

OTIMIZAÇÃO MULTI OBJETIVO DE PARÂMETROS CONCENTRADOS DE SUSPENSÃO PARA CONFORTO E SEGURANÇA VEICULAR EM DINÂMICA VERTICAL

Luis R. Centeno Drehmer, Walter J. Paucar Casas e Herbert Martins Gomes

*Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rua Sarmento
Leite 425, Bairro Cidade Baixa, Porto Alegre – RS, CEP 90050-170, Brasil,
luisdrehmer@yahoo.com.br, walter.paucar.casas@ufrgs.br e herbert@mecanica.ufrgs.br,
<http://www.ufrgs.br/demec>*

Palavras-chave: Modelo veicular biodinâmico. Domínio da frequência. Conforto. Segurança. Incerteza. Otimização por enxame de partículas. Análise de intervalo. Método dos níveis de corte- α .

Resumo. Este trabalho consiste em determinar os parâmetros concentrados de suspensão otimizados em um modelo veicular submetido a diferentes perfis de irregularidades de pista aleatórios para garantir conforto e segurança ao motorista. Para isso, formula-se uma função multiobjetivo, considerando três requerimentos no projeto da suspensão. Dois desses objetivos são tratados como conflitantes (conforto, mensurada pela aceleração *rms* do assento e curso da suspensão), enquanto a segurança, mensurada pela aderência à pista, é usada como restrição do problema de otimização. O veículo possui oito graus de liberdade, e o motorista, quatro, totalizando doze graus de liberdade do modelo completo no domínio da frequência. Para obter os parâmetros otimizados frente a diferentes condições de velocidade a um dado perfil de pista, utiliza-se o algoritmo de enxame de partículas, comparando-o com o algoritmo determinístico de programação quadrática sequencial. Com o intuito de estudar as incertezas no comportamento do sistema, propõe-se uma análise de intervalo em outras variáveis que não foram otimizadas (rigidezes dos pneus e densidade espectral de potência da pista) para verificar a robustez dos resultados obtidos.

1 INTRODUÇÃO

A suspensão automotiva é objeto de pesquisa em projetos de veículos que garantam conforto e segurança para os passageiros com o mínimo de custo. A exposição prolongada do passageiro à vibração é nitidamente observada quando um veículo trafega em uma pista onde a menor irregularidade pode provocar desconforto e ser nociva à saúde humana, de tal forma que a região lombar, o quadril e o sistema digestivo são comprometidos. Na tentativa de obter uma solução otimizada desse problema, pode ser formulada uma função multiobjetivo capaz de agregar os principais requerimentos de projeto em um modelo veicular pertinente.

Os requerimentos de projeto podem ser conflitantes e, quando um deles é otimizado, outros requerimentos podem piorar. Esse conflito pode ser visto, por exemplo, na tentativa de minimizar a aceleração vertical *rms* no motorista e, conseqüentemente, aumentar as forças transmitidas do pneu à pista. Outro conflito bastante típico consiste na minimização do curso da suspensão e no subsequente aumento da aceleração vertical *rms* transmitida pela carroceria. Sendo assim, a otimização multiobjetivo tenta obter um (ou mais) conjunto(s) ótimo(s) de parâmetros que melhor atendam os diferentes objetivos conflitantes, e a tomada de decisão de qual conjunto satisfaz o problema é passada para a equipe de projeto.

No entanto, mesmo obtendo os parâmetros ótimos, pequenas perturbações em outras variáveis que não as de projeto podem interferir na resposta, e o resultado obtido já não é mais ótimo. Isso mostra que as incertezas em outras variáveis podem interferir significativamente no problema abordado e que a otimização precisa ser robusta o suficiente para contornar essas deficiências. Em um processo repetitivo, quando o resultado da função a ser otimizada for um valor médio que se mantém o mesmo e um desvio padrão pequeno, o coeficiente de variação também é pequeno, garantindo robustez e baixa dispersão. Essa é a ideia de uma otimização robusta, onde não só o valor médio das variáveis é minimizado, mas também as suas medidas de dispersão (desvio padrão). Além disso, se as variáveis otimizadas estiverem próximas dos limites de projeto, a otimização robusta pode garantir uma solução de projeto satisfatória, oferecendo flexibilidade na tomada de decisões e minimizando as incertezas. Nesse aspecto, a avaliação de incertezas, a análise de intervalo e de sensibilidade são ferramentas úteis para identificar a influência das variáveis na minimização da função e também para garantir uma solução robusta o suficiente em termos de projeto frente às incertezas presentes na prática e não modeladas.

Este trabalho propõe um estudo sobre conforto e segurança em dinâmica vertical de um modelo veicular de doze graus de liberdade (12-GDL), o qual inclui o veículo, o assento e o modelo biodinâmico do motorista. Ela atende as normas ISO-8608 (1995) e ISO-2631 (1997) e utiliza a otimização multiobjetivo, o algoritmo de enxame de partículas, o algoritmo de otimização espiral e a análise de intervalo como um procedimento metodológico de solução de engenharia.

Como objetivo geral do trabalho, determina-se um conjunto de parâmetros concentrados de suspensão que melhor satisfaça robustamente a função multiobjetivo proposta. Esse objetivo desdobra-se nos seguintes objetivos específicos:

- a) desenvolver um modelo veicular analítico e numérico que adequadamente represente a carroceria, o assento e o motorista;
- b) otimizar os parâmetros concentrados;
- c) avaliar o comportamento do sistema na presença de incertezas nos seus parâmetros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Muitos modelos matemáticos são propostos para estudar o comportamento dinâmico dos veículos. Esses modelos podem ser relativamente simples (um ou dois graus de liberdade) ou mais complexos (sete ou mais graus de liberdade). Os graus de liberdade utilizados no modelo

dependem de quão profunda é a análise do comportamento do veículo e de quão próximo à realidade o modelo pode estar. Modelos de um ou dois graus de liberdade podem resultar em soluções analíticas fechadas do problema abordado; porém, não são capazes de captar todos os movimentos pertinentes do veículo. Já os de muitos graus de liberdade podem satisfazer esses movimentos ao custo de grande complexidade matemática e computacional.

Baumal, McPhee e Calamai (1998) aplicaram algoritmos genéticos na otimização de um sistema de suspensão ativo em um modelo de 5-GDL, considerando a arfagem do veículo e o assento do motorista. Três requerimentos de projeto foram utilizados como restrições na otimização, a saber: conforto, dado pela minimização da magnitude da aceleração no assento; aderência à pista (ou segurança), dado pelo deslocamento relativo dos pneus em contato com a pista; e curso da suspensão, dado pelo deslocamento relativo das suspensões e do chassi. Os valores que as restrições não poderiam violar coincidiram com as devidas limitações técnicas e financeiras de produção das suspensões. Como resultado, os algoritmos genéticos foram usados para minimizar a função objetivo fazendo o monitoramento das análises prévias do sistema, evitando assim recalcular a função de custo para um mesmo conjunto de variáveis de projeto.

Ikenaga *et al.* (2000) propuseram o controle de suspensão ativa em um modelo de 7-GDL, o qual não prevê o descolamento do pneu com o perfil da estrada e, como resultado, mostraram que o movimento da massa suspensa, acima e abaixo da frequência natural das rodas, pode ser aprimorado, utilizando filtros ativos nos laços de controle internos para determinar os coeficientes de rigidez e amortecimento da suspensão. O amortecimento do tipo *skyhook*, aplicado no movimento vertical da carroceria, assim como filtros ativos nos laços de controle externos puderam ser usados para atenuar velocidades de arfagem e rolagem.

Gobbi e Mastinu (2001) otimizaram e desenvolveram uma solução analítica fechada para um modelo de 2-GDL que descreve o comportamento dinâmico vertical de um veículo. Duas densidades espectrais de potência foram utilizadas para indicar os perfis de pista (uma uniaxial e outra bicaudal), e uma otimização multiobjetivo foi realizada a fim de encontrar o melhor conjunto de Pareto entre três requerimentos conflitantes de projeto de suspensão – a saber, desconforto, curso de suspensão e capacidade de aderência à pista. Cada requerimento foi representado pelo seu respectivo desvio padrão obtido por meio da solução analítica do modelo no domínio da frequência. Os resultados sugerem que o comportamento da suspensão é sensível ao perfil de pista e à velocidade do veículo e que isso acontece, por exemplo, na rigidez da suspensão para a aderência à pista, na relação de amortecimento para o desconforto e na massa da carroceria para o curso da suspensão.

Gobbi, Levi e Mastinu (2006) aprofundaram os estudos nesse tema, utilizando a teoria de otimização multiobjetivo e a teoria de projeto robusto para dar origem a uma otimização multiobjetivo robusta em modelos veiculares. O modelo é de 2-GDL com suspensões ativas e passivas, e a função multiobjetivo contempla os requerimentos de capacidade de aderência à pista, curso de suspensão e desconforto. Os parâmetros estocásticos são a massa da carroceria e a rigidez do pneu. Como resultado, as regiões de Pareto foram esboçadas para diferentes casos, comparando três aproximações de otimização (determinística de α igual à zero, robusta de α infinito, e a estocástica de α intermediário). A determinística foi a que obteve o melhor coeficiente de desempenho médio na função multiobjetivo, mas este valor foi sensível aos parâmetros incertos. Nesse sentido, a otimização estocástica é sugerida como uma solução intermediária aceitável que pode ser utilizada para modelos mais complexos.

Bouazara, Richard e Rakheja (2006) desenvolveram um modelo veicular não linear de 9-GDL para análise dinâmica da suspensão e do assento do motorista com amortecimento passivo, semiativo e ativo. Dois assentos foram devidamente configurados e experimentados em laboratório com excitação senoidal e aleatória. Os parâmetros otimizados foram obtidos por meio do método da minimização sequencial não restrita com o objetivo de minimizar a

aceleração vertical *rms* transmitida pelo assento em até 30%. As orientações das normas BS-6841 (1987) e ISO-2631 (1997) foram comparadas com os resultados obtidos.

Zhang *et al.* (2007) analisaram um modelo de 2-GDL no domínio da frequência. Nesse trabalho, um modelo fracionado foi desenvolvido com coeficientes de amortecimento do tipo visco-elástico para ser submetido a um processo não estacionário de vibração aleatória que representa o perfil de pista a diferentes velocidades. Esse modelo obteve resultados eficientes, mas apenas para sistemas lineares. Chi, He e Naterer (2008) também exploraram um modelo de 2-GDL para comparar três algoritmos de otimização – algoritmos genéticos (GA), procura padronizada (PSA) e programação quadrática sequencial (SQP) –, corroborando que o SQP é atrelado aos mínimos locais da função objetivo.

Nariman-Zadeh *et al.* (2010) desenvolveram um novo método de análise multiobjetivo por algoritmos genéticos (*Multi-objective uniform-diversity genetic algorithm* ou MUGA) associado ao mecanismo de preservação da diversidade (*ϵ -Elimination algorithm*) para fazer a otimização de Pareto em modelo veicular de 5-GDL. Diferentes objetivos conflitantes foram considerados, tais como aceleração no assento, velocidade de contato nos pneus dianteiro e traseiro e deslocamentos relativos das suspensões dianteira e traseira, para verificar entre os resultados de uma otimização de dois objetivos conflitantes (par a par) e de uma otimização com os cinco objetivos conflitantes simultaneamente. Pseudocódigos dos algoritmos usados, resultados foram apresentados para elucidar a eficiência do método. Como resultado, foi observado que tão somente um único conjunto de indivíduos do GA atendeu os cinco objetivos simultâneos, conclusão que não ocorria nos casos de dois objetivos par a par. Para os autores, a otimização com os cinco objetivos esboçou uma fronteira de Pareto que incluía também as fronteiras de Pareto de cada otimização par a par, o que proporcionou mais escolhas para o projeto da suspensão.

Zhang *et al.* (2010) propuseram um método para a análise de vibrações aleatórias não estacionárias para o acoplamento entre um veículo e uma ponte. O modelo possui 10-GDL, e a ponte foi simulada utilizando a teoria de viga de Bernoulli-Euler. Nessa análise, os métodos da pseudo excitação (PEM) e da integração precisa (PIM) foram utilizados, demonstrando que a precisão de ambos os métodos foi satisfatória em comparação com as simulações exaustivas de Monte Carlo.

Dai, Gao e Zhang (2011) investigaram as respostas dinâmicas dos deslocamentos e das acelerações de um modelo de 2-GDL com incertezas em seus parâmetros, submetido a perfis de pista aleatórios, no domínio do tempo e da frequência. As variáveis consideradas aleatórias foram a massa suspensa, a massa não suspensa, o amortecimento da suspensão, a rigidez da suspensão e dos pneus, todas obedecendo a uma distribuição normal e independentes uma das outras. Como resultado, as incertezas contidas na massa suspensa e na rigidez da suspensão influenciaram significativamente a resposta da aceleração vertical *rms* da massa suspensa. Por outro lado, variações na massa não suspensa e na rigidez dos pneus influenciaram o valor *rms* da aceleração da massa não suspensa majoritariamente. No caso onde apenas há incertezas na massa suspensa, massa não suspensa, rigidez da suspensão e dos pneus, a aceleração vertical *rms* da massa suspensa alterava-se quando as incertezas foram consideradas simultaneamente.

Drehmer, Casas e Gomes (2015) realizaram a otimização de parâmetros concentrados de suspensão em um modelo de 8-GDL no domínio da frequência utilizando o PSO. Para isso, uma função multiobjetivo foi formulada na tentativa de atender três requerimentos de projeto (aceleração vertical *rms* ponderada pela frequência, capacidade de aderência à pista e curso de suspensão), seguindo as orientações da norma ISO-2631 (1997). Diferentes perfis de pista e velocidades do veículo foram simulados, e uma comparação entre o PSO e o SQP foi disposta para avaliar os resultados obtidos. Uma análise de sensibilidade dos parâmetros otimizados foi feita em torno do ponto ótimo obtido e, no perfil de pista classe G (pior possível), constatou-se que o amortecimento do assento tem maior influência na minimização. De um modo geral,

conforme os resultados ilustrados, a rigidez da suspensão dianteira deve ser menos rígida do que a traseira quando a posição relativa do assento do motorista é localizada à frente do centro de gravidade (CG) da carroceria, indicando que a posição do assento pode ser considerada também como uma variável de projeto a ser otimizada. Apenas no perfil de pista Classe A foi possível obter parâmetros ótimos que, de fato, resultassem em valores aceitáveis em termos de conforto, aderência à pista e curso da suspensão simultaneamente. Os limites das variáveis de projeto utilizados, portanto, não foram suficientes para atender as necessidades de perfis mais irregulares.

2.1 Normas e perfis de pista

Os perfis de irregularidades da pista são considerados como os dados de entrada para o estudo e análise do comportamento dinâmico de um veículo. Um dos métodos mais usuais de classificação do perfil de pista consiste em empregar densidades espectrais de potência (PSD) em um modelo matemático de um campo gaussiano bidimensional isotrópico aleatório capaz de representar a superfície da pista (Dodds; Robson, 1973). Normas internacionais como ISO-2631 (1997), ISO-8608 (1995) e BS-6841 (1987) orientam os estudos em perfis de pista, oferecendo valores numéricos e experimentais para simulações e ensaios de engenharia.

A PSD unilateral de um determinado perfil de irregularidades, $G_z(n)$, é definida em relação a media quadrática do valor esperado, conforme a Eq. (1):

$$E[Z^2] = \int_0^\infty G_z(n) dn = \int_{-\infty}^\infty S_{ub}(\omega) d\omega \quad (1)$$

onde $E[Z^2]$ é o valor esperado da variável aleatória Z ; n é o número de onda na frequência espacial, em ciclos/m, e $S_{ub}(\omega)$ é a densidade espectral dos deslocamentos da base do perfil de pista, em m^3/rad .

Aplica-se, então, uma mudança de variável $dn = d\omega/2\pi v$ na Eq. (1) para obter:

$$E[Z^2] = \frac{1}{2\pi v} \sum_0^\infty G_z(n) d\omega = \frac{1}{4\pi v} \sum_{-\infty}^\infty G_z(n) d\omega \quad (2)$$

onde v é a velocidade do veículo, em m/s, e ω é o número de onda na frequência angular em rad/s.

Partindo das Eqs. (1) e (2) e relacionando-as a uma PSD unilateral $G_z(n)$, tem-se a sua respectiva PSD bilateral para cada contato do pneu com a pista considerando a defasagem entre os pneus dianteiros e traseiros:

$$\mathbf{S}_{ub}(\omega) = \frac{1}{4\pi v} \begin{bmatrix} G_z(n) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_z(n) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_z(n)e^{i\omega\Delta t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_z(n)e^{i\omega\Delta t} \end{bmatrix} \quad (3)$$

A dedução completa da Eq. (3) pode ser obtida em Drehmer (2015). Essa equação é importante para a análise espectral, porque relaciona a PSD dos deslocamentos da base $S_{ub}(\omega)$ do modelo veicular com a PSD do perfil de irregularidades $G_z(n)$, obtido por normas ou aproximado por funções matemáticas.

Andrén (2006) descreve diferentes aproximações para a PSD unilateral $G_z(n)$, cada uma delas com suas respectivas particularidades; contudo, a aproximação mais pertinente é aquela proposta pelas ISO-8608 (1995), descrita pela Eq. (4):

$$G_z(n) = G_0 \left(\frac{n}{n_0} \right)^{-\rho} \quad (4)$$

onde ρ é o expoente da aproximação da curva da PSD, n_0 é o número de onda específico conforme a norma utilizada, em ciclos/m, G_0 é a PSD de um dado perfil de irregularidades relacionado ao número de onda específico, em m^3/ciclo , e n é o número de onda a ser medido experimentalmente, em ciclos/m. Usualmente, n_0 equivale a $1/2\pi$ ciclos/m e corresponde a um comprimento de onda de 6,3 metros, típico na construção de pistas. Assume-se que a PSD nos pneus dianteiros e traseiros possuem a mesma magnitude em frequência, mas, para uma mesma trilha, eles apresentam uma defasagem que é equivalente ao mesmo perfil de pista com um incremento no tempo baseado na distância entre eixos.

Os limites de integração da densidade espectral do perfil de irregularidades constituem um parâmetro importante a ser considerado. Esses limites normalmente estão entre 0,01 a 10 ciclos/m, o que restringe as velocidades permitidas do veículo para algo entre 5 a 50 m/s. O limite superior de integração pode ser maior, conforme o limite de velocidade estabelecido na pista, atingindo até 1000 ciclos/m para uma integração numérica satisfatória. Por outro lado, o limite inferior pode iniciar a partir de 0,05 ciclos/m para análises de veículos fora de estrada ou em perfis muito irregulares (Drehmer, 2012).

2.2 Otimização multiobjetivo

A otimização multiobjetivo (multicritério ou vetorial) é aquela que trabalha as relações do tipo custo-benefício entre os objetivos conflitantes e as soluções satisfatórias do problema. Ela enfoca o problema de uma forma mais suave, oferecendo mais liberdade para a tomada de decisões de projeto e opções de solução. Isso evita tratar o problema de uma forma severa que prejudicaria o andamento de um projeto de engenharia de múltiplos critérios.

Uma solução \mathbf{x}_1 é considerada como um conjunto ótimo de Pareto se e somente se não exista outra solução \mathbf{x}_2 capaz de cumprir duas condições de dominância. Dominância, segundo Camponogara e Talukdar (1997), é o conceito em que, sendo duas soluções viáveis, \mathbf{x}_1 e \mathbf{x}_2 , de um problema de otimização com nf objetivos conflitantes, uma solução \mathbf{x}_1 é considerada fortemente não dominada por uma solução \mathbf{x}_2 se e somente se atender:

$$\begin{aligned} \forall i \in (1, \dots, nf) : f_i(\mathbf{x}_1) &\leq f_i(\mathbf{x}_2) \\ \exists i \in (1, \dots, nf) : f_i(\mathbf{x}_1) &< f_i(\mathbf{x}_2) \end{aligned} \quad (5)$$

Essas duas condições de dominância podem ser interpretadas da seguinte forma: uma solução é considerada um conjunto ótimo de Pareto se não existir outra solução viável capaz de melhorar todos os objetivos conflitantes simultaneamente. A partir disso, torna-se possível esboçar todas as soluções não dominadas no espaço de solução que formam o conjunto ótimo de Pareto e demarcam a fronteira (região) de Pareto no espaço das funções objetivo.

Sendo assim, a otimização multiobjetivo pode ser formulada da seguinte maneira para um vetor de funções genérico:

$$\begin{aligned} &\text{Encontre o vetor } \mathbf{x} \\ &\text{para minimizar } J = [f_1(\mathbf{x}) \quad f_2(\mathbf{x}) \quad \dots \quad f_{nf}(\mathbf{x})]^T \\ &\text{sujeito à } \begin{cases} g(\mathbf{x}) \leq 0 \\ h(\mathbf{x}) = 0 \\ \mathbf{x}_l \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_u \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

onde nf é o número de objetivos conflitantes, \mathbf{x}_l e \mathbf{x}_u são os limites inferiores e superiores do

vetor de variáveis de projeto \mathbf{x} , $g(\mathbf{x})$ é o vetor de restrições de desigualdade e $h(\mathbf{x})$ é o vetor de restrições de igualdade.

A soma ponderada é uma das aproximações mais simples para a solução da otimização multiobjetivo. Ela usa uma combinação linear de diferentes objetivos conflitantes, auxiliados por pesos que medem a importância de um objetivo em relação a outro. Conforme Messac e Mullur (2007), a função multiobjetivo agregada (*Aggregate objective function* ou AOF) a ser minimizada é definida como

$$J = \sum_{i=1}^{nf} w_i f(\mathbf{x})_i \quad (7)$$

onde combinam-se diferentes índices de performance e agrega-se os objetivos conflitantes em uma única função. Pesos escalares w_i são prescritos conforme a preferência de cada objetivo do projeto, os quais devem ser maiores do que zero e a sua soma deve ser igual a 1. Essa soma é incapaz de atingir pontos não convexos da fronteira de Pareto; por isso, propõem-se outras técnicas para captar esses pontos onde pode estar o melhor conjunto de Pareto.

A programação compromisso é uma técnica que corrige essa desvantagem. Então, a AOF é a soma ponderada exponencial dos objetivos dada por

$$J = \sum_{i=1}^{nf} w_i f(\mathbf{x})_i^r \quad (8)$$

onde o expoente r deve ser igual ou maior a 2, no mínimo, e preferencialmente um número ímpar. Os contornos do valor constante de J são, na verdade, curvas que se aproximam ao contorno da fronteira de Pareto à medida que r aumenta. Além dos pesos, torna-se necessária a escolha do expoente. Não há um método eficiente para definir tais parâmetros sem conhecer o comportamento prévio da função objetivo. Por esse motivo, faz-se o uso de uma variante da técnica conforme a Eq. (9), a seguir:

$$J = \sum_{i=1}^{nf} w_i \left(\frac{f(\mathbf{x})_i}{t(\mathbf{x})_i^*} - 1 \right)^r \quad (9)$$

onde $t(\mathbf{x})_i^*$ é o valor desejável (*target*) de um i -ésimo objetivo de projeto. Se $f(\mathbf{x})_i$ for igual ao *target*, significa que o valor desejável foi devidamente alcançado e que aquele objetivo pode ter o seu respectivo peso w_i alterado. Dessa forma, outro objetivo pode ter seu peso reavaliado na otimização. Esta é a técnica utilizada nesse trabalho.

2.3 Algoritmo de enxame de partículas

O algoritmo de enxame de partículas (*Particle swarm optimization* ou PSO) consiste em um método fundamentado na observação dos fenômenos da natureza baseados no estudo estocástico de populações (ou enxame). Kennedy e Eberhart (1995) propuseram esse método para otimizar funções contínuas não lineares, modelando o comportamento de grupos sociais simplificados, em que a decisão do grupo e a decisão individual são aspectos importantes para a tomada de decisão do enxame, optando pelo melhor caminho. O PSO continua sendo aprimorado por diversos autores, tais como Clerc e Kennedy (2002), Das, Abraham e Konar (2008) e Li (2010), em especial, para problemas dinâmicos e constitui uma ferramenta viável para otimização. Lazinica (2009) reuniu diversos artigos utilizando o PSO em áreas diferentes e corroborou a versatilidade do algoritmo.

Das, Abraham e Konar (2008), Gomes (2009) e Chen e Chi (2010) estudaram o PSO e confirmam que o método, basicamente, simula um enxame de partícula no espaço de procura que é atraído a regiões com elevado valor de adaptação (função de custo ou função objetivo).

O método envolve um número de partículas que define o enxame, cada qual com sua posição e velocidade iniciais. Inicialmente, as partículas são dispostas aleatoriamente no espaço de busca multidimensional de uma função objetivo. Cada partícula representa uma solução potencial para o problema, e elas sobrevoam o espaço de solução com duas capacidades essenciais: a memória de sua própria melhor posição e o conhecimento da melhor posição do enxame. Em um problema de minimização, o “melhor” simplesmente significa a posição da partícula \mathbf{x}_i com o menor valor de uma função objetivo $f(\mathbf{x}_i)$. Os parâmetros do enxame são atualizados conforme as Eqs. (10), (11) e (12):

$$\mathbf{v}_{i,j}^{k+1} = \chi \left(\varpi \mathbf{v}_{i,j}^k + \lambda_1 r_1 (\mathbf{x}\mathbf{l}_{i,j}^k - x_{i,j}^k) + \lambda_2 r_2 (\mathbf{x}\mathbf{g}_{i,j}^k - x_{i,j}^k) \right) \quad (10)$$

$$\mathbf{x}_{i,j}^{k+1} = \mathbf{x}_{i,j}^k + \mathbf{v}_{i,j}^{k+1} \quad (11)$$

$$\chi = \frac{2\kappa}{\left| 2 - (\lambda_1 + \lambda_2) - \sqrt{(\lambda_1 + \lambda_2)^2 - 4(\lambda_1 + \lambda_2)} \right|} \quad (12)$$

onde o subscrito j representa cada variável de projeto, $\mathbf{v}_{i,j}^{k+1}$ é a velocidade atualizada da variável de projeto j da partícula i , χ é o parâmetro utilizado para a obter convergência do algoritmo, ϖ é o peso de inércia (ou momento) que controla a dispersão das partículas, $\mathbf{v}_{i,j}^k$ é a velocidade corrente da variável de projeto j da partícula i , λ_1 e λ_2 são coeficientes que representam respectivamente a componente cognitiva da partícula e a componente social do enxame, r_1 e r_2 são números aleatórios uniformes entre 0 e 1, $\mathbf{x}\mathbf{l}_{i,j}^k$ é a melhor posição da variável de projeto j já encontrado pela partícula i , $\mathbf{x}_{i,j}^k$ é a posição corrente da variável de projeto j da partícula i , $\mathbf{x}\mathbf{g}_{i,j}^k$ é a melhor posição da variável de projeto global j já encontrado pelo enxame, $\mathbf{x}_{i,j}^{k+1}$ é a posição atualizada da variável de projeto j da partícula i , e κ é a constante de convergência entre 0 e 1 para o parâmetro χ , usualmente 0,8. Esse parâmetro é importante para manter a estabilidade do algoritmo e evitar divergência no processo iterativo.

A geração inicial das partículas do enxame é distribuída aleatoriamente no espaço de soluções expressa pelas Eqs. (13) e (14), a seguir:

$$x_{i,j}^0 = x_{j\min} + r_n (x_{j\max} - x_{j\min}) \quad (13)$$

$$v_{i,j}^0 = 0 \quad (14)$$

onde $\mathbf{x}_{i,j}^0$ representa a posição inicial da variável de projeto j da partícula i , r_n é um número aleatório uniforme entre 0 e 1, $x_{j\min}$ é o limite inferior do variável de projeto j , e $x_{j\max}$ é o limite superior.

2.4 Algoritmo de otimização espiral

O algoritmo heurístico de otimização espiral (*Spiral optimization algorithm* ou SOA), proposto por Tamura e Yasuda (2010), é uma estratégia de procura efetiva inspirada no movimento em espiral. O SOA é usado recentemente em diversos problemas, incluindo os de otimização multiobjetivo (Benasla; Belmadani; Rahli, 2014).

O SOA emprega basicamente uma função espiral logarítmica que procura as soluções ótimas do problema a partir de um ponto inicial. Esse ponto é inicializado aleatoriamente e, a partir da contração do raio de giração em relação ao ângulo de giro, converge para um centro, onde se presume que esteja a solução. Para modelar isso, Tamura e Yasuda (2010) elaboraram um modelo discreto da espiral logarítmica capaz de gerar um ponto convergente à origem a partir de um ponto inicial arbitrário $x_1 - x_2$ conforme a Eq. (15):

$$\begin{bmatrix} x_1^{k+1} \\ x_2^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & -\beta \\ \beta & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^k \\ x_2^k \end{bmatrix} := A_{\text{spiral}} x^k, \quad k = 0, 1, \dots \quad (15)$$

onde os parâmetros α e β devem satisfazer $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} < 1$ e $\beta \neq 0$ para convergência. A Eq. (15) pode ser reescrita, então, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} x^k &= 2r^k r_c [\cos(\theta_c + k\theta) \text{sen}(\theta_c + k\theta)]^T, \\ r_{\alpha\beta} &= \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}, \\ \theta &= \tan^{-1}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right) \end{aligned} \quad (16)$$

Duas condições são obtidas a partir da Eq. (16). A primeira é $r_{\alpha\beta} < 1$ para a solução convergir à origem, e a segunda é $\beta \neq 0$ para a solução rotacionar até a origem. Além disso, o raio da espiral r_c e o ângulo de giro θ_c são parâmetros inicializados conforme a estratégia de procura.

Para complementar a eficiência na estratégia de busca do algoritmo, Tamura e Yasuda (2010) empregam os conceitos de intensificação e diversificação. O primeiro é a estratégia de encontrar uma melhor solução procurando intensivamente ao redor de uma solução ótima a partir de um conceito prático que afirma que as melhores soluções podem existir em torno de uma solução ótima. Esse conceito segue a ideia de problemas com ótimos locais onde existem melhores soluções próximas a esses ótimos. Já o segundo conceito é a estratégia de encontrar uma melhor solução procurando através de uma região mais ampla. Isso permite evitar ótimos locais.

Formula-se, então, a condição de que o centro da espiral possa ser localizado em um ponto arbitrário conforme a Eq. (17):

$$x^{k+1} = A_{\text{spiral}} x^k - (A_{\text{spiral}} - I_2) x^*, \quad x \in \mathfrak{R}^2 \quad (17)$$

a qual é obtida derivando a translação da origem da Eq. (15) em torno do ponto x^* tal que a convergência da trajetória possa ser reescrita como $e^{k+1} = A_{\text{spiral}} e^k$. O erro, portanto, pode ser definido como $e^k = x^k - x^*$.

Tamura e Yasuda (2010) adotaram a procura baseada em múltiplos pontos para evitar que o ponto inicial e o centro x^* se tornem a melhor solução (erroneamente). Por isso, a Eq. (17) é modificada a

$$x_i^{k+1} = A_{\text{spiral}i} x_i^k - (A_{\text{spiral}i} - I_2) x^*, \quad i = 1, \dots, m \quad (18)$$

onde o centro x^* é dado como a melhor solução obtida até então durante o processo de busca do algoritmo.

2.5 Método dos níveis de corte- α

O método dos níveis de corte- α consiste em separar diferentes níveis de uma variável em sua respectiva pertinência a um dado intervalo. Para sumarizar as definições e os conceitos envolvidos neste método, torna-se necessário descrever alguns termos. O termo conjunto, \mathbf{X} , pode ser definido, fundamentalmente, como uma combinação particular de elementos em um dado intervalo (Möller; Beer, 2004). O termo pertinência (grau de pertinência), $\mu_A(\mathbf{x})$, é um funcional que decide quais elementos pertencem ou não pertencem ou, ainda, pertencem parcialmente a um ou outro conjunto. O conceito de pertinência também é utilizado na lógica difusa (*fuzzy*), a qual permite construir sistemas que utilizam variáveis linguísticas para estabelecer uma base de regras com o objetivo de auxiliar a tomada de decisões. Nesse

sentido, o método dos níveis de corte- α é basicamente um método de lógica *fuzzy*.

Se um dado conjunto *fuzzy* $\tilde{\mathbf{A}}$ for convexo, então cada conjunto de níveis- α $\mathbf{A}_{\alpha k}$ é um intervalo conectado $[x_{e,\alpha k}, x_{d,\alpha k}]$ que satisfaz as seguintes relações:

$$x_{e,\alpha k} = \min \{ \mathbf{x} \in \mathbf{X} \mid \mu_{\mathbf{A}}(\mathbf{x}) \geq \alpha_k \} \quad (19)$$

$$x_{d,\alpha k} = \max \{ \mathbf{x} \in \mathbf{X} \mid \mu_{\mathbf{A}}(\mathbf{x}) \geq \alpha_k \} \quad (20)$$

onde pode-se desenvolver o método dos níveis de corte- α a partir da discretização de diferentes níveis- α em um dado conjunto *fuzzy* $\tilde{\mathbf{A}}$. Conforme Möller e Beer (2004), esse método permite mapear um sistema sem a necessidade de propriedades mais específicas, como a informação prévia do gradiente da função, por exemplo.

Seja um conjunto *fuzzy* de variáveis de entrada discretizados em um mesmo número de níveis- α , α_k , de $k = 1, \dots, r$ níveis. Para cada variável *fuzzy* de entrada, tem-se que

$$\begin{aligned} \tilde{x}_i &= \tilde{A}_i \quad \forall \alpha_k, \quad k = 1, \dots, r \\ A_{i,\alpha_k} &:= \tilde{x}_i \quad \forall A_{i,\alpha_k} \in \underline{\mathbf{X}}_{\alpha_k} \end{aligned} \quad (21)$$

onde $\underline{\mathbf{X}}_{\alpha k}$ representa o subespaço formado por todos os conjuntos de níveis- α $A_{i,\alpha k}$, e \tilde{x}_i é uma variável *fuzzy* de entrada.

A partir do mapeamento do sistema a ser analisado $\underline{z} = f(x_1, \dots, x_n)$, determinam-se os elementos dos conjuntos de níveis- α , $B_{j,\alpha k}$, das variáveis resultantes *fuzzy* tal que

$$\begin{aligned} \tilde{z}_j &= \tilde{B}_j \quad \forall \alpha_k, \quad j = 1, \dots, m \\ \underline{\mathbf{X}}_{\alpha_k} &:= \underline{\mathbf{Z}}_{\alpha_k} \end{aligned} \quad (22)$$

com a finalidade mapear todos os elementos de $\underline{\mathbf{X}}_{\alpha k}$ com os correspondentes elementos do subespaço bivalente $\underline{\mathbf{Z}}_{\alpha k}$. Encontram-se, então, o maior elemento $z_{j,\alpha k r}$ e o menor elemento $z_{j,\alpha k l}$ de um dado nível- α $B_{j,\alpha k}$ para determinar dois pontos da função de pertinência tal que

$$\mu(z_j) = \mu_{B_j}(z_j) \quad (23)$$

Os elementos encontrados no subespaço bivalente $\underline{\mathbf{Z}}_{\alpha k}$ substituem os operadores *min-max* do princípio da extensão. Dessa forma, segundo Möller e Beer (2004), o mesmo nível- α α_k é considerado para todas as variáveis de entrada e de saída (resultantes) *fuzzy*.

O método dos níveis de corte- α , devidamente mapeado com seu respectivo sistema, pode ser utilizado em problemas de otimização da seguinte forma:

$$\begin{aligned} &\text{Encontre vetor } \mathbf{x}_{\text{opt}} = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6]^T \\ &\text{para maximizar } z_j = f_j(x_1, \dots, x_n) \\ &\text{e para minimizar } z_j = f_j(x_1, \dots, x_n) \\ &\text{sujeito à } \begin{cases} (x_1, \dots, x_n)_{\max} \in \overline{\mathbf{X}}_{\alpha_k} \\ (x_1, \dots, x_n)_{\min} \in \underline{\mathbf{X}}_{\alpha_k} \end{cases} \end{aligned} \quad (24)$$

onde os requerimentos $(x_1, \dots, x_n)_{\max}$ e $(x_1, \dots, x_n)_{\min}$ constituem as restrições do problema.

O método dos níveis de corte- α tem a necessidade de maximizar e minimizar as funções a partir do mapeamento em diferentes níveis- α . Na maioria dos casos, isso significa avaliar duas vezes uma mesma função e verificar se as restrições são violadas tanto para a maximização,

quanto para a minimização. Quando todos os níveis- α são devidamente avaliados, as variáveis de saída *fuzzy* constituem os parâmetros otimizados do problema na forma de intervalos do tipo $[z_{min}, z_{max}]$. O método propriamente dito não constitui um otimizador; i. e., uma série de equações e laços que procuram minimizar ou maximizar uma função. De fato, ele avalia os limites inferior e superior de uma variável de projeto utilizando um otimizador (por exemplo, SQP, GA, PSO, SOA e outros).

3 MODELO PROPOSTO

O modelo proposto compreende o veículo, o assento e o motorista, totalizando doze graus de liberdade (12-GDL). O modelo que se refere ao veículo descreve os movimentos verticais da carroceria, do assento e das quatro suspensões independentes, assim como o movimento de arfagem e rolagem da carroceria conforme a Fig. 1. O modelo que se refere ao motorista descreve os movimentos verticais da cabeça, torso inferior, torso superior e região pélvica.

O veículo é composto pela massa da carroceria, m_c , e pelas massas não suspensas, m_{11} , m_{21} , m_{31} , m_{41} , em kg, pelos coeficientes de amortecimento da suspensão, C_{12} , C_{22} , C_{32} , C_{42} , em N s/m, pelos coeficientes de rigidez da suspensão, K_{12} , K_{22} , K_{32} , K_{42} , e dos pneus, K_{11} , K_{21} , K_{31} , K_{41} , em N/m. O assento é composto pela massa m_a , em kg, pelo coeficiente de rigidez, K_a , em N/m, e coeficiente de amortecimento, C_a , em N s/m. As posições relativas do assento para o centro de gravidade (CG) da carroceria são x_a e y_a , a é a distância do eixo dianteiro do veículo ao CG, b é a distância do eixo traseiro do veículo ao CG, $a + b$ é a distância entre eixos e l é a largura do veículo, todas essas dimensões são em metros.

Os deslocamentos verticais de cada conjunto pneu-suspensão são z_{11} , z_{21} , z_{31} , z_{41} , z_{12} , z_{22} , z_{32} e z_{42} , em metros; θ é o deslocamento angular de arfagem, e ϕ é o deslocamento angular de rolagem, ambos em radianos; z_a é o deslocamento vertical do assento e z_c é o da carroceria, em metros. Por fim, q_{11} , q_{21} , q_{31} e q_{41} constituem a região de contato com o perfil da pista, também em metros.

A Equação (25) descreve o comportamento dinâmico do assento conforme a Fig. 1:

$$m_a \ddot{z}_a = -K_a(z_a - z_c + x_a\theta - y_a\phi) - C_a(\dot{z}_a - \dot{z}_c + x_a\dot{\theta} - y_a\dot{\phi}) + K_{53}(z_{43} - z_a) + C_{53}(\dot{z}_{43} - \dot{z}_a) \quad (25)$$

onde \dot{z}_a é a velocidade vertical do assento e \dot{z}_c é a velocidade vertical da carroceria, ambas em m/s; \ddot{z}_a é a aceleração vertical do assento, em m/s²; $\dot{\theta}$ é a velocidade angular de arfagem e $\dot{\phi}$ é a velocidade angular de rolagem, em rad/s.

Os dois últimos termos da Eq. (25) referem-se ao acoplamento entre o assento e o modelo biodinâmico do motorista (adiante), onde C_{53} e K_{53} são o amortecimento e a rigidez da região pélvica, em N s/m e N/m, respectivamente. O deslocamento e a velocidade vertical da região pélvica, z_{43} e \dot{z}_{43} , são dados em metros e m/s, respectivamente.

A dinâmica vertical do veículo é descrita pela Eq. (26), que considera o acoplamento da carroceria e o assento.

$$m_c \ddot{z}_c = A_a - A_{12} - A_{22} - A_{32} - A_{42} \quad (26)$$

onde \ddot{z}_c é a aceleração vertical da carroceria, em m/s², e os demais coeficientes da Eq. (26) são obtidos conforme as seguintes expressões baseadas na Fig. 2:

$$A_a = K_a(z_a - z_c + x_a\theta - y_a\phi) + C_a(\dot{z}_a - \dot{z}_c + x_a\dot{\theta} - y_a\dot{\phi}) \quad (27)$$

$$A_{12} = K_{12}(z_{12} - z_{11}) + C_{12}(\dot{z}_{12} - \dot{z}_{11}) \quad (28)$$

$$z_{12} = z_c - a\theta + \frac{l}{2}\phi, \quad \dot{z}_{12} = \dot{z}_c - a\dot{\theta} + \frac{l}{2}\dot{\phi} \quad (29)$$

$$A_{22} = K_{22}(z_{22} - z_{21}) + C_{22}(\dot{z}_{22} - \dot{z}_{21}) \quad (30)$$

$$z_{22} = z_c - a\theta - \frac{l}{2}\phi, \quad \dot{z}_{22} = \dot{z}_c - a\dot{\theta} - \frac{l}{2}\dot{\phi} \quad (31)$$

$$A_{32} = K_{32}(z_{32} - z_{31}) + C_{32}(\dot{z}_{32} - \dot{z}_{31}) \quad (32)$$

$$z_{32} = z_c + b\theta + \frac{l}{2}\phi, \quad \dot{z}_{32} = \dot{z}_c + b\dot{\theta} + \frac{l}{2}\dot{\phi} \quad (33)$$

$$A_{42} = K_{42}(z_{42} - z_{41}) + C_{42}(\dot{z}_{42} - \dot{z}_{41}) \quad (34)$$

$$z_{42} = z_c + b\theta - \frac{l}{2}\phi, \quad \dot{z}_{42} = \dot{z}_c + b\dot{\theta} - \frac{l}{2}\dot{\phi} \quad (35)$$

Os subscritos ij nos coeficientes variam de $i = 1, \dots, 4$ e significam, respectivamente, os eixos do veículo (dianteiro esquerdo, dianteiro direito, traseiro esquerdo e traseiro direito), e j pode ser 1 ou 2 e representa as partes suspensas e não suspensas.

Cada conjunto dinâmico de pneu-suspensão é descrito pelas Eqs. (36) a (39):

$$m_{11}\ddot{z}_{11} = A_{12} - K_{11}(z_{11} - q_{11}) \quad (36)$$

$$m_{21}\ddot{z}_{21} = A_{22} - K_{21}(z_{21} - q_{21}) \quad (37)$$

$$m_{31}\ddot{z}_{31} = A_{32} - K_{31}(z_{31} - q_{31}) \quad (38)$$

$$m_{41}\ddot{z}_{41} = A_{42} - K_{41}(z_{41} - q_{41}) \quad (39)$$

onde q_{11} , q_{21} , q_{31} e q_{41} indicam o perfil de pista, em metros, e excitam o pneu dianteiro esquerdo, dianteiro direito, traseiro esquerdo e traseiro direito, respectivamente. Além disso, nessas expressões, \ddot{z}_{11} , \ddot{z}_{21} , \ddot{z}_{31} e \ddot{z}_{41} são as acelerações verticais, em m/s^2 .

A dinâmica de arfagem da carroceria é descrita pela Eq. (40):

$$I_y \ddot{\theta} = a(A_{12} + A_{22}) - b(A_{32} + A_{42}) - x_a A_a \quad (40)$$

onde I_y é o momento de inércia de arfagem, em $\text{kg}\cdot\text{m}^2$, e $\ddot{\theta}$ é a aceleração angular de arfagem, em rad/s^2 . A dinâmica de rolagem da carroceria é descrita pela Eq. (41):

$$I_x \ddot{\phi} = \frac{l}{2}(A_{12} + A_{32} - A_{22} - A_{42}) + y_a A_a \quad (42)$$

onde I_x é o momento de inércia de rolagem, em $\text{kg}\cdot\text{m}^2$, e $\ddot{\phi}$ é a aceleração angular de rolagem, em rad/s^2 .

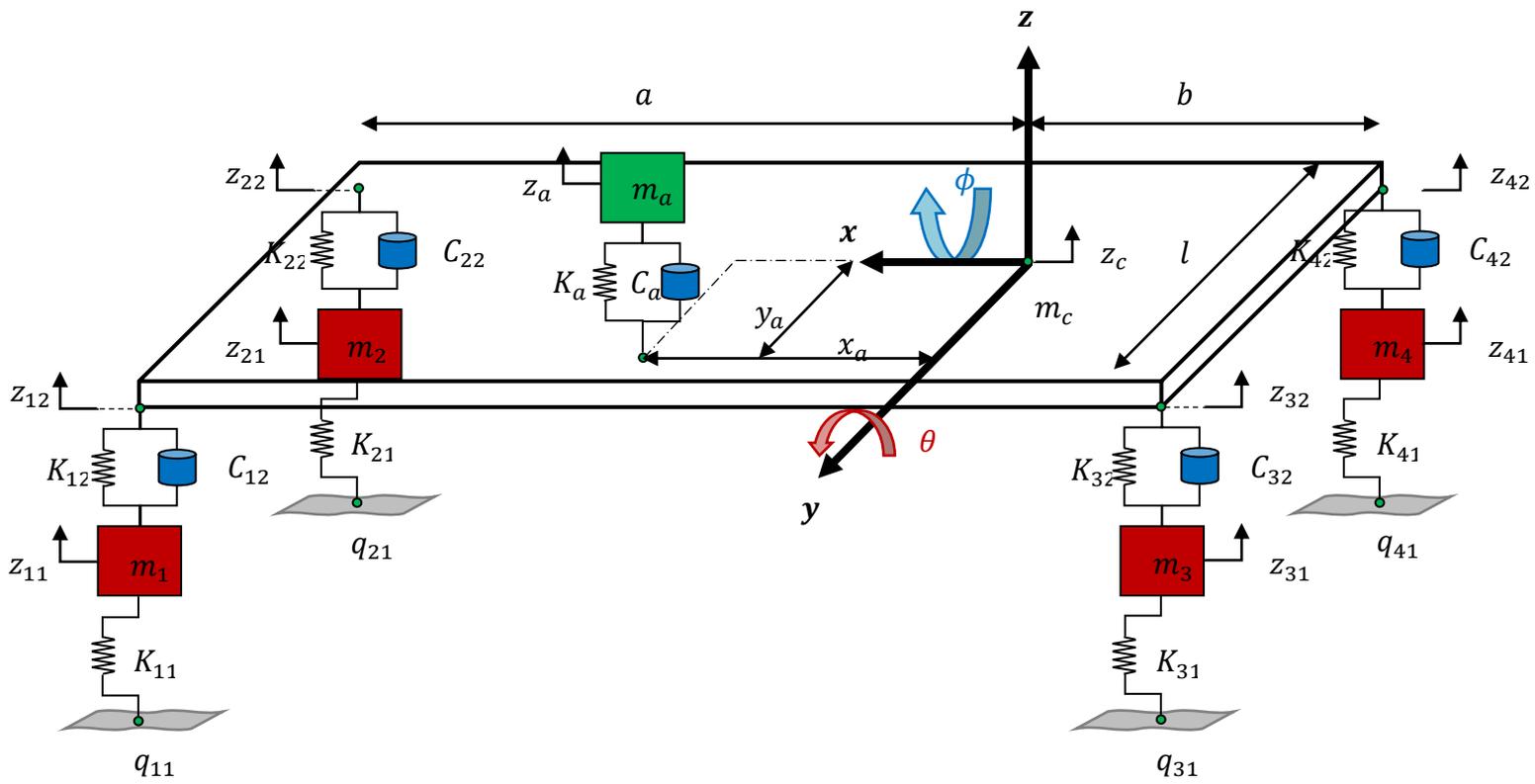


Figura 1. Modelo esquemático do veículo com o assento do motorista e CG traseiro.

O motorista é modelado em 4-GDL, representando a sua cabeça, torso superior, torso inferior e região pélvica. Conforme Abbas *et al.* (2010, 2011, 2013), essas regiões são aquelas mais afetadas pelos movimentos verticais do veículo. A Figura 2 esquematiza o motorista e o seu respectivo modelo biodinâmico (Abbas *et al.* 2013).

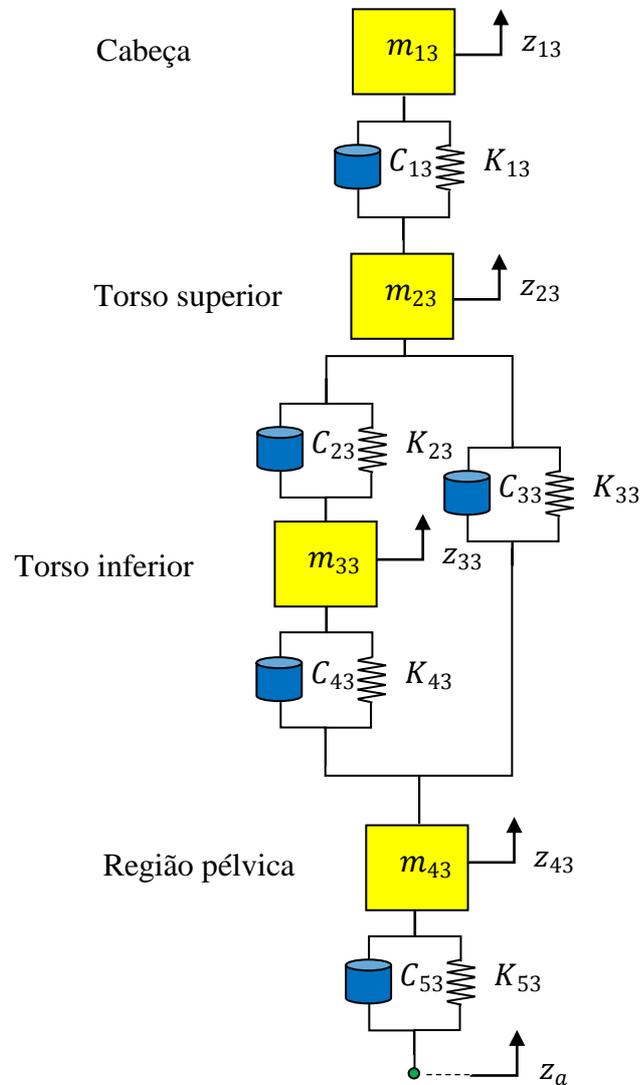


Figura 2. Modelo esquemático biodinâmico do motorista.
Fonte: Abbas *et al.* (2013, adaptado).

As Equações (43) a (46) descrevem o modelo biodinâmico do motorista conforme a Fig. 2. Ele está em contato pontual com o assento por meio do deslocamento z_a conforme observado na Eq. (25):

$$m_{13}\ddot{z}_{13} = -K_{13}(z_{13} - z_{23}) - C_{13}(\dot{z}_{13} - \dot{z}_{23}) \quad (43)$$

$$m_{23}\ddot{z}_{23} = K_{13}(z_{13} - z_{23}) + C_{13}(\dot{z}_{13} - \dot{z}_{23}) - K_{23}(z_{23} - z_{33}) - C_{23}(\dot{z}_{23} - \dot{z}_{33}) - K_{33}(z_{23} - z_{43}) - C_{33}(\dot{z}_{23} - \dot{z}_{43}) \quad (44)$$

$$m_{33}\ddot{z}_{33} = K_{23}(z_{23} - z_{33}) + C_{23}(\dot{z}_{23} - \dot{z}_{33}) - K_{43}(z_{33} - z_{43}) - C_{43}(\dot{z}_{33} - \dot{z}_{43}) \quad (45)$$

$$m_{43}\ddot{z}_{43} = K_{43}(z_{33} - z_{43}) + C_{43}(\dot{z}_{33} - \dot{z}_{43}) + K_{33}(z_{23} - z_{43}) + C_{33}(\dot{z}_{23} - \dot{z}_{43}) - K_{53}(z_{43} - z_a) - C_{53}(\dot{z}_{43} - \dot{z}_a) \quad (46)$$

onde m_{13} , m_{23} , m_{33} e m_{43} são as massas da cabeça, torso superior, torso inferior e região pélvica, respectivamente, em kg; K_{13} , K_{23} , K_{33} , K_{43} e K_{53} são a rigidez da cabeça, ao longo do torso e região pélvica, em N/m; e C_{13} , C_{23} , C_{33} , C_{43} e C_{53} são os respectivos amortecimentos, em N s/m. Além disso, nessas expressões, z_{13} , z_{23} , z_{33} e z_{43} são os deslocamentos verticais, em metros; \dot{z}_{13} , \dot{z}_{23} , \dot{z}_{33} e \dot{z}_{43} são as velocidades verticais, em m/s; e \ddot{z}_{13} , \ddot{z}_{23} , \ddot{z}_{33} e \ddot{z}_{43} são as acelerações verticais, em m/s².

Esse modelo biodinâmico do motorista é baseado nos estudos de Wan e Schimmels (1995). Abbas *et al.* (2010) realizaram simulações numéricas e experimentais entre diferentes modelos e constataram que o modelo de 4-GDL apresenta a melhor adequação entre resultado e simplicidade. A massa dos órgãos internos do torso contribui significativamente mais para o movimento vertical do que a massa da medula e da coluna, de tal forma que ambas podem ser negligenciadas e representadas por uma rigidez, K_{33} , e um amortecimento, C_{33} . O modelo de Wan e Schimmels (1995) é ligeiramente mais complexo do que simples arranjo entre massas, rigidezes e amortecimentos de Boileau e Rakheja (1998) e também é mais adequado ao obtido nos resultados experimentais.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A formulação do problema a ser analisado segue a função multiobjetivo J , expressa na Eq. (47) para encontrar o vetor de soluções ótimo, \mathbf{x}_{opt} , o qual contém as variáveis de projeto. Essa função multiobjetivo utiliza o método da programação compromisso normalizada com valor desejável, submetida a restrições.

$$\begin{aligned} &\text{Encontre vetor } \mathbf{x}_{opt} = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6]^T \\ &\text{para minimizar } J = \left\| p_1 \left(\frac{rms(\ddot{x}_5)}{0,315} - 1 \right)^r \quad p_2 \sum_{i=1}^4 \left(\frac{rms(ws_i)}{0,1778} - 1 \right)^r \right\|_2 \\ &\text{sujeito à } \left\{ \begin{array}{l} 90\,000 \text{ N/m} \leq x_1 \leq 120\,000 \text{ N/m} \\ 400 \text{ N s/m} \leq x_2 \leq 900 \text{ N s/m} \\ 75\,000 \text{ N/m} \leq x_3 \leq 100\,000 \text{ N/m} \\ 875 \text{ N s/m} \leq x_4 \leq 3000 \text{ N s/m} \\ 32\,000 \text{ N/m} \leq x_5 \leq 70\,000 \text{ N/m} \\ 875 \text{ N s/m} \leq x_6 \leq 3000 \text{ N s/m} \\ rms(\ddot{x}_5) \leq 0,630 \text{ m/s}^2 \\ rms(ws_i) \leq 0,2032 \text{ m para } i = 1, \dots, 4 \\ rms(rh_i) \leq 0,0508 \text{ m para } i = 1, \dots, 4 \end{array} \right. \quad (47) \end{aligned}$$

onde $x_1 = K_a$, $x_2 = C_a$, $x_3 = K_{12}$ e K_{22} , $x_4 = C_{12}$ e C_{22} , $x_5 = K_{32}$ e K_{42} e $x_6 = C_{32}$ e C_{42} . Diversos autores na área também adotam esses parâmetros como variáveis de projeto (Bouazara; Richard; Rakheja, 2006; Alfi; Fateh, 2010; Drehmer, 2015).

Dois objetivos conflitantes são evidentes nessa formulação – a aceleração vertical rms no assento do motorista, $rms(\ddot{x}_5)$, e os cursos das suspensões, $rms(ws_i)$. O conflito reside no fato de que quanto menor a aceleração transmitida pelo assento, maior tende a ser o espaço de

trabalho da suspensão.

A função proposta é normalizada pela norma euclidiana e os pesos p_1 e p_2 representam a importância de cada objetivo na otimização (e também a ponderação para manter a mesma ordem de grandeza). Por isso, $p_1 = 0,6 \times 10^{-3}$ e $p_2 = 0,4 \times 10^{-1}$, uma vez que o valor *rms* do curso da suspensão tende a ser de uma ordem de grandeza de 100 vezes menor do que o valor *rms* da aceleração. Além disso, r é escolhido como igual a 2. O resultado é uma função que tem valor adimensional dentro da ordem de grandeza de 10^{-1} a 10^1 .

O valor desejável (*target*) é de 0,315 m/s² para a aceleração vertical *rms* do motorista, conforme a ISO-2631 (1997), e de 0,1778 m para o curso de cada suspensão. Gillespie (1992) afirmou que os automóveis de passeio apresentam um curso de suspensão admissível entre 0,1778 a 0,2032 m, e os automóveis compactos, entre 0,1270 a 0,1524 m. O veículo analisado é de passeio e, por isso, adota-se 0,1778 m como valor desejável do curso de cada suspensão.

As restrições são baseadas em trabalhos na área também. Baumal, McPhee e Calamai (1998) sugerem que a aderência do pneu à pista seja comumente menor do que 0,0508 m. Não deve haver descolamento do pneu com a pista, de tal forma a sempre manter contato pontual; por isso, a aderência do pneu à pista deve ser adotada como uma restrição do problema (*hard constraint*). O valor *rms* de aceleração no assento deve ser menor do 0,630 m/s² para estar um pouco desconfortável, mas ainda aceitável conforme a ISO-2631 (1997), e o valor do curso de cada suspensão para veículos de passeio deve ser menor do 0,2032 m (Gillespie, 1992).

A análise do problema procede em duas etapas principais. A primeira etapa executa a otimização da função multiobjetivo utilizando PSO e realiza uma análise de sensibilidade das variáveis de projeto ótimas. A segunda etapa executa uma análise de intervalo, aplicando as incertezas nas variáveis que não as de projeto, a fim de estudar os seus efeitos nos resultados obtidos. Nessa análise de intervalo, o algoritmo do SOA é utilizado.

4.1 Dados do problema

Os dados de inicialização do problema estão reunidos na Tabela 1. Ela inclui dados do motorista, veículo, algoritmos utilizados, análise de intervalo e perfis de pista.

Parâmetros	Unidade	Limite Superior	Valor Inicial	Limite Inferior
Motorista (Abbas et al., 2013)				
Massa da cabeça, m_{13}	kg		4,17	
Massa do tórax, m_{23}	kg		15,0	
Massa do abdômen, m_{33}	kg		5,5	
Massa da pélvis, m_{43}	kg		36,0	
Rigidez da cabeça, K_{13}	N/m		166 990,0	
Rigidez do torso superior, K_{23}	N/m		10 000,0	
Rigidez da coluna e lombar, K_{33}	N/m		144 000,0	
Rigidez do torso inferior, K_{43}	N/m		20 000,0	
Rigidez da pélvis, K_{53}	N/m		49 340,0	
Amortecimento da cabeça, C_{13}	N s/m		310,0	
Amortecimento do torso superior, C_{23}	N s/m		200,0	
Amortecimento da coluna e lombar, C_{33}	N s/m		909,1	
Amortecimento do torso inferior, C_{43}	N s/m		330,0	
Amortecimento da pélvis, C_{53}	N s/m		2475,0	
Veículo				
Massa do assento, m_a	kg		100,0	
Massa da carroceria, m_c	kg		2160,0	
Massa da suspensão dianteira esquerda, m_{11}	kg	76,5	85,0	93,5
Massa da suspensão dianteira direita, m_{21}	kg	76,5	85,0	93,5

Massa da suspensão traseira esquerda, m_{31}	kg	54,0	60,0	66,0
Massa da suspensão traseira direita, m_{41}	kg	54,0	60,0	66,0
Rigidez do assento, K_a	N/m	90 000,0	105 000,0	120 000,0
Rigidez da suspensão dianteira esquerda, K_{12}	N/m	75 000,0	87 500,0	100 000,0
Rigidez da suspensão dianteira direita, K_{22}	N/m	75 000,0	87 500,0	75 000,0
Rigidez da suspensão traseira esquerda, K_{32}	N/m	32 000,0	51 000,0	70 000,0
Rigidez da suspensão traseira direita, K_{42}	N/m	32 000,0	51 000,0	70 000,0
Amortecimento do assento, C_a	N s/m	400,0	650,0	900,0
Amortecimento da suspensão dianteira esquerda, C_{12}	N s/m	875,0	1937,5	3000,0
Amortecimento da suspensão dianteira direita, C_{22}	N s/m	875,0	1937,5	3000,0
Amortecimento da suspensão traseira esquerda, C_{32}	N s/m	875,0	1937,5	3000,0
Amortecimento da suspensão traseira direita, C_{42}	N s/m	875,0	1937,5	3000,0
Rigidez do pneu dianteiro esquerdo, K_{11}	N/m	180 000,0	200 000,0	220 000,0
Rigidez do pneu dianteiro direito, K_{21}	N/m	180 000,0	200 000,0	220 000,0
Rigidez do pneu traseiro esquerdo, K_{31}	N/m	180 000,0	200 000,0	220 000,0
Rigidez do pneu traseiro direito, K_{41}	N/m	180 000,0	200 000,0	220 000,0
Momento de inércia de arfagem, I_y	kg m ⁴		4140,0	
Momento de inércia de rolagem, I_x	kg m ⁴		946,0	
Largura do veículo, l	m		1,450	
Distância do eixo dianteiro ao CG da carroceria, a	m		1,524	
Distância do eixo traseiro ao CG da carroceria, b	m		1,156	
Posição relativa x do assento ao CG da carroceria, x_a	m	-0,334	0,234	0,534
Posição relativa y do assento ao CG da carroceria, y_a	m		0,375	
PSO				
Número de partículas, n_p			20	
Número de variáveis de projeto, m_p			10	
Número aleatório, r_n		0,0		1,0
Inércia das partículas, ϖ			0,8	
Constante de convergência, κ			0,4	
Constante para evitar dispersão, χ			0,8	
Parâmetro cognitivo da partícula, λ_1			2,0	
Parâmetro social do enxame, λ_2			2,0	
SOA				
Número de pontos de procura, n_{sp}			20	
Raio da espiral (fator de contração), r_c			0,9	
Ângulo de giro (fator de atração), θ_c			$\pi/2$	
Parâmetro de dispersão, α			$1,0 \times 10^{-3}$	
Parâmetro de convergência, β			$1,0 \times 10^{-3}$	
Análise de intervalo				
Número de variáveis de entrada com incertezas, n_{ip}			5	
Número de variáveis de saída com incertezas, n_{op}			2	
Níveis de cortes- α , n_α			5	
Perfil de pista				
			40,0	
			60,0	
Velocidade do veículo, v	km/h		80,0	
			100,0	
PSD do perfil de pista da Classe G, G_0	m ³ /ciclo	$32\ 768,0 \times 10^{-6}$	$65\ 536,0 \times 10^{-6}$	$98\ 304,0 \times 10^{-6}$
Número de onda na frequência espacial, n_0	ciclos/m		$1/2\pi$	

Tabela 1: Dados de entrada para análise e otimização.

4.2 Resultados obtidos

A comparação dos resultados obtidos pode ser observada a seguir para a Classe G da norma ISO-8608 (1995), variando quatro velocidades de tráfego do veículo (40,0 km/h, 60,0 km/h, 80,0 km/h, 100,0 km/h). Os valores de aceleração vertical rms foram calculados para o assento do veículo e também para a cabeça, tórax, abdômen e pélvis do motorista, e os valores

da função multiobjetivo J foram comparados entre não otimizado e otimizado por SQP ou PSO. A Tabela 2 ilustra os resultados obtidos para o perfil G.

Velocidade [km/h]	SQP				PSO			
	J Não Otimizada	J	$rms(\ddot{x}_i)$ [m/s ²]	Parâmetros	J	$rms(\ddot{x}_i)$ [m/s ²]	Parâmetros	
40,0	6,145	2,648	6,808 (cabeça) 6,780 (tórax) 6,888 (abdômen) 6,617 (pélvis) 5,425 (assento)	$K_a = 120\ 000,0$ N/m $C_a = 900,0$ N s/m $K_{12}, K_{22} = 75\ 000,0$ N/m $C_{12}, C_{22} = 3000,0$ N s/m $K_{32}, K_{42} = 32\ 000,0$ N/m $C_{32}, C_{42} = 3000,0$ N s/m	2,490	6,964 (cabeça) 6,927 (tórax) 7,063 (abdômen) 6,727 (pélvis) 5,232 (assento)	$K_a = 90\ 000,0$ N/m $C_a = 400,0$ N s/m $K_{12}, K_{22} = 75\ 000,0$ N/m $C_{12}, C_{22} = 3000,0$ N s/m $K_{32}, K_{42} = 32\ 000,0$ N/m $C_{32}, C_{42} = 3000,0$ N s/m	
60,0	5,917	2,563	6,942 (cabeça) 6,906 (tórax) 7,036 (abdômen) 6,713 (pélvis) 5,314 (assento)	$K_a = 120\ 000,0$ N/m $C_a = 900,0$ N s/m $K_{12}, K_{22} = 75\ 000,0$ N/m $C_{12}, C_{22} = 3000,0$ N s/m $K_{32}, K_{42} = 45\ 340,0$ N/m $C_{32}, C_{42} = 3000,0$ N s/m	2,450	7,254 (cabeça) 7,209 (tórax) 7,374 (abdômen) 6,963 (pélvis) 5,125 (assento)	$K_a = 90\ 000,0$ N/m $C_a = 400,0$ N s/m $K_{12}, K_{22} = 75\ 000,0$ N/m $C_{12}, C_{22} = 3000,0$ N s/m $K_{32}, K_{42} = 32\ 000,0$ N/m $C_{32}, C_{42} = 3000,0$ N s/m	
80,0	6,932	1,507	5,324 (cabeça) 5,286 (tórax) 5,424 (abdômen) 5,078 (pélvis) 3,649 (assento)	$K_a = 120\ 000,0$ N/m $C_a = 900,0$ N s/m $K_{12}, K_{22} = 75\ 000,0$ N/m $C_{12}, C_{22} = 3000,0$ N s/m $K_{32}, K_{42} = 54\ 440,0$ N/m $C_{32}, C_{42} = 3000,0$ N s/m	1,471	5,183 (cabeça) 5,146 (tórax) 5,277 (abdômen) 4,948 (pélvis) 3,599 (assento)	$K_a = 120\ 000,0$ N/m $C_a = 900,0$ N s/m $K_{12}, K_{22} = 75\ 000,0$ N/m $C_{12}, C_{22} = 3000,0$ N s/m $K_{32}, K_{42} = 70\ 000,0$ N/m $C_{32}, C_{42} = 3000,0$ N s/m	
100,0	6,094	1,231	4,654 (cabeça) 4,615 (tórax) 4,758 (abdômen) 4,403 (pélvis) 3,006 (assento)	$K_a = 120\ 000,0$ N/m $C_a = 900,0$ N s/m $K_{12}, K_{22} = 75\ 000,0$ N/m $C_{12}, C_{22} = 3000,0$ N s/m $K_{32}, K_{42} = 70\ 000,0$ N/m $C_{32}, C_{42} = 3000,0$ N s/m	1,231	4,654 (cabeça) 4,615 (tórax) 4,758 (abdômen) 4,403 (pélvis) 3,006 (assento)	$K_a = 120\ 000,0$ N/m $C_a = 900,0$ N s/m $K_{12}, K_{22} = 75\ 000,0$ N/m $C_{12}, C_{22} = 3000,0$ N s/m $K_{32}, K_{42} = 70\ 000,0$ N/m $C_{32}, C_{42} = 3000,0$ N s/m	

Tabela 2: Comparação de resultados obtidos por SQP e PSO no perfil de pista Classe G.

Os resultados da simulação no perfil de Classe G obtiveram as maiores acelerações, o que era previsto, pois este perfil apresentou as maiores irregularidades e o maior valor de G_0 ($65536,0 \times 10^{-6}$ m³/ciclo). Por exemplo, para uma velocidade de tráfego de 60 km/h, a função multiobjetivo J não otimizada resultou em 5,917, e a otimizada resultou em 2,563 para o PSO e 2,563 para o SQP. As acelerações otimizadas obtidas foram elevadas para qualquer um dos algoritmos, em qualquer velocidade de tráfego avaliada. Isso se deve ao fato de que a função multiobjetivo procurou satisfazer ambos objetivos conflitantes, e o resultado obtido foi maior do que o esperado em relação à otimização de um dos objetivos individualmente.

Em qualquer velocidade no perfil G, os parâmetros otimizados pelo PSO atingiram os limites das variáveis de projeto, resultado obtido também por outros autores (He; McPhee, 2005). Isso indicou que o sistema procurou uma combinação em que maximizasse a rigidez e minimizasse o amortecimento dos parâmetros avaliados (e vice-versa). Já o SQP não obteve essa tendência, sobretudo nas rigidezes traseiras K_{32} e K_{43} nas velocidades de 60 e 80 km/h, e encontrou um valor intermediário de rigidez. Assume-se que esse resultado se deve, a priori, às características baseadas em gradiente do SQP.

A convergência da função multiobjetivo J para o perfil G é mostrada na Fig. 3, onde o resultado otimizado foi atingido a partir de 4 iterações (PSO) e 41 iterações (SQP) para ficar estabilizado. É importante ressaltar que, nesse perfil G, o requerimento de conforto não foi devidamente satisfeito, e o gráfico representa a função multiobjetivo penalizada.

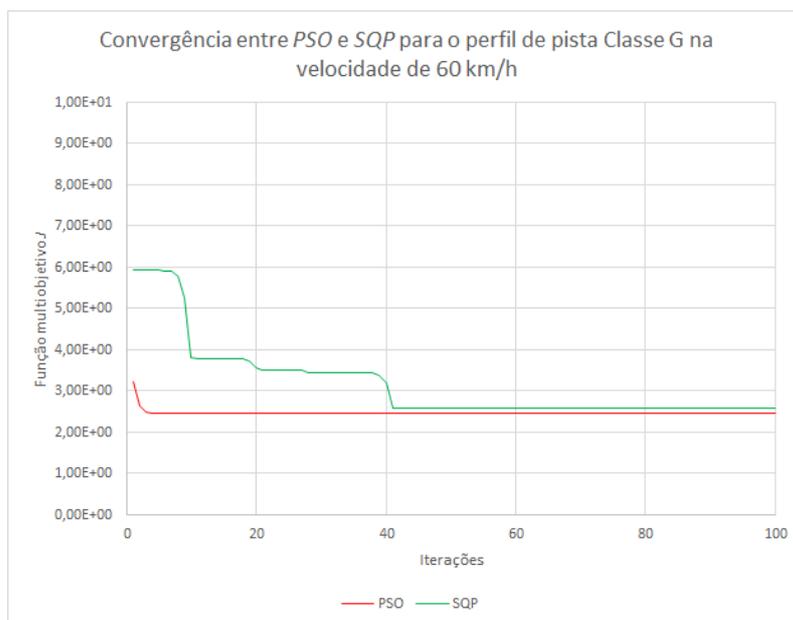


Figura 3. Aceleração vertical rms transmitida pelo número de iterações no perfil G.

A partir dos resultados da velocidade de 60 km/h, para um assento localizado à frente do CG da carroceria, a rigidez da suspensão dianteira deve ser menos rígida do que a traseira e o amortecimento da suspensão deve ser maximizado em ambos os eixos. Bouazara, Richard e Rakheja (2006) observaram um problema similar e propuseram uma restrição de projeto que obriga a rigidez da suspensão dianteira ser menos rígida que a traseira, uma vez que o assento do motorista é localizado à frente do CG da carroceria. Isso se deve pela necessidade de equilibrar os momentos provocados pelo movimento de arfagem.

Esta observação é ilustrada na Tabela 3, após a simulação com diferentes valores de x_a para o perfil de pista Classe G com o veículo a 60 km/h. Essa condição foi avaliada, porque a posição relativa do assento também influencia os parâmetros de rigidez das suspensões.

x_a [m]	J	rms (\ddot{x}_5) [m/s ²]	Parâmetros otimizados					
			K_a [N/m]	C_a [N s/m]	K_{12}, K_{22} [N/m]	C_{12}, C_{22} [N s/m]	K_{32}, K_{42} [N/m]	C_{32}, C_{42} [N s/m]
-0,334	1,319	3,560	90 000,0	400,0	75 000,0	3000,0	32 000,0	3000,0
-0,234	2,705	5,371	90 000,0	400,0	75 000,0	3000,0	32 000,0	3000,0
0,134	2,208	4,867	90 000,0	400,0	75 000,0	3000,0	32 000,0	3000,0
0,234	2,450	5,125	90 000,0	400,0	75 000,0	3000,0	32 000,0	3000,0
0,334	2,705	5,371	90 000,0	400,0	75 000,0	3000,0	51 000,0	3000,0
0,434	2,970	5,604	90 000,0	400,0	75 000,0	3000,0	51 000,0	3000,0
0,534	3,240	5,821	90 000,0	400,0	75 000,0	3000,0	51 000,0	3000,0

Tabela 3: Comportamento da rigidez entre diferentes valores de x_a usando o PSO no perfil de pista Classe G a 60 km/h.

De fato, x_a , y_a e as propriedades do assento perpetuam um papel importante no projeto de um veículo. Além disso, a posição relativa do assento ao CG da carroceria também toma parte do projeto de suspensões. Na maioria dos automóveis de passeio, o motorista e também o passageiro localizado à frente do CG tendem a receber menos vibração do movimento de arfagem; porém, o mesmo não pode ser dito dos passageiros localizados no banco de trás. Os automóveis compactos, por outro lado, não permitem espaço para rearranjar os assentos de tal forma que todos os passageiros recebem os mesmos efeitos nocivos de vibração.

Uma análise de sensibilidade para estes parâmetros que não foram incluídos no projeto de

suspensão (l , x_a , y_a , I_x , I_y , para indicar alguns) pode sugerir uma melhor compreensão da dinâmica do veículo envolvida no problema. Isso pode ser objeto para pesquisas futuras. Os resultados indicados na Tabela 5.3 sugerem um aumento na rigidez das suspensões traseiras à medida que o assento se afasta positivamente do CG da carroceria. A aceleração vertical rms no assento também é sensivelmente aumentada na mesma tendência.

Os gráficos a seguir exibem o comportamento do curso de cada suspensão para os três perfis conforme as velocidades. Esses gráficos indicam os valores rms de cada curso e a sua respectiva linha de tendência; ou seja, um valor de tendência média e não um histórico no tempo. Observa-se que as linhas tracejadas referem-se aos valores não otimizados e que as linhas cheias referem-se aos valores que foram otimizados por PSO (ou SQP). Os cursos de suspensão negativos indicam que o movimento foi em sentido contrário ao do referencial.

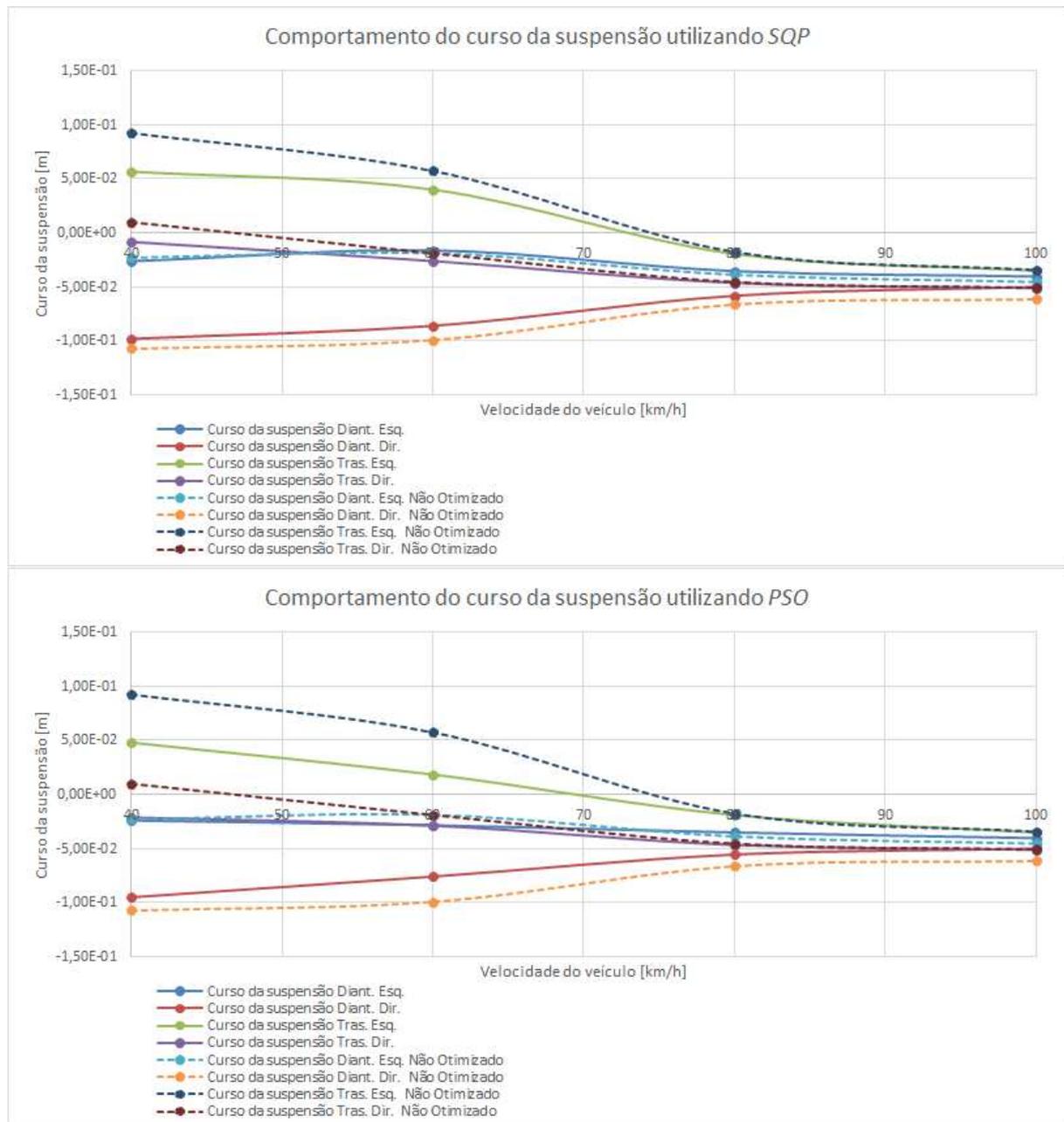


Figura 4. Comparação dos cursos das suspensões entre o SQP e o PSO no perfil G.

Os cursos das suspensões no perfil G são os de maior magnitude evidentemente. Os valores *rms* mais elevados correspondem à baixa de velocidade de tráfego (40 km/h). Quando o veículo atinge altas velocidades, a tendência observada nos gráficos é de diminuir o curso. Ambos os algoritmos obtiveram tendências semelhantes.

Os cursos de cada suspensão resultaram em valores *rms* muito pequenos, na ordem de grandeza de 10^{-3} . Isso se deve, em grande parte, à restrição imposta à função multiobjetivo de *rms* ($ws_i \leq 0,2032$ m). À medida que a irregularidade da pista piora, ou seja, aumenta o valor de G_0 , maiores são os cursos das suspensões. Inversamente, conforme o veículo trafega com maior velocidade, menores são os cursos das suspensões.

4.3 Análise de intervalo

Os parâmetros com incertezas são todos aqueles relacionados ao modelo biodinâmico do motorista, uma vez que ele não pode ser considerado como variável de projeto, nem pode ser otimizado; a rigidez dos pneus, porque possui não linearidades e pode variar conforme a pressão; e, por fim, a PSD do perfil de pista, pois a norma ISO-2631 (1997) expõe apenas os limites mínimos e máximos de G_0 e considera este valor como uma média geométrica. Esses parâmetros não são previstos em projeto; por isso, é importante realizar a análise de intervalo para verificar a influência das incertezas dos parâmetros nos resultados otimizados obtidos anteriormente.

Möller e Beer (2004) afirmam que a construção e a manutenção da infraestrutura de construções são processos inerentemente incertos. A partir desta premissa, o comportamento mecânico dos perfis de pista também apresentam incertezas e, especialmente, por causa das diferentes camadas de pavimento e das ações de pré-cargas aplicadas sobre a pista durante a compressão do asfalto. É por esse e outros motivos que o perfil de pista pode ser considerado como variável com incerteza para análise.

Niedermeier *et al.* (2013) desenvolveram um método para otimização da interação dos pneus com a pista, ainda na fase de pré-projeto. Em seus estudos, diversas correlações foram utilizadas para desenvolver um pneu com parâmetros otimizados, o que inclui a montagem e a geometria dos pneus, assim como as manobras realizadas pelo veículo, perfazendo um total de 60 características distintas. Apesar de o método ser validado e útil para a fase de pré-projeto, a quantidade considerável de variáveis envolvidas e os erros inerentes a elas fazem dos pneus um parâmetro que, evidentemente, apresenta incertezas. Podem-se destacar facilmente dentre elas a pressão, desgaste e alinhamento dos pneus.

A análise de intervalo considerou uma incerteza de 10% (para mais e para menos) nas rigidezes dos pneus dianteiras e traseiras (u_1 e u_2) e um intervalo entre $[32768 \times 10^{-6}; 131072 \times 10^{-6}]$ m³/ciclo para o perfil de pista da Classe G (u_3), conforme os limites descritos na ISO-2631 (1997). Os parâmetros obtidos na otimização usando PSO e os demais dados de entrada foram mantidos. A velocidade do veículo foi de 60 km/h.

As Figuras 5, 6 e 7 exibem, respectivamente, os intervalos de entrada obtidos das variáveis incertas K_{11} e K_{21} , K_{31} e K_{41} e G_0 :

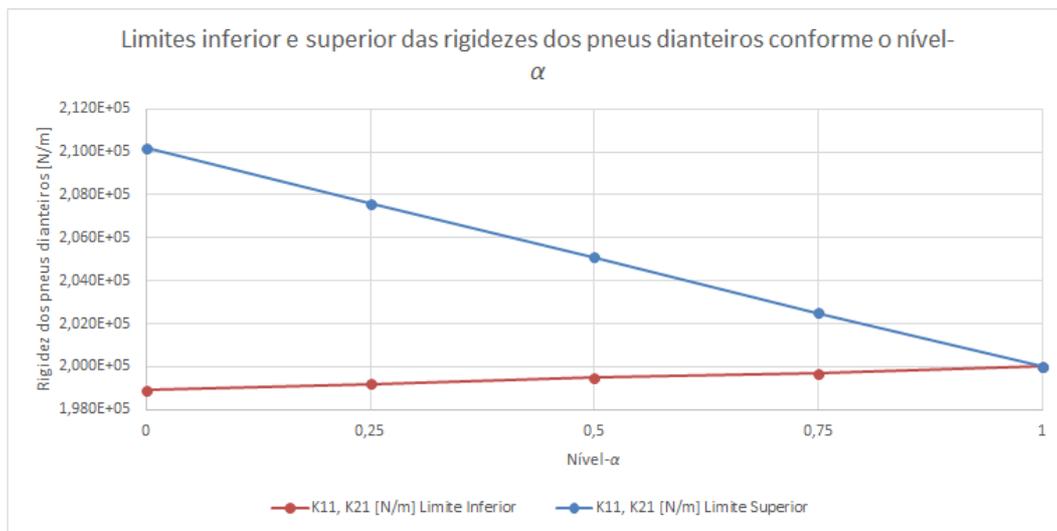


Figura 5. Variáveis de entrada *fuzzy* (K_{11} e K_{21}) e seus respectivos níveis- α .

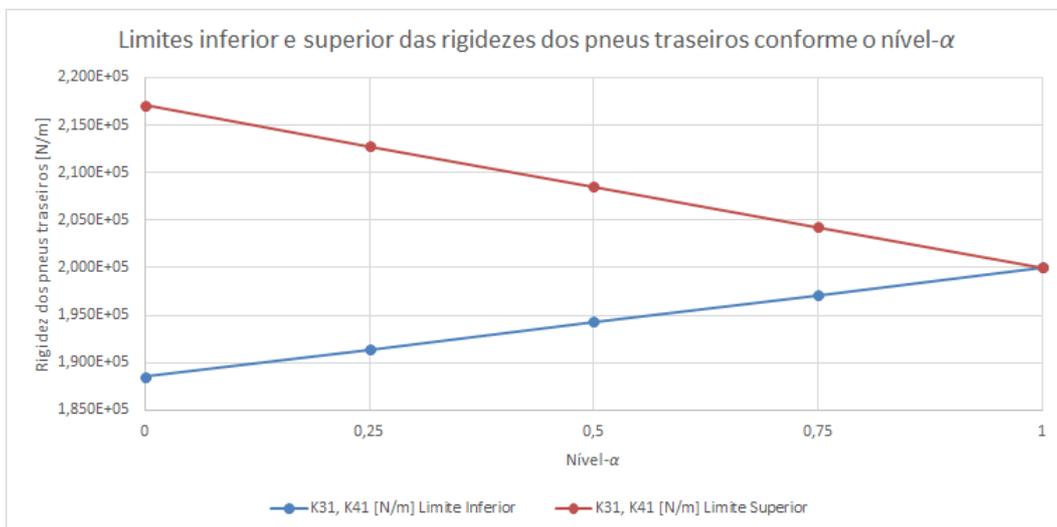


Figura 6. Variáveis de entrada *fuzzy* (K_{31} e K_{41}) e seus respectivos níveis- α .

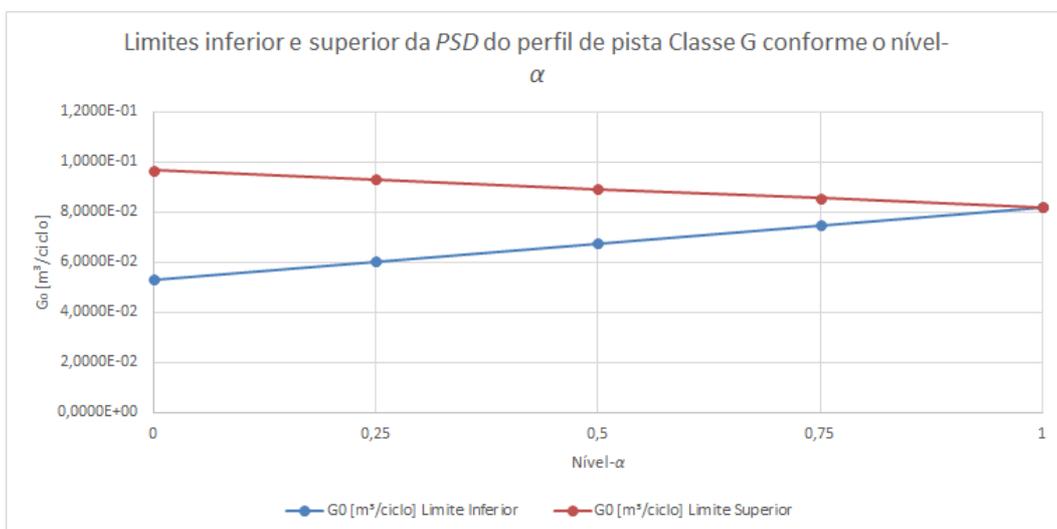


Figura 7. Variável de entrada *fuzzy* (G_0) e seus respectivos níveis- α .

Nessas figuras, as combinações entre os limites inferiores e superiores das variáveis de

entrada incertas (conjuntos *fuzzy*) são mapeadas conforme os seus respectivos níveis- α . Para uma dada combinação de limites de rigidezes dianteiras, traseiras e do perfil de pista, há um intervalo de saída com limites inferiores e superiores correspondentes, conforme a Fig. 8 a seguir:

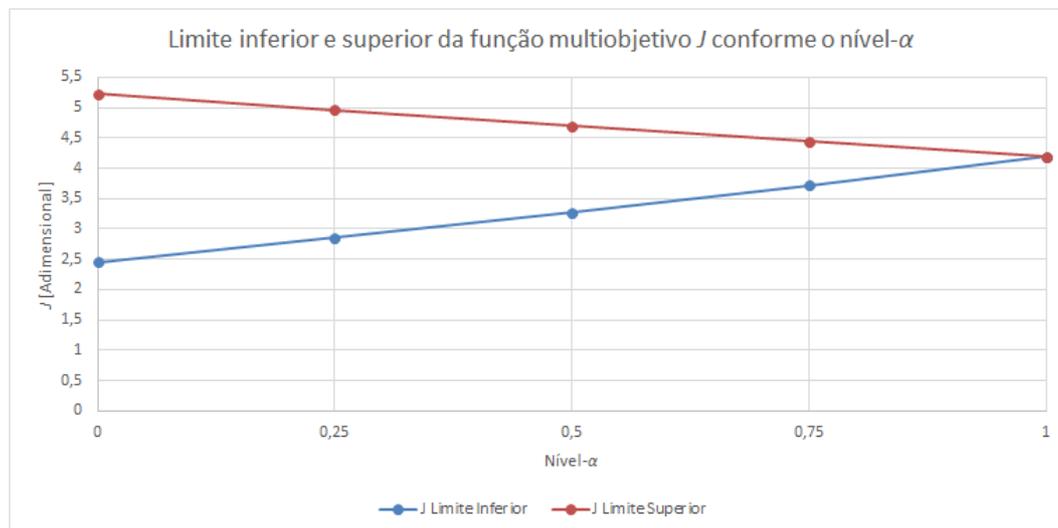


Figura 8. Variável de saída *fuzzy* (J) e seus respectivos níveis- α .

A interpretação entre as figuras exibidas deve ser feita da seguinte maneira: as linhas tracejadas em vermelho das variáveis de entrada *fuzzy* correspondem às linhas tracejadas em vermelho da variável de saída *fuzzy*. Cruzam-se os dados das Figs. 5.8, 5.9 e 5.10 com os da Fig. 5.11 a partir de um dado nível- α de 0 a 1,0. Dessa forma, os limites inferiores de K_{11} e K_{21} , devidamente combinados com os limites superiores de K_{31} , K_{41} e G_0 , correspondem aos limites superiores da variável de saída J . Similarmente, o cruzamento pode ser analisado para os limites inferiores da variável de saída J .

A Tabela 4, a seguir, mostra os limites dos intervalos das variáveis de entrada e os limites da função multiobjetivo J obtidos. Esses limites são os pontos em vermelho e azul nas Figs. 5.7 e 5.8 anteriormente.

Nível- α	K_{11}, K_{21} [$\times 10^5$ N/m]	K_{31}, K_{41} [$\times 10^5$ N/m]	G_0 [$\times 10^{-6}$ m ³ /ciclo]	J
1,0	2,0	2	81920	4,196
0,75	[1,997; 2,025]	[1,971; 2,043]	[74680; 85610]	[3,723; 4,446]
0,50	[1,995; 2,051]	[1,943; 2,085]	[67440; 89300]	[3,275; 4,702]
0,25	[1,992; 2,076]	[1,914; 2,128]	[60200; 92990]	[2,853; 4,964]
0	[1,989; 2,102]	[1,885; 2,171]	[52950; 96680]	[2,450; 5,232]

Tabela 4: Limites dos intervalos das variáveis de entrada e de saída obtidos conforme o nível- α .

Por exemplo, para um dado nível- α de 0,25, as rigidezes dianteiras dos pneus K_{11} e K_{21} resultaram em um limite superior de $2,076 \times 10^5$ N/m que, quando combinados com um limite inferior de $1,914 \times 10^5$ N/m das rigidezes traseiras dos pneus K_{31} e K_{41} e com um limite inferior de PSD do perfil de pista G_0 igual a 60200×10^{-6} m³/ciclo, a função multiobjetivo J resultou num limite inferior de 2,853, acima do obtido pela otimização usando *PSO*. Situação similar aconteceu também nos outros níveis- α .

Os resultados obtidos nos valores de J na análise de intervalo foram bastante elevados em comparação ao obtido no *PSO* (de 2,450 para 4,196 no nível- α igual a 1,0). As incertezas

contidas nos pneus e no perfil de pista foram suficientes para sugerir que o resultado obtido na otimização deveria incluir esses parâmetros incertos como variáveis de projeto ou mesmo restrições. Os perfis de pista, por exemplo, são considerados como uma média geométrica dos limites estipulados na norma ISO-8606 (1995). Na análise de intervalo, esses limites foram tomados como variáveis incertas e calculados na forma de uma média aritmética. O resultado, assim, alterou-se consideravelmente.

No caso dos pneus, pequenas perturbações (na ordem de 10%) foram suficientes para que os parâmetros otimizados anteriormente não fossem capazes de manter os mesmo valor de J . Sendo assim, a análise de intervalo foi uma ferramenta importante para identificar como essas rigidezes foram significativas para a minimização da função multiobjetivo, justificando o seu uso pós-otimização.

5 CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma proposta no estudo de suspensões automotivas que envolve a otimização multiobjetivo por algoritmos heurísticos e a consequente avaliação de incertezas por análise de intervalo utilizando o método de níveis de corte- α . Três requerimentos de projeto de suspensão foram utilizados na formulação da otimização multiobjetivo, incluindo conforto, curso da suspensão e aderência à pista. Dois desses requerimentos (conforto e curso da suspensão) foram considerados como objetivos conflitantes para veículos de passeio, e a aderência à pista foi adotada como uma restrição ao problema de otimização. Para definir a função multiobjetivo, um modelo veicular completo foi acoplado ao modelo biodinâmico do motorista, perfazendo um total de 12-GDL, no domínio da frequência. Diversas expressões foram extraídas do modelo para determinar os requerimentos de projeto de suspensão.

O agregado de métodos, técnicas e algoritmos utilizado na solução do problema foi avaliado por um procedimento que consistiu em duas etapas. A primeira etapa realizou uma otimização multiobjetivo utilizando o PSO e comparando-o com o SQP. Tabelas e gráficos foram gerados para um perfil de pista Classe G, conforme a ISO-8606 (1995), frente a quatro velocidades do veículo, o que ilustrou a capacidade de extrair várias informações do modelo proposto e comparar com resultados não otimizados ou otimizados por outro algoritmo.

A segunda etapa questionou os resultados da primeira etapa, inserindo incertezas em cinco parâmetros que não foram otimizados anteriormente (as quatro rigidezes dos pneus e o perfil de pista). As incertezas provocaram no sistema uma alteração no ponto ótimo obtido na etapa de otimização, e os limites na rigidez dos pneus e na PSD do perfil de pista aumentaram relativamente os limites inferior e superior da função multiobjetivo J .

Conclui-se, a partir dos resultados obtidos, que o projeto de suspensões deveria considerar os parâmetros dos pneus (modelo de pneu e parâmetros de entrada) e também os parâmetros geométricos relativos ao assento do motorista como variáveis de projeto de otimização. Uma vez otimizados, o sistema deve ser submetido a uma avaliação de incertezas nas variáveis que não podem, de fato, ser otimizadas (perfil de pista e parâmetros do próprio motorista).

REFERENCES

- Abbas, W.; Abouelatta, O.B.; El-Azab, M.; Elsaidy, M.; Megahed, A.A. Optimization of Biodynamic Seated Human Models Using Genetic Algorithms. *Engineering*, v. 2, p. 710-719, 2010.
- Abbas, W.; Abouelatta, O.B.; El-Azab, M.; Elsaidy, M.; Megahed, A.A. Optimal Seat Suspension Design Using Genetic Algorithms. *Journal of Mechanics Engineering and Automation*, v. 1, p. 44-52, 2011.
- Abbas, W.; Emam, A.; Badran, S.; Shebl, M.; Abouelatta, O.B. Optimal Seat and Suspension

- Design for a Half-Car with Driver Model Using Genetic Algorithms. *Intelligent Control and Automation*, v. 4, p. 199-205, 2013.
- Alfi, A.; Fateh, M. Parameter Identification Based on a Modified PSO Applied to Suspension System. *Journal of Software Engineering and Applications*, v. 3, n. 3, p. 221-229, 2010.
- Andrén, P. Power spectral density approximations of longitudinal road profiles. *International Journal of Vehicle Design*, Geneva, v. 40, n. 1-3, p. 2-14, 2006.
- Baumal, A.E.; McPhee, J.J.; Calamai, P.H. Application of genetic algorithms to the design optimization of an active vehicle suspension system. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Amsterdam, v. 163, n. 1-4, p. 87-94, Sept. 1998.
- Benasla, L.; Belmadani, A.; Rahli, M. Spirtal Optimization Algorithm for solving Combined Economic and Emission Dispatch. *Electrical Power and Energy Systems*, v. 62, p. 163-174, 2014.
- Boileau, P.E.; Rakheja, S. Whole-Body Vertical Biodynamic Response Characteristics of the Seated Vehicle Driver: Measurement and Model Development. *International Journal of Industrial Ergonomics*, v. 22, n. 6, p. 449-472, 1998.
- Bouazara, M.; Richard, M.J.; Rakheja, S. Safety and comfort analysis of a 3-D vehicle model with optimal non-linear active seat suspension. *Journal of Terramechanics*, Amsterdam, v. 43, n. 2, p. 97-118, Apr. 2006.
- British Standards Institution. *BS-6841*: measurement and evaluation of human exposure to whole-body mechanical vibration and repeated shock. London, 1987.
- Chen, T.; Chi, T. On the improvements of the particle swarm optimization algorithm. *Advances in Engineering Software*, Amsterdam, v. 41, p. 229-239, Sept. 2009.
- Chi, Z.; He, Y.; Naterer, G.F. Design optimization of vehicle suspensions with a quarter-car vehicle model. *Transactions of the CSME*, Oshawa, v. 32, n. 2, p. 297-312, Jun. 2008.
- Clerc, M., Kennedy J. The particle swarm-explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space. *IEEE Transactions Evolutionary Computations*, v. 6, n. 1, p. 58-73, 2002.
- Camponogara, E.; Talukdar, S.N. A Genetic Algorithm for Constrained and Multiobjective Optimization. In: 3rd NORDIC WORKSHOP ON GENETIC ALGORITHMS AND THEIR APPLICATIONS (3NWGA), 1997. Vaasa. *Proceedings...* Vaasa: University of Vaasa, 1997, p. 49-62.
- Dai, J.; Gao, W.; Zhang, N. Random displacement and acceleration responses of vehicles with uncertainty. *Journal of Mechanical Science and Technology*, v. 25, n. 5, p. 1221-1229, 2011.
- Das, S.; Abraham, A.; Konar, A. Particle swarm optimization and differential evolution algorithms: technical analysis, applications and hybridization perspectives. *Studies in Computational Intelligence*, Berlin, n. 116, p. 1-38, 2008.
- Dodds, C.J.; Robson, J.D. The description of road surface roughness. *Journal of Sound and Vibration*, Amsterdam, v. 31, n. 2, p. 175-183, 1973.
- Drehmer, L. R. C. *Otimização de Parâmetros Concentrados de Suspensão para Conforto e Segurança Veicular*. 2012. 98 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.
- Drehmer, L.R.C.; Casas, W.J.P.; Gomes, H.M. Parameters optimisation of a vehicle suspension system using a particle swarm optimisation algorithm. *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, v. 2, p. 1-26, 2015.
- Gillespie, T.D. *Fundamentals of vehicle dynamics*. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 2003.
- Gobbi, M.; Mastinu, G. Analytical Description and Optimization of the Dynamic Behaviour of Passively Suspended Road Vehicle. *Journal of Sound and Vibration*, v. 245, n. 3, p. 457-

- 481, 2001.
- Gobbi, M.; Levi, F.; Mastinu, G. Multi-objective stochastic optimisation of the suspension system of road vehicles. *Journal of Sound and Vibration*, v. 298, p. 1055-1072, 2006.
- Gomes, H.M. A swarm optimization algorithm for optimum vehicle suspension design. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING, 20., 2009, Gramado. *Proceedings...* Rio de Janeiro: ABCM, 2009. 1 CD-ROM.
- He, Y.; McPhee, J. Multidisciplinary optimization of multibody systems with application to the design of rail vehicles. *Multibody System Dynamics*, Dordrecht, v. 14, n. 2, p. 111-135, 2005.
- Ikenaga, S.; Lewis, F.L.; Campos, J.; Davis, L. Active suspension control of ground vehicle based on a full-vehicle model. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 2000, Chicago. *Proceedings...* Chicago: IEEE, 2000. p. 4019-4024.
- International Organization for Standardization. *ISO-2631*: Guide for evaluation of human exposure to whole-body vibration. Europe, 1997.
- International Organization for Standardization. *ISO-8608*: mechanical vibration – road surface profiles – reported of measured data. Europe, 1995.
- Kennedy, J.; Eberhart, R. Particle swarm optimization. In: CONFERENCE ON NEURAL NETWORKS, 1995, Perth. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 1995. p. 1942-1948.
- Lazinica, A. (Org.). *Particle swarm optimization*, Rijek: InTech, 2009.
- Li, C. *Particle Swarm Optimization in Stationary and Dynamic Environments*. 2010. 223 p. PhD Thesis – Department of Computer Science, University of Leicester, Leicester, 2010.
- Messac, A.; Mullur, A.A. Multiobjective Optimization: Concepts and Methods. In: ARORA, J.S. *Optimization of Structural and Mechanical Systems*. Singapore: World Scientific, c2007.
- Möller, B.; Beer, M. *Fuzzy Randomness: Uncertainty in Civil Engineering and Computational Mechanics*. Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2004.
- Nariman-Zadeh, N.; Salehpour, M.; Jamali, A.; Haghgoo, E. Pareto optimization of a five-degree of freedom vehicle vibration model using a multi-objective uniform-diversity genetic algorithm (MUGA). *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, v. 23, p. 543-551, 2010.
- Niedermeier, F.; Peckelsen, F.; Gauterin, F.; Gobbi, M. Virtual Optimization of the Interaction between Tires and the Vehicle. *International Journal of Modeling and Optimization*, v. 3, n. 1, p. 20-24, 2013.
- Tamura, K.; Yasuda, K. Primary Study of Spiral Dynamics Inspired Optimization. *IEEJ Transactions on Electrical and Electronic Engineering*, v. 6 (S1), p. 98-100, 2010.
- Wan, Y.; Schimmels, J.M. A Simple Model that Captures the Essential Dynamics of a Seated Human Exposed. *Advances in Bioengineering*, ASME, v. 31, p. 333-334, 1995.
- Zhang, Y.; Chen, W.; Chen, L.; Shangguan, W. Non-stationary random vibration analysis of vehicle with fractional damping. In: NATIONAL CONFERENCE ON MECHANISM AND MACHINES, v. 13, 2007, Bangalore. *Proceedings...* Bangalore: National Institute of Technology, 2007. p. 171-178.
- Zhang, Z.C.; Lin J.H.; Zhang Y.H.; Howson W.P.; Willians, F.W. Non-stationary random vibration analysis of coupled vehicle-bridge systems. *Engineering Computations*, v. 27, n. 6, p. 712-732, 2010.