

INFLUENCIA DE ALTAS TEMPERATURAS EN EL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DEL HORMIGÓN REFORZADO CON FIBRAS

Gonzalo Ruano^a, Facundo Isla^a, Bibiana Luccioni^a, Raúl Zerbino^b y
Graciela Giaccio^b

^a*Instituto de Estructuras, Universidad Nacional de Tucumán, Av. Independencia 1800, 4000
S.M. de Tucumán, Argentina, CONICET, Av. Rivadavia 1917, Cdad de Bs. As.,*

^b*LEMIT – La Plata*

<http://www.facet.unt.edu.ar/iest/>, gonzalo.ruano@gmail.com

Palabras Clave: Hormigón reforzado con fibras, daño térmico, temperaturas elevadas, análisis termo-mecánico.

Resumen: La adición de fibras de acero permite mejorar la respuesta mecánica del hormigón. Los principales beneficios se obtienen en el comportamiento a tracción donde las fibras unen ambas caras de las fisuras, generando una mayor ductilidad que está relacionada con el deslizamiento de las fibras respecto de la matriz de hormigón. Algunos estudios muestran que las fibras de acero también mejoran las propiedades mecánicas residuales del hormigón luego de la exposición a altas temperaturas, situación que puede darse tanto en condiciones de servicio como accidentales. En este trabajo se simula el comportamiento del hormigón reforzado con fibras (HRF) expuesto a altas temperaturas mediante un modelo termo-mecánico no lineal. Para modelar el material compuesto se utiliza una generalización de la teoría de mezclas extendida al campo térmico. Para la matriz de hormigón se utiliza un modelo termo-mecánico de plasticidad acoplada con daño térmico y para las fibras un modelo elastoplástico que simula la respuesta de arrancamiento dependiente de la temperatura. Para su calibración se tiene en cuenta la variación de la respuesta al arrancamiento de las fibras con la temperatura obtenida a partir de ensayos de arrancamiento luego de exposición a la temperatura y la degradación de las propiedades mecánicas que experimenta la matriz de hormigón en función de la temperatura máxima alcanzada. La parte térmica de los modelos, tanto en el caso del hormigón como en el caso de las fibras, es no lineal incorporando la variación de las propiedades térmicas a través de una variable interna dependiente de la historia térmica. Se describe el modelo utilizado y se presentan ejemplos de aplicación térmicos y otros en los que se reproducen ensayos de resistencia residual a flexión de vigas de HRF luego de exposición a altas temperaturas que muestran que la adición de fibras de acero mejora la resistencia residual de los hormigones expuestos a altas temperaturas. La comparación de los resultados numéricos con los experimentales permite validar la herramienta numérica.

1 INTRODUCCIÓN

Actualmente es necesario que los elementos estructurales puedan soportar cargas extremas como las accidentales (ej. fuego o explosiones), desastres naturales (ej. huracanes, terremotos y crecidas) o ataques terroristas (ej. explosiones, proyectiles o impactos a alta velocidad). Estas acciones involucran cargas impulsivas, altas velocidades de deformación, grandes presiones y temperatura.

En los últimos años se acrecentó el uso de los compuestos cementicios como el hormigón reforzado con fibras (HRF) en la construcción y son diseñados para usos específicos (Bamonte & Gambarova, 2014) con características especiales como alta resistencia, baja permeabilidad y durabilidad elevada (Bangi & Horiguchi, 2011). La contraparte de estos materiales es la fragilidad y la vulnerabilidad a la exposición al fuego (Sideris & Manita, 2013).

La exposición a altas temperaturas modifica las propiedades mecánicas del hormigón, particularmente degrada la rigidez y la resistencia. El efecto de la temperatura en el HRF no está completamente estudiado. Al igual que en el caso de los hormigones simples, la resistencia a tracción de los hormigones reforzados con fibras de acero resulta más afectada que la resistencia a compresión debido a la exposición a altas temperaturas (Kim, et al., 2015). Algunos de los beneficios de agregar fibras de acero al hormigón se mantienen luego de la exposición a las altas temperaturas hasta los 1200°C (Lau & Anson, 2006) (Farhad & Samali, 2014). Las fibras de acero mejoran las propiedades mecánicas residuales (Poon, et al., 2004) del hormigón expuesto a altas temperaturas (Lau & Anson, 2006) (Zheng, et al., 2013), siendo la mejora más notoria en tracción (Fike & Kodur, 2011) que en compresión (Pliya, et al., 2011). Se han observado algunos efectos negativos con la incorporación de fibras de acero en la respuesta de HRF expuestos a altas temperaturas. Debido a las diferencias entre los coeficientes de dilatación térmica se observó fisuración entre fibras y matriz cementicia y además la oxidación oscurece el HRF de acero (Tai, et al., 2011). A los 750°C las fibras de acero se funden parcialmente y la morfología y composición de las fibras pueden resultar afectadas. Las fibras parcialmente fundidas llenan las fisuras de hormigón, el diámetro de las fibras se incrementa debido a la oxidación y se tornan frágiles. Todos estos fenómenos repercuten en el comportamiento al arrancamiento de las fibras de acero (Caverzan, et al., 2015). Un paso importante en los modelos meso-mecánicos es obtener la fuerza que una fibra puede desarrollar para unir las fisuras en términos de micro-parámetros (Luccioni, et al., 2012). Los ensayos de arrancamientos pueden brindar la fuerza de unión o cosido de fibras de acero inmersas en materiales cementicios (Won, et al., 2015). En la bibliografía se pueden encontrar numerosos resultados de ensayos de pull-out o arrancamiento, presentando gran variabilidad, incluso para materiales y ensayos similares (Won, et al., 2015). No se conocen resultados experimentales sobre el efecto de la exposición a altas temperaturas en la respuesta de arrancamiento (Caverzan, et al., 2013) (Caverzan, et al., 2015).

En este trabajo se presenta la simulación termo-mecánica de hormigón y hormigón reforzado con fibras de acero sometido a altas temperaturas. El problema térmico y el mecánico son tratados de manera no lineal. El comportamiento mecánico residual del HRF sometido a flexión se obtiene mediante un modelo de compuesto en el que el arrancamiento de fibras se simula a partir de los resultados de ensayos de pull-out realizados luego de exposición a altas temperaturas.

2 MODELO TERMOMECAÁNICO PARA HRF

El HRF puede ser considerado como un material compuesto por una matriz de hormigón y fibras cortas con distintas orientaciones dispersas en el volumen que, como

simplificación, se suponen en tres direcciones ortogonales. En este trabajo se utiliza la teoría de mezclas de materiales ortótropos para obtener el comportamiento del hormigón con fibras de acero llevando cuenta de lo que ocurre en el hormigón y lo que ocurre en las fibras. En particular, se considera la ortotropía y el posible deslizamiento de las fibras de manera simplificada (Luccioni, et al., 2012). Para el tratamiento de la parte térmica se considera también una generalización de la teoría de mezclas.

2.1 Modelo constitutivo del hormigón

Para el hormigón se utiliza el modelo de daño plástico modificado, (Luccioni, et al., 2003) que permite simular el comportamiento de materiales friccionales del tipo hormigón sometidos a temperatura

Este modelo se deriva como una generalización de la teoría clásica de la plasticidad (Luccioni, et al., 1996) al que se le introduce una nueva variable interna, la variable de daño térmico, que representa una medida del deterioro que se observa en las propiedades mecánicas del hormigón sometido a temperaturas elevadas (Luccioni, et al., 2003). A diferencia de trabajos anteriores (Ruano, et al., 2014) se considera que las propiedades térmicas dependen en general de la temperatura y la historia de temperatura.

El modelo está basado en la hipótesis de la elasticidad desacoplada (Lubliner, 1972). La energía libre puede suponerse formada por dos partes independientes: una parte elástica y una parte plástica-daño térmico (Ulm, et al., 1999):

$$\Psi(\varepsilon_{ij}^e, \kappa^p, \xi, \theta) = \Psi^e(\varepsilon_{ij}^e, \xi, \theta) + \Psi^{qp}(\kappa^p, \xi, \theta) \quad (1)$$

donde Ψ es la densidad de energía libre por unidad de volumen, Ψ^e es la densidad de energía libre por unidad de volumen termo-elástica, Ψ^{qp} es la densidad de energía por unidad de volumen termo-dañada, $\varepsilon_{ij}^e = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^p$ es el tensor de deformaciones elásticas, ε_{ij} es el tensor de deformaciones, ε_{ij}^p es el tensor de deformaciones inelásticas o permanentes, θ una medida de la temperatura y κ^p es la variable de endurecimiento plástico isotrópico. ξ es una variable interna que depende de la historia térmica. Se la denomina variable de daño térmico porque representa una medida del deterioro producido por las altas temperaturas. Es una variable adimensional que teóricamente puede variar entre $\xi = 0$ cuando el material no presenta ninguna alteración por efecto de la temperatura y ξ_{max} cuando alcanza la máxima alteración. El caso extremo $\xi_{max} = 1$ correspondería a un material que ha perdido completamente la rigidez. En la práctica $\xi_{max} < 1$. Como ξ está relacionado con la historia térmica, como simplificación, se utiliza esta misma variable interna para describir la variación de las propiedades térmicas.

Para la densidad de energía libre termo-elástica se utiliza la expresión propuesta por (Stabler & Baker, 2000) para grandes variaciones de temperatura:

$$\Psi^e = \frac{1}{2} \varepsilon_{ij}^e C_{ijkl}^s(\xi) \varepsilon_{kl}^e - (\theta - \theta_0) \beta_{ij}(\xi, \theta) \varepsilon_{ij}^e + c_k(\xi, \theta) \left[\theta - \theta_0 - \theta \ln \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right) \right] \quad (2)$$

Donde

$$C_{ijkl}^s(\xi) = \frac{\partial^2 \Psi^e(\varepsilon_{ij}^e, \xi, \theta)}{\partial \varepsilon_{ij}^e \partial \varepsilon_{kl}^e} \quad (3)$$

es el tensor de rigidez secante afectado por el proceso de daño térmico, caracterizado por la variación del módulo elástico y del coeficiente de Poisson como funciones del daño térmico, puede ser escrito como:

$$C_{ijkl}^s(\xi) = \left[\frac{E(\xi)\nu(\xi)}{(1+\nu(\xi))(1-2\nu(\xi))} \delta_{ij}\delta_{kl} + \frac{E(\xi)}{2(1+\nu(\xi))} (\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \right] \quad (4)$$

donde $E(\xi)$ y $\nu(\xi)$ son el módulo elástico y el coeficiente de Poisson afectados por el proceso de daño térmico y pueden ser obtenidos experimentalmente.

$$\beta_{ij}(\xi, \theta) = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta \partial \varepsilon_{ij}^e} = C_{ijkl}^s(\xi) \alpha_{kl}(\theta) \quad (5)$$

es el tensor de acoplamiento termo-elástico que representa la tensión por unidad de temperatura inducida por la dilatación térmica restringida. $\alpha_{kl}(\theta)$ representa el tensor de dilatación térmica que en el caso isótropo se escribe como $\alpha_{kl} = \alpha \delta_{kl}$. Al no poseer información más detallada de la evolución de α con la temperatura o historia de temperatura se considera que α_{kl} es función explícita y reversible de la temperatura.

c_k es el calor específico por unidad de volumen o cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura en un grado. En general, es función de la historia de temperatura y de la temperatura actual y se define como (Stabler & Baker, 2000):

$$c_k(\xi, \theta) = -\theta \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2} \quad (6)$$

La conductividad térmica, el calor específico y el coeficiente de expansión térmica del hormigón dependen significativamente de la temperatura (Khaliq & Kodur, 2011) (Gao, et al., 2013) (Tai, et al., 2011), que causa cambios físicos y químicos (Poon, et al., 2004). Entre las transformaciones producto de la temperatura se puede mencionar evaporación de agua de microporos, la deshidratación de la ettringita, la pérdida de peso por deshidratación de agua libre en poros y combinada químicamente (Balázs & Lubl6y, 2012). La naturaleza de estos procesos parecería provocar cambios permanentes en las propiedades térmicas. Los cambios en las propiedades térmicas, entre otras cosas, dependen de la composición del hormig6n y de la temperatura máxima alcanzada (Balázs & Lubl6y, 2012). Generalmente la conductividad decrece con la temperatura, mientras que la expansión térmica aumenta (Khaliq & Kodur, 2011). Para generalizar se expresa al calor específico y la conductividad como funciones de la temperatura y de la historia térmica.

La otra parte de la energía libre puede escribirse como:

$$\Psi^{qp}(\kappa^p, \xi, \theta) = \Psi^p(\kappa^p, \xi) + \Psi^{q\theta}(\xi, \theta) \quad (7)$$

$$\Psi^p(\kappa^p, \xi) = \frac{1}{2} \kappa^p K(\xi) \kappa^p \quad (8)$$

donde Ψ^{qp} se supone función lineal de la temperatura y $K(\xi)$ es la función de endurecimiento plástico que depende del daño térmico.

La disipación por unidad de volumen puede escribirse como:

$$\Xi = \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} - \eta \dot{\theta} - \dot{\Psi} - \frac{1}{\theta} q_i \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \geq 0 \quad (9)$$

donde σ_{ij} es el tensor de tensiones, η la entropía específica por unidad de volumen, q_i el flujo de calor por conducción y x_i las coordenadas espaciales.

$$\eta = -\frac{\partial \Psi}{\partial \theta} = -\frac{\partial (\Psi^e + \Psi^{qp})}{\partial \theta} \quad (10)$$

La ecuación de conservación del calor se puede obtener combinando la Primera Ley de la Termodinámica $\dot{\Psi} = \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} + r - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} - \dot{\eta} \theta - \eta \dot{\theta}$, donde r son fuentes de calor distribuidas por unidad de volumen, con la segunda ley de la Termodinámica $\Xi = \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} -$

$$\eta \dot{\theta} - \dot{\Psi} - \frac{1}{\theta} q_i \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \quad (\text{Maugin, 1992}).$$

$$\dot{\eta} \theta = \Xi_{qm} + r - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (11)$$

Si se acepta la ley de conducción del calor de Fourier y se considera que la conductividad $k = k(\xi, \theta)$ es función de la temperatura y de la historia de temperatura, se puede escribir

$$q_i = -k(\xi, \theta) \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \quad (12)$$

Resulta entonces:

$$-\frac{\partial q_i}{\partial x_i} = k(\xi, \theta) \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_i \partial x_i} = k(\xi, \theta) \nabla_x^2 \theta \quad (13)$$

Con lo que, luego de desarrollar y reemplazar $\dot{\eta}$ y $\frac{\partial q_i}{\partial x_i}$, la ecuación de balance de calor queda:

$$\mathcal{A}(\theta, \xi, \varepsilon_{ij}^e) \dot{\theta} - k(\xi, \theta) \nabla_x^2 \theta + \mathcal{B}(\theta, \xi, \varepsilon_{ij}^e) \dot{\xi} + \{ \mathcal{C}(\theta, \xi) \varepsilon_{ij}^e - \Xi_{qm} \} = r \quad (14)$$

que es una ecuación diferencial no lineal y los términos \mathcal{A} , \mathcal{B} y \mathcal{C} dependen de las variables independiente e internas. En la ec. (14), los términos entre llaves corresponden al acoplamiento termo-mecánico.

De acuerdo a los resultados encontrados en la bibliografía, el proceso de daño térmico es varios órdenes de magnitud más rápido que el proceso de conducción del calor en estructuras de hormigón. Esto permite definir al daño térmico como una función explícita e irreversible de la temperatura máxima alcanzada durante toda la historia térmica del material (Luccioni, et al., 2003). La regla de evolución de la función $\xi(\theta_{max})$ podría obtenerse a partir de la definición de un pseudo potencial de disipación el cual resulta complejo de formular fenomenológicamente debido a la cantidad de fenómenos involucrados en el proceso de daño térmico. Alternativamente, la evolución del daño térmico puede ser obtenida indirectamente a través de los efectos del daño térmico en la rigidez elástica o en la resistencia. Suponiendo que la relación entre el módulo elástico degradado y el inicial es proporcional al daño térmico, lo cual es una propiedad intrínseca de los materiales de base cementícea (Ulm, et al., 1999), se pueden utilizar las curvas experimentales de variación del módulo elástico longitudinal con la temperatura para encontrar dicha función. En este caso dicha función resulta:

$$\xi(\theta_{max}) = 1 - \frac{E(\theta_{max})}{E_0} \quad (15)$$

Donde E_0 es el módulo elástico longitudinal inicial, a temperatura ambiente y $E(\theta_{max})$ el módulo elástico longitudinal luego de la exposición a la temperatura máxima θ_{max} .

El límite del comportamiento elástico se describe a través de una función de fluencia que depende de la variable de daño plástico κ^p y del daño térmico ξ :

$$F(\sigma_{ij}; \kappa^p; \xi) = f(\sigma_{ij}) - K(\sigma_{ij}; \kappa^p; \xi) \leq 0 \quad (16)$$

donde $f(\sigma_{ij})$ es la tensión equivalente definida en el espacio de tensiones. $K(\sigma_{ij}; \kappa^p; \xi)$ es el umbral de fluencia, κ^p es la variable de daño plástico o variable de endurecimiento isótropo y ξ el daño térmico. En este trabajo se utiliza el criterio de Lubliner-Oller modificado (Luccioni & Rougier, 2005) con meridianos curvos. Detalles específicos se pueden consultar en las referencias mencionadas.

La evolución de las deformaciones plásticas se obtiene a través de la regla de flujo

plástico. La variable de endurecimiento plástico κ^p representa una medida de la energía disipada plásticamente a la unidad y varía entre 0 para el material virgen y 1 cuando se ha disipado plásticamente la totalidad de la energía que el material es capaz de disipar de esta forma. La regla de evolución de la variable de endurecimiento plástico tiene en cuenta el comportamiento diferenciado en tracción y compresión (Rougier & Luccioni, 2007). La evolución del umbral de fluencia $K(\sigma_{ij}; \kappa^p; \xi)$ tiene en cuenta, el estado tensional y la evolución del umbral de fluencia en ensayos de tracción y compresión uniaxial que dependen no sólo de la variable de daño plástico sino también del daño térmico.

2.2 Modelo constitutivo de las fibras

Para tener en cuenta que las fibras se deslizan respecto a la matriz de hormigón sin necesidad de modelar explícitamente la interfaz fibra-matriz se modifica el modelo constitutivo de las fibras incluyendo en el mismo los distintos mecanismos inelásticos que se desarrollan en el proceso de arrancamiento (Luccioni, et al., 2012) (Isla Calderón, 2014). Se reemplaza el modelo elastoplástico isótropo convencional por un modelo elastoplástico ortótropo en el que el umbral del comportamiento inelástico en la dirección axial representa el umbral de deslizamiento de las fibras generalmente menor que el umbral de fluencia.

Para considerar la ortotropía el modelo parte de la hipótesis de que existen dos espacios (Betten, 1988); (Luccioni, et al., 1996): un espacio anisótropo real y un espacio ficticio isótropo. Los tensores de tensión en ambos espacios están relacionados mediante una transformación lineal definida mediante un tensor de cuarto orden que mapea las tensiones y depende de la ortotropía material. El problema se resuelve en el espacio isótropo ficticio y luego los resultados son mapeados al espacio ortótropo actual. Para definir el umbral de deslizamiento y flujo de deslizamiento de las fibras se utiliza el criterio de von Mises en el espacio isótropo ficticio. Como se utiliza una relación de ortotropía elevada las fibras deslizan preferentemente en la dirección axial.

Se desprecia el efecto de la temperatura en las propiedades mecánicas de las fibras en sí pero se tiene en cuenta su efecto en la resistencia de la interfaz.

El endurecimiento de las fibras en la dirección axial se puede obtener a partir de curvas experimentales de ensayos de pull-out o mediante modelos meso-mecánicos (Isla Calderón, 2014). La resistencia al arrancamiento depende de la resistencia de la matriz que varía con la exposición a altas temperaturas, por lo que en el primer caso es necesario contar con ensayos de resistencia residual al arrancamiento, luego de la exposición a temperaturas elevadas y, en el segundo caso, se debe tener en cuenta el daño térmico de la matriz para obtener numéricamente la curva de arrancamiento.

2.3 Material compuesto

Se considera al HRF como un compuesto formado por matriz de hormigón y fibras en n direcciones distintas y no se considera explícitamente la interfaz fibra/matriz.

Se utiliza la teoría de mezclas de sustancias básicas (Truesdell & Toupin, 1960) cuya principal hipótesis es la compatibilidad de deformaciones:

$$(\varepsilon_{ij})_{FRC} = (\varepsilon_{ij})_{H^0} = (\varepsilon_{ij})_{Fk} \quad (17)$$

donde $(\varepsilon_{ij})_c$ son los tensores de deformación del conjunto y de la c -ésima componente del material. Se supone que la deformación total de las fibras está compuesta por la deformación elástica $(\varepsilon_{ij}^e)_{Fk}$, una deformación plástica $(\varepsilon_{ij}^p)_{Fk}$ y la debida al deslizamiento relativo a la matriz $(\varepsilon_{ij}^s)_{Fk}$.

$$(\varepsilon_{ij})_{Fk} = (\varepsilon_{ij}^e)_{Fk} + (\varepsilon_{ij}^p)_{Fk} + (\varepsilon_{ij}^s)_{Fk}; k = 1, 2, \dots, n \quad (18)$$

Las dos últimas componentes constituyen la deformación inelástica del conjunto fibra+interfaz. Sólo las dos primeras componentes ocurren estrictamente en las fibras, de manera que la deformación de las fibras mismas no coincide con la de la matriz.

Por otro lado, la energía libre por unidad de volumen del compuesto puede escribirse como

$$\Psi(\varepsilon_{ij}, \kappa^p, \xi, \theta) = \sum_{c=1}^{n+1} v_c \Psi_c[(\varepsilon_{ij}^e)_c, \kappa_c^p, \xi_c, \theta_c] \quad (19)$$

donde $\Psi_c[(\varepsilon_{ij}^e)_c, \kappa_c^p, \xi_c, \theta_c]$ es la energía libre por unidad de volumen correspondiente a cada una de las $n+1$ sustancias componentes y $v_c = dV_c/dV$ su fracción de volumen.

La ecuación constitutiva secante puede obtenerse a partir de las relaciones de Coleman que garantizan el cumplimiento de la desigualdad de Clausius Duhem (Lubliner, 1972):

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \Psi(\varepsilon_{mn}, \kappa^p, \xi, \theta)}{\partial \varepsilon_{ij}} = \sum_{c=1}^{n+1} v_c \frac{\partial \Psi_c[(\varepsilon_{mn}^e)_c, \kappa_c^p, \xi_c, \theta_c]}{\partial \varepsilon_{ij}} = \sum_{c=1}^{n+1} v_c \frac{\partial \Psi_c[(\varepsilon_{mn}^e)_c, \kappa_c^p, \xi_c, \theta_c]}{\partial (\varepsilon_{kl}^e)_c} \frac{\partial (\varepsilon_{kl}^e)_c}{\partial \varepsilon_{ij}} = \sum_{c=1}^{n+1} v_c (\sigma_{ij})_c \quad (20)$$

donde las tensiones en cada una de las componentes $(\sigma_{ij})_c$ se obtienen de las ecuaciones constitutivas correspondientes descritas en los apartados anteriores.

Se considera como aproximación que todos los materiales componentes poseen la misma temperatura $\theta = \theta_c$ y el mismo gradiente de temperaturas $\frac{\partial \theta}{\partial x_i} = \left(\frac{\partial \theta}{\partial x_i}\right)_c$. Esta simplificación permite obtener las propiedades térmicas que serán (Chung, 2010) (Toledo, 2007) (Massoud, 2005):

$$q_i = -k \frac{\partial \theta}{\partial x_i} = \sum_{c=1}^{n+1} v_c (q_i)_c = -\sum_{c=1}^{n+1} v_c k_c \left(\frac{\partial \theta}{\partial x_i}\right)_c \Rightarrow k(\theta, \xi_1, \dots, \xi_{n+1}) = \sum_{c=1}^{n+1} v_c k_c(\theta, \xi_c) \quad (21)$$

$$c_k(\theta, \xi_1, \dots, \xi_{n+1}) = -\theta \frac{\partial^2 \Psi(\varepsilon_{ij}, \kappa^p, \xi, \theta)}{\partial \theta^2} = -\theta \sum_{c=1}^{n+1} v_c \frac{\partial^2 \Psi_c[(\varepsilon_{ij}^e)_c, \kappa_c^p, \xi_c, \theta_c]}{\partial \theta_c^2} \left(\frac{\partial \theta_c}{\partial \theta}\right)^2 = \sum_{c=1}^{n+1} v_c c_{k_c}(\theta, \xi_c) \quad (22)$$

Donde k es la conductividad del compuesto, k_c la conductividad de cada componente, c_k el calor específico del compuesto y $(c_k)_c$ el calor específico de cada componente.

2.4 Planteo del acoplamiento termo-mecánico

Para hormigones expuestos a altas temperaturas existen tres problemas que interactúan entre sí: el proceso de daño térmico, el problema mecánico y el problema térmico.

En este trabajo se considera solamente la interacción del problema térmico sobre el problema mecánico, la de daño térmico sobre el problema mecánico y la interacción problema térmico - daño térmico se desprecian.

Teniendo en cuenta que el acoplamiento tiene importancia únicamente en el sentido señalado, se plantea una solución desacoplada del problema. En cada incremento de tiempo, se resuelve, en primer lugar, el problema térmico y, luego, considerando constantes los valores de temperatura y con el daño térmico calculado como función explícita de la temperatura máxima alcanzada, se resuelve el problema mecánico.

2.5 Ecuaciones de Gobierno del compuesto

Por lo general solo se considera que la conductividad puede variar en función de la temperatura (Lewis, et al., 1996) (Lewis, et al., 2004) y algunos autores tratan solo el problema estacionario (Zienkiewicz & Morgan, 1982) (Baehr & Stephan, 2006) (Taler & Duda, 2006). En este trabajo se considera, en general, que la conductividad térmica, el calor específico y la densidad son funciones de la temperatura y de la historia térmica y se utiliza la ecuación de transmisión de calor para fase transitoria como en Zienkiewicz y Taylor (Zienkiewicz & Taylor, 1995).

De acuerdo a las consideraciones anteriores, las ecuaciones de balance térmico y mecánico que gobiernan el problema pueden aproximarse como:

$$\begin{cases} \rho c_k \dot{\theta} - k \nabla_x^2 \theta = r \\ \rho \dot{v}_i = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + b_i \end{cases} \quad (23)$$

donde ρ es la densidad, c_k el calor específico por unidad de masa, v_i la velocidad y b_i las fuerzas volumétricas. En las ecuaciones 23 los coeficientes ρ , c_k y k son funciones de la temperatura y de la historia térmica por lo que la ecuación de balance de calor es no lineal.

3 EJEMPLOS TERMO-MECÁNICOS TRANSITORIOS

En este apartado se muestran los resultados de ejemplos numéricos termo-mecánico en fase transitoria. Los ejemplos corresponden a hormigón simple.

La variaciones de las propiedades térmicas del hormigón con la temperatura usadas no fueron medidas sino adoptadas de la norma de diseño estructural al fuego del Eurocódigo y se muestran en Figura 1 (EN, 2004). La conductividad decrece con el aumento de la temperatura, al igual que la densidad. El coeficiente de dilatación crece con la temperatura mientras que el calor específico aumenta en menor medida.

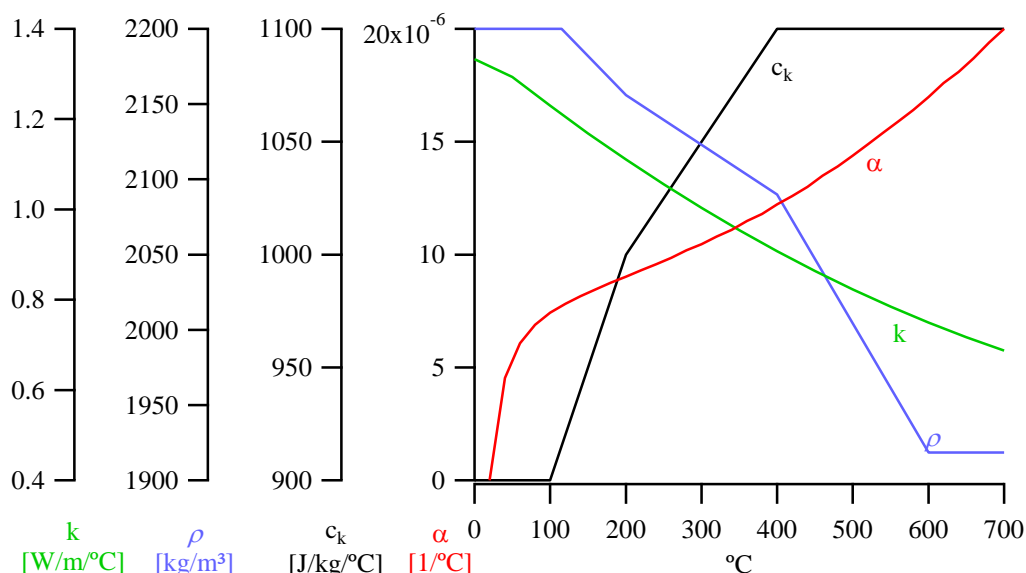


Figura 1. Variación de propiedades térmicas con la temperatura

3.1 Viga sometida a temperatura

Se realizó una simulación termo-mecánica del problema de calentamiento de una viga de hormigón simple a la que se impuso temperatura en los nodos del contorno de la malla

según una historia de temperatura similar a la que se aplica en laboratorio para los ensayos mecánicos residuales.

La viga prismática de 430x105x85mm se modeló mediante la malla de elementos finitos 2D que se muestra en Figura 2. Se utilizaron elementos rectangulares con cuatro nodos y cuatro puntos de Gauss en estado plano de tensiones. Al tratarse de un problema transitorio, los nodos de la malla no se calientan uniforme por lo que se generan no sólo deformaciones térmicas sino también tensiones que varían en el tiempo. Particularmente, en este ejemplo se consideró que ρ , c_k y k varían con la temperatura máxima de acuerdo a las funciones presentadas en la Figura 1, mientras que α lo hace con la temperatura. En algunos problemas y dependiendo de cómo se caliente la pieza se pueden generar deformaciones y tensiones de corte. La malla debe ser lo suficientemente refinada para ser capaz de reproducir las deformaciones y tensiones por corte inducidas por el cambio de temperatura.

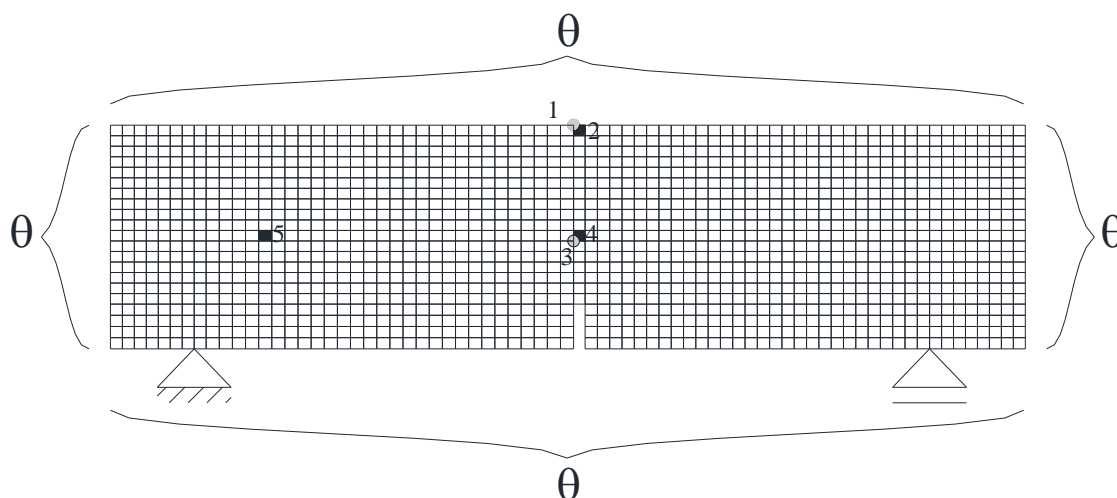


Figura 2. Malla de EF, condiciones de borde mecánicas y térmicas

En Figura 3 se pueden ver las temperaturas en función del tiempo (líneas con marcadores) y la variable de endurecimiento plástico isótropo κ^p en función del tiempo (líneas) para los nodos y elementos indicados en Figura 2 respectivamente. La historia de temperatura en el borde (punto 1) corresponde a la temperatura del horno impuesta en el contorno mientras que la temperatura interna (punto 3) es siempre menor. Se observa que para la etapa de calentamiento κ^p crece para los puntos del interior del cuerpo, mientras que durante el enfriamiento se da un fuerte incremento de κ^p para los elementos del borde de la malla. Las condiciones de enfriamiento son muy importantes porque pueden dar lugar a un deterioro adicional que no puede ser tenido en cuenta si la variable interna depende únicamente de la temperatura máxima alcanzada.

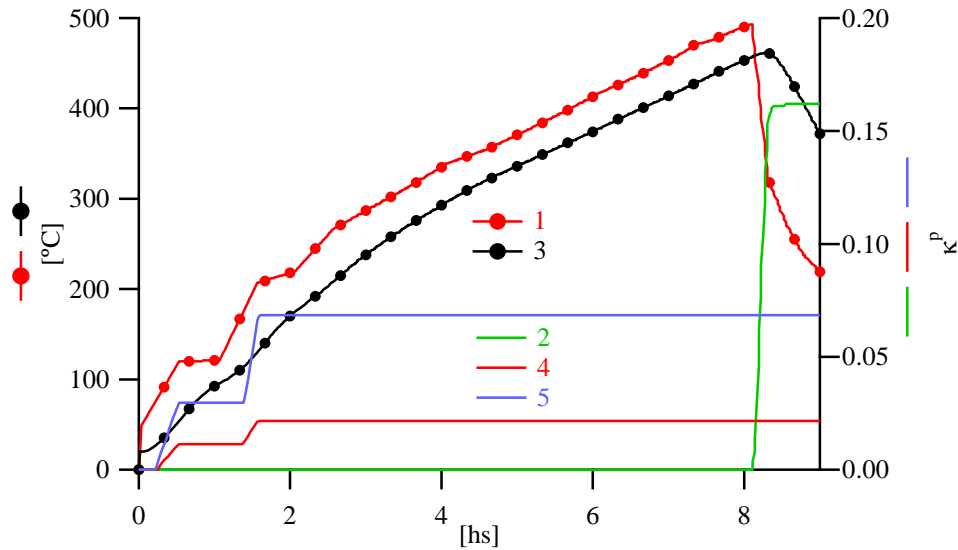


Figura 3. Variable plástica en problema de temperatura

3.2 Evolución de las propiedades térmicas con la historia de temperatura

Para probar el modelo numérico térmico no lineal se simuló los resultados un ensayo realizado en el instituto Nacional de Ensayos Sueco (Di Capua & Mari, 2007). Se modeló con elementos finitos 2D de 4 nodos con 4 puntos de Gauss en estado plano de tensiones una columna 200x200x2000mm que fue calentada en tres lados con una curva ISO 834 estando el cuarto lado aislado térmicamente. Adicionalmente, se consideró un enfriamiento lineal hasta la temperatura inicial. En Figura 4 se muestra la malla de EF usada, las condiciones de borde y la ubicación de las termocupas. Para comparación se utilizaron propiedades térmicas constantes o variables según la temperatura (ver Figura 1). Particularmente para el hormigón sometido a temperaturas elevadas se dan cambios físicos y químicos de carácter irreversible como pérdida de agua por lo que las propiedades térmicas serían afectadas permanentemente. Por ello se consideró un tercer caso en que se considera que las propiedades térmicas son funciones de la temperatura máxima alcanzada a través de la variable interna ξ . En Figura 5 se comparan las temperaturas registradas en el ensayo y las obtenidas numéricamente para las distintas alternativas consideradas. Se puede observar que considerar propiedades térmicas constantes sobreestima las temperaturas en el interior de la columna. En el caso de propiedades térmicas dependientes de la temperatura (θ) se tiene un buen ajuste. La influencia de la dependencia de la temperatura máxima de las propiedades térmicas (ξ) se evidencia en la etapa de enfriamiento, presentando el caso con propiedades reversibles menor temperatura para un mismo instante de tiempo.

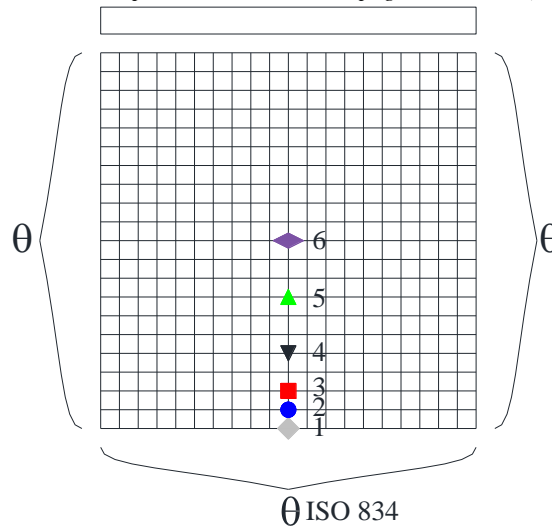


Figura 4. Malla de EF y ubicación de termocuplas

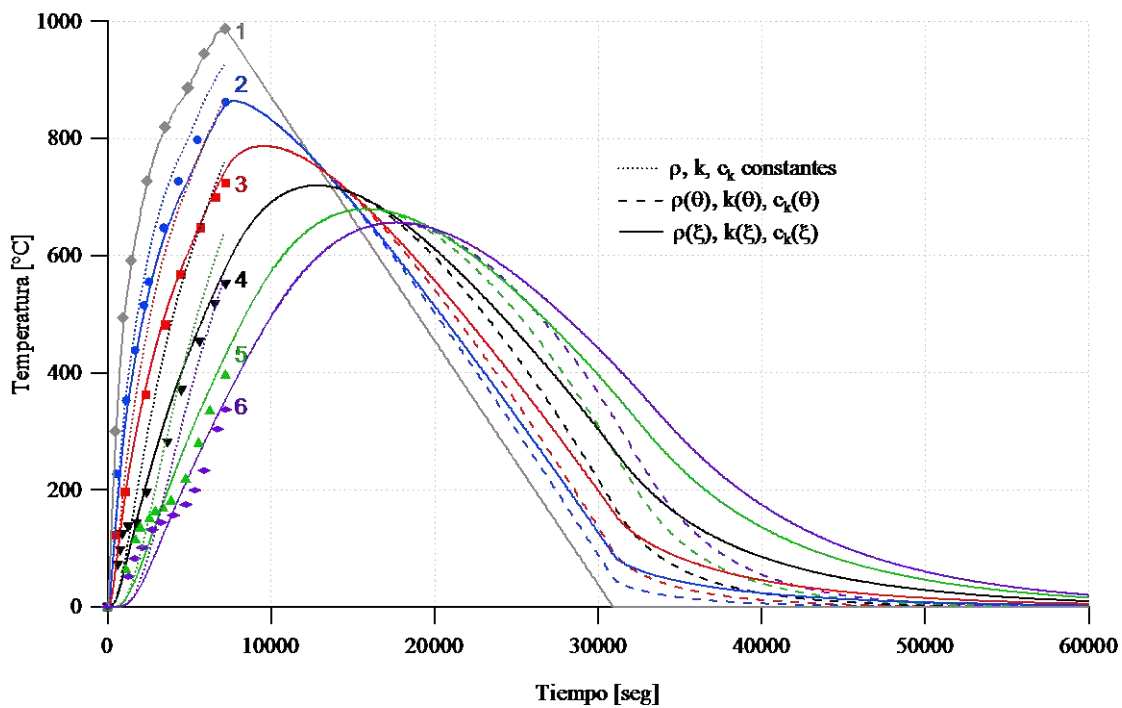


Figura 5. Temperaturas experimentales y numéricas

3.3 Carga mecánica y carga térmica aplicadas simultáneamente

En este apartado se muestran ejemplos de aplicación simultánea de carga mecánica y carga térmica. Se trata de la viga prismática de hormigón simple con entalla sometida en primer lugar a una sollicitación mecánica de flexión de tres puntos y luego a una sollicitación de temperatura en todo el contorno de la malla, ver Figura 6. Se utilizaron elementos de 4 nodos con 4 puntos de Gauss en estado plano de tensiones. Las propiedades térmicas ρ , c_k y k y las mecánicas varían con la temperatura máxima mientras que α lo hace con la temperatura. La Figura 7 muestra la respuesta Carga- apertura de fisura (CMOD) para dos casos. En uno se impone desplazamiento en el centro de la viga y luego se calienta el perímetro manteniendo el valor de desplazamiento (A), en el otro se aplica fuerza en el centro de la viga hasta un valor cercano al máximo y luego se calienta el perímetro de la

viga manteniendo el valor de la carga (B).

En la respuesta Carga-CMOD se puede ver que si se impone carga, al calentar disminuye CMOD, mientras que si se impone desplazamiento, al calentar se observa disminución de carga acompañada del incremento del CMOD (ver Figura 7a). Además en Figura 7b se puede ver la evolución en el tiempo de la temperatura y de la variable de endurecimiento plástico en los nodos y elementos indicados en la Figura 6 para el caso en el que se impone desplazamiento y luego se aplica temperatura. Se puede observar que el calentamiento genera incremento de κ^p , debido a las deformaciones térmicas restringidas que inducen tensiones adicionales.

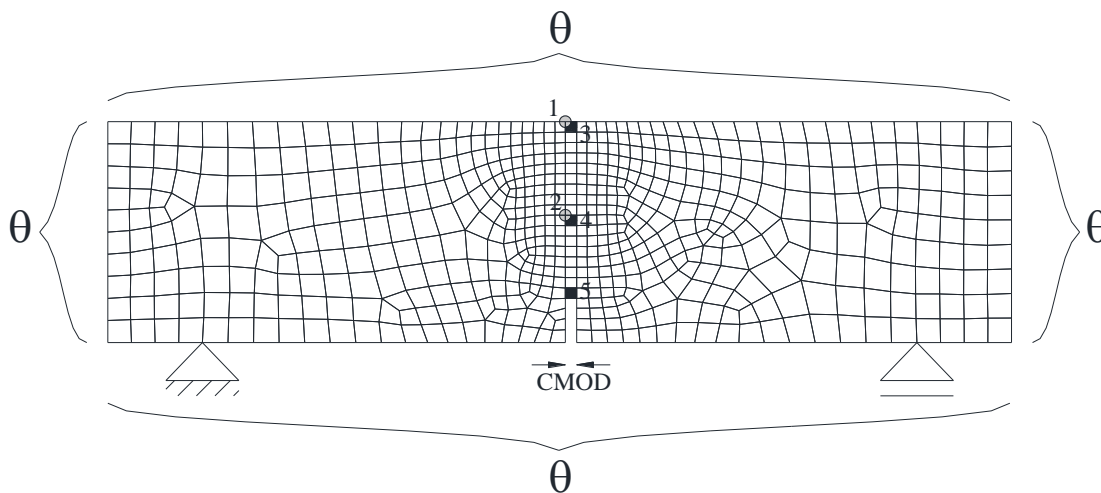


Figura 6. Malla de EF vigas con entalla carga mecánica y térmica

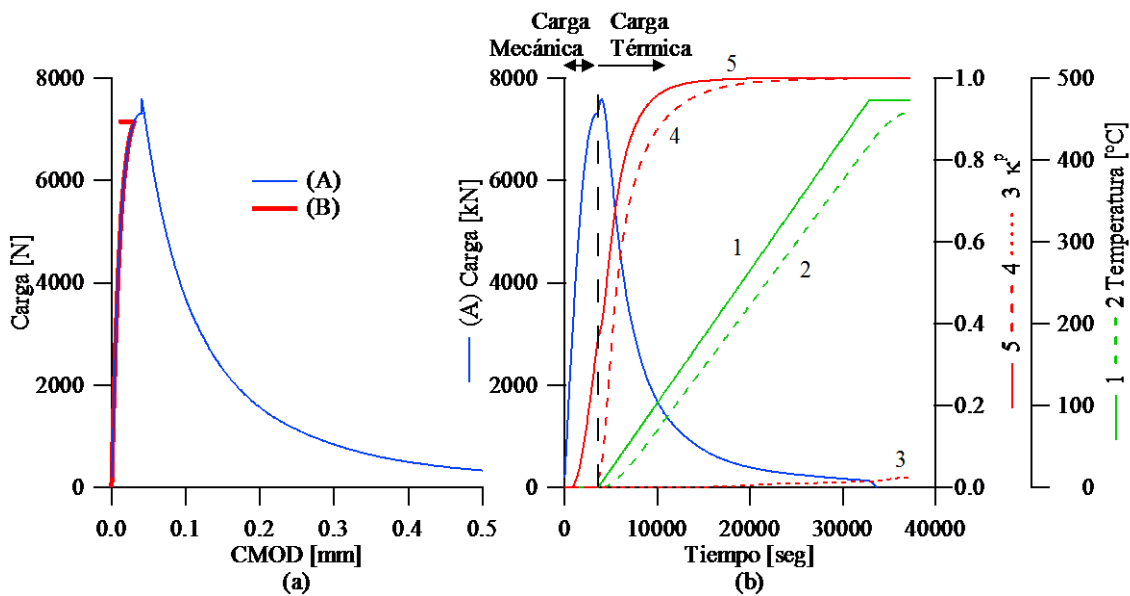


Figura 7. Carga mecánica y térmica simultáneas

4 EJEMPLOS TERMO-MECÁNICOS RESIDUALES

A continuación se describen brevemente los datos experimentales que se utilizan en este trabajo. Se ensayaron probetas cilíndricas 100x200mm, vigas prismáticas 430x105x85mm y probetas pull-out 40x40x40mm con una única fibra de acero embebida. Las probetas cilíndricas y las vigas se construyeron con hormigón simple y con hormigón reforzado con fibras con dos dosificaciones de fibras de acero ($l/d=50\text{mm}/1\text{mm}$) con ganchos $30\text{kg}/\text{m}^3$ y $60\text{kg}/\text{m}^3$ (designadas como GR0, GR30 y GR60). Primeramente, se expusieron a temperaturas siguiendo historias térmicas con distintas temperaturas máximas (300°C , 375°C y 475°C) y se dejaron enfriar a temperatura ambiente. Un grupo de probetas se dejó a temperatura ambiente como control. Luego se ensayaron mecánicamente. Se hicieron ensayos de probetas cilíndricas a compresión, de vigas entalladas a flexión de tres puntos y de arrancamiento de fibra. Se obtuvieron así las propiedades mecánicas residuales, es decir luego de haber calentado y enfriado las probetas hasta temperatura ambiente. La Figura 8 muestra la historia térmica a la que fueron sometidas las probetas, se muestra en línea llena la evolución de la temperatura del horno y en línea de trazos la temperatura medida con una termo-cupla en el centro de una probeta cilíndrica.

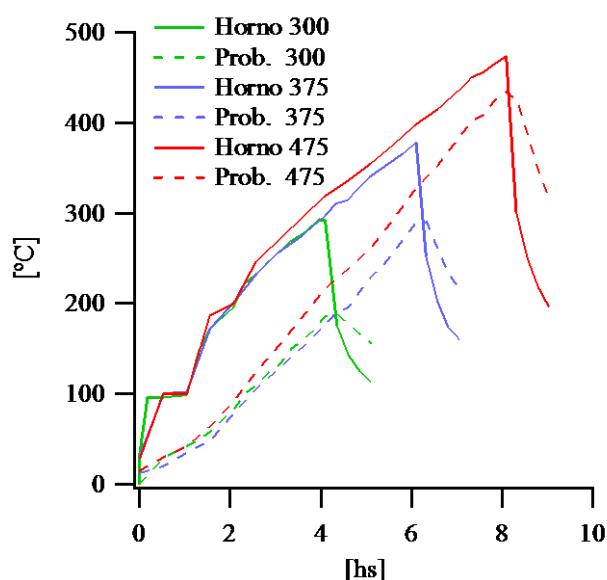


Figura 8. Historia de temperatura

En Figura 9 se presenta un resumen de la variación de las propiedades mecánicas residuales con la temperatura máxima a la que fueron sometidas las probetas. Se presentan valores absolutos y relativos a la temperatura ambiente donde se puede ver que el módulo de elasticidad decrece en mayor proporción con el aumento de temperatura. La resistencia a tracción mostrada fue obtenida indirectamente de la calibración de los ensayos a flexión y se observa que para temperaturas mayores a 300°C disminuye en mayor proporción que la resistencia a compresión.

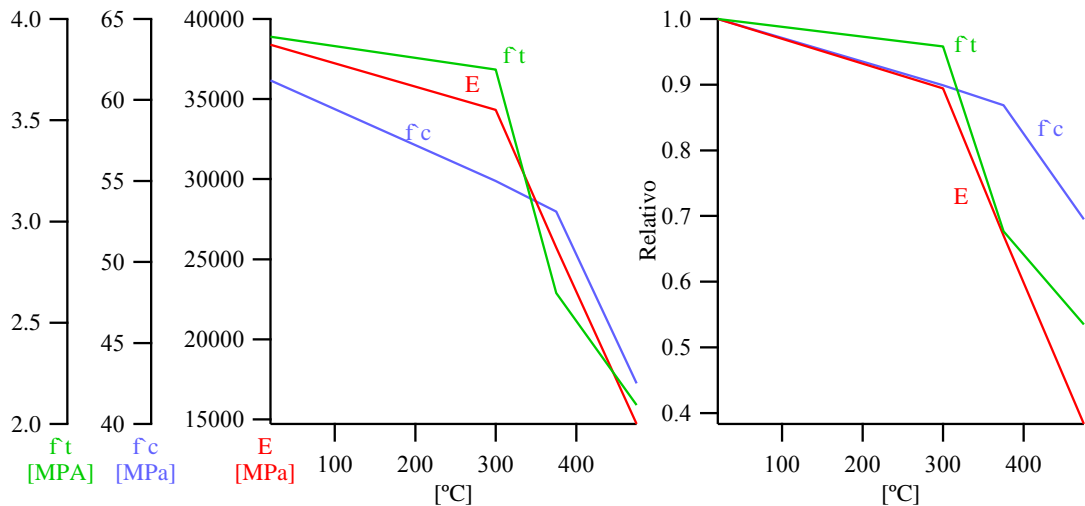


Figura 9. Variación de propiedades mecánicas con la temperatura

La variación del daño térmico $\xi(\theta_{max})$ se obtuvo de manera explícita mediante la Ecuación (15) utilizando los valores de módulo de elasticidad residual obtenidos experimentalmente.

En esta sección se simula el comportamiento mecánico residual de las vigas de H° y HRF previamente expuestas a altas temperatura. Las simulaciones de vigas de H° permitieron calibrar algunos parámetros del modelo de hormigón, como resistencia a tracción y energía de fractura y su variación con la temperatura. La malla de elementos finitos utilizada es la misma de la Figura 6.

En la Figura 10 se comparan las respuestas numéricas con las respuestas promedio obtenida en los ensayos de flexión de las vigas de hormigón simple previamente sometidas a historias térmicas con diferentes temperaturas máximas. Para todas las temperaturas máximas se puede observar un buen ajuste entre resultados numéricos y experimentales. Mientras que la resistencia a flexión disminuye con la temperatura, la energía de fractura permanece prácticamente constante.

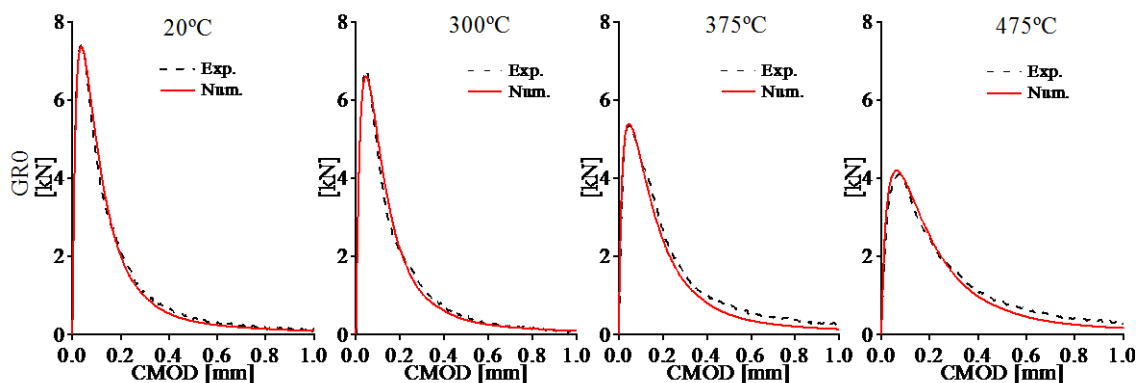


Figura 10. Respuesta a flexión residual de la matriz de hormigón.

En Figura 11 se pueden ver las curvas promedio de ensayos de extracción de fibras sometidas a diferentes temperaturas. Se observa que las curvas correspondientes a 20°C, 300°C y 375°C son similares evidenciándose recién a partir de 475°C un descenso notorio en la carga pico. Estas curvas de arrancamiento corresponden a $\frac{3}{4}$ de la longitud de las fibras embebida en el hormigón. Considerando que en el HRF la longitud embebida puede ser entre la mitad de la longitud de la fibra y cero se toma un cuarto de la longitud de las

fibras como aproximación. Se corrigieron para ello las curvas de arrancamiento obtenidas experimentalmente usando un modelo de arrancamiento (Isla & Luccioni, 2014) (Isla Calderón, 2014).

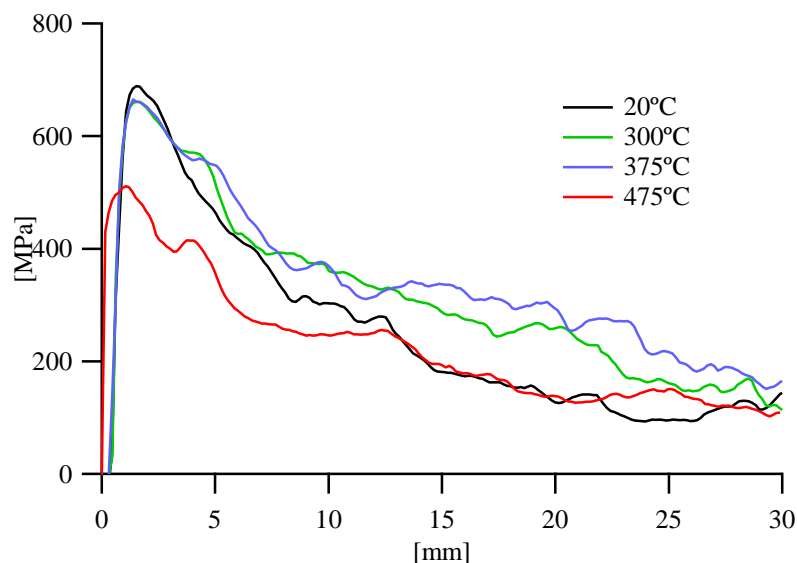


Figura 11. Ensayos experimentales de extracción de fibras con gancho

Con las curvas de arrancamiento y el modelo de hormigón antes calibrado se simuló el comportamiento mecánico residual de las vigas de HRF con los dos contenidos de fibras previamente expuestas a historias de temperatura con distintas temperaturas máximas. En Figura 12 se muestra la comparación de los resultados numéricos con los experimentales para dos dosificaciones de fibras. En este caso se comparan cada una de las vigas ya que se utilizó en las simulaciones el resultado del conteo de fibras para definir el porcentaje de participación de las fibras en el compuesto. El número que acompaña los resultados experimentales corresponde al conteo de fibras en la sección central realizado posteriormente al ensayo. En general, se observa un buen ajuste salvo para el caso de la viga de HRF con 60kg/m^3 sometida a 475°C de temperatura máxima donde la carga de la simulación numérica queda por debajo de la medición experimental. La comparación de la Figura 12 y Figura 10 pone en evidencia el efecto de las fibras en la respuesta a flexión. Para las vigas con 30kg/m^3 el pico inicial es fácilmente distinguible pues las respuestas presentan ablandamiento para todas las temperaturas; mientras que para las vigas con 60kg/m^3 la respuesta de la viga ensayada para la temperatura de referencia presenta ablandamiento y las sometidas a alta temperatura algún tipo de endurecimiento. Esto da indicio de que la matriz se degrada más que la adherencia de las fibras y estas aportan significativamente al comportamiento del compuesto. Para la viga sometida a la mayor temperatura, cuando la adherencia sí presenta disminución, la respuesta presenta poco endurecimiento. Si se compara esta última respuesta con la de la viga a la temperatura de referencia se puede ver que el aporte de las fibras es significativo.

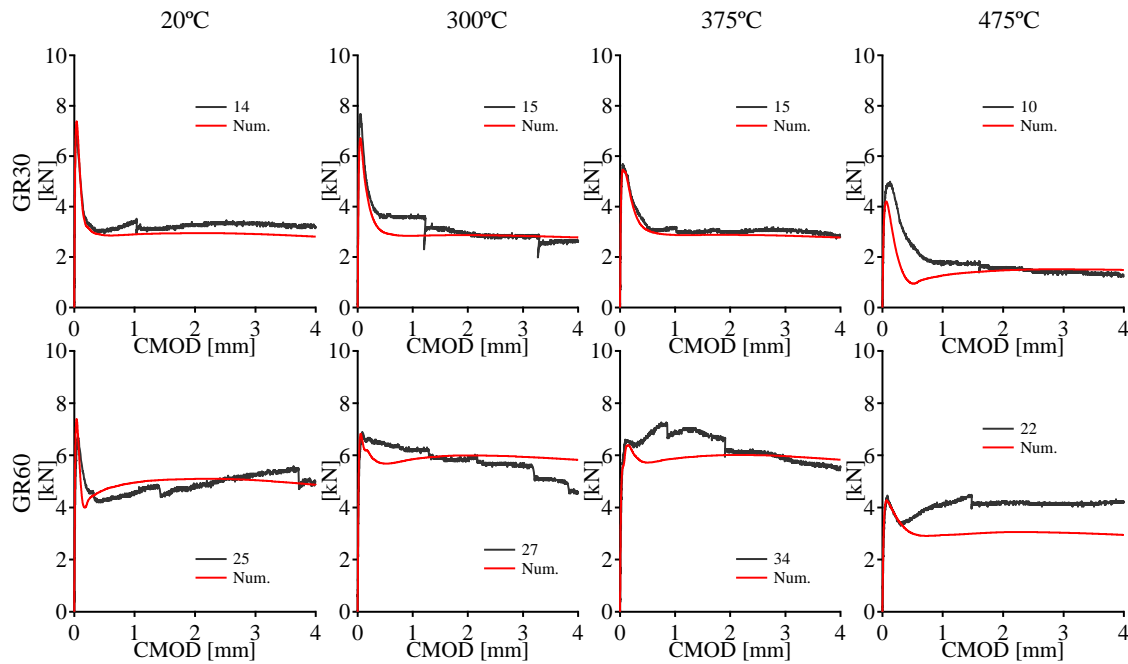


Figura 12. Respuesta residual a flexión de HRF. Comparación resultados experimentales y numéricos

5 CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS

En este trabajo se presentó un modelo termo-mecánico no lineal para HRF expuesto a altas temperaturas y cargas mecánicas. Se simularon numéricamente problemas termo-mecánicos no lineales acoplados en régimen transitorio en probetas de hormigón y HRF. Se tiene en cuenta la variación de las propiedades térmicas con la temperatura y el carácter irreversible de esas propiedades. Se considera la variación de las propiedades mecánicas residuales, es decir posterior a aplicar temperatura. De las simulaciones numéricas y la comparación con respuestas experimentales se pueden resumir los siguientes puntos destacados:

Aún en ausencia de cargas mecánicas, las deformaciones inducidas por temperatura pueden provocar tensiones que deterioren el material.

Si bien en este trabajo se calibraron propiedades mecánicas residuales dependientes de la temperatura de exposición máxima alcanzada, es claro que la degradación producida en el hormigón no solo depende de la temperatura máxima alcanzada sino también de la historia térmica, en particular del proceso de enfriamiento. Parte de esa dependencia se puede lograr a través del daño mecánico que generan las tensiones inducidas en el material durante el enfriamiento.

La respuesta térmica obtenida considerando que las propiedades térmicas dependen de la temperatura máxima alcanzada difiere de la obtenida considerando que las propiedades térmicas dependen de la temperatura. El primer caso equivale a decir que las variaciones de las propiedades térmicas son irreversibles mientras que en el segundo caso, al volver la temperatura a la temperatura de referencia, se recuperan los valores de las propiedades térmicas correspondientes a esa temperatura. La diferencia entre ambos casos es notoria en la fase de enfriamiento presentando mayor temperatura en el interior del cuerpo para el primer caso que para el segundo.

El modelo termo-mecánico utilizado para el HRF logra reproducir adecuadamente el comportamiento mecánico residual de las probetas ensayadas. El deterioro de la resistencia al arrancamiento de las fibras de acero producido por la exposición a altas temperaturas es relativamente menor que la degradación de las propiedades de la matriz

de hormigón. Como consecuencia de ello, la afectación del comportamiento del HRF por exposición a altas temperaturas es menor que la del hormigón. Ello evidencia el efecto beneficioso de las fibras de acero.

Como sugerencias para futuras investigaciones, se podría considerar la dependencia de las propiedades mecánicas con la historia de temperatura completa, relacionando el daño térmico no sólo a temperatura máxima alcanzada para tener en cuenta el efecto de la forma de enfriamiento. Para ello haría falta contar con resultados experimentales adicionales con distintas historias térmica que permitan calibrar la evolución de las propiedades con la historia térmica. También se podría implementar el problema termo-mecánico considerando un acoplamiento fuerte y considerando todos los térmicos obtenidos en las ecuaciones de balance.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Consejo Nacional de Investigaciones Científico Técnicas (CONICET), a la Agencia Nacional de Promoción Científica y Técnica (PICT 2013 1740) al Consejo de Investigaciones de la UNT (CIUNT 26E/520) y a la Universidad Nacional de Tucumán por el apoyo económico recibido.

BIBLIOGRAFÍA

- Baehr, H. D. & Stephan, K. *Heat and mass transfer. 2nd Edition*. Bochum and Stuttgart: Springer, 2006.
- Balázs, G. L. & Lublóy, É. Post-heating strength of fiber-reinforced concretes. *Fire Safety Journal*, Volumen 49, p. 100–106, 2012.
- Bamonte, P. & Gambarova, P. G. Properties of Concrete Subjected to Extreme Thermal Conditions. *Journal of Structural Fire Engineering*, Volume 5, pp. 47-62, 2014.
- Bangi, M. R. & Horiguchi, T. Pore pressure development in hybrid fibre-reinforced high strength concrete at elevated temperatures. *Cement and Concrete Research*, Volumen 41, p. 1150–1156, 2011.
- Betten, J. Application of tensor functions to the formulation of yield criteria for anisotropic materials. *International Journal of Plasticity*, Issue 4, pp. 29-46, 1988.
- Caverzan, A., Cadoni, E. & di Prisco, M. Dynamic tensile behaviour of high performance fibre reinforced cementitious composites after high temperature exposure. *Mechanics of Materials*, Volume 59, p. 87–109, 2013.
- Caverzan, A., Colombo, M., di Prisco, M. & Rivolta, B. High performance steel fibre reinforced concrete: residual behaviour at high temperature. *Materials and Structures*, Volume 48, p. 3317–3329, 2015.
- Chung, D. D., 2010. Composite Materials. *Engineering Materials and Processes*.
- Di Capua, D. & Mari, A. R. Nonlinear analysis of reinforced concrete cross-sections exposed to fire. *Fire Safety Journal*, Volume 42, p. 139–149, 2007.
- EN 1992-1-2. Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-2: General rules - Structural fire design. *EUROPEAN STANDARD*, December. Volume 1-2, 2004.
- Farhad, A. & Samali, B. Constitutive Relationships for Steel Fibre Reinforced Concrete at Elevated Temperatures. *Fire Technology*, Volume 50, p. 1249–1268, 2014.
- Fike, R. & Kodur, V. Enhancing the fire resistance of composite floor assemblies through the use of steel fiber reinforced concrete. *Engineering Structures*, Volume 33, p. 2870–2878, 2011.
- Gao, W. Y., Dai, J.-G., Teng, J. G. & Chen, G. M. Finite element modeling of reinforced concrete beams exposed to fire. *Engineering Structures*, Volume 52, p. 488–501, 2013.
- Isla Calderón, F. A. *Modelo para hormigones reforzado con fibras de acero*. Tesis

- Doctoral, 2014.
- Isla, F. & Luccioni, B. Parámetros que definen el comportamiento del hormigón reforzado con fibras. *Mecánica Computacional* Vol, Volumen XXXIII, pp. 1221-1235, 2014.
- Isla, F., Ruano, G. & Luccioni, B. Analysis of steel fibers pull-out. Experimental study. *Construction and Building Materials*, Volume 100, p. 183–193, 2015.
- Khaliq, W. & Kodur, V. Thermal and mechanical properties of fiber reinforced high performance self-consolidating concrete at elevated temperatures. *Cement and Concrete Research*, Volume 41, p. 1112–1122, 2011.
- Kim, J., Lee, G.-P. & Moon, D. Y. Evaluation of mechanical properties of steel-fibre-reinforced concrete exposed to high temperatures by double-punch test. *Construction and Building Materials*, Volume 79, p. 182–191, 2015.
- Lau, A. & Anson, M. Effect of high temperatures on high performance steel fibre reinforced concrete. *Cement and Concrete Research*, Volume 36, p. 1698–1707, 2006.
- Lewis, R. W., Morgan, K., Thomas, H. R. & Seetharamu, K. N. *The finite element method in heat transfer analysis*. Baffins Lane, Chichester(West Sussex): Jhon Wiley & Sons, 1996.
- Lewis, R. W., Nithiarasu, P. & Seetharamu, K. N. *Fundamentals of the finite element method for heat and fluid flow*. Chichester, West Sussex: John Wiley & sons, 2004.
- Lubliner, J. *On the Thermodynamic Foundations of Non-Linear Mechanics*. Int. Journal Non Linear Mechanics, Volume 7, pp. 237-254, 1972.
- Lubliner, J., Oliver, J., Oller, S. & Oñate, E. A plastic damage model for concrete. *Int. J. Solids Struct.*, 3(25), pp. 299-326, 1989.
- Luccioni, B. M., Figueroa, M. I. & Danesi, R. F. Thermo-mechanic model for concrete exposed to elevated temperatures. *Engineering Structures*, Volume 25, p. 729–742, 2003.
- Luccioni, B., Oller, S. & Danesi, R. Coupled plastic damage model. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Issue 129, pp. 81-89, 1996.
- Luccioni, B. & Rougier, V. A plastic damage approach for confined concrete. *Computer & Structures*, Issue 83, pp. 2238-2256, 2005.
- Luccioni, B., Ruano G., Isla F., Zerbino R. & Giaccio G. A simple approach to model SFRC. *Construction & Building Materials*, (37) pp.111-124, 2012.
- Massoud, M. *Engineering Thermofluids*. Thermodynamics, Fluid Mechanics, and Heat Transfer, 2005.
- Maugin, G. A. *The thermomechanics of plasticity and fracture*. Cambridge University Press, 1992.
- Oller, S. *Un modelo de Daño Continuo para materiales Friccionales*, Ph.D. Thesis. Universitat Politecnica de Catalunya, Escola Técnica Superior D'Ingenyers de Camins, Canals I Ports, 1988.
- Pliya, P., Beaucour, A.-L. & Noumowé, A. Contribution of cocktail of polypropylene and steel fibres in improving the behaviour of high strength concrete subjected to high temperature. *Construction and Building Materials*, Volume 25, p. 1926–1934, 2011.
- Poon, C. S., Shui, Z. H. & Lam, L. Compressive behavior of fiber reinforced high-performance concrete subjected to elevated temperatures. *Cement and Concrete Research*, Volume 34, p. 2215–2222, 2004.
- Rougier, V. C. & Luccioni, B. M. Numerical assessment of frp retrofitting systems for reinforced concrete elements. *Engineering Structures*, Issue 29, pp. 1664-1675, 2007.
- Ruano, G., Isla, A. & Luccioni, B. Hormigón reforzado con fibras sometido a temperaturas elevadas. *Mecánica Computacional*, 23-26 Setiembre, Volumen XXXIII, pp. 1101-1115, 2014.
- Sideris, K. K. & Manita, P. Residual mechanical characteristics and spalling resistance of

- fiber reinforced self-compacting concretes exposed to elevated temperatures. *Construction and Building Materials*, Volume 41, p. 296–302, 2013.
- Stabler, J. & Baker, G. On the Form of free Energy and Specific Heat in Coupled Thermo-Elasticity with Isotropic Damage. *International Journal of Solids and Structures*, Volume 37, pp. 4694-4713, 2000.
- Tai, Y.-S., Pan, H.-H. & Kung, Y.-N. Mechanical properties of steel fiber reinforced reactive powder concrete following exposure to high temperature reaching 800 °C. *Nuclear Engineering and Design*, Volume 241, p. 2416–2424, 2011.
- Taler, J. & Duda, P. *Solving direct and inverse heat conduction problems*. s.l.:Springer, 2006.
- Toledo, R. T. Fundamentals of Food Process Engineering. *Food science text series*, 2007.
- Truesdell, C. & Toupin, R. *The classical field theories*. Handbuch der Physik, 1960.
- Ulm, F. J., Acker, P. & Lévy, M. The Channel Fire II: Analysis of Concrete Damage. *ASCE Journal of the Engineering Mechanics*, March, 125(3), pp. 283-289, 1999.
- Ulm, F. J., Coussy, O. & Bazant, Z. The Channel Fire I: Chemoplastic softening in Rapidly Heated Concrete. *ASCE Journal of the Engineering Mechanics*, March, 125(3), pp. 272-282, 1999.
- Won, J.-P., Lee, J.-H. & Lee, S.-J. Predicting pull-out behaviour based on the bond mechanism of arch-type steel fibre in cementitious composite. *Composite Structures*, Volume 134, p. 633–644, 2015.
- Zheng, W., Luo, B. & Wang, Y. Compressive and tensile properties of reactive powder concrete with steel fibres at elevated temperatures. *Construction and Building Materials*, Volume 41, p. 844–851, 2013.
- Zienkiewicz, O. C. & Morgan, K. *Finite elements and approximation*. Swansea. John Wiley & Sons, 1982.
- Zienkiewicz, O. C. & Taylor, R. L. *El método de los elementos finitos Volumen 2*. Cuarta Edición ed. Madrid: McGraw-Huill, 1995.