

## APLICACIÓN DE MÉTODOS NUMÉRICOS A PROBLEMAS REALES DE INGENIERÍA EN ETAPA TEMPRANA DE LA FORMACIÓN DE NUEVOS INGENIEROS

**Ricardo M. Ramos<sup>a,b</sup>, Guillermo L. Castiglioni<sup>a</sup> y Patricia M. Gauzellino<sup>a,c</sup>**

<sup>a</sup>*Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata, Calle 1 y 47, 1900 La Plata, Argentina, guillermo.castiglioni@gmail.com*

<sup>b</sup>*Solaer Ingeniería Argentina SA, Calle 31 No 1905, 1900 La Plata, Argentina, rramos@solaeringenieria.com, <http://www.solaeringenieria.com>*

<sup>c</sup>*Depto. de Geofísica Aplicada, Universidad Nacional de La Plata, Paseo del Bosque s/No, 1900 La Plata, Argentina, gauze@fcaglp.unlp.edu.ar*

**Palabras Claves:** Métodos numéricos, implementación computacional, docencia.

**Resumen.** En este trabajo se presenta la manera en la cual, desde la enseñanza de los métodos numéricos, se busca vincular los contenidos específicos de la matemática aplicada con la práctica profesional futura de los alumnos. La ubicación de la asignatura en el plan de estudios de las distintas ingenierías, hace que los estudiantes que toman el curso no tengan aún conocimientos específicos de sus especialidades y por ende no se hayan enfrentado todavía a la necesidad de dar respuestas a problemas de difícil resolución analítica; mucho menos a la resolución de casos prácticos, donde la información no se presenta de la forma a la que están habituados en esta etapa de su formación. La cátedra propone un laboratorio integrador, presentando un problema que requiere una serie de resultados encadenados, que deben ser resueltos mediante distintos procedimientos numéricos, desarrollando el correspondiente código Octave/MatLab y escribiendo un informe. Por lo tanto, es posible vincular la aplicación de los distintos métodos enseñados durante la cursada a necesidades prácticas ingenieriles, poniéndose de manifiesto su valor y utilidad en el ámbito profesional. Finalmente, dado que el laboratorio tiene carácter optativo, se evalúa la efectividad en términos pedagógicos de esta metodología comparando los resultados de examen entre aquellos alumnos que lo han realizado y los que no.

## 1. INTRODUCCIÓN

La enseñanza de métodos numéricos en el ciclo básico de físico matemática de las carreras de ingeniería, a alumnos que aún no tienen formación en las materias específicas, plantea para el docente el desafío de lograr despertar el interés por parte de quien todavía no comprende el alcance real de la temática tratada en la práctica profesional.

En la Facultad de Ingeniería (FI) de la Universidad Nacional de La Plata (UNLP), el cálculo numérico forma parte de los contenidos de la asignatura Matemática D1, dictada en el cuarto semestre para las especialidades Aeronáutica, Civil, Electromecánica, Hidráulica, Materiales y Mecánica, y en el quinto semestre para la especialidad Computación. En esta instancia de las carreras, los alumnos han adquirido los saberes básicos del análisis matemático. El programa se focaliza en la enseñanza de los métodos numéricos y se acompaña con la implementación computacional de los mismos. Todos los cursos cuentan con un plantel docente de Profesor, Jefe de Trabajos Prácticos y Ayudante Diplomado, resultando un promedio de 20-25 alumnos por docente. En el caso de cursos muy numerosos es posible contar con la colaboración de Ayudantes Alumnos.

Visto que, la resolución de problemas en forma mecánica, donde los datos son presentados de la manera necesaria para que se aplique el método requerido por el docente en la guía de trabajos prácticos o en las evaluaciones, no desarrolla en el alumno una comprensión cabal de la implicancia de elegir un método determinado para un cierto problema, o aun peor, no desarrolla en el alumno la comprensión de que es lo que está haciendo, solo aplica un algoritmo sin el concepto real del problema que está resolviendo, situación evidente al presentar como válidos resultados sin sentido físico en trabajos prácticos y evaluaciones, se decide complementar la ejercitación con la entrega voluntaria de un laboratorio que conlleva la resolución de un problema ingenieril concreto. Por lo expuesto, la cátedra propone la resolución en forma simplificada de un problema real de la industria, en el cual se presentan datos físicos y geométricos de partida, algunas ecuaciones básicas que relacionan las variables del problema y se plantean las incógnitas a resolver. No se hace referencia a ningún método de resolución. De esta forma, lo primero que el alumno debe comprender es el problema físico, lo cual lo lleva como consecuencia a hacerse un preconcepto de la solución. Luego debe comprender qué tipo de operación o algoritmo debe ejecutar para dar respuesta a las incógnitas planteadas (integración, derivación, ajuste, resolución de ecuaciones diferenciales, etc). El desarrollo de la solución mediante un programa en Octave/MatLab refuerza las nociones de programación introducidas durante la cursada y finalmente se requiere una presentación formal, en un formato profesional donde se critica la manera de presentar los resultados como una actividad extracurricular. De esta forma, los métodos numéricos se presentan como una metodología que permite llegar a una solución ante problemas reales, y la implicancia de la selección de un método sobre otro se pone de manifiesto durante la resolución del laboratorio.

## 2. PROBLEMA PROPUESTO

En la modalidad laboratorio se resuelven distintos problemas enfocados a las especialidades de la ingeniería, como por ejemplo, modelar el comportamiento de un embalse como retardador de crecidas en un curso de agua para Ingeniería Civil e Hidráulica y modelar el comportamiento de un freno a disco obteniendo sus temperaturas de operación en función del tiempo y calculando la carrera de aterrizaje de una aeronave bajo determinadas condiciones para Ingeniería Aeronáutica y Mecánica. Dado que los alumnos tienen conocimientos de Física Clásica y han cursado las primeras materias técnicas, pueden comprender los alcances de los laboratorios.

Además, cabe aclarar que se brinda en clase una explicación detallada y existe la posibilidad de consulta permanente vía correo electrónico. En el presente trabajo, se ha seleccionado el problema que se describe seguidamente, por considerarlo un laboratorio complejo y que fue resuelto por alumnos de diferentes especialidades en los cursos analizados.

El problema a resolver es una simplificación de un caso evaluado por parte de la dirección de ingeniería de Ternium Siderar, cuya solución final tomó un camino diferente al considerado en el laboratorio y dio lugar a la tesis de grado de un ingeniero de la UNLP, en conjunto con una consultora privada. La solución final se encuentra disponible entre los registros de tesis de la UNLP (Alumno Sr. Germán L. Piccin).

Se propone modelar el comportamiento de las placas de suspensión (spring plates) de un horno convertidor de acero al ser sometidas a carga térmica. Por efecto de la temperatura las placas se dilatan, pero además de este efecto, sus propiedades mecánicas se modifican, dando lugar a un incremento de las deformaciones por carga mecánica (pesos). Ver [Shigley y Mitchell \(1985\)](#).

Por ser un equipo que trabaja en alta temperatura, el creep es un mecanismo de daño importante, como una alternativa para disminuir su efecto, se busca calcular un segundo punto de soporte (tope superior) para el convertidor, pero que sólo actúe cuando éste se encuentre con temperatura de operación, de manera tal que las cargas se repartan entre el tope superior y los spring plates. Un esquema del horno convertidor de acero se muestra en Figura 1 y en Figura 2 se puede apreciar la termografía del equipo cuando está operando.

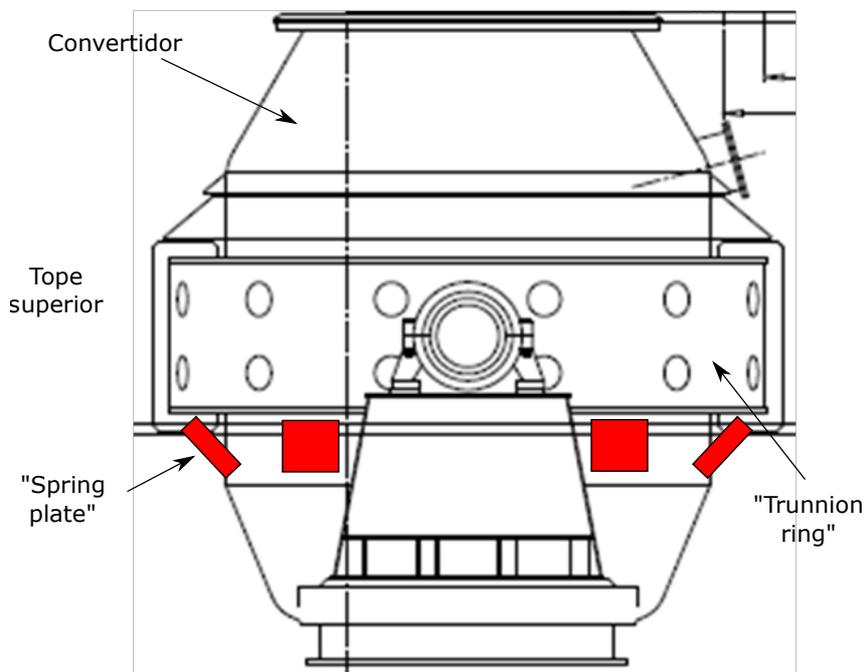


Figura 1: Horno convertidor de acero

El objetivo del laboratorio es caracterizar el material de los spring plates y determinar la separación inicial necesaria entre el tope superior y el aro portante o trunnion ring (descontando la dilatación térmica), para que luego de 20 minutos de operación se produzca contacto entre ellos. El causante de la elongación adicional es el cambio del módulo de elasticidad del acero por efecto térmico.

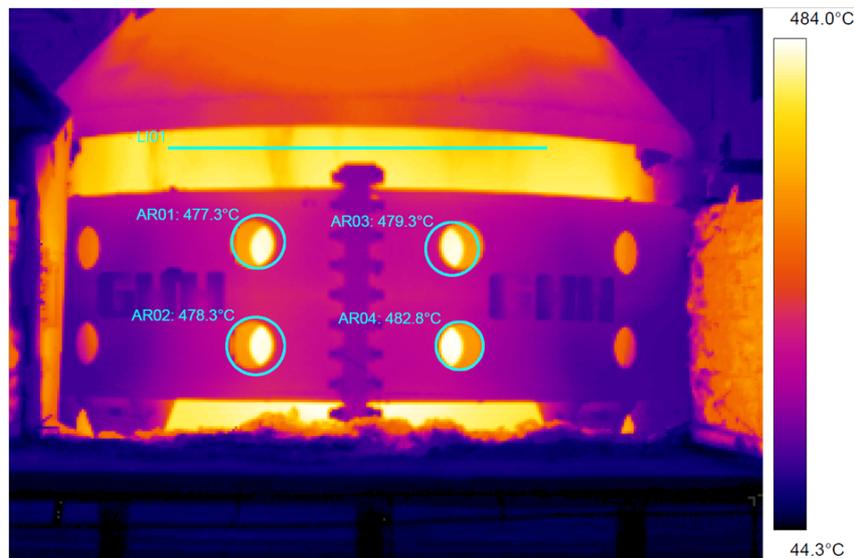


Figura 2: Termografía del equipo en operación.

Se realizó un ensayo de tracción sobre el material de los spring plates y se obtuvo el registro presentado en Tabla 1.

### 2.1. Parte 1

Para cada temperatura se busca determinar:

1. Módulo de Young en rango elástico.
2. Módulo tangente en cada punto del rango elástico.
3. Resiliencia.
4. Tenacidad.
5. Ajuste de curva para rango plástico.
6. ¿Qué tipo de material se ajusta a este comportamiento ?

### 2.2. Parte 2

Cálculo de desplazamiento adicional por cambio de propiedades mecánicas. Siendo la temperatura inicial 40°C, indicar:

1. La evolución de temperaturas del Spring Plate para un ciclo de 60 minutos.
2. El desplazamiento adicional generado por el cambio de propiedades mecánicas para  $t = 20\text{min}$ .
3. Se alcanza en algún momento el milímetro de deformación adicional ?

El cambio de temperatura en el Spring Plate puede calcularse por la expresión

$$\Delta T = \Delta t \cdot 0,33 - h(T - T_0)\Delta t - k(T^4 - T_0^4)\Delta t$$

| Deformación | Tensión [MPa] a 20°C | Tensión [MPa] a 300°C |
|-------------|----------------------|-----------------------|
| 0           | 0                    | 0                     |
| 0.00015     | 31                   | 13.2                  |
| 0.0003      | 63                   | 26.6                  |
| 0.00045     | 91                   | 37.8                  |
| 0.0006      | 122                  | 51.5                  |
| 0.00075     | 154                  | 67                    |
| 0.0009      | 184.5                | 75                    |
| 0.00105     | 217                  | 92.4                  |
| 0.0012      | 236                  | 106                   |
| 0.00135     | 245                  | 116                   |
| 0.02135     | 270                  | 138                   |
| 0.04135     | 278                  | 155                   |
| 0.06135     | 285                  | 170                   |
| 0.08135     | 297                  | 201                   |
| 0.10135     | 311                  | 226                   |
| 0.12135     | 323                  | 248                   |
| 0.14135     | 335                  | 266                   |
| 0.16135     | 350                  | 280                   |
| 0.18135     | 360                  | 288                   |
| 0.20135     | 358                  | 293                   |
| 0.22135     | 345                  | 292                   |

Tabla 1: Ensayo de tracción sobre el material de los spring plates.

donde el coeficiente de convección,  $h$ , es  $0.00127$  joules/(°K s), el coeficiente de radiación,  $k$ , es  $1.66667 \cdot 10^{-11}$  joules/(°K<sup>4</sup> s) y la temperatura ambiente es  $20$  °C. Además, el peso del convertidor es  $200$  Tn, el área efectiva y la longitud efectiva del Spring Plates son  $23500$  mm<sup>2</sup> y  $1270$  mm, respectivamente.

### 2.3. Instrucciones para la resolución

1. Proponga un ajuste de curva para la parte lineal elástica de la curva tensión deformación. Utilice para el ajuste el método de mínimos cuadrados. Calcule el error asociado.
2. Para el cálculo del módulo tangente, derive las curvas en cada punto, verifique si el punto que eligió como límite elástico es el de mayor cambio de pendiente.
3. Integre la zona elástica.
4. Integre la zona plástica.
5. Proponga un ajuste de curva para la parte plástica de la curva tensión deformación. Utilice para el ajuste el método de mínimos cuadrados. Calcule el error asociado a cada curva testeada.
6. La expresión dada para el cambio de temperatura es una solución de Euler simple, utilice este método para resolver la evolución en el tiempo.

7. Calcule la tensión en el Spring Plate y calcule un valor para el módulo de Young para la temperatura obtenida, calcule la deformación y luego el desplazamiento correspondiente.
8. Repita los cálculos del paso anterior para la máxima temperatura obtenida.

Se recomienda la utilización de los siguientes libros de texto [Chapra y Canale \(2006\)](#); [Burden y Faires \(2015\)](#); [Nakamura \(1992\)](#) entre otros, para la resolución del trabajo planteado.

## 2.4. PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS

Se deberá realizar:

1. Entrega digital de un programa en Octave/MatLab que realice todos los cálculos y gráficos necesarios.
2. Entrega digital de un informe que responda todos los puntos requeridos con la mayor claridad posible.

## 3. EVALUACIÓN DE LOS RESULTADOS DOCENTES

Dado a que el laboratorio no se encuentra instrumentado en el reglamento de la cátedra, la realización del mismo tiene carácter optativo. Al no ser algo que todos los alumnos realicen, se abre la posibilidad de evaluar la efectividad en términos pedagógicos de esta metodología comparando los resultados de examen entre aquellos que realizan el laboratorio y los que no. No se pretende con esto achacar la diferencia de performance en las calificaciones de los alumnos a la ejecución o no de este trabajo, ya que el carácter optativo de éste hace que el mismo sea realizado por el grupo que tenga mayor interés en la temática o mayor disponibilidad de tiempo. Las comparaciones tampoco pueden ser totalmente objetivas ya que el trabajo es entregado en forma grupal, de a 5 personas máximo, sin defensa individual posterior, con lo cual es imposible conocer el grado de participación de cada alumno en el desarrollo del trabajo.

Más allá de las salvedades planteadas, con el propósito de detectar si existe algún impacto en el rendimiento de los alumnos la realización o no del trabajo práctico de laboratorio, se han analizado cinco cuatrimestres diferentes donde han participado alumnos de todas las disciplinas de la ingeniería, [Box et al. \(1999\)](#); [Navidi \(2006\)](#).

En Figuras 3 a 7 se muestra gráficamente un resumen de los resultados obtenidos por los alumnos que han realizado el laboratorio y los que no para cada uno de los cuatrimestres. Las notas corresponden a la calificación obtenida en los exámenes y se han discriminado en 5 categorías: insuficiente (D), regular (4-5), bueno (6-7), distinguido (8-9) y sobresaliente (10). Las barras color azul representan la cantidad de alumnos totales de cada grupo de calificaciones, mientras que las barras color rojo representan la cantidad de alumnos que han realizado el laboratorio correspondiente a cada grupo.

Los gráficos de la derecha representan el porcentaje de alumnos en cada grupo de calificaciones que ha realizado el laboratorio junto con una línea de tendencia para cada cuatrimestre analizado. Se identifica una tendencia claramente ascendente del porcentaje de alumnos que realiza el laboratorio respecto a las notas obtenida en los exámenes, demostrando que la entrega del laboratorio bien hecho ha contribuido al logro de una mejor calificación.

Respecto a la aceptación por parte de los alumnos de la propuesta presentada, se observa que

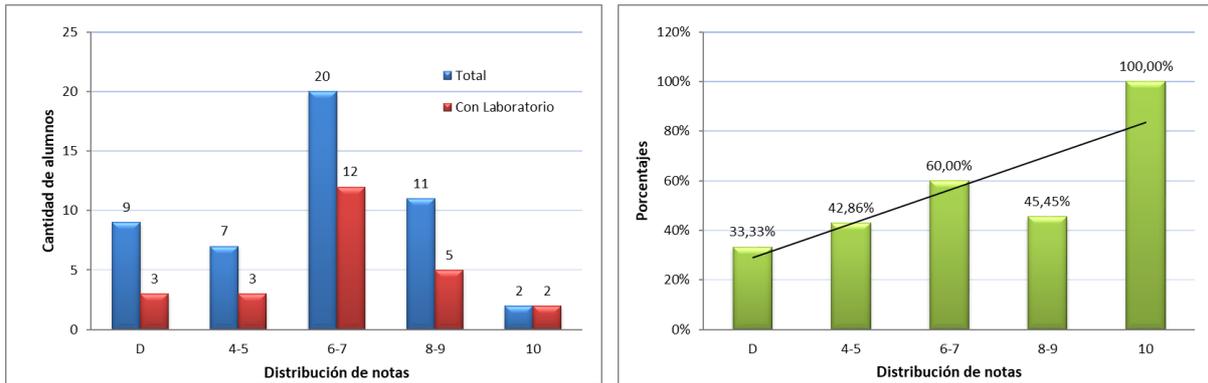


Figura 3: Cuatrimestre I.

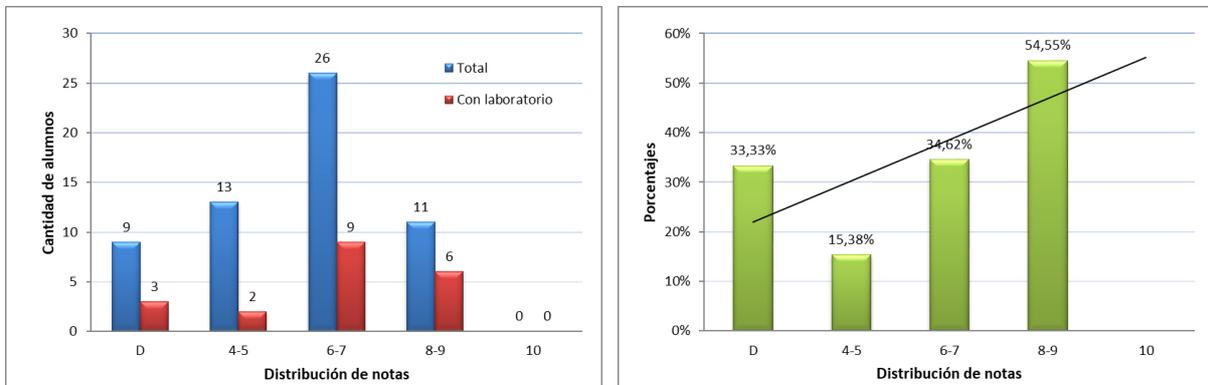


Figura 4: Cuatrimestre II.

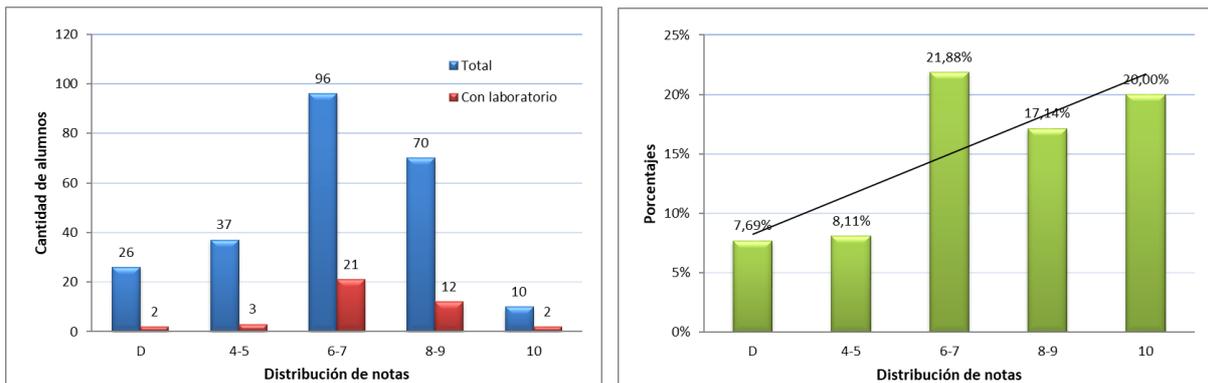


Figura 5: Cuatrimestre III.

el porcentaje de alumnos que deciden realizar el laboratorio va disminuyendo notoriamente; desde aproximadamente el 51 % al 12 % en los sucesivos cuatrimestres como se observa en los gráficos de la Figura 8. Considerando el total de los cinco cuatrimestres, sólo el 20 % del total de los alumnos han dado una respuesta positiva a la propuesta y de éstos, el 81 % ha promocionado la asignatura.

A modo de mejora, se conjetura sobre la menor participación de los alumnos en los sucesivos

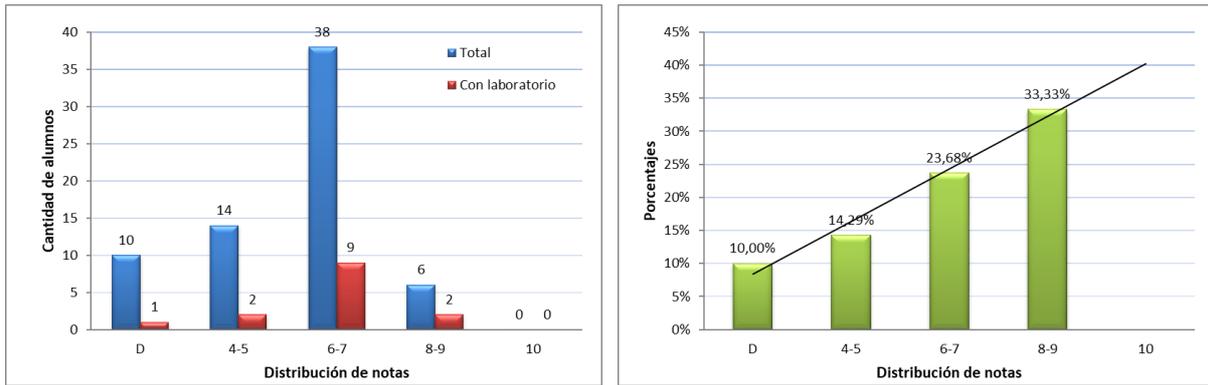


Figura 6: Cuatrimestre IV.

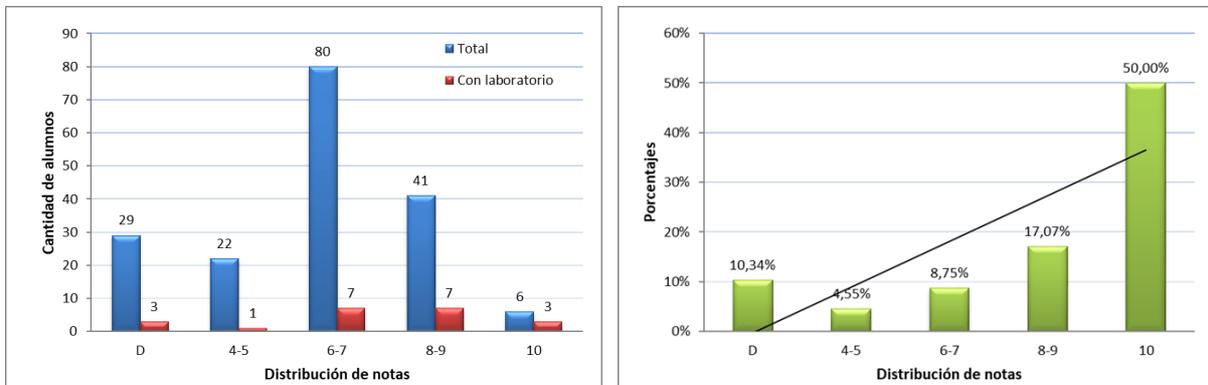


Figura 7: Cuatrimestre V.

cuatrimestres. Se establecen como causas internas de la cátedra: la no obligatoriedad, falla en la motivación, dificultad en la comprensión del trabajo y demasiados puntos a resolver (longitud del trabajo). Como causas externas, se puede ver un marcado aumento en el número de alumnos y esto se debe a que los estudiantes se van atrasando en sus estudios, por lo tanto, podrían considerar que el laboratorio les requerirá mucho tiempo y no es obligatorio; sumado en algunos casos a la falta de interés.

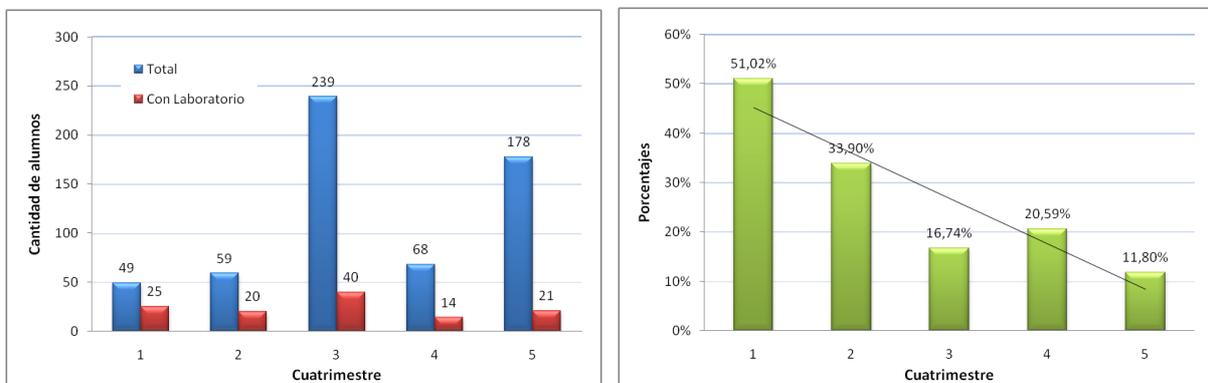


Figura 8: Estadísticas de la participación de los alumnos.

## REFERENCIAS

- Box G., Hunter W., y Hunter J. *Estadística para investigadores*. Reverté, S.A., 1999.
- Burden R. y Faires J. *Análisis numérico*. Thomson Learning, 2015.
- Chapra S. y Canale R. *Método numéricos para ingenieros*. McGraw Hill, 2006.
- Nakamura S. *Métodos numéricos aplicados con software*. Prentice Hall, 1992.
- Navidi W. *Estadística para ingenieros y científicos*. McGraw-Hill, primera edición, 2006.
- Shigley J. y Mitchell L. *Diseño de ingeniería mecánica*. McGraw-Hill, tercera edición, 1985.