la exactitud, pero se pierde resolución (cantidad de puntos) en la definición de la desviación de la frecuencia y en el tiempo.

4.3 Influencia del número de dientes del codificador

Analizamos a continuación la relación entre f_m y f_c , es decir, cuantas veces está contenida un período de la onda portadora en un período de la onda modulada. Este parámetro, ya que representa la calidad de la señal modulada en la portadora, puede considerarse de importancia para todos los métodos.

En el Método de Ancho de Período (MAP), el número de dientes del codificador N determina el número de puntos n_p en un período de la señal demodulada (IAS), ya que con este método obtenemos una lectura de frecuencia por período o por semiperíodo de la señal portadora. Para el primer caso se tiene

$$n_p = \frac{f_c}{f_m} = \frac{N f_0}{f_m}. \quad (21)$$

De acuerdo con el teorema del muestreo, n_p debe ser mínimo 2 puntos por período, en términos prácticos y adoptando un mínimo de 10 por ejemplo, se tiene

$$N \geq n_{arm} \frac{10 f_m}{f_0}. \quad (22)$$

Tener en cuenta además, que en la ec.(22) el cociente f_m / f_0 representa el número de períodos de modulación por giro del eje. Si el objeto de análisis resultara tener “eventos” por revolución, como un motor a explosión, p.e., entonces el cociente representa el número de eventos por ciclo y el número mínimo de N debe todavía ser multiplicado por el número de armónica máxima n_{arm} a tener en cuenta del proceso que se desea investigar.

En el Método de la Señal Analítica es necesario que la frecuencia de la portadora sea mayor que la mitad del ancho de banda. La condición es

$$N f_0 > \frac{B_{rw}}{2}. \quad (23)$$

Como el ancho de banda puede aproximarse con la ec. (8) con $W = f_m$ resulta

$$\begin{aligned} N &> \frac{2 f_m}{f_0 - 3.1 \Delta f_0} & \beta \leq 1 \\ N &> \frac{10.4 f_m}{f_0 - 1.05 \Delta f_0} & \beta > 1 \end{aligned} \quad (24)$$

donde

$$\beta = \frac{N \Delta f_0}{f_m}. \quad (25)$$

Conclusión: respecto de N , debe ser suficientemente pequeño como para definir con suficiente resolución a la señal demodulada, sobre todo si se investigan transitorios donde interesa la forma de la onda, esto de acuerdo con ec. (20). También para atender a la frecuencia de los procesos que se investigan (modulantes), su valor debe ser mayor que un mínimo, de acuerdo con la ec.(22). El aumento de N incrementa la frecuencia portadora, por lo que de acuerdo con la Ecuación (13) debe adecuarse (aumentarse) la frecuencia de muestreo para evitar aumentar el error atribuible al proceso de medición. Lamentablemente la frecuencia de muestreo resulta limitada por el hardware utilizado.

4.4 Influencia de la frecuencia de muestreo

Analizamos a continuación la relación entre f_c y f_s , es decir con qué calidad se muestrea la señal portadora.

En el Método de Ancho de Período (MAP), de acuerdo con la ec.(13) y admitiendo un error determinado, p.e. del 0.5% la frecuencia de muestreo mínima necesaria resulta

$$f_s > \frac{f_c}{\varepsilon_f} = 200 f_0 N. \quad (26)$$

En el Método de la Señal Analítica, y teniendo en cuenta al teorema del muestreo, se requiere que la f_s sea al menos 2 veces mayor que la frecuencia máxima de la señal portadora.

$$f_s > 2(f_c + \Delta f_c) + B_{TW}, \quad (27)$$

donde B_{TW} se calcula de la ec. (8) y Δf_c representa el ancho de banda originado por el cambio de frecuencia de la portadora dentro de la ventana temporal utilizada.

5 ALGORITMO DE DEMODULACIÓN UTILIZADO

5.1 Descripción del Procedimiento, Etapas

La señal registrada es procesada para extraer la modulación mediante un procedimiento que consta de las siguientes etapas:

a) Aplicación del Limitador, que conforma la señal en sus amplitudes, elimina variaciones causadas por ruido y otras modulaciones provenientes del tipo de sensor utilizado.

b) Partición de la señal en ventanas temporales de menor duración (frames). Esta operación tiene como función limitar la cantidad de datos, disminuyendo el tiempo máximo de la señal de proceso en las transformadas. Además posibilita una demodulación libre de errores, evitando el solapamiento de las bandas de frecuencia fundamental y tercera del espectro (esta generada por la presencia de armónicas impares en la onda cuadrada). Es conveniente en esta etapa también prever un grado de solapamiento de los *frames*, a efectos de evitar los errores de procesamiento relacionados con el comienzo y final de los registros. Cada ventana de los registros es analizada como sigue y los resultados finales del lapso total son ensamblados a partir de los resultados obtenidos en cada ventana.

c) Cálculo de la Transformada de Fourier de la ventana. En este punto es conveniente usar ventanas de muestreo de la señal (Hanning, por ejemplo) y el agregado de zona muerta, variable en función del caso, para evitar *leakage*, *ringing*, mejorar la definición de las frecuencias y la exactitud.

d) Evaluación preliminar del ancho de banda de la señal a partir de este espectro, de acuerdo con la ec.(8), al que eventualmente se le adiciona el cambio de frecuencia de

portadora dentro de la ventana temporal utilizada Δf_c , si fuese no nulo.

e) Evaluación numérica del ancho de banda sobre el espectro. Esta evaluación involucra una serie algoritmos para identificar la primera banda y conseguir una aproximación de su ancho.

f) Aplicación de un filtro pasabanda al espectro, eliminando las frecuencias fuera de la banda.

g) Cálculo de la función analítica de la señal. La función analítica $X(t)$ de la señal real $x(t)$ es

$$X(t) = x(t) + i \tilde{x}(t), \quad (28)$$

donde $\tilde{x}(t)$ es la Transformada de Hilbert de $x(t)$. Conviene aquí calcular la Transformada directamente en el dominio de la frecuencia, a partir de la Transformada de Fourier. En efecto, si $x(t)$ posee una longitud de registro M (desde 0 a $M-1$), la señal analítica $X(t)$ puede calcularse como

$$X(t) = IFFT \left\{ B(m) \cdot FFT [x(t)] \right\}, \quad (29)$$

donde

$$B(m) = 2 \text{ para } m = [0, M/2-1]; B(m) = 0 \text{ para } m = [M/2, M-1]. \quad (30)$$

FFT e IFFT representa a la Transformada y Antitransformada de Fourier, respectivamente. Téngase además en cuenta en las transformadas la necesidad del uso de ventanas y zonas muertas.

h) Obtención de la velocidad angular instantánea. Existen varias alternativas posibles para obtener la IAS a partir de la señal analítica, a saber (Feldman, 2011):

i) Mediante una derivada temporal de la fase de la señal analítica

$$\omega(t) = \frac{d}{dt} \left(\arctan \frac{\text{Im}(X(t))}{\text{Re}(X(t))} \right). \quad (31)$$

ii) A partir del cálculo de la derivada temporal de la misma función analítica

$$\omega(t) = \text{Im} \frac{\dot{X}(t)}{X(t)}. \quad (32)$$

iii) Calculando los productos internos de la función analítica por su conjugada desplazada un intervalo temporal dt :

$$\omega(t) = \frac{1}{dt} \arctan \frac{\text{Im}(X_n \cdot X_{n+1}^*)}{\text{Re}(X_n \cdot X_{n+1}^*)}. \quad (33)$$

La opción *i*) es conceptualmente transparente y directa a partir del cálculo de la derivada de la fase de $X(t)$. Para realizar la opción *ii*) se necesita la derivada de la función analítica, la que se puede calcular en el dominio del tiempo, o bien convenientemente en el dominio de frecuencia, multiplicando el argumento de la IFFT de la ec. (29) por el vector $(i2\pi f)$ y luego antitransformando. La opción *iii*) resulta computacionalmente la más conveniente, ya que, partiendo de $X(t)$ requiere solo M productos complejos para generar el producto elemento a

elemento del vector complejo X por el mismo desplazado un dt .

i) Ensamble de las ventanas temporales (frames) para obtener un historial de las velocidades angulares en el tiempo total registrado. La frecuencia de muestreo es la original de la señal portadora modulada, lo que resulta excesivo para su relativamente baja frecuencia. Esto se manifiesta en una frecuencia de Nyquist excesivamente alta, para la aplicación de un filtrado final pasa bajos, por representar la frecuencia de corte del filtro una fracción pequeña de la frecuencia de Nyquist.

j) Reducción de la resolución de muestreo (downsampling).

k) Filtrado pasa bajos, con el objeto de atenuar las frecuencias altas fuera del rango posible.

l) Corrección de la línea de base de la señal temporal, para mejorar la visualización del espectro.

m) Para una visualización de la señal demodulada, se calcula una transformada tiempo-frecuencia de la IAS, escalando las amplitudes de la transformada de forma que representen las amplitudes originales. Esto posibilita el análisis de las variaciones en tiempo y frecuencia del giro del rotor analizado, lo que resulta especialmente importante en transitorios.

5.2 Método de corrección de la rueda de medición

El método propuesto corrige la señal de lectura, mediante una estimación del error en la distribución de los pulsos en la rueda. Para esto se calcula en primera instancia, un vector de participación angular de cada pulso dentro de una vuelta completa, lo que resulta de un promedio del cociente de los lapsos que transcurren para cada pulso dividido el tiempo total de giro para cada vuelta. De esta manera el vector de participación promedio resulta independiente de la velocidad de la rueda, sin embargo este resulta rigurosamente exacto solo para cuando la velocidad no varía dentro el período que ocupa cada giro. La citada hipótesis resulta muy razonable, sobre todo si la lectura se efectúa en un momento sin cambios apreciables de la velocidad de la máquina. Además por efecto del promedio, las componentes aleatorias disminuyen su valor con el aumento del número de giros considerados.

Sea $r(n, j)$ el vector de participación de cada diente $n = 1, \dots, n_p$ en la vuelta j , calculado como

$$r(n, j) = \frac{t(n+1, j) - t(n, j)}{T(j)}, \quad (34)$$

donde t es el tiempo de ocurrencia de un punto característico del pulso, por ejemplo, su punto de comienzo y T el período de la vuelta. Se obtiene un vector $r_p(n)$ de participación promedio de cada diente, como

$$r_p(n) = \sum_{j=1}^{n_c} r(n, j) \quad (35)$$

esto es, la media aritmética de las participaciones $r(n, j)$ considerando n_c vueltas para el promedio. Sea además

$$r_t = 1/n_p \quad (36)$$

la participación teórica de cada diente en la rueda. El error temporal de cada pulso se obtiene dentro de un proceso de corrección del pulso n dentro de la vuelta j

$$\Delta t(n, j) = (r_t - r_p(n)) T(j). \quad (37)$$

Por lo que cada punto de inicio de pulso $t(n, j)$ se corrige para obtener una versión desafectada de los errores de la rueda $t_c(n, j)$ mediante

$$t_c(n, j) = t(n, j) + \Delta t(n, j). \quad (38)$$

Corregidos de esta forma los puntos de inicio de los pulsos, se efectúa posteriormente una redistribución de los tiempos discretos originalmente definidos dentro del pulso, logrando intervalos uniformes dentro de cada vuelta y un vector de tiempos corregido final. Por último se efectúa una interpolación de la señal registrada, pero ahora asociada a un vector de tiempos corregidos, para obtener una nueva señal corregida y definida en la base original de tiempos con intervalo de muestreo $1/f_s$.

En el apartado de Resultados se muestra la capacidad del método propuesto y las experiencias realizadas en la corrección de los distintos sistemas de codificación utilizados para el registro de la señal.

6 CASOS ANALIZADOS

El algoritmo de demodulación y los procedimientos citados en el apartado anterior, Método del Ancho de Pulso (MAP) y Método de la Señal Analítica (MSA) fueron implementados en un código computacional, que sirven para el posprocesamiento de registros adquiridos. Adicionalmente los registros fueron corregidos en los errores de la rueda de medición según la implementación del apartado precedente.

7 SISTEMA MECÁNICO BAJO ANÁLISIS

7.1 Descripción del modelo de ensayo

El Sistema mecánico implementado en el Laboratorio de Estructuras de la Universidad Nacional de Córdoba consta básicamente de un tramo de rotor flexible y dos ejes laterales del tipo “Jeffcot” coaxiales, torsionalmente rígidos y provistos de masas rotantes. El rotor flexible es una varilla trefilada de pequeño diámetro y las masas laterales conformadas por discos de acero sobre ejes de mayor sección y rigidez. Estos ejes laterales porta masas se encuentran convenientemente apoyados sobre dos rodamientos a cada lado, ver [Figura 1](#) y [Figura 2](#), y todo el sistema está fijado sobre una placa de acero rígida.

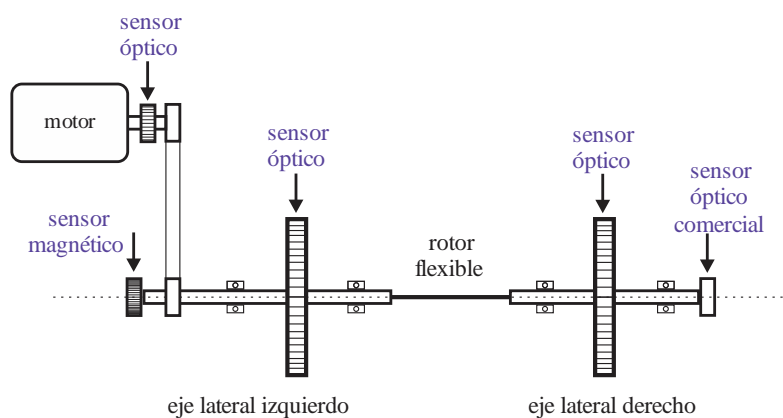


Figura 1: Esquema del sistema mecánico experimental

El sistema es impulsado mediante un motor eléctrico asíncrono de CA cuya velocidad es regulada mediante un variador de velocidad del tipo inverter. La transmisión al rotor se realiza

mediante una correa plana con una relación de transmisión de tipo multiplicativa 1,27. Los discos de acero están provistos de cinta impresa y sensores ópticos, de la misma manera en el eje motor. En los extremos libres del sistema rotor y ejes laterales, se montaron una rueda dentada y un sensor magnético (izquierda) y un encoder óptico comercial (derecha).

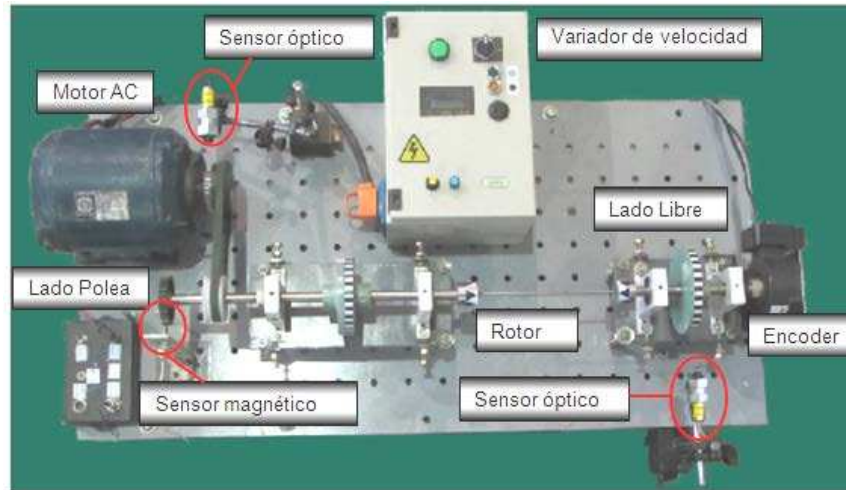


Figura 2: Imagen del dispositivo de ensayos

7.2 Propiedades mecánicas del modelo de ensayos

En la [Tabla 1](#) se encuentran las propiedades inerciales y elásticas del modelo y en la [Tabla 2](#) el valor de la primera frecuencia natural torsional y el modo asociado. A continuación, se presentan los resultados del estudio analítico y experimental realizado en el modelo de ensayos de la [Figura 3](#) para determinar sus propiedades mecánicas. A los fines del cálculo, se ha tenido solo en cuenta la elasticidad del rotor flexible y los momentos de inercia de los discos.

7.3 Ensayos experimentales de validación

Para validar el modelo utilizado en el cálculo de la primera frecuencia natural a la torsión, se realizó un ensayo de respuesta libre en el que se midió la respuesta libre del rotor luego de aplicar un excitación de tipo torsional. Para medir dicha respuesta se colocaron acelerómetros capacitivos en ambos discos.

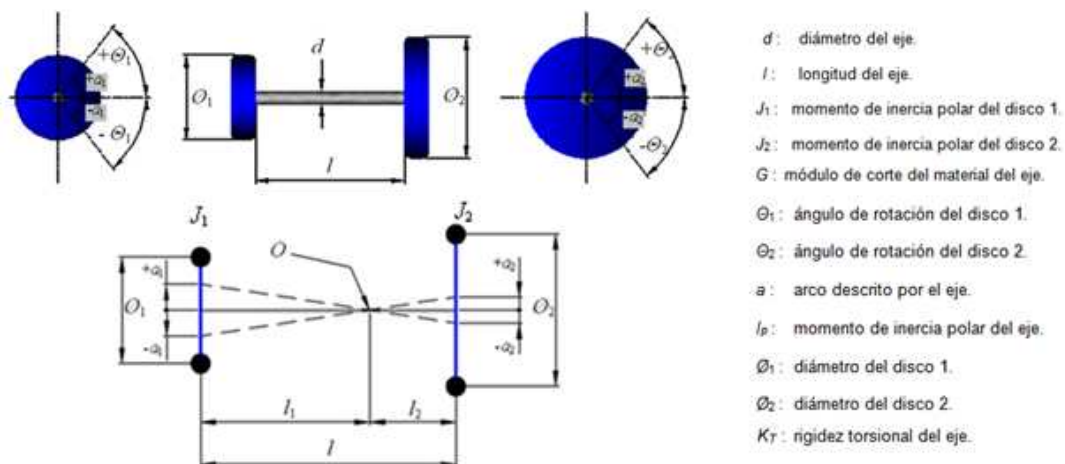


Figura 3: Croquis del sistema y definición de variables

Propiedades del rotor flexible		
Longitud del eje	[mm]	200
Longitud del tramo l_1	[mm]	110
Longitud del tramo l_2	[mm]	90
Diámetro del eje d	[mm]	4
Módulo de corte G	[N/m ²]	7.9E+10
Rigidez a la torsión K_T	[Nm/rad]	9,425
Propiedades del tramo de los ejes laterales		
Longitud del eje	[mm]	400 (izq.), 200(der.)
Diámetro del eje	[mm]	14
Módulo de corte G	[N/m ²]	7.9E+10

Tabla 1: Propiedades elásticas de los ejes del modelo de aplicación

Modo	Frecuencia		Componentes modales [rad]	
	Rad/seg	[Hz]	a_1	a_2
1	100,64	16	1	-0,811

Tabla 2: Primera frecuencia natural y forma modal

La Figura 4 muestra la respuesta libre de los discos del modelo en la que se puede observar que las oscilaciones se producen con un desfase de 180°, característica del primer modo natural a la torsión, y una frecuencia 15,6 Hz explicitada en la Transformada de Fourier que se incluye en la misma figura. El valor de la frecuencia así medida tiene un valor 2,274% inferior al valor real de la primera frecuencia natural a la torsión del modelo de ensayos debido al incremento de los momentos de inercias de los discos por las masas de los sensores capacitivos.

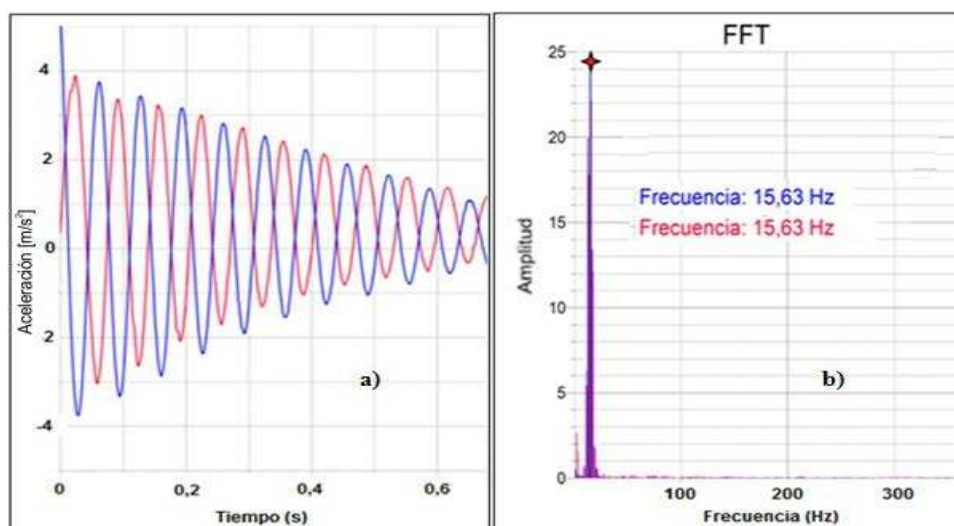


Figura 4: Ensayo de respuesta libre del rotor

7.4 Instrumental de medición

La medición de las oscilaciones angulares fue realizada con tres tipos de sensores, (i) con un encoder rotativo de tipo óptico (marca BEI Sensor, mod. HS35F, 32 pulsos/vuelta), (ii) con

un sensor magnético (marca Micro Detectors modelo AE1/AN-1A) y una rueda dentada de 36 dientes y (iii) con dos sensores ópticos de tipo láser (marca Monarch modelo ROLS-W) y una cinta impresa con 30 segmentos. Tanto el sensor magnético como los sensores ópticos cuentan con un circuito conformador de pulsos. En la [Figura 2](#) se muestra el montaje de los distintos transductores utilizados. El registro de las señales generadas por los sensores fue realizada en forma simultánea con un adquirente de datos Vibraspec 400 AG de 4 canales y el software de análisis Maintraq Analyzer, ambos marca IDEAR. La medición de la corriente eléctrica fue realizada con una pinza amperométrica con salida analógica marca Fluke cuya sensibilidad es de 10mV/A.

7.5 Fuentes de excitación torsional

De origen mecánico

Las principales fuentes de excitación torsional de origen mecánico que presenta el modelo de ensayos son las excentricidades de las poleas. Estas excentricidades producen variaciones temporales de la IAS, ya que los radios instantáneos de las poleas quedan modulados en amplitud con la excentricidad. La polea conductora (subíndice 1) presenta un diámetro de 70 mm y una excentricidad de 0.17 mm, por su parte la conducida (subíndice 2) un diámetro de 55 y una excentricidad de 0.07 mm. En la ecuación (48) se presenta una expresión simplificada de la IAS del eje del rotor, denominada $f_2(t)$

$$f_2(t) = f_1 \left(\frac{\phi_1}{2} + e_1 \cos(2\pi f_1 t + \varphi_1) \right) / \left(\frac{\phi_2}{2} + e_2 \cos(2\pi f_1 \frac{\phi_1}{\phi_2} t + \varphi_2) \right), \quad (39)$$

donde φ_1 y φ_2 son ángulos de fase iniciales. El espectro de $f_2(t)$ (no mostrado aquí) presenta dos picos importantes en la frecuencia del motor f_1 y la frecuencia teórica correspondiente del rotor $f_1 \phi_1 / \phi_2$. Además se observa la frecuencia 2X del motor y otras modulaciones de mucho menor importancia.

De origen eléctrico

Las principales fuentes de excitación eléctrica se deben las perturbaciones que produce el variador de velocidad en la corriente de alimentación al motor eléctrico. Los variadores de velocidad convierten la corriente de la línea de 50 Hz a corriente continua y luego reinvierten la corriente continua a corriente alterna de frecuencia variable. Este proceso de inversión electrónico genera perturbaciones armónicas y sub armónicas en la corriente de alimentación. Estas perturbaciones eléctricas producen variaciones en el torque generado por el motor eléctrico, y se han reportado como causas de fallas importantes en máquinas rotantes (Sheppard, 1988; Feese and Maxfield, 2008). En la [Figura 5](#), se muestra un espectro obtenido a partir de la corriente medida a una frecuencia de salida del variador de 24,2 Hz (punto 1) en el que se puede observar la presencia, principalmente, de una componente sub armónica de 16,1 Hz (punto 2) que tiene un orden de 0,7 X. La amplitud está indicada en escala logarítmica para una mejor apreciación.

8 ENSAYOS REALIZADOS

Se realizaron distintas experiencias trabajando en el banco de ensayo experimental construido y a partir de mediciones provenientes de los cinco sensores para movimiento rotacional instalados. Los registros obtenidos permitieron el mejoramiento del software utilizando señales reales. De los ensayos realizados se citan a continuación:

a) Ensayo de puesta a punto de la corrección de la rueda de medición: Con el rotor

girando a velocidad constante, se tomaron muestras de registros provenientes de los distintos sensores implementados. Posteriormente se aplicó el método de corrección de rueda propuesto y se obtuvieron las mejoras, que se detallan más adelante. Para todos los casos se utilizó un número de vueltas para el promedio de los factores de participación de dientes $n_c = 30$.

b) Ensayo de funcionamiento, interrupción de energía: Con el rotor girando a velocidad constante de 1400 rpm (23.33 Hz) se provocaron sucesivas interrupciones repentinas de energía al motor en tiempos aleatorios y con una posterior reconexión al cabo de aproximadamente 0,5 s. Objetivo: estudiar las rampas de desaceleración y aceleración generadas por la energización secuencial repentina del sistema. Excitar las vibraciones torsionales del rotor.

c) Ensayo de funcionamiento, arranque de máquina: Partiendo del reposo, se incrementa la velocidad del rotor con una rampa lineal de 1.1 Hz/s. Objetivo: detectar las variaciones de frecuencia instantáneas debidas a la dinámica del rotor y del sistema de alimentación durante el barrido de frecuencias.

En los ensayos de funcionamiento los registros superaron 20 s de longitud. Se utilizó una $f_s = 24$ kHz.

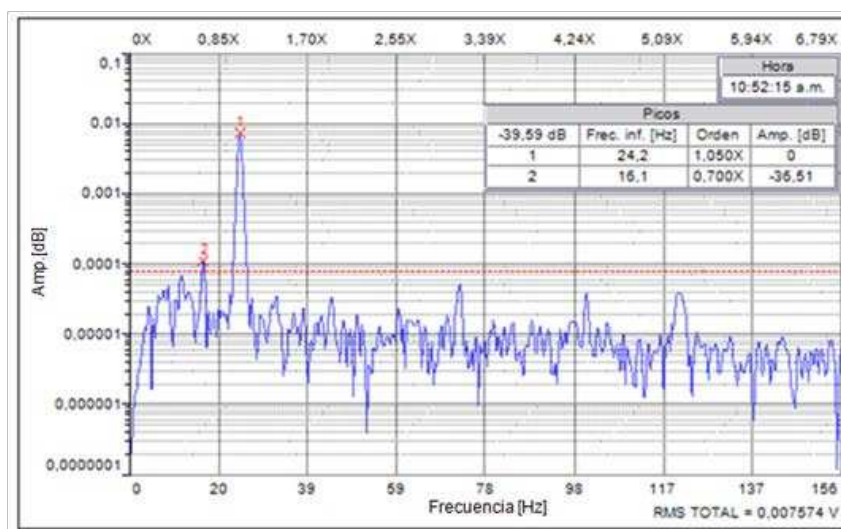


Figura 5: Espectro en frecuencias de la corriente de alimentación al motor AC

9 RESULTADOS

9.1 Ensayo de puesta a punto de la corrección de la rueda de medición

En la [Tabla 3](#) se muestra el factor de participación teórico r_j , la varianza σ obtenida de $r(n, j)$ y el Coeficiente de Variación (CV) para los tres sensores utilizados. Tanto σ como CV se presentan en su versión antes y después de la corrección efectuada. Se observa que el error es menor para el encoder óptico frente a la rueda dentada y a la cinta impresa, ya que su proceso constructivo es de mayor calidad que en otros dos casos. La cinta impresa resultó con el mayor CV de 3,60%. Sin embargo, el proceso de corrección logra mejoras del CV a valores similares a los del encoder óptico. Esto se debe a que el error se encuentra mayormente en la distribución espacial de la cinta de papel y en su paso por el sensor óptico (excentricidades, error de perpendicularidad) que en el proceso de óptico de lectura. Este proceso óptico es de superior calidad que el del sensor magnético utilizado, en el que resultaron prácticamente

infructuosos los intentos de corrección (CV mejora solo de 2,10 a 2,05), ya que en este caso el proceso de lectura en sí mismo ya resulta con fuertes errores asociados.

Sensor	r_t	σ	σ correg.	CV	CV correg.
encoder óptico	0,0313	3,04E-04	2,20E-04	0,97%	0,70%
rueda dentada	0,0278	5,83E-04	5,70E-04	2,10%	2,05%
cinta impresa	0,0333	1,20E-03	2,18E-04	3,60%	0,65%

Tabla 3: Errores de los codificadores utilizados, Desviación estándar y Coeficiente de variación.

9.2 Consideraciones preliminares a los ensayos de funcionamiento

A continuación se transcribe un resumen del control de los parámetros de medición, realizado según las consideraciones del apartado “Elección adecuada de parámetros”.

Método de Ancho de Período

- El error máx. debido a cuantificación del período es de aprox. 3% para $f_0 = 30$ Hz, ec. (13).
- Considerando $n_{arm} = 1$, y $f_0 = 5$ (mínimo) resulta $N > 34$, ec. (22), lo que significa que debería aumentarse N .
- El número de puntos de cuantificación de Δf , $n_{\Delta f}$ resulta menor que la unidad, ec. (20), si se considera, p.e. $\theta_{max} = 2^\circ$ y $f_0 = 30$ Hz. Debería por esta razón utilizarse una frecuencia de muestreo muy superior a la elegida.

Como conclusión el método MAP utilizado con estos parámetros no puede garantizar resultados confiables.

Método de la Señal Analítica

- Adoptando $\Delta f_0 = 0.5$, resulta $\beta \approx 0.9 < 1$.
- $N > 24$, ec.(24), considerando $f_0 = 3$ (mínimo), por lo que satisface.
- $f_s > 9$ kHz, con $f_0 = 30$ (máximo), $\Delta f_c = 0$, y $f_{max} = f_s / 10$, ec. (27), por lo que satisface ampliamente. Calculamos el máximo Δf_c que se puede utilizar para el caso de arranque de máquinas: $\Delta f_c = 50$ Hz por lo que la frecuencia máxima de la primera banda de frecuencias no excede el 10% de la frecuencia de muestreo. Sin embargo, para mayor exactitud se utilizan 12 frames con un solapado de 50%, lo que conduce a 23 frames en total.

A continuación se presentan los resultados obtenidos, luego del procesamiento de las señales bajo el Método de la Señal Analítica, que resulta el método factible con los parámetros elegidos. Los resultados se muestran bajo la forma de: a) Histogramas de velocidades angulares instantáneas, b) Espectrogramas de velocidades angulares instantáneas, c) Fases relativas entre componentes. Los ensayos de funcionamiento se llevaron a cabo obteniendo las señales de la siguiente forma: 1) Eje motor, mediante sensor óptico y cinta impresa, 2) Eje rotor, lado polea: mediante sensor magnético y rueda dentada, 3) Eje rotor, lado libre: mediante sensor óptico y cinta impresa.

9.3 Ensayo de interrupción de energía

La Figura 6 muestra la evolución temporal de la IAS durante el ensayo de interrupción de energía, tanto para el lado libre como para el lado polea. En forma global, se observan bruscos descensos y ascensos de la frecuencia de giro del rotor a partir de los momentos de desconexión y conexión, claramente identificables por un cambio brusco de la pendiente. Debido a que las oscilaciones de frecuencia son relativamente pequeñas respecto de la frecuencia de giro del rotor, se muestra una zona ampliada indicada por un recuadro en el

gráfico a partir de la última conexión (21 s). Se observa una oscilación armónica de la frecuencia con forma monofrecuente a 16,7 Hz. Esta frecuencia corresponde al modo torsional del sistema acoplado y difiere levemente a los 16 Hz determinados analítica y experimentalmente para el sistema libre-libre. Las amplitudes máximas observables son de aprox. ± 0.35 Hz en contrafase en el lado libre respecto del lado polea, lo que se justifica en que estas resultan de derivar a los desplazamientos angulares torsionales, que se encuentran en contrafase. En el lado libre se insinúa, para la frecuencia en régimen algunas modulaciones de amplitud generadas por el batido de la frecuencia torsional y la frecuencia de giro.

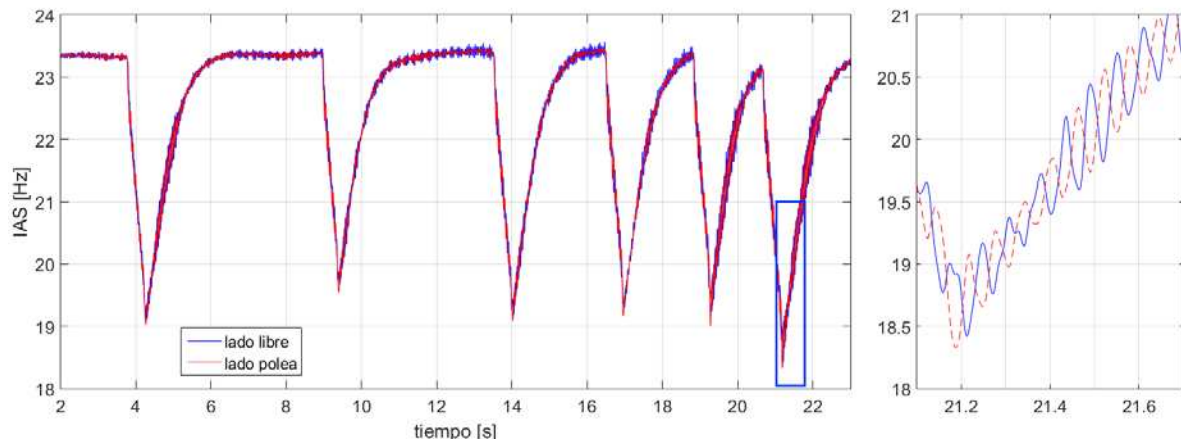


Figura 6: Velocidad angular instantánea del rotor lado libre y lado polea, incluye zoom zona arranque

Los espectrogramas de la Figura 7 evidencian la aparición de oscilaciones torsionales para los instantes posteriores a la reconexión de la energía al motor eléctrico. Este fenómeno alcanza duraciones de pocas décimas de segundo y alcanza amplitudes variables dependiendo de la proximidad de la frecuencia de giro a la frecuencia propia torsional en el momento de reconexión y de las fases relativas en ese instante. Comparando los espectrogramas de ambos extremos, resultan las amplitudes de las oscilaciones torsionales del lado polea levemente superiores a las del lado libre. En efecto, el sistema del rotor, estando acoplado por medio de la polea con el motor, no oscila como un sistema libre-libre e interacciona dinámicamente con el motor. Finalmente, la fase relativa entre ambos extremos del rotor Figura 8 muestra incrementos repentinos en las amplitudes de las oscilaciones de la fase. Esto último sucede en los instantes de desconexión de la energía, con menor amplitud que los que se verifican en los instantes posteriores a la conexión, debido a la relativamente pequeña diferencia instantánea entre la frecuencia de giro con la frecuencia torsional del rotor.

9.4 Ensayo de arranque de máquina

Para el ensayo de arranque de máquina, el gráfico de histograma de IAS del rotor lado libre muestra la rampa lineal esperada, Figura 9 donde el “grosor” variable de la línea indica zonas de amplificación de las oscilaciones, tal como se puede apreciar en la zona ampliada entre los 12 y 15 s. que se corresponde con la frecuencia torsional. Las amplificaciones resultan aquí sólo de aprox. ± 0.13 Hz, ya que la rampa utilizada no genera excitaciones de importancia.

La curva de fase relativa entre ambos extremos del rotor se muestra en la Figura 10 para el caso de Ensayo de arranque. Inmediatamente por debajo del histograma se muestra la transformada de Fourier de la misma señal. El espectro indica una señal de ancho de banda estrecho en torno a la frecuencia propia torsional del rotor. Además la envolvente de las amplificaciones forma lóbulos entre los intervalos 12-14 s, 16-20 s y 20-24 s. Estos tiempos se corresponden respectivamente con la coincidencia de la frecuencia torsional del rotor con:

la frecuencia de giro del rotor, la frecuencia de giro del motor y la sub armónica del variador de frecuencia utilizado.

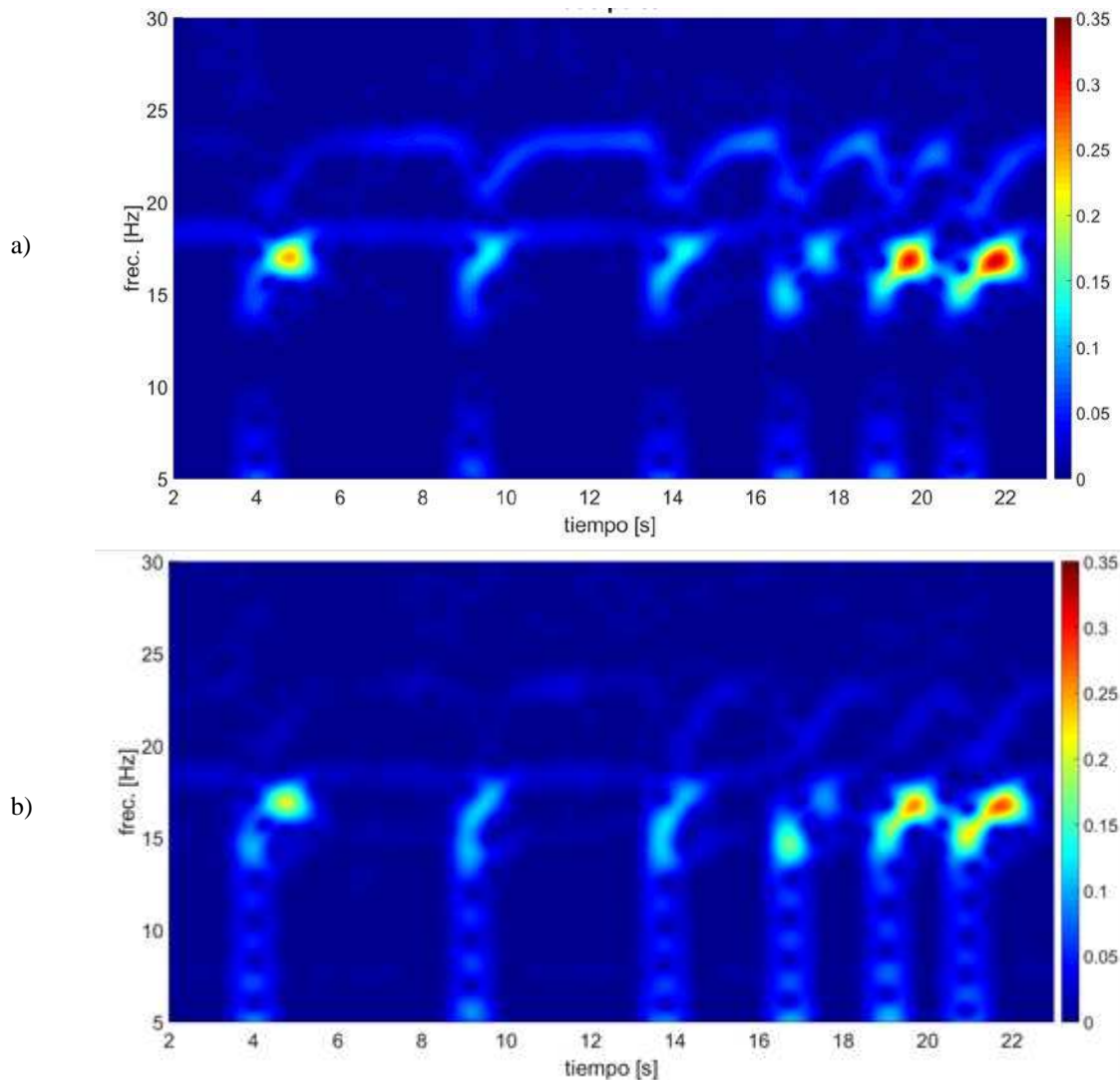


Figura 7: Espectrograma rotor, a) lado polea, b) lado libre

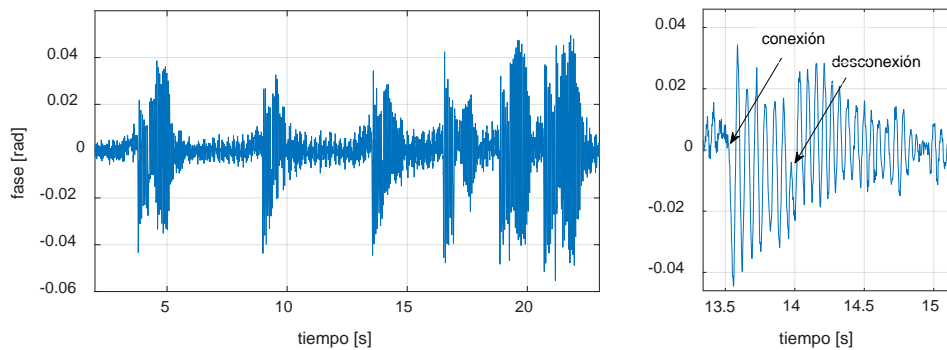


Figura 8: Fase relativa rotor, lado polea vs. lado libre

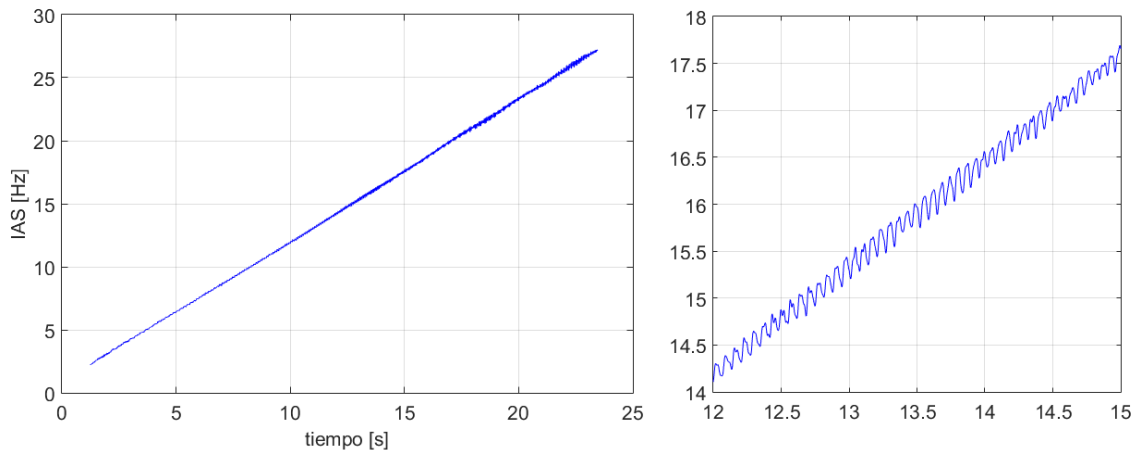


Figura 9: IAS eje rotor lado libre, y ampliación en la frecuencia torsional de resonancia.

Un análisis más detallado se logra mediante la construcción de espectrogramas, como los de las Figura 11, en el que se observa las características frecuencia-tiempo de las señales del motor (a), del rotor lado polea (b) y del rotor lado libre (c).

Por encima del plano azul oscuro de oscilaciones nulas, se observan líneas radiales que representan el aumento de las oscilaciones a partir del origen del gráfico. Estas líneas representan a las frecuencias 1X del rotor y a la frecuencia 1X del motor, que se destaca por poseer las mayores amplitudes. Además se reconocen las frecuencias 2X y 3X del motor.

En el espectrograma del rotor lado polea, se destacan las líneas 1X del rotor, 1X del motor y una sub armónica proveniente del variador de frecuencia. Véase Apartado “Análisis de sub armónicas del variador de frecuencia”. Se esboza aquí también una línea horizontal en la frecuencia torsional para todos los tiempos registrados. La línea indica tres zonas principales de amplificación, correspondientes a la intersección con las armónicas fundamentales del rotor, motor y a la sub armónica de la frecuencia principal del variador de velocidad, esta última constituyéndose en la más importante, con amplitudes de 0.2 Hz, según se puede leer en la escala de colores a la derecha del gráfico. Nótese además que las oscilaciones máximas de este extremo duplican a las oscilaciones del eje motor, de acuerdo con las escalas correspondientes.

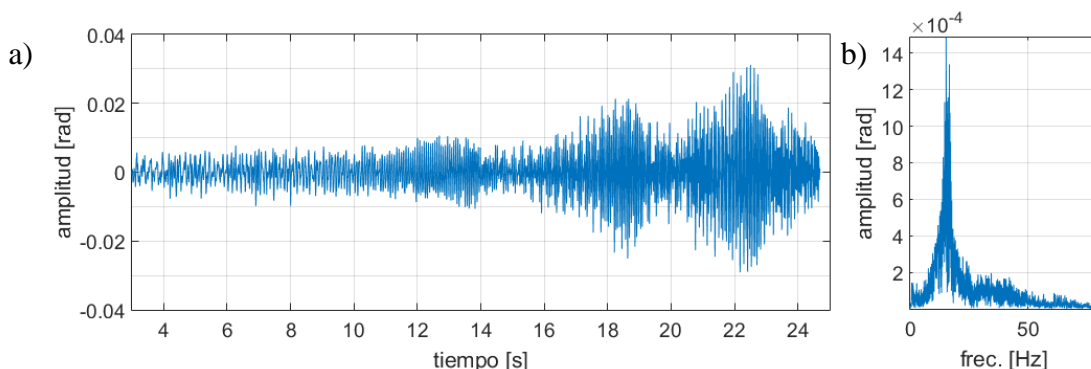


Figura 10: Fase relativa eje rotor entre lado polea y lado libre a) histograma, b) transformada de Fourier

El gráfico correspondiente al eje rotor lado libre muestra similares características que el extremo contrario. Se notan aquí las mismas tres amplificaciones citadas en el extremo lado polea, mientras que las amplitudes sobre la línea correspondientes al 1X rotor son notablemente más elevadas en la zona de frecuencias superiores a la frecuencia torsional. Esto

se explica por el incremento en la irregularidad de marcha producida por una transmisión que posee excentricidades en las poleas del motor y del rotor. Esto último se evidencia analizando el espectro de la fase relativa el cual indica que solo hay movimientos relativos entre las masas de los discos, por torsión, en condición de resonancia.

10 CONCLUSIONES

El presente trabajo aborda dos distintas metodologías para la medición de la velocidad angular instantánea (IAS), tomando posición respecto de su aplicabilidad, exactitud y forma de implementación. Ambos métodos se basan en el procesamiento por software de señales moduladas en frecuencia obtenibles mediante hardware comercial no específico, esto es un codificador de bajo costo y un transductor fijo. Los algoritmos utilizados son el método del ancho del pulso y una implementación del método basado en la señal analítica. Se realizó un exhaustivo análisis de los parámetros de medición y procesamiento necesarios para asegurar la calidad y exactitud deseada en los resultados. Los resultados del trabajo contribuyen a evitar el desconcierto y la prueba y error en la elección de los numerosos parámetros involucrados.

Respecto del método del ancho del pulso, tiene como ventaja su extrema sencillez. Sin embargo, no pudo ser aplicado con los parámetros factibles en la cadena de medición utilizada. En términos de la precisión exigida para las aplicaciones de interés, se puede considerar como un método útil para un análisis previo de determinación de las características básicas de la señal.

La implementación del Método de la señal analítica propuesta es mayormente computada en el dominio de la frecuencia, por esta razón resulta rápida y eficiente. En este método además, la frecuencia de muestreo, factor que depende del hardware, puede ser menor que en el método del ancho de pulso logrando excelentes exactitudes. Se realizaron variadas mediciones experimentales de IAS con el fin de probar y mejorar los procedimientos implementados en el software de medición.

El estudio comparativo de los distintos codificadores analizados (cinta impresa - sensor óptico, rueda dentada - sensor magnético y codificador óptico comercial) mostró que la cinta impresa, si bien adolece de insalvables defectos inherentes a su tipo constructivo, puede ser corregida y sus resultados mejorados mediante los algoritmos diseñados e implementados con este fin. Los resultados reportados muestran que es factible obtener con el sistema de cinta de papel impresa la misma dispersión en la lectura que con el codificador óptico comercial probado.

El sistema mecánico de laboratorio propuesto fue investigado en detalle, respecto de sus vibraciones torsionales, determinando magnitudes de las oscilaciones y frecuencias de oscilación para distintas condiciones de operación. Se asociaron las características de la respuesta dinámica del rotor y motor con causas y problemas constructivos y de funcionamiento del sistema.

Las mediciones en laboratorio han demostrado en forma experimental la aptitud del sistema de medición propuesto para el análisis de la respuesta dinámica torsional de rotores, en cuanto a resolución, exactitud y confiabilidad. En general, resulta que el sistema de hardware de bajo costo y software propio implementado resulta ser confiable y exacto para la medición de transitorios de vibraciones torsionales de muy baja amplitud, tales como los generados por defectos habituales de máquinas. Por tal razón, se prevé en la próxima etapa la utilización del sistema para análisis de funcionamiento de máquinas y equipos reales, para mantenimiento preventivo, detección de fallas, etc.

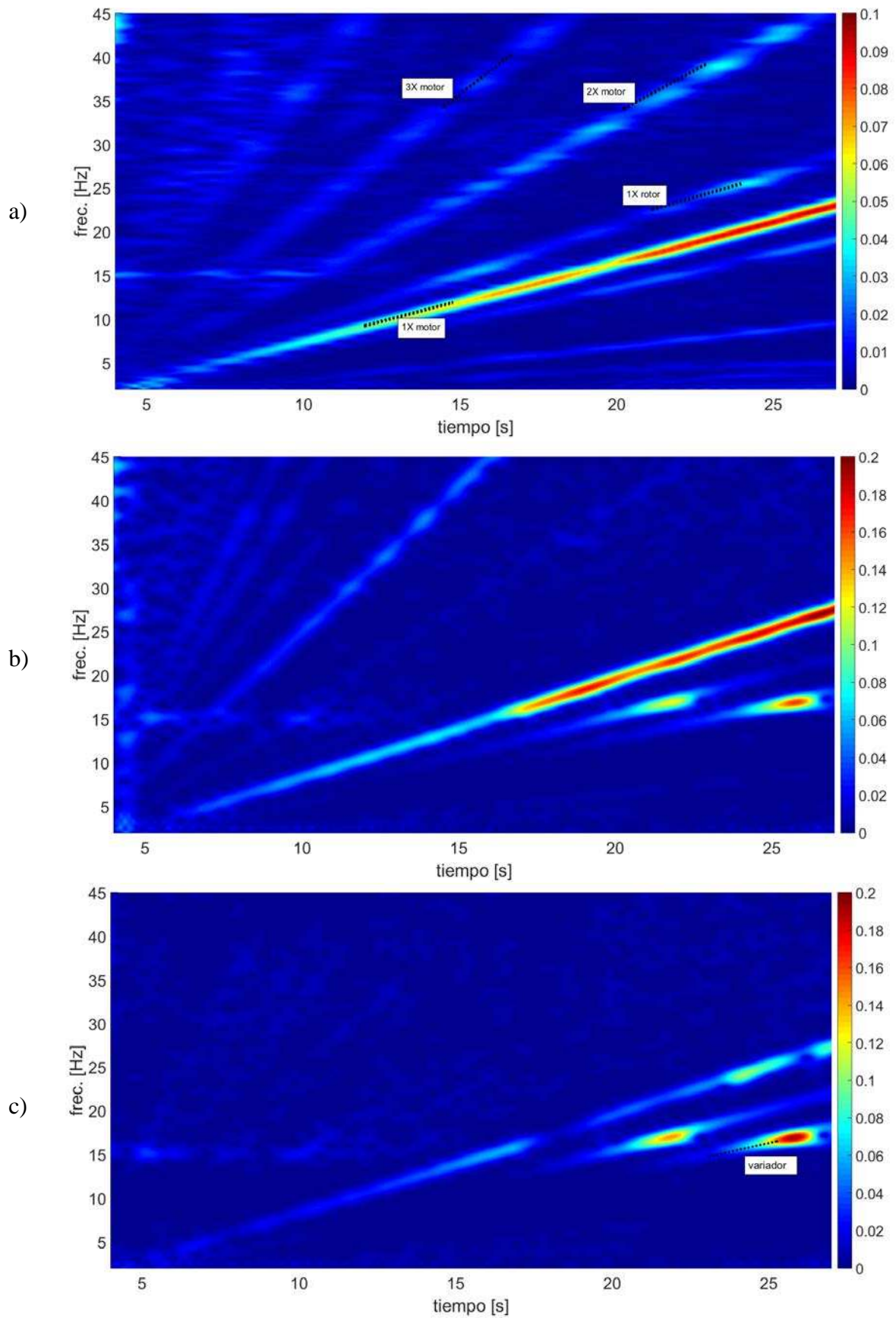


Figura 11: Espectrogramas: a) Eje motor, b) Eje rotor Lado Polea, c) Eje rotor Lado Libre

REFERENCIAS

- Becerra Villanueva J., Jiménez Espadafor F., Cruz Peragon F., Torres García M., A methodology for cracks identification in large crankshafts. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 25 3168–3185, 2011.
- Charles P., Sinha J., Gu F., Lidstone L., Ball A., Detecting the crankshaft torsional vibration of diesel engines for combustion related diagnosis. *Journal of Sound and Vibration*, 321, 1171-1185, 2009.
- Chiappero, G., Estudio y Desarrollo de Técnicas de Medición de Vibraciones Torsionales. *Tesis de Magister en Ingeniería*, Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca, Argentina, 2012.
- Feese, T. and Maxfield, R., Torsional vibration problem with motor ID/ fan system due to PWM variable frequency drive. *Proceedings of the thirty-seventh turbo machinery symposium, 2008*
- Feldman, M., *Hilbert Transform Applications in Mechanical Vibration*. John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, UK., 2011.
- Finley, W., Hodowanec, M., and Holter, W., An Analytical Approach to Solving Motor Vibration Problems. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 36: 1467-1480, No. 5, 2000.
- Gomez J., Bourdon A., André H., Rémond D., Modelling deep groove ball bearing localized defects inducing instantaneous angular speed variations. *Tribology International*, 98, 270-281, 2016.
- Gubran A., Sinha J., Shaft instantaneous angular speed for blade vibration in rotating machine. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 44, 47–59, 2014.
- Jiménez Espadafor F., Becerra Villanueva J., Palomo Guerrero D., Torres García M., Carvajal Trujillo E., Fernández Vacas F., Measurement and analysis of instantaneous torque and angular velocity variations of a low speed two stroke diesel engine. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 49: 135–153, 2014.
- Lathi, B., Ding, Z., *Modern Digital and Analog Communication Systems*, 4th Edition. The Oxford Series in Electrical and Computer Engineering, 2009.
- Li, Y., Gu, F., Harris, G., Ball, A., Bennett, N., Travis, K., The measurement of instantaneous angular speed. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 19: 786–805, 2005.
- Li, Y., Tse, P., Yang, X., Yang, J. EMD-based fault diagnosis for abnormal clearance between contacting components in a diesel engine. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 24, 1, 193-210, 2010.
- Sheppard, D., Torsional vibration resulting from adjustable frequency AC drives. *IEEE Transactions on Industrial Applications*, volume IV: 5, 1998.
- Yang, W., Interpretation of mechanical signals using an improved Hilbert–Huang transform. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 22:1061–1071, 2008.
- Yu S.D. , Zhang X., A data processing method for determining instantaneous angular speed and acceleration of crankshaft in an aircraft engine–propeller system using a magnetic encoder. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 24: 1032-1048, 2010.
- Yuhua Li et al., The measurement of instantaneous angular speed. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 19:786–805, 2005.