

ALTERNATIVAS DE MODELACIÓN DE INTERACCIÓN DINÁMICA SUELO-ESTRUCTURA CONSIDERANDO DISIPACIÓN DE ENERGÍA POR RADIACIÓN DE ONDAS Y NO LINEALIDAD MATERIAL

ALTERNATIVES OF SOIL-STRUCTURE INTERACTION MODELING CONSIDERING ENERGY DISIPATION BY WAVE RADIATION AND NON- LINEARITY MATERIAL

Adriano Trono^a y Federico Pinto^{a,b}

^a*Instituto de Estudios Avanzados en Ingeniería y Tecnología (IDIT) – CONICET., Universidad Nacional de Córdoba, Av. Vélez Sársfield 1611, 5000 Córdoba, Argentina. idit@fcfyf.uncor.edu.ar, <http://www.inv.idit.uncor.edu/>*

^b*Departamento de Estructuras, FCFyN, Universidad Nacional de Córdoba, Av. Vélez Sársfield 1611, 5000 Córdoba, Argentina. depestructuras@fcfyf.uncor.edu.ar, <http://www.efn.uncor.edu.ar>*

Palabras clave: Interacción Suelo-Estructura, No-linealidad Material, Radiación de Ondas.

Resumen. Se propone un modelo pseudo-analítico de interacción dinámica suelo – estructura para obtener una aproximación de los modos complejos de vibración considerando amortiguamiento histerético y radiación de ondas a través del estrato de suelo y roca base. El amortiguamiento histerético se considera a través de un sólido de Kelvin – Voigt en el que la constante viscosa es inversamente proporcional a la frecuencia natural del modo para que la disipación de energía por no linealidad material sea independiente de la frecuencia modal. Los modos analíticos “aproximados” obtenidos se utilizan como funciones de forma de la formulación débil que aproxima a la solución del problema de movimiento impuesto en la base. En este primer artículo se realiza la integración dinámica del modelo de campo lejano que representa la respuesta del sitio en ausencia de la estructura masiva y se comparan los resultados del método propuesto con los obtenidos a partir de la función de transferencia analítica propuesta por Kramer.

Keywords: Soil-Structure Interaction, Material Non-linearity, Wave Radiation.

Abstract. A pseudo-analytical model for dynamic soil-structure interaction is proposed in order to obtain approximate complex modes of vibration considering hysteretic damping and wave radiation phenomena through the soil and bedrock. The hysteretic damping is accounted for by means of a Kelvin-Voigt model, where the viscous coefficient is inversely proportional to the modal frequency; thus allowing independence between the energy dissipation due to material non-linearity and the modal frequency. The approximate analytical modes are used as shape functions for the weak formulation that approximates the solution of the seismic problem. In this first article, the dynamic integration of the far field model that represents the response of the site in the absence of the structure is performed. This article describes the dynamic integration of the far field model that represents the response of the site in the absence of the structure, and the results of the proposed method are compared with those obtained by means of the analytical transfer function proposed by Kramer.

1 INTRODUCCIÓN

Las principales complejidades de modelación de efectos de interacción suelo-estructura están relacionadas con la disipación de energía a través de la no-linealidad material del suelo y la radiación de ondas. Existen técnicas numéricas costosas para la contemplación de ambas formas de disipación de energía, pero el desafío actual es lograr un balance entre la precisión requerida para el diseño y la economía de cálculo. Para ello se propone una alternativa para la estimación de solicitaciones de interacción suelo-estructura de estructuras masivas fundadas superficialmente mediante la vinculación en cascada de dos modelos unidimensionales; campo lejano y sitio, replicando las condiciones de borde absorbentes propuestas por [Kontoe et al. \(2006\)](#) para modelos de elementos finitos que utilizan el método de reducción del dominio propuesto por [Bielak et al. \(2003\)](#) con bordes estándares viscosos propuestos por [Lysmer y Kuhlemeyer \(1969\)](#) (véase [Figura 1](#)).

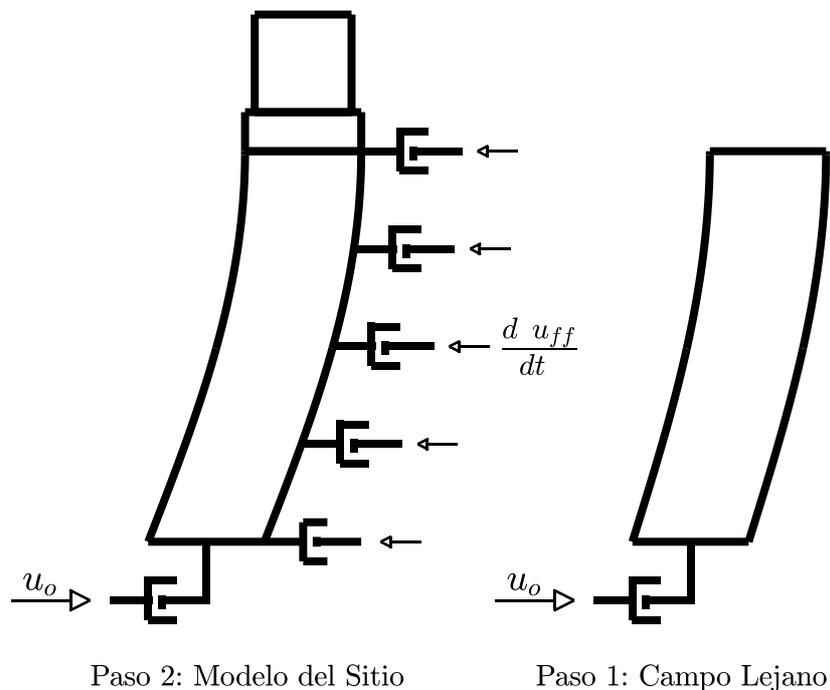


Figura 1: Esquema de condiciones de borde absorbentes.

A través de un modelo pseudo-analítico de interacción dinámica suelo – roca se obtiene una aproximación de los modos complejos de vibración de un modelo mecánico de campo lejano que representa la respuesta del sitio en ausencia de la estructura, y que permite considerar la radiación de ondas mediante la imposición de velocidades en el suelo adyacente al modelo del sitio. Estos modos aproximados de vibración contemplan la no-linealidad del suelo y el fenómeno de radiación de ondas a través de la roca base. Usualmente esta imposición de velocidades se realiza sobre los bordes de un modelo de elementos finitos del sitio. Como alternativa se propone la vinculación entre dos modelos continuos unidimensionales por vía modal. Este artículo se enfoca en la integración dinámica del modelo de campo lejano mediante una formulación débil que utiliza a los modos aproximados como funciones de forma y de peso y que permite una reducción de costo computacional respecto de las técnicas de elementos finitos.

2 GEOMETRÍA Y MATERIALES

Se considera el caso estudiado por [Trono et al. \(2015\)](#) que consiste en un estrato de suelo de 20 metros de profundidad cuyos parámetros homogéneos y lineales equivalentes se obtienen a partir del programa SHAKE2000 que considera la degradación de rigidez de suelos ante el sismo de diseño mediante un proceso iterativo y de actualización de las propiedades hasta que los valores de módulo de corte secante y amortiguamiento sean consistentes con los niveles de deformación alcanzados según las curvas de degradación propuestas por [Zhang et al \(2005\)](#). Se presentan en la [Tabla 1](#). el módulo de corte secante del suelo, el amortiguamiento promedio, las densidades promedio del suelo y de la roca y la velocidad de propagación de ondas de corte de la roca:

G	163,1 Mpa
ξ	8,7 %
ρ_s	1,9 t/m ³
ρ_r	2,3 t/m ³
V_{sr}	1500 m/s

Tabla 1: Características del suelo y roca base.

3 METODOS DE ANÁLISIS

3.1 Función de transferencia analítica

A partir de un análisis unidimensional de propagación vertical de ondas de corte en un estrato de suelo homogéneo sobre semi-espacio de roca [Kramer \(1996\)](#) establece la función de transferencia entre el desplazamiento en afloramiento rocoso y el desplazamiento en la superficie de un estrato de suelo homogéneo:

$$H(\omega) = \frac{1}{\cos\left(\frac{\omega D}{v_{ss}^*}\right) + i \alpha_z^* \sin\left(\frac{\omega D}{v_{ss}^*}\right)} \quad (1)$$

Donde $\alpha_z^* = \frac{\rho_s v_{ss}^*}{\rho_r v_{sr}^*}$ es la relación de impedancias, D es la profundidad del estrato de suelos, v_{ss}^* y v_{sr}^* son las velocidades complejas de propagación de ondas de corte del suelo y de la roca, respectivamente, y ω es la frecuencia circular armónica impuesta.

3.2 Análisis modal

Se pretende obtener la respuesta en el tiempo del modelo de campo lejano mediante la superposición modos complejos aproximados obtenidos por vía analítica considerando la no-linealidad material mediante el método lineal equivalente que utiliza un sólido de Kelvin - Voigt con viscosidad variable en frecuencia que permite que la energía disipada por ciclo sea independiente de la frecuencia natural de vibración. Estas formas modales no pueden ser consideradas estrictamente modos naturales de vibración debido a que el parámetro viscoso es variable en la ecuación diferencial y depende justamente del polo que resuelve al problema.

4 MODELO PROPUESTO

La solución analítica del movimiento en la superficie a partir de un movimiento registrado en afloramiento rocoso equivale a resolver el sistema mecánico (véase [Figura 2](#)), en el que a

nivel de la roca base se coloca un borde absorbente que consiste en un disipador de constante viscosa equivalente a la impedancia de la roca $\rho_r v_{sr}^*$.

A partir del modelo sólido de Kelvin – Voigt y en términos de desplazamientos relativos se presenta la formulación fuerte del sistema sometido a aceleraciones impuestas en el extremo del disipador de base (equivalente a aceleraciones registradas en afloramiento rocoso):

$$G \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \eta \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) - \rho \frac{d^2 u}{dt^2} = \rho \frac{d^2 u_o}{dt^2}. \quad (2)$$

Siendo G el módulo de corte del suelo, u el desplazamiento relativo, u_o el desplazamiento a nivel de afloramiento rocoso y η la constante viscosa. Para eliminar la dependencia entre la energía disipada por no linealidad material y la frecuencia de vibración el método lineal equivalente propone que $\eta = \frac{2G\xi}{\omega}$ y aplica el principio de correspondencia para considerar el amortiguamiento material a través de un módulo de corte complejo en el dominio de las frecuencias (Trono et al. 2015).

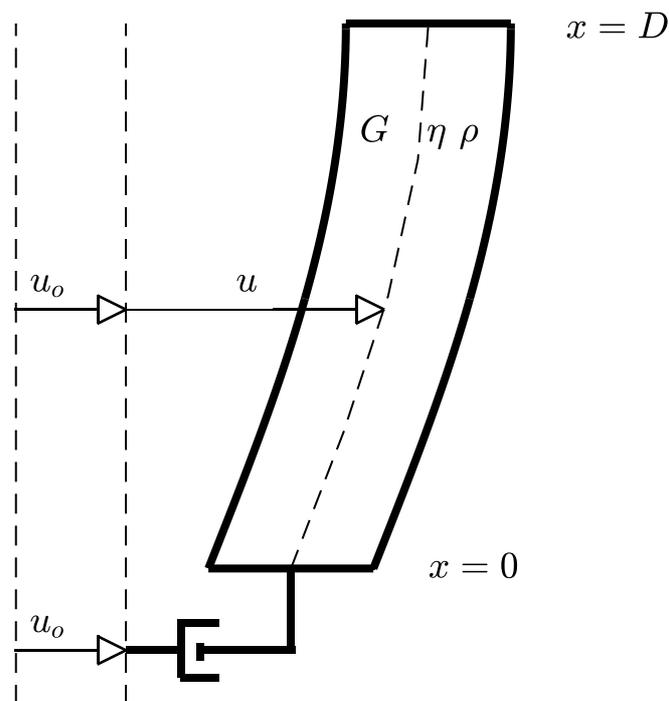


Figura 2: Modelo Mecánico de Campo Lejano

4.1 Solución homogénea

En lugar de ser tenido en cuenta el amortiguamiento material a través de un módulo de corte complejo, se propone una alternativa resolviendo la solución homogénea por vía analítica para obtener pseudo-modos “amortiguados” y el problema de movimiento impuesto se resuelve por superposición de dichas soluciones homogéneas obtenidas. A partir del método de separación de variables se propone la solución homogénea:

$$u_h = e^{\beta t} e^{\lambda x} \quad (3)$$

Donde λ es el número de onda complejo, β es el polo temporal complejo cuyo módulo $|\beta| = \omega_n$ es la frecuencia natural de vibración. Reemplazando Ec. (3). en Ec. (2):

$$G \lambda^2 + \eta \beta \lambda^2 - \rho \beta^2 = 0. \quad (4)$$

De donde se despeja los valores del número de onda en función del polo temporal:

$$\lambda_{1,2} = \pm \beta \sqrt{\frac{\rho}{G + \eta \beta}} = \pm \beta \sqrt{\frac{\rho}{G \left(1 + 2 \xi \frac{\beta}{|\beta|}\right)}} \quad (5)$$

La solución homogénea general es de la forma:

$$u_{h(x,t)} = e^{\beta t} (C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{\lambda_2 x}). \quad (6)$$

Donde $\lambda_2 = -\lambda_1$. Para obtener los valores de los polos temporales y de las constantes C_1 y C_2 se plantean las condiciones de borde naturales en los extremos del dominio continuo. La tensión de corte es nula en la superficie:

$$G \frac{du_h}{dx} \Big|_D + \eta \frac{d}{dt} \left(\frac{du_h}{dx} \Big|_D \right) = 0 \quad (7)$$

Además, debe haber equilibrio entre la tensión del disipador y la tensión de corte en $x=0$:

$$\left(G \frac{du_h}{dx} \Big|_0 + \eta \frac{d}{dt} \left(\frac{du_h}{dx} \Big|_0 \right) \right) - c_u \dot{u}_0 = 0 \quad (8)$$

Reemplazando Ec. (6). en Ec. (7) y Ec. (8) se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} G \left(1 + 2 \xi \frac{\beta}{|\beta|}\right) \lambda_1 e^{\lambda_1 D} & G \left(1 + 2 \xi \frac{\beta}{|\beta|}\right) \lambda_2 e^{\lambda_2 D} \\ G \left(1 + 2 \xi \frac{\beta}{|\beta|}\right) \lambda_1 - c_u \beta & G \left(1 + 2 \xi \frac{\beta}{|\beta|}\right) \lambda_2 - c_u \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Para que el sistema tenga solución no trivial, la matriz no debe tener inversa, es decir que su determinante debe ser nulo. Mediante un barrido numérico, se encuentran los polos complejos temporales que satisfacen dicha condición. A partir de cada valor β_i obtenido se supone $C_1 = 1$ y se obtiene C_2 . Los modos complejos aproximados obtenidos son normalizados para que el desplazamiento en la superficie sea real y unitario. Se muestran la parte real e imaginaria de los siete primeros modos aproximados de vibración (véase Figura 3).

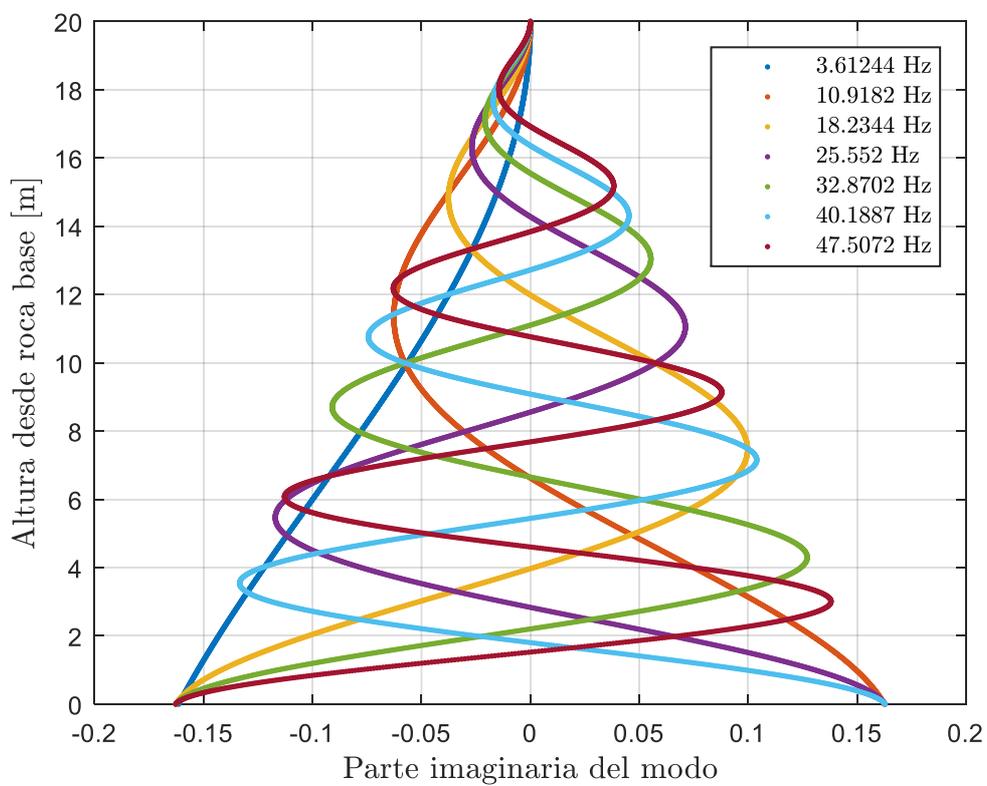
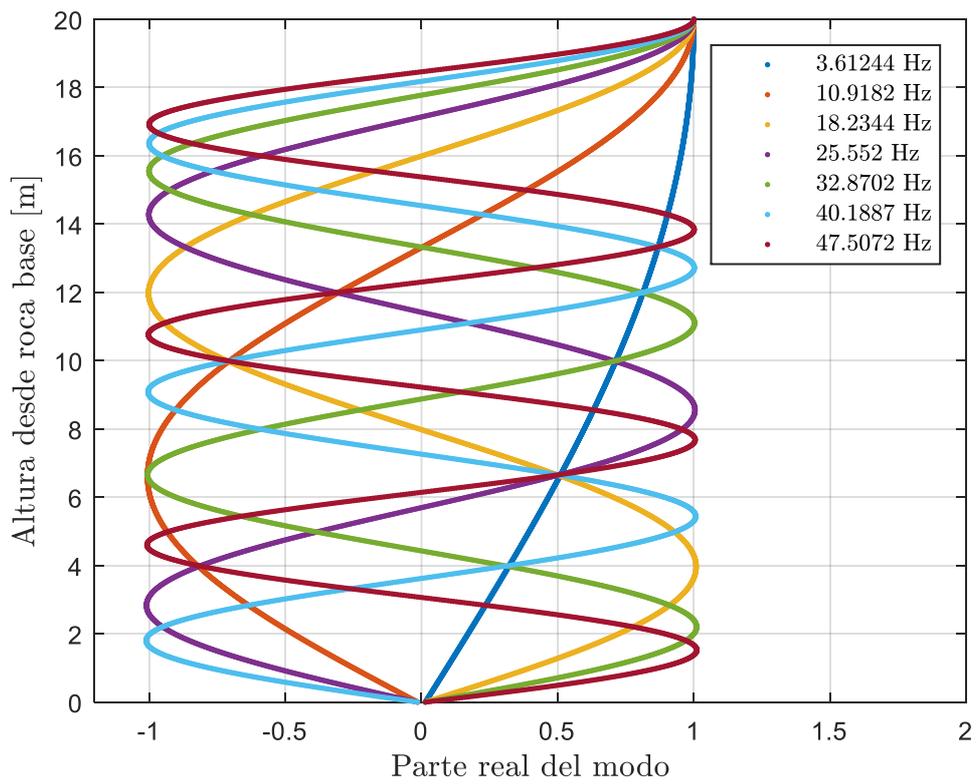


Figura 3: Modos pseudo-analíticos de columna de suelo.

4.2 Formulación Débil

Los modos ϕ_i obtenidos se utilizan como funciones de forma y de peso en la formulación débil. El desplazamiento relativo se aproxima mediante una combinación lineal de los modos aproximados. Utilizando notación indicial:

$$u = \phi_{i(x)} q_{i(t)}. \quad (10)$$

Se reemplaza la solución aproximada de la Ec. (10). en Ec. (2):

$$G \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} q_i + \eta_i \left(\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} \right) \dot{q}_i - \rho \phi_i \ddot{q}_i = \rho \frac{d^2 u_o}{dt^2} \quad (11)$$

Se integra en todo el dominio para minimizar el residuo de la solución aproximada:

$$\int_0^D \phi_j G \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} dx q_i + \int_0^D \phi_j \eta_i \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} dx \dot{q}_i - \int_0^D \phi_j \rho \phi_i dx \ddot{q}_i = - \int_0^D \phi_j \rho \frac{d^2 u_o}{dt^2} dx \quad (12)$$

Integrando por partes se tiene:

$$\int_0^D \phi_j G \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} dx q_i = \phi_j G \phi_i' \Big|_0^D q_i - \int_0^D \phi_j' G \phi_i' dx q_i. \quad (13)$$

$$\int_0^D \phi_j \eta_i \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} dx \dot{q}_i = \phi_j \eta_i \phi_i' \Big|_0^D \dot{q}_i - \int_0^D \phi_j' \eta_i \phi_i' dx \dot{q}_i. \quad (14)$$

Reemplazando Ec. (13). y Ec. (14) en Ec. (12) resulta:

$$\begin{aligned} & \phi_j G \phi_i' \Big|_0^D q_i - \int_0^D \phi_j' G \phi_i' dx q_i + \phi_j \eta_i \phi_i' \Big|_0^D \dot{q}_i - \int_0^D \phi_j' \eta_i \phi_i' dx \dot{q}_i - \int_0^D \phi_j \rho \phi_i dx \ddot{q}_i \\ & = \int_0^D \phi_j \rho \frac{d^2 u_o}{dt^2} dx \end{aligned} \quad (15)$$

Por condiciones de equilibrio en la base y en la superficie:

$$G \phi_i' \Big|_D q_i + \eta \phi_i' \Big|_D \dot{q}_i = 0 \quad (16)$$

$$G \phi_i' \Big|_0 q_i + \eta \phi_i' \Big|_0 \dot{q}_i = -c_u \phi_{i(0)} \dot{q}_i \quad (17)$$

Ec. (16). y Ec. (17) se reemplazan en Ec. (15) y se multiplica ambos miembros por (-1):

$$M_{ji} \ddot{q}_i + C_{ji} \dot{q}_i + K_{ji} q_i = P_j \quad (18)$$

Con

$$K_{ji} = \int_0^D \phi_j' G \phi_i' dx \quad (19)$$

$$C_{ji} = \phi_{j(0)} c_u \phi_{i(0)} + \int_0^D \phi_j' \eta_i \phi_i' dx. \quad (20)$$

$$M_{ji} = \int_0^D \phi_j \rho \phi_i dx. \quad (21)$$

$$P_j = - \int_0^D \phi_j \rho \frac{d^2 u_o}{dt^2} dx = - \frac{d^2 u_o}{dt^2} \int_0^D \phi_j \rho dx \quad (22)$$

Las matrices de coeficientes, el vector de cargas y el vector de coordenadas modales obtenidos son complejos. El análisis de respuesta se realiza en el dominio de las frecuencias mediante la transformada de Fourier:

$$K_{(\omega)} Q_{(\omega)} = P_{(\omega)}. \quad (23)$$

$$P_{(\omega)} = \omega^2 U_{o(\omega)} \int_0^D \phi_j \rho dx. \quad (24)$$

Donde $K_{(\omega)} = -\omega^2 M_{ji} + i\omega C_{ji} + K_{ji}$. $Q_{(\omega)}$, $P_{(\omega)}$ y $U_{o(\omega)}$ son las transformadas de Fourier del vector de coordenadas modales q_i , del vector de cargas modales P_j y del desplazamiento total en afloramiento rocoso, respectivamente.

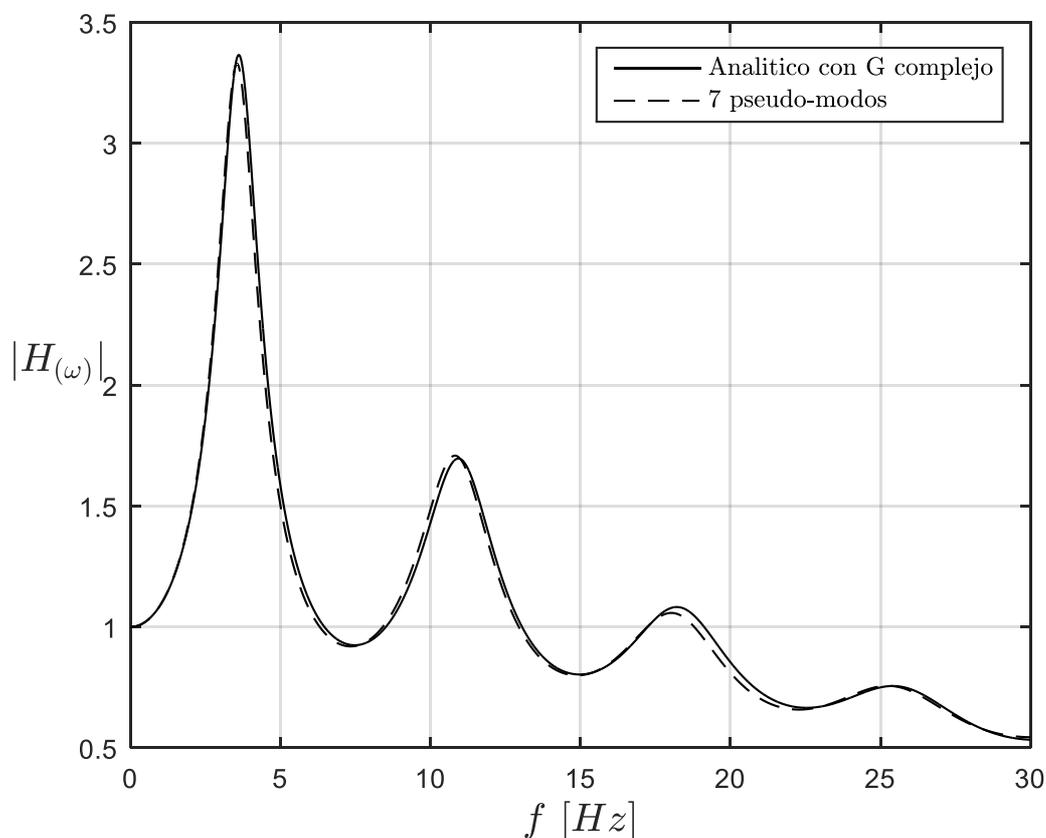


Figura 4: Funciones de transferencia.

Para comparar esta formulación con las funciones de transferencia analíticas debe obtenerse el desplazamiento total en la superficie a partir de un desplazamiento impuesto unitario en la base. El desplazamiento total en la superficie del estrato en el dominio de las frecuencias se calcula de la siguiente manera:

$$U_{(\omega)}|_D = Q_{(\omega)_k} \phi_k + U_{o(\omega)} \quad (25)$$

Se impone al sistema un desplazamiento total de base armónico unitario $U_{o(\omega)} = 1$ y la función de transferencia se calcula mediante Ec. (25). Se comparan el valor absoluto de las funciones de transferencia calculadas por vía analítica y mediante la formulación propuesta (véase Figura 4). Se muestran los resultados del desplazamiento relativo en la superficie del campo lejano a partir de una señal sísmica de aceleraciones en afloramiento rocoso utilizando el método analítico y el método propuesto (véase Figura 5). La diferencia porcentual del desplazamiento relativo máximo obtenido entre uno y otro método es de 2,1 %.

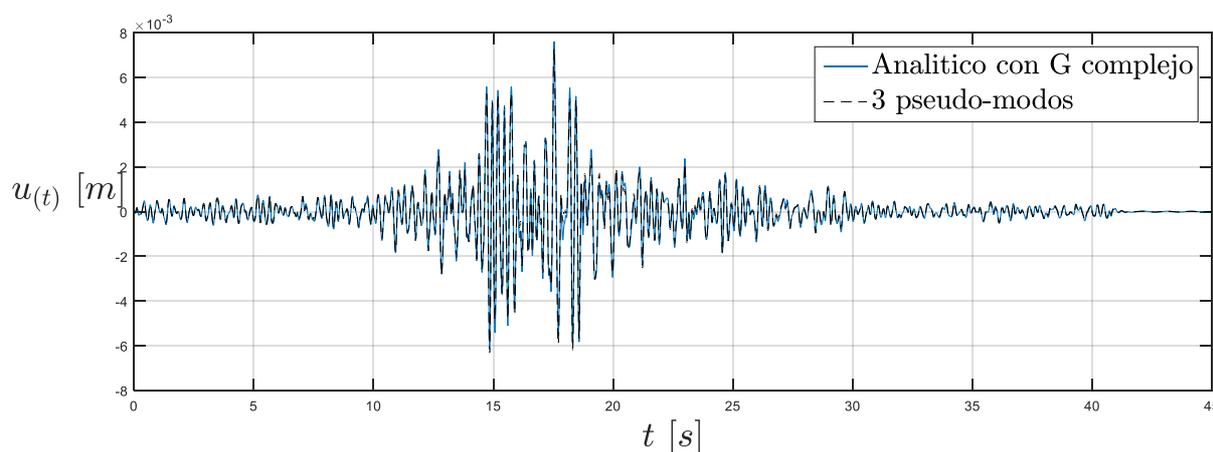


Figura 5: Desplazamiento relativo en superficie.

5 CONCLUSIONES

El interés de resolver el campo lejano es poder aplicar cargas de borde en toda la altura del perfil de suelo adyacente al modelo del sitio. La alternativa de solución aproximada por vía modal en relación al método directo de las funciones de transferencia analíticas presenta ventajas numéricas ya que con pocos modos se logra una buena aproximación de los desplazamientos y velocidades en toda la altura del perfil de suelo, mientras que el método analítico requiere el ensamble de matrices de rigidez dinámicas que permiten resolver las incógnitas en puntos determinados del dominio. Este método modal permite la colocación de bordes absorbentes continuos y la vinculación vía modal de modelos continuos. Además permite conocer la incidencia del amortiguamiento material en las formas modales, ya que en la obtención de las mismas se ha tenido en cuenta la no-linealidad material mediante la constante viscosa inversamente proporcional a la frecuencia.

Los resultados de la integración de la formulación débil con pseudo-modos son satisfactorios en relación con los resultados de las expresiones analíticas.

Queda pendiente para un segundo trabajo la integración del modelo unidimensional del

sitio a partir de las velocidades obtenidas en el “campo lejano”, para realizar una evaluación crítica de los resultados de interacción suelo-estructura en relación con los obtenidos a partir de modelos de elementos finitos bidimensionales.

REFERENCIAS

- Kontoe, S., Development of time integration schemes and advanced boundary conditions for dynamic geotechnical analysis. PhD thesis, Imperial College, London, 2006.
- Bielak, J., Loukakis K., Hisada Y., and Yoshimura, C., Domain Reduction method for three-dimensional earthquake modeling in localized regions, Part I: Theory. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 93:2817–824, 2003a.
- Lysmer, J., and Kuhlemeyer, R.L., Finite dynamic model for infinite media. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE 95:4859–877, 1969a.
- Trono, A., Pinto, F., Prato, C.A., Evaluación de respuesta sísmica de estructuras masivas fundadas superficialmente, *Revista Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales*, 9084:28155–1, 2015a.
- Zhang, J., Andrus, R.D., Juang, C.H., Normalized shear modulus and material damping ratio relationships. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE 131:4090–0241, 2005a.
- Kramer, S.L., *Geotechnical earthquake engineering*. Prentice Hall, 1996.