

SIMULACIÓN DE HORMIGONES DE ALTA RESISTENCIA REFORZADOS CON FIBRAS BAJO CARGAS CUASIESTÁTICAS

Bibiana Luccioni^{a,b}, Facundo Isla^{a,b}

^a*Instituto de Estructuras “Arturo M. Guzmán”, FACET, Universidad Nacional de Tucumán, Av. Independencia 1800, 4000 S.M. de Tucumán, Argentina, bluccioni@herrera.unt.edu.ar, <http://www.facet.unt.edu.ar/iest/>*

^b*CONICET, Godoy Cruz 2290, C1425FQB CABA, Argentina, <http://www.conicet.gov.ar/>*

Palabras Clave: Hormigón de Alta Resistencia, Fibras, Compuesto, Cargas Cuasiestáticas.

Resumen. Los hormigones de alta resistencia, se encuentran entre los materiales más nuevos en la investigación del hormigón, con resistencias de más de 50MPa. Con su alta resistencia a compresión, su baja porosidad que lleva a baja permeabilidad y más alta durabilidad, su investigación ofrece nuevas aplicaciones. Especialmente el agregado de fibras dúctiles y fibras de alta resistencia permite reducir la naturaleza frágil del hormigón y produce un aumento notable en la capacidad de absorción de energía. Dependiendo del contenido y tipo de fibras, el compuesto puede tener una respuesta a tracción con ablandamiento o endurecimiento que se manifiesta con la aparición una o múltiples fisuras. En este trabajo se presenta la extensión de un modelo desarrollado para hormigones reforzados con fibras al caso de hormigones de alta resistencia reforzados con fibras y se aplica el mismo a la simulación de vigas entalladas de hormigón de alta resistencia reforzado con fibras, bajo cargas cuasiestáticas. Se analiza, en particular, la objetividad de la respuesta respecto del tamaño de la malla de elementos finitos para distintas proporciones de fibras que corresponden a respuestas que exhiben ablandamiento o endurecimiento. Finalmente, se presenta la comparación de los resultados numéricos con resultados experimentales que muestra la capacidad del modelo presentado para simular el comportamiento mecánico estático del hormigón de alta resistencia reforzado con fibras.

1 INTRODUCCIÓN

El agregado de fibras dúctiles y de alta resistencia permite contrarrestar la naturaleza frágil del hormigón y lleva a un considerable aumento de la capacidad de absorción de energía [Brandt \(2008\)](#); [Song and Hwang \(2004\)](#). Los hormigones reforzados con fibras (HRF) [Brandt \(2008\)](#), los hormigones de alta resistencia reforzados con fibras (HARRF) [Kustermann et al. \(2005\)](#) y los hormigones de alta y ultra-alta performance reforzados con fibras (HAPRF) y (HUAPRF) [Millard et al. \(2010\)](#) presentan grandes ventajas para resistir acciones extremas en relación con el hormigón convencional. Aunque los resultados experimentales disponibles muestran sus potenciales aplicaciones se necesita más investigación porque la combinación de alta performance con alta eficiencia económica es todavía difícil de alcanzar. El costo de las fibras es generalmente más alto que el de la matriz entonces se debe centrar el esfuerzo en optimizar el contenido de fibras para reducir costos preservando la alta performance [Kim et al. \(2011\)](#); [Yu et al. \(2015\)](#). En este proceso de optimización juega un papel importante la adecuada elección de las fibras.

Las fibras interceptan las fisuras retardando su propagación. Si se agregan suficientes fibras al hormigón y las mismas están uniformemente distribuidas, previenen la coalescencia de las microfisuras aumentando la resistencia aparente y la ductilidad de la matriz sobre todo en tracción. Las mejoras están sobre todo relacionadas con el proceso de transferencia de carga de la matriz a las fibras a través de las fisuras. Para una dada matriz, los parámetros que más influyen en la resistencia a tracción son el tipo y contenido de fibras. Existen actualmente fibras de diversos materiales y geometrías. La presencia de un gancho o anclaje en el extremo de las fibras incrementa notablemente la resistencia al arrancamiento de las mismas y puede aumentar notablemente la tenacidad del compuesto [Isla et al. \(2015\)](#); [Shah and Ribakov \(2011\)](#); [Khabaz \(2016\)](#). Las fibras con gancho aportan mayor resistencia a flexión y capacidad de absorción de energía que las fibras rectas pero, como contrapartida, se debe limitar el contenido para asegurar la trabajabilidad. Dependiendo del tipo y contenido de fibras el comportamiento en tracción y flexión puede presentar ablandamiento con una fisura localizada o endurecimiento con fisuración múltiple.

En general, los modelos existentes en la literatura para simular el comportamiento de hormigones reforzados con fibras se pueden clasificar en macro-modelos y meso-modelos. En los macro-modelos el comportamiento del compuesto se representa como un único material con propiedades promedio [Hung and Li \(2013\)](#); [Liu et al. \(2009\)](#); [Tysmans et al. \(2015\)](#). Este tipo de modelo se usa normalmente en enfoques fenomenológicos en los que las leyes constitutivas se obtienen de ensayos de laboratorio. La principal ventaja de estos modelos es la utilización de información del material relevante a escala estructural pero la mayor desventaja es la necesidad de realizar numerosos ensayos de laboratorio ya que la contribución de las fibras no se tiene en cuenta explícitamente. Algunos de estos inconvenientes se pueden solucionar usando modelos derivados a escala meso-mecánica en los que se tienen en cuenta las distintas componentes: matriz de hormigón, fibras e interfaz [Luccioni et al. \(2012\)](#); [Caggiano and Martinelli \(2012\)](#); [Oliver et al. \(2012\)](#). Estos modelos, a su vez, son útiles para el diseño de este tipo de materiales. En general, estos modelos tienen dos puntos fundamentales: la derivación de las fuerzas de las fibras cosiendo las fisuras y la forma en que se obtiene el comportamiento del compuesto a partir del comportamiento de las fibras y la matriz. Los modelos difieren en la forma en que se formulan y combinan ambos aspectos del problema.

Existen todavía algunas diferencias entre las conclusiones obtenidas por diferentes investigadores respecto al efecto de las fibras en el HRF y HARRF, muchas de ellas debidas a la distribución no uniforme de las fibras en el compuesto. Particularmente, no hay modelos bien probados y aceptados ampliamente que puedan tener en cuenta el efecto de la forma y contenido

de las fibras sobre el comportamiento mecánico.

En este trabajo se presenta un modelo para HARRF que permite simular adecuadamente el comportamiento estático del mismo a partir de las propiedades de la matriz y de las fibras así como de su contenido y distribución. El modelo se aplica a la simulación de una serie de ensayos de flexión realizados en HARRF con dos contenidos de fibras de acero de alta resistencia con gancho. La caracterización experimental incluye ensayos de compresión, ensayos de arrancamiento de fibras y ensayos de vigas con entalla y losas de la matriz y los dos HARRF

La comparación de resultados numéricos y experimentales permite en primer lugar caracterizar el comportamiento de las distintas componentes del modelo: fibras, matriz, deslizamiento fibra-matriz y luego validar el modelo desarrollado. Particularmente se estudia el problema de simulación de fisuración múltiple y la objetividad del modelo respecto de la malla de elementos finitos. El modelo puede ser utilizado como una herramienta de diseño de la mezcla para definir las propiedades y contenidos de fibras más adecuada.

2 MODELO PARA HARRF

EL HARRF puede ser interpretado como un compuesto consistente en una matriz frágil de Hormigón de Altas Resistencia (HAR) con fibras dispersas en la misma en n direcciones ortogonales correspondientes a los ejes de referencia. En este trabajo se emplea una modificación de la teoría de mezclas [Oñate et al. \(1991\)](#); [Oller et al. \(1996\)](#). que permite tener en cuenta la ortotropía del comportamiento de fibras y su deslizamiento respecto de la matriz de una manera simplificada [Luccioni et al. \(2012\)](#).

La teoría de mezclas clásica supone que todas las componentes del compuesto experimentan la misma deformación. Para el HARRF y pequeñas deformaciones esta condición de compatibilidad se escribe como:

$$\varepsilon_{ij} = (\varepsilon_{ij})_H = (\varepsilon_{ij})_{F_k} \quad (1)$$

donde ε_{ij} y $(\varepsilon_{ij})_m$ son las deformaciones en el compuesto y en cada una de las componentes. El subíndice H identifica al hormigón mientras que F_k identifica a las fibras en la dirección k con $k = 1, \dots, n$. La tensión en el compuesto se obtiene como:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \Psi(\varepsilon_{kl}, \alpha_k)}{\partial \varepsilon_{ij}} = \sum_{m=1}^n k_m \frac{\partial \Psi_m(\varepsilon_{kl}, (\alpha_i)_m)}{\partial \varepsilon_{ij}} = \sum_{m=1}^n k_m (\sigma_{ij})_m \quad (2)$$

Donde $\Psi(\varepsilon_{ij}, \alpha_i)$ y $\Psi_m(\varepsilon_{ij}, (\alpha_i)_m)$ son las densidades de energía libre por unidad de volumen del compuesto y de cada una de las componentes m respectivamente, $k_m = dV_m/dV$ es la correspondiente proporción volumétrica, $(\alpha_i)_m$ es un conjunto de variables internas y $(\sigma_{ij})_m$ es la tensión en la componente m que se obtiene a partir de la correspondiente ecuación constitutiva.

Debe notarse que la Ec. (1) no se cumple en el HARRF ya que las fibras se deslizan respecto de la matriz. A los efectos de poder usar esta teoría para el HARRF, se modifica el modelo constitutivo de las fibras incluyendo en el mismo el deslizamiento fibra-matriz sin necesidad de considerar explícitamente la interfaz fibra-matriz. Se supone que la deformación total de las fibras está compuesta por una deformación elástica ε_{ij}^e , una deformación plástica ε_{ij}^p y una deformación debida al deslizamiento ε_{ij}^s

$$(\varepsilon_{ij})_{F_k} = (\varepsilon_{ij}^e)_{F_k} + \underbrace{(\varepsilon_{ij}^p)_{F_k} + (\varepsilon_{ij}^s)_{F_k}}_{(\varepsilon_{ij}^{ps})_{F_k}} \quad k = x, y, z \quad (3)$$

Estrictamente solo los dos primeros términos corresponden a la fibra mientras que el tercero se desarrolla en la interfaz fibra-matriz. Como resultado de ese término, la deformación en la fibra misma es distinta de la matriz.

2.1 Hormigón

Para el hormigón se utiliza el modelo de daño plástico modificado [Luccioni and Rougier \(2005\)](#). El límite del comportamiento elástico se define a través de la función de fluencia,

$$F((\sigma_{ij})_c; (\kappa^p)_c) = f((\sigma_{ij})_c) - K((\sigma_{ij})_c; (\kappa^p)_c) \leq 0 \quad (4)$$

donde $f((\sigma_{ij})_c)$ es la tensión equivalente definida a través del criterio de Lubliner Oller modificado. $K((\sigma_{ij})_c; (\kappa^p)_c)$ es el umbral de fluencia y $(\kappa^p)_c$ es la variable de endurecimiento plástico isótropo. La evolución de las deformaciones plásticas se define a través de la regla de flujo

$$(\dot{\varepsilon}_{ij}^p)_c = \dot{\lambda} \frac{\partial G((\sigma_{mn})_c; (\kappa^p)_c)}{\partial (\sigma_{ij})_c} \quad (5)$$

donde $\dot{\lambda}$ es el parámetro de consistencia plástica y G es la función de potencial plástico para la cual se usa la función de Lubliner Oller [Oller et al. \(1988\)](#).

La variable de endurecimiento plástico normalizado κ^p se obtiene normalizando la disipación plástica a la unidad y varía entre 0 para el material virgen y 1 cuando el material ha disipado la totalidad de la energía que puede disipar. La regla de evolución de esta variable tiene en cuenta el comportamiento diferenciado en tracción y compresión [Rougier and Luccioni \(2007\)](#)

$$(\dot{\kappa}^p)_c = \left[\frac{r}{g_f^*} + \frac{(1-r)}{g_c^*} \right] (\sigma_{ij})_c (\dot{\varepsilon}_{ij}^p)_c \quad (6)$$

donde

$$r = \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \sigma_{ic} \rangle}{\sum_{i=1}^3 |\sigma_{ic}|} \geq 0 \quad \langle \sigma_{ic} \rangle = \frac{1}{2} [\sigma_{ic} + |\sigma_{ic}|] \quad (7)$$

σ_{ic} : son las tensiones principales

$$g_f^* = g_f \left(\frac{\sum_{i=1}^3 |\sigma_{ic}| R^{op}}{f((\sigma_{ij})_c)} \right)^{1+H(-r)} \quad g_c^* = g_c \left(\frac{\sum_{i=1}^3 |\sigma_{ic}|}{f((\sigma_{ij})_c)} \right)^{1+H(-r)} \quad (8)$$

$$H(-r) \begin{cases} = 0 & \text{if } r > 0 \\ = 1 & \text{if } r = 0 \end{cases} \quad (9)$$

R^{op} es la relación entre los umbrales elásticos de compresión y tracción g_f y g_c son las máximas densidades de energía disipadas en tracción y compresión uniaxial

$$g_f = \frac{G_f}{l_{cc}} \quad y \quad g_c = g_{c0} + \frac{G_{c1}}{l_{cc}} \quad (10)$$

Donde G_f es la energía de fractura, g_{c0} la densidad de energía disipada durante el proceso de endurecimiento en compresión G_{c1} , la energía por unidad de área disipada durante el proceso de ablandamiento en compresión y l_{cc} es un parámetro externo dependiente del tamaño de la malla de elementos finitos (EF) que se introduce para lograr objetividad de la respuesta en ablandamiento respecto del tamaño de la malla de elementos finitos. Más adelante se discute la adecuación de estas expresiones cuando el material forma parte de un compuesto tratado mediante la teoría de mezclas.

$$K \left((\sigma_{ij})_c; (\kappa^p)_c \right) = r \sigma_t((\kappa^p)_c) + (1 - r) \sigma_c((\kappa^p)_c) \quad (11)$$

donde $\sigma_t((\kappa^p)_c)$ y $\sigma_c((\kappa^p)_c)$ representan la evolución de los umbrales de fluencia en tracción y compresión uniaxial y se aproximan mediante una función de decaimiento exponencial y una función exponencial con máximo respectivamente o, alternativamente a partir de una curva obtenida experimentalmente.

2.2 Fibras

La deformación plástica de las fibras mismas en conjunto con el deslizamiento fibra-matriz se modelan a través de un modelo elastoplástico para materiales ortótropos. Normalmente, las fibras se deslizan antes de entrar en fluencia por lo que el límite elástico representa el umbral de deslizamiento que es marcadamente menor en la dirección de las fibras. Tanto la deformación plástica de las fibras como su deslizamiento respecto de la matriz están orientados en la dirección axial de las mismas. Para tener en cuenta esta ortotropía se usa el concepto de mapeo de espacios [Betten \(1988\)](#); [Ruano et al. \(2015\)](#). Se supone que existen dos espacios, el espacio ortótropo real y un espacio isótropo ficticio. Los tensores de tensión en ambos espacios están relacionados a través de un tensor de transformación A_{klij} que contiene la información sobre la ortotropía del material

$$\tau_{kl} = A_{klij} \sigma_{ij} \quad (12)$$

donde τ_{kl} y σ_{ij} son las tensiones en el espacio isótropo ficticio y en el espacio ortótropo real respectivamente. Se supone que el tensor A_{klij} es un tensor diagonal [Toledo et al. \(2008\)](#)

$$A_{klij} = \delta_{im} \delta_{jn} \delta_{km} \delta_{ln} \frac{\bar{\tau}}{\bar{\sigma}_{mn}} \quad (13)$$

donde δ_{im} es el delta de Kronecker, $\bar{\tau}$ es el límite elástico en el espacio isótropo ficticio y $\bar{\sigma}_{mn}$ es el valor del umbral elástico en el espacio ortótropo real en la dirección m en el plano normal a n . El problema se resuelve en el espacio isótropo ficticio y luego los resultados son mapeados al espacio ortótropo real. La función límite elástico en el espacio ortótropo real F^{ps} se escribe como:

$$F^{ps} \left((\sigma_{ij})_F, (\kappa^{ps})_F \right) = \bar{F} \left((\tau_{ij})_F, (\bar{\kappa}^{ps})_F \right) = \bar{f} \left((\tau_{ij})_F \right) - \bar{K} \left((\bar{\kappa}^{ps})_F \right) = 0 \quad (14)$$

Donde \bar{F} es la función que define el límite elástico en el espacio isótropo ficticio, $\bar{K}((\bar{\kappa}^{ps})_F)$ es la función de endurecimiento y \bar{f} es la tensión equivalente definida en este trabajo mediante la función de Von Mises para materiales isótropos.

La evolución de las deformaciones inelásticas en las fibras y en la interfaz fibra/matriz se

obtiene mediante la regla de flujo plástico asociado utilizando también el concepto de mapeo de espacios.

$$(\dot{\varepsilon}_{ij}^{ps})_F = \lambda \frac{\partial F^{ps}((\sigma_{mn})_F)}{\partial (\sigma_{ij})_F} = \lambda \frac{\partial \bar{f}((\tau_{mn})_F)}{\partial (\tau_{kl})_F} \frac{(\tau_{kl})_F}{\partial (\sigma_{ij})_F} = \lambda \frac{\partial \bar{f}((\tau_{mn})_F)}{\partial (\tau_{kl})_F} A_{klij} \quad (15)$$

Para definir la función de endurecimiento $\bar{K}((\bar{\kappa}^{ps})_F)$ como una función del trabajo inelástico $(\bar{\kappa}^{ps})_F$ en el espacio isótropo ficticio, se utilizan las curvas de arrancamiento de las fibras que se obtienen con el modelo que se describe en la siguiente sección. Se obtienen curvas tensión-deslizamiento que, en general, tienen una primera parte con endurecimiento y seguida de una rama de ablandamiento (ver Figura 1b).

La evolución de la variable de endurecimiento en el espacio isótropo ficticio se escribe como:

$$(\bar{\kappa}^{ps})_F = (\kappa^{ps})_F = \frac{1}{g} (\sigma_{ij})_F (\dot{\varepsilon}_{ij}^{ps})_F \quad (16)$$

Donde g es la densidad de energía por unidad de volumen disipada en el proceso de arrancamiento que se evalúa como:

$$g = \frac{G_0}{l_{cf0}} + \frac{G_1}{l_{cf1}} \quad (17)$$

G_0 y G_1 son las áreas bajo las curvas arrancamiento tensión-deslizamiento, l_{cf0} y l_{cf1} son longitudes características que se introducen para lograr objetividad de la solución respecto de la malla de elementos finitos y se analizan en la sección 3.

2.3 Deslizamiento fibra matriz

En el caso de fibras con gancho como las que se estudian en este trabajo la resistencia al arrancamiento está provista por la fuerza de fricción que se genera en la interfaz fibra-matriz y por el efecto de anclaje del gancho. El modelo utilizado Isla (2014) se basa en el enfoque Chanvillard (1999). La ecuación de equilibrio se obtiene del principio de potencias virtuales y resulta Isla (2014):

$$P = \int_L \left(\frac{d\tilde{\varepsilon}_s}{d\delta} N + \left(\frac{d\tilde{\varepsilon}_s}{d\delta} C + \frac{dC}{d\delta} \right) M + t_{fm} \left(1 - \int_s^L \frac{d\tilde{\varepsilon}_s}{d\delta} ds \right) \right) ds \quad (18)$$

Donde N y M son el esfuerzo normal y el momento en la fibra, $\tilde{\varepsilon}_s$ es la deformación axial de la fibra, δ es el deslizamiento del extremo libre de la fibra, C es la curvatura, L es la longitud embebida, s es una coordenada a lo largo de la fibra y t_{fm} es la resultante de las fuerzas tangenciales en la interfaz.

Integrando la Ec. (18) se obtiene la curva fuerza-arrancamiento que define el arrancamiento de las fibras. Esta curva puede ser usada como curva de endurecimiento de las fibras para definir la evolución \bar{K} en la dirección axial de la fibra que se utiliza en Ec. (14).

3 OBJETIVIDAD EN PROBLEMAS CON ABLANDAMIENTO

Normalmente el comportamiento del hormigón se caracteriza por presentar ablandamiento en tracción y endurecimiento seguido de ablandamiento en compresión como se ilustra en la Figura 1. Por otro lado, la curva tensión deslizamiento de las fibras obtenida en ensayo de arrancamiento o simulada numéricamente, presenta también una rama de endurecimiento y una rama de ablandamiento donde las fibras deslizan para tensiones decrecientes.

Es conocido que la simulación de problemas de ablandamiento mediante modelos locales independientes del tiempo lleva a respuestas dependientes del tamaño de la malla de EF debido a que la deformación inelástica se localiza en una banda de elementos finitos mientras que el resto descarga. Es por ello que normalmente se recurre a distintas estrategias para evitar este problema. Todas ellas suponen la introducción de una longitud característica en los modelos. La forma más simple de hacerlo es la indicada en Ec. (10) considerando que la energía de fractura G_f es una propiedad del material y que la energía por unidad de volumen se obtiene dividiendo por una longitud característica $l_{cc} = l_{EF}$ que depende del tamaño de la malla de elementos finitos. Esto mismo se aplica a la parte de ablandamiento en compresión. En el caso de las fibras podría usarse este enfoque para la energía disipada en la rama de ablandamiento del proceso de arrancamiento de las fibras ($l_{cf1} = l_{EF}$), mientras que para la rama de endurecimiento debería usarse como longitud característica la longitud de las fibras ($l_{cf0} = l_{Fibra}$).

Sin embargo, cuando se tiene un material compuesto como el HARRF, el comportamiento de las componentes no es independiente uno de otro por lo que esta forma simple de lograr objetividad no funciona adecuadamente en este caso. A los efectos de proponer una forma de lograr objetividad respecto de la malla de EF se analizan tres tipos de comportamiento que se presentan según el contenido de fibras en relación a las propiedades de la matriz. En la Figura 2 se esquematiza la respuesta en tracción para las tres situaciones. En todos los casos, cuando la matriz de hormigón se fisura se produce una caída de tensión de la matriz que dependiendo del contenido de fibras puede manifestarse como una caída de tensión del compuesto. Cuando el porcentaje de fibras es bajo, esta deformación se localiza en una sola fractura y en correspondencia con esa fractura la fibra comienza a deslizar. Aunque la respuesta de la fibra presente endurecimiento, las deformaciones inelásticas se localizan en una banda de elementos. En este caso la objetividad de la respuesta del conjunto respecto del tamaño de la malla de EF se logra tomando para el hormigón $l_{cc} = l_{EF}$ y en las fibras se considera que la energía disipada (área bajo la curva tensión desplazamiento) debe disiparse en un solo elemento por lo que debe ser $l_{cf0} = l_{cf1} = l_{EF}$.

Cuando el porcentaje de fibras es algo mayor, al abrirse una fisura en la matriz de hormigón, aunque se produzca una caída de tensión del compuesto, luego al empezar a tomar tensión las fibras, se pueden lograr tensiones mayores del compuesto que produzcan la fisuración del hormigón en los elementos vecinos (fisuración múltiple). Para lograr objetividad respecto de la malla de elementos finitos se debe tener en cuenta que la disipación no se localiza ahora en una banda de elementos. En el caso de la matriz de hormigón hace falta definir una longitud característica l_{refc} relacionada con el problema físico (separación entre fisuras). En este trabajo se ha definido esta longitud igual a la cuarta parte de la longitud de las fibras. Para el caso de las fibras la parte de endurecimiento debe disiparse en una longitud característica l_{reff} . El resto de la energía de las fibras, G_{fs1} , siempre se disipa en una única banda de elementos porque cuando las fibras comienzan a ablandar, ablanda todo el compuesto, por lo que $l_{cf1} = l_{EF}$.

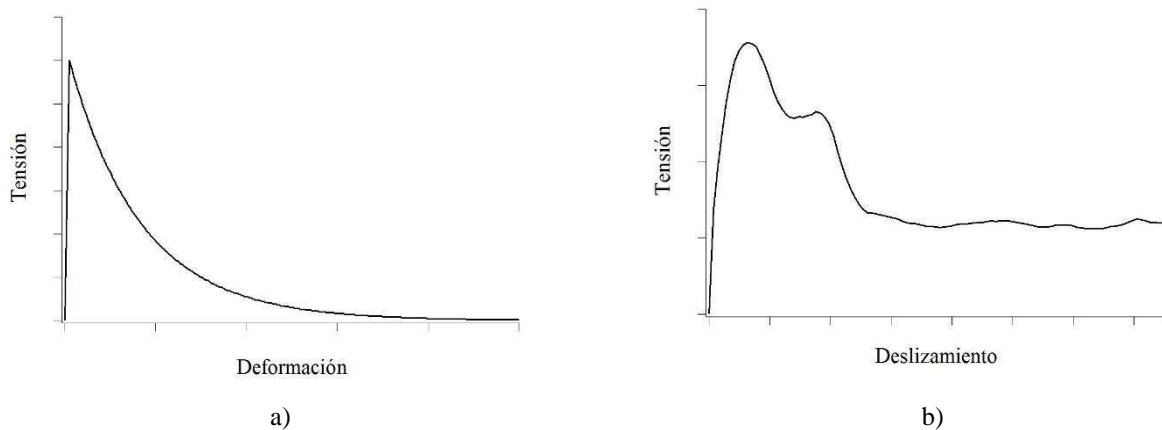


Figura 1: Esquema de la respuesta en tracción. a) Hormigón, b) Arrancamiento de fibras

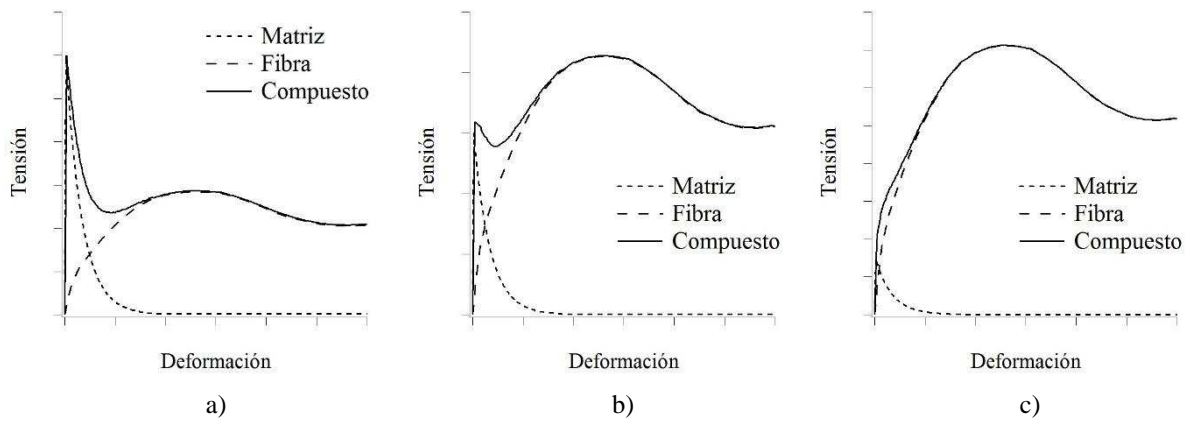


Figura 2: Esquema de la respuesta en tracción HARRF. a) Bajo contenido de fibras (ablandamiento), b) Contenido intermedio de fibras (ablandamiento-endurecimiento-ablandamiento); c) Contenido alto de fibras (endurecimiento-ablandamiento)

3.1 Ejemplos de aplicación

A los fines de mostrar que este enfoque permite lograr objetividad de la respuesta respecto del tamaño de la malla de elementos finitos se desarrollan a continuación dos ejemplos de aplicación que corresponden a dos situaciones diferentes, un HARRF con fibras con gancho que presenta ablandamiento y un hormigón de ultra alta performance con fibras lisas que presenta endurecimiento.

a) Respuesta con ablandamiento

Se analiza en este caso la respuesta de una viga con entalla de HARRF con ablandamiento sometida a flexión. Se trata de un hormigón de resistencia a compresión 114 MPa con un contenido de 0.25% de fibras con gancho de 60 mm de longitud y 0.71mm de diámetro, de alta resistencia (>2300MPa). En la Figura 3 se muestran dos mallas de elementos finitos con diferente densidad y en la Figura 4 se presentan las respuestas numéricas obtenidas con ambas mallas que demuestran la objetividad del enfoque en este caso.

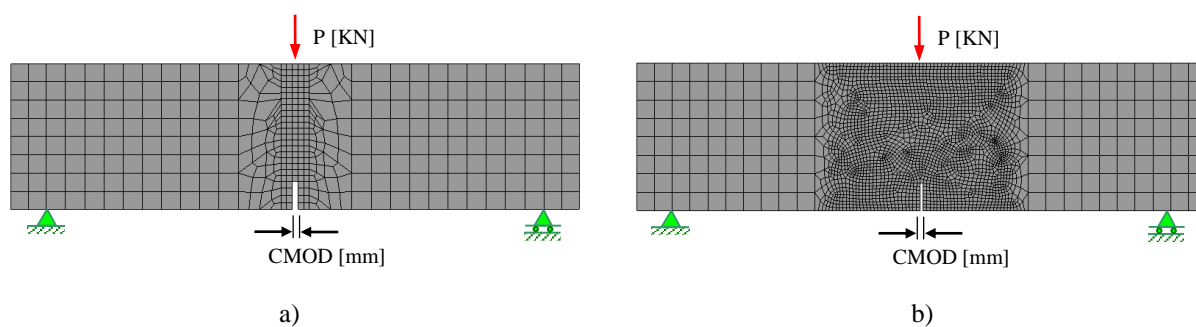


Figura 3. Viga con entalla sometida a flexión. a) Malla de EF 1, b) a) Malla de EF 2

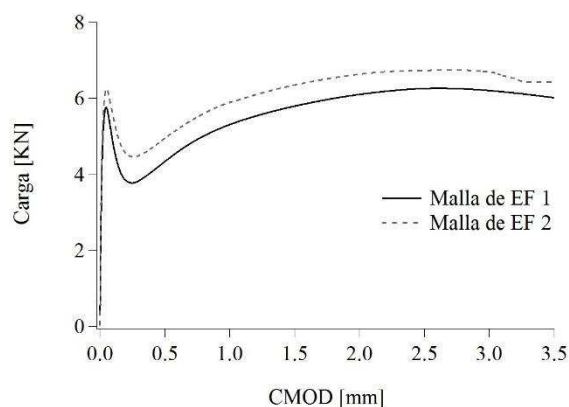


Figura 4. Viga con entalla sometida a flexión. Respuestas obtenidas con malla de EF 1 y malla de EF 2

b) Respuesta con endurecimiento

Se analiza en este caso la respuesta de una probeta cilíndrica con entalla de un hormigón de ultra alta performance con endurecimiento seguido de ablandamiento sometida a tracción. Se trata de un hormigón de ultra alta prestaciones (resistencia a tracción 8 MPa) con un contenido de 1.4 % de fibras de acero lisas de 13 mm de longitud y 0.16 mm de diámetro. En la Figura 5 se muestran dos mallas de elementos finitos con diferente densidad y en la Figura 6 se presentan las respuestas numéricas obtenidas con ambas mallas que demuestran la objetividad del enfoque en este caso.

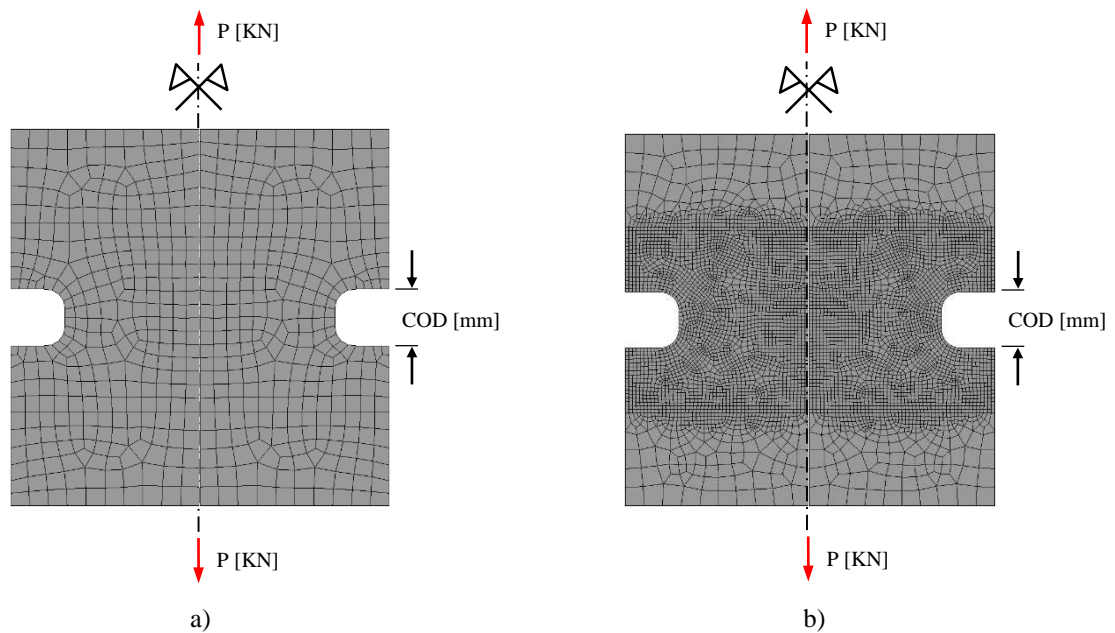


Figura 5. Probeta cilíndrica con entalla sometida a tracción. a) Malla de EF 1, b) a) Malla de EF 2

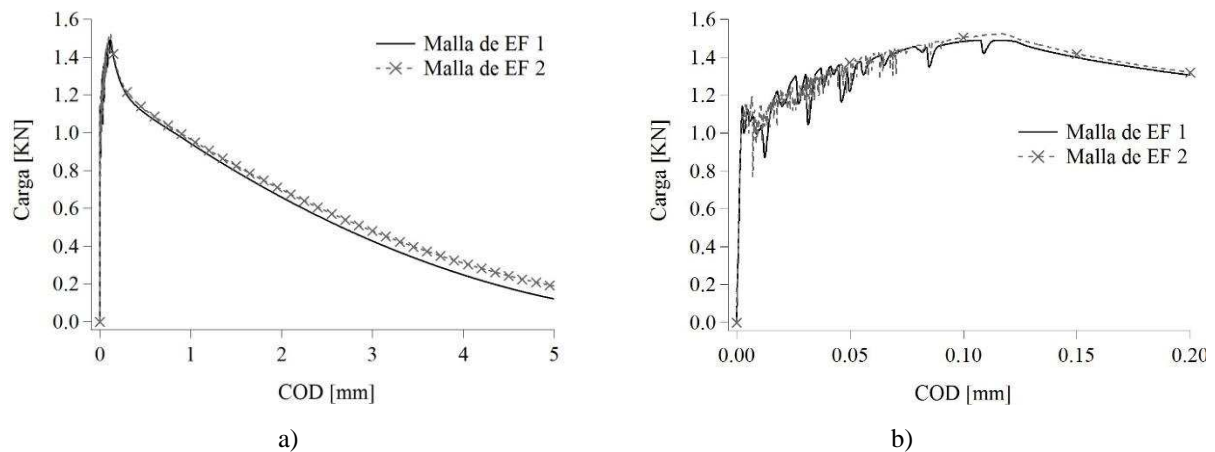


Figura 6. Probeta cilíndrica con entalla sometida a tracción. Respuestas obtenidas con malla de EF 1 y malla de EF 2. a) COD hasta 5.0mm b) Ampliación COD entre 0 a 0.2mm

4 SIMULACIÓN NUMÉRICA

4.1 Introducción

En esta sección se simulan numéricamente ensayos flexión del HAR así como los ensayos de arrancamiento de dos tipos fibras de la matriz de HAR a los fines de calibrar las propiedades del HAR y de arrancamiento estático de las fibras. Luego se utilizan estas propiedades para simular los ensayos de flexión de vigas de HARRF [Luccioni et al. \(2016\)](#) para mostrar la capacidad del modelo para simular el comportamiento del compuesto.

4.2 Ensayos en HAR

Se simularon ensayos de flexión de vigas, de aproximadamente 430 mm x 50 mm x 105 mm con una entalla en la parte central y con luz de apoyo de 350 mm se utilizó la malla de elementos finitos esquematizada en la Figura 3a, con EF planos de 4 nodos y 2x2 puntos de integración.

En la Figura 7 se muestra la comparación de los resultados numéricos con los experimentales que permitió los parámetros de tracción que se presentan en Tabla 1.

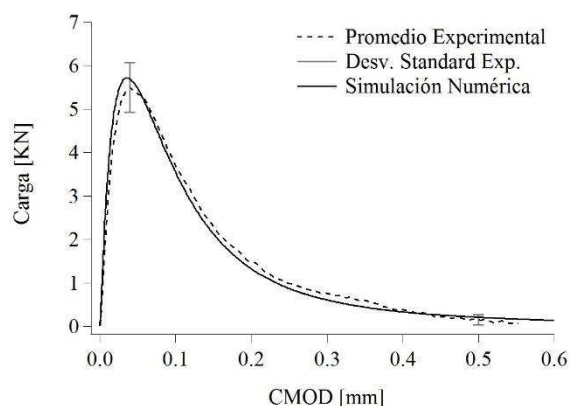


Figura 7: Viga con entalla sometida a flexión. Calibración de HAF en tracción.

Propiedades		
HAR	Módulo de elasticidad E [MPa]	39600
	Coefficiente de Poisson ν	0.2
	Resistencia a compression uniaxial σ_{uc} [MPa]	114
	Límite elástico en compression uniaxial σ_{yc} [MPa]	51
	Relación entre límites elásticos en compression y tracción R^{op}	10
	Energía de fractura G_f [MPa.mm]	0.12
	Energía de aplastamiento G_c [MPa.mm]	30
Fibras	Longitud [mm]	60
	Diámetro [mm]	0.71
	Módulo de elasticidad [GPa]	210
	Coefficiente de Poisson	0.2
	Tensión de rotura [MPa]	2470
Interfaz	Tensión tangencial máxima τ_{max} [MPa]	4
	Tensión tangencial residual τ_{resd} [MPa]	2
	Coefficiente friccional f	0.3

Tabla 1: Propiedades mecánicas del HAR, las fibras y de la interfaz fibra-matriz

4.3 Ensayos de arrancamiento

Los HARRF estudiados en este trabajo usan fibras de acero de alta resistencia con gancho. Las características geométricas y las propiedades mecánicas de las mismas y de la interfaz fibra/matriz se resumen en la Tabla 1.

En primer lugar se simuló un ensayo de arrancamiento de una fibra alineada con la mitad de

su longitud embecida. En la Figura 8 se presenta la curva de arrancamiento obtenida con el modelo descrito en la sección 2.3 y su comparación con la respuesta promedio obtenida experimentalmente. En el gráfico se incluye la desviación standard obtenida en los ensayos a los efectos de mostrar que la curva numérica reproduce adecuadamente los resultados experimentales siendo la diferencia menor que la desviación standard.

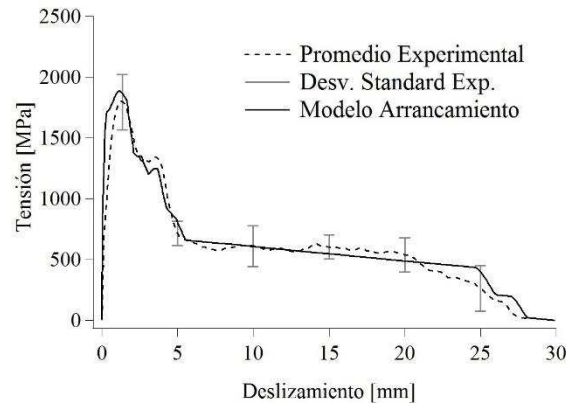


Figura 8: Ensayo de arrancamiento de fibras. Comparación resultados numéricos y experimentales [26]

Como en las vigas de HARRF las fibras no están alineadas con la tensión principal, se simuló ensayos de arrancamiento con distintas orientaciones respecto de la fuerza de arrancamiento $-60^\circ, -40^\circ, -20^\circ, 0^\circ, 20^\circ, 40^\circ, 60^\circ$. Además se consideraron distintas longitudes embecidas comprendidas entre 0 y 1/2 de la longitud de las fibras. En la Figura 9 se muestra la curva de arrancamiento obtenida como promedio. Se observa que al combinar distintas orientaciones y longitudes embecidas se obtiene una resistencia al arrancamiento notablemente menor.

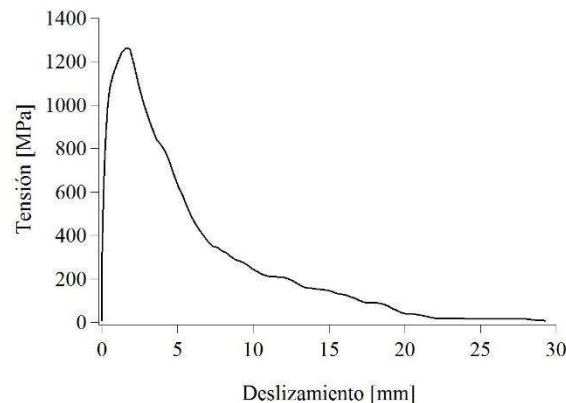


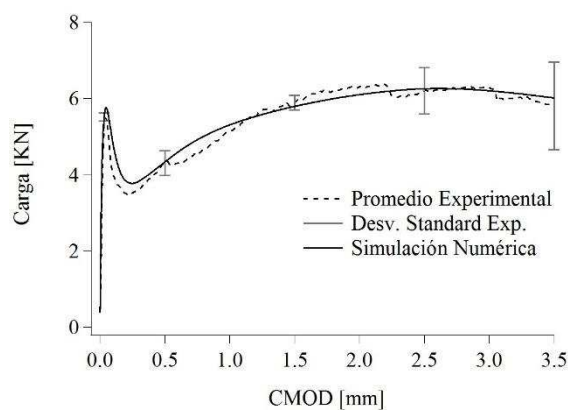
Figura 9: Curva de arrancamiento promedio

4.4 Ensayos de flexión de vigas de HARRF

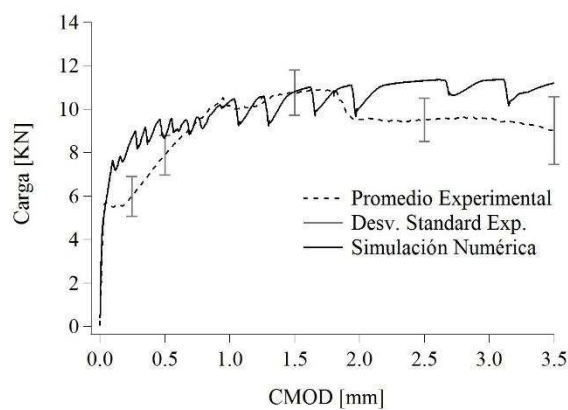
En los ensayos de HARRF se utilizaron tres contenidos de fibras 0.25, 0.50 y 0.75% en volumen. Debido a proceso de moldeo la distribución de fibras no es igual en todas las direcciones. Para simular el comportamiento del HARRF se consideró en todos los casos el % de fibras promedio medido en la fractura luego de los ensayos y que se indica en cada caso. Como se trata de un ensayo en donde la dirección principal de tensión es conocida, se trabajó directamente con una única componente equivalente al promedio de las fibras (Figura 9) para tener en cuenta el aporte de las mismas al compuesto. Para la simulación de las vigas en este

caso se usó la malla de EF de la Figura 3a.

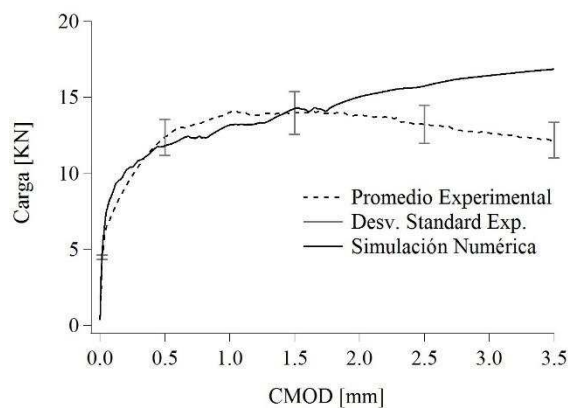
En la Figura 10 se muestran las curvas carga-apertura de fisura (CMOD) obtenidas de las simulaciones numéricas de los ensayos de flexión para los tres contenidos de fibras y su comparación con resultados experimentales promedio y desviación standard [Luccioni et al. \(2016\)](#). Se puede ver que los resultados experimentales presentan una gran variabilidad debido fundamentalmente a la distribución variable de las fibras. Los resultados numéricos reproducen aproximadamente los resultados experimentales.



a)



b)



c)

Figura 10: Respuesta a flexión: a) HARRF 0.25% b) HARRF 0.50% c) HARRF 0.75%.

Se observa que para el contenido de fibras menor, la respuesta del HARRF presenta ablandamiento, una vez que se fisura la matriz se presenta una caída de tensión del compuesto y las fibras se deslizan dando lugar a una respuesta notablemente más dúctil que la del del HAR sin fibras (Figura 7b). Sin embargo aunque el fenómeno de deslizamiento presenta endurecimiento, al ser bajo el % de fibras, la tensión de compuesto nunca llega a alcanzar la resistencia a tracción. Este comportamiento justifica la formación de una única fisura. En la Figura 11 se muestra una fotografía del ensayo correspondiente y la distribución de la variable de endurecimiento plástico al final del ensayo, evidenciando la localización de las deformaciones inelásticas en una zona de ancho reducido.

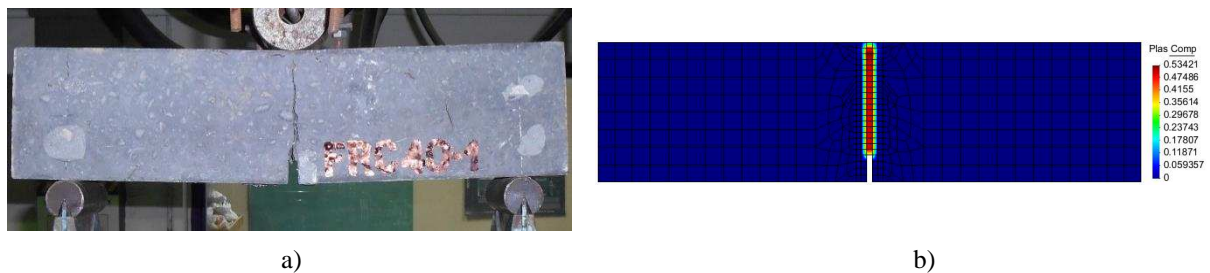


Figura 11: Fisuración concentrada (HARRF 0.25%): a) Fotografía del ensayo b) Distribución de la variable de endurecimiento plástico para una apertura de fisura $CMOD=3.5mm$

En el otro extremo se observa que para el contenido de fibras mayor, la respuesta del HARRF presenta endurecimiento desde el comienzo. Cuando se fisura la matriz se produce una caída de tensión de la misma que es compensada por el endurecimiento del proceso de deslizamiento de las fibras. De esta manera, la tensión en el compuesto va creciendo superando incluso la resistencia a tracción de la matriz y produciendo la fisuración en los elementos vecinos. Este comportamiento justifica la formación de fisuras múltiples. Cuando las fibras alcanzan la tensión máxima, comienzan a ablandar y la deformación inelástica sigue creciendo en una banda delgada mientras el resto de las fisuras comienzan a cerrarse. En la Figura 12 se muestra una fotografía del ensayo correspondiente y la distribución de la variable de endurecimiento plástico correspondiente al final del ensayo, evidenciando la fisuración distribuida.

El % intermedio de fibras da lugar también a una respuesta intermedia entre las descriptas. Se produce primero un ablandamiento del compuesto y luego un endurecimiento que supera el pico dando lugar a una fisuración múltiple.

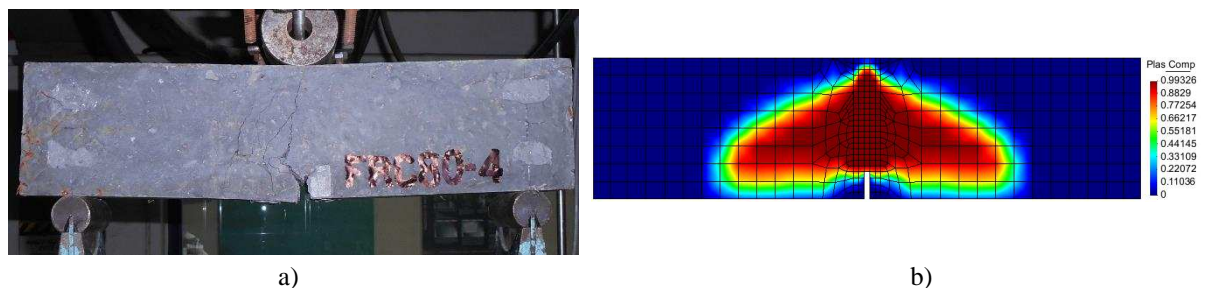


Figura 12: Fisuración múltiple (HARRF 0.75%): a) Fotografía del ensayo b) Distribución de la variable de endurecimiento plástico para una apertura de fisura $CMOD=3.5mm$

5 CONCLUSIONES

Se presentó un modelo de compuesto adecuado para simular el comportamiento mecánico del HARRF que representa una extensión de un modelo antes desarrollado para HRF. Particularmente se trató el problema de objetividad de la respuesta respecto del tamaño de la malla de elementos finitos. El modelo se aplicó a la simulación del comportamiento mecánico a flexión de vigas de HARRF con distintos contenidos de fibras lo cual permitió probar la capacidad del modelo para reproducir los resultados experimentales. Del análisis de objetividad realizado y los ejemplos desarrollados se pueden extraer las siguientes conclusiones.

El HARRF puede presentar ablandamiento, ablandamiento seguido de endurecimiento o endurecimiento seguido de ablandamiento. Cuando el compuesto ablanda no necesariamente todas las componentes están ablandando. Cuando endurece se produce una fisuración múltiple. Todo esto hace que el tratamiento de la objetividad de la respuesta respecto del tamaño de la malla de elementos finitos no pueda hacerse a través de una única longitud característica relacionada con el tamaño de los elementos finitos. La extensión propuesta en este trabajo parte de consideraciones simples respecto del comportamiento del conjunto y permite lograr objetividad respecto del tamaño de la malla de elementos finitos.

El modelo de compuesto logra reproducir adecuadamente el comportamiento del HARRF para distintos contenidos de fibras simulando adecuadamente la localización de las deformaciones inelásticas en el caso de contenidos menores de fibras y la fisuración múltiple en el caso de mayores contenidos de fibras.

La respuesta del HARRF es muy sensible a la forma de la curva de arrancamiento. En este caso se ha tomado una curva correspondiente al promedio de fibras en distintas direcciones y con distintas longitudes embebidas porque la dirección de la tensión principal se conocía a priori. De manera que la curva de arrancamiento depende fuertemente de la orientación y posición relativa de las fibras respecto a la fisura.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al CONICET, a la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica (Proyecto PICT 2013 1740), al CIUNT (Proyecto 26E520) y a la UNT por el apoyo económico brindado.

REFERENCIAS

- Betten, J., Application of tensor functions to the formulation of yield criteria for anisotropic materials. *International Journal of Plasticity*, 4:29-46, 1988.
- Brandt, A., Fibre reinforced cement-based (FRC) composites after over 40 years of development in building and civil engineering. *Composite Structures*, 86(1-3):3-6, 2008.
- Caggiano, A. & Martinelli, E., A unified formulation for simulating the bond behaviour of fibres in cementitious materials. *Materials and Design*, 42:204-13, 2012.
- Chanvillard, G., Modelos the pullout of wire-draw steel fibers. *Cement and Concrete Research*, 29:1027-37, 1999.
- Hung, C. & Li, S., Three-dimensional model for analysis of high performance fiber reinforced cement-based composites. *Composites: Part B*, 45:1441-47, 2013.
- Isla, F., *Modelo para hormigón reforzado con fibras de acero. Tesis de Doctorado en Ingeniería*. Tucumán, Argentina: Universidad Nacional de Tucumán. 2014.
- Isla, F., Ruano, G. & Luccioni, B., Analysis of steel fibers pull-out. Experimental study. *Construction and Building Materials*, 100:183-93, 2015.
- Khabaz, A., Monitoring of impact of hooked ends on mechanical behavior of steel fiber in concrete. *Construction and Building Materials*, 113:857-63, 2016.

- Kim, D., Park, S., Ryu, G. & Koh, K., Comparative flexural behavior of Hybrid Ultra High Performance Fiber Reinforced Concrete with different macro fibers. *Construction and Building Materials*, 25:4144-55, 2011.
- Kustermann, A. y otros, 2005. *Protection elements made of High Strength Fiber Reinforced Concrete (HSFRC) as single and multi layer constructions..* New Orleans, USA, s.n.
- Liu, H., Xiang, T. & Zhao, R., Research on non-linear structural behaviors of prestressed concrete beams made of high strength and steel fiber reinforced concretes. *Construction and Building Materials*, 23:85-95, 2009.
- Luccioni, B. y otros, Effect of Steel Fibers on Static and Blast Response of High Strength Concrete. *Submitted to International Journal of Impact Engineering*. 2016.
- Luccioni, B. & Rougier, V., A plastic damage approach for confined concrete. *Computers and Structures*, 83:2238-56, 2005.
- Luccioni, B. et al., A simple approach to model SFRC. *Construction & Building Materials*, En Evaluación, 2012.
- Luccioni, B. y otros, A simple approach to model SFRC. *Construction and Building Materials*, 37:111-24, 2012.
- Millard, S., Molyneaux, T., Barnett, S. & Gao, X., Dynamic enhancement of blast-resistant ultra high performance fibre-reinforced concrete under flexural and shear loading. *International Journal of Impact Engineering*, 37:405-13, 2010.
- Oliver, J., Mora, D. F., Huespe, A. E. & Weyler, R., A micromorphic model for steel fiber reinforced concrete. *International Journal of Solids and Structures*, 49:2990–3007, 2012.
- Oller, S., Oliver, J., Lubliner, J. & Oñate, E., Un modelo constitutivo de daño plástico para materiales friccionales. Parte I: variables fundamentales, funciones de fluencia y potencial. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para el Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 4:397-428, 1988.
- Oller, S., Oñate, E., Miquel, J. & Botello, S., A plastic damage constitutive model for composite materials. *Int. J. Solids and Structures*, 33 (17):2501-18, 1996.
- Oñate, E., Oller, S., Botella, S. & Miquel, J., Métodos Avanzados de Cálculo de Estructuras de Materiales Compuestos. *Publication CIMNE*, 11.1991.
- Rougier, V. C. & Luccioni, B. M., Numerical assessment of frp retrofitting systems for reinforced concrete elements. *Engineering Structures*, 29:1664-75, 2007.
- Ruano, G., Isla, F., Sfer, D. & Luccioni, B., Numerical modeling of reinforced concrete beams repaired and strengthened with SFRC. *Engineering Structures*, 86:168-81, 2015.
- Shah, A. & Ribakov, Y., Recent trends in steel fibered high-strength concrete. *Materials and Design*, 32:4122-51, 2011.
- Song, P. & Hwang, S., Mechanical properties of high-strength steel fiber-reinforced concrete. *Construction and Building Materials*, 18(1):669-73, 2004.
- Toledo, M., Nallim, L. & Luccioni, B., A micro-macromechanical approach for composite laminates. *Mechanics of Materials*, 885-906, 2008.
- Tysmans, T., Wozniak, M., Remy, O. & Vantomme, J., Finite element modelling of the biaxial behavior of high-performance fibre-reinforced cement composites (HPRCC) using Concrete Damaged Plasticity. *Finite Elements in Analysis and Design*, 100:47-53, 2015.
- Yu, R., Spiesz, P. & Brouwers, H., Development of Ultra-High Performance Fibre Reinforced Concrete (UHPRFC): Towards an efficient utilization of binders and fibres. *Development of Ultra-High Performance Fibre Reinforced Concrete (UHPRFC): Towards an efficient utilization of binders and fibres*, 79:273-82, 2015.