

ESTUDO DO COMPORTAMENTO DE CURVAS DE DISPERSÃO DE ONDAS-GUIADAS EM ESTRUTURAS DE SEÇÃO TRANSVERSAL COM EIXOS DE SIMETRIA

STUDY OF THE BEHAVIOR OF WAVY-GUIDED DIFFERSON CURVES IN CROSS-SECTIONAL STRUCTURES WITH SYMMETRY SHAFTS

Boris N. Rojo Tanzi^{a,b}, Eduardo B. Groth^c, Ignacio Iturrioz^b e Thomas G. R. Clarke^c

^a*Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PROMEC), Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), <http://www.ufrgs.br/promec>*

^b*UIDET Ingeniería Aplicada en Mecánica y Electromecánica (IAME), Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata (UNLP)*

^c*Laboratório de Metalurgia Física (LAMEF), UFRGS, <http://www.ufrgs.br/lamef>*

Palavras-chave: Curvas de Dispersão, Ondas Guiadas, Eixos de Simetria, Elementos Finitos.

Resumo. Estruturas de aço, comuns em projetos de engenharia, exigem um cuidado especial não somente em seu projeto e comissionamento, mas também na manutenção durante sua vida útil. Métodos baratos, rápidos e eficientes que possibilitam uma inspeção para detecção de falhas vêm crescendo constantemente durante as últimas décadas. Técnicas de detecção de dano baseadas na propagação de ondas guiadas se destaca entre os métodos de ensaios não destrutivos (END) para a inspeção de estruturas de aço com pelo menos uma dimensão menor que as outras duas (estruturas laminares, tubos, cabos trilhos entre outras). Para poder caracterizar os tipos de ondas que podem propagar numa determinada guia de ondas, construir e interpretar as curvas de dispersão de cada geometria específica é de crucial importância. No caso do presente trabalho são construídas as curvas de dispersão de diversos tipos de perfil como a superposição de ondas modais simétricas e antissimétricas determinadas em geometrias mais simples. Conclusões e discussões finais sobre os diversos aspectos abordados são também tratados no trabalho.

Keywords: Dispersion Curves, Guided Waves, Symmetry Axis, Finite Elements.

Abstract. Steel structures, common in engineering projects, require special care not only in their design and commissioning, but also in maintenance over their lifetime. Cheap, fast, and efficient methods that enable failure detection have been growing steadily over the last few decades. Damage detection techniques based on the propagation of guided waves stands out among the methods of non destructive tests (NDT) for the inspection of steel structures with at least one dimension smaller than the other two (laminar structures, tubes, cables rails among others). To characterize the types of waves that can propagate in a given waveguide, to built and interpret the dispersion curves of each specific geometry is to crucial importance. In the present work the dispersion curves of several types of profile are built as the superposition of symmetrical and antisymmetric modal waves determined in simpler geometries. Conclusions on the various aspects covered are also dealt with in the work.

1 INTRODUÇÃO

O estudo da propagação de ondas em sólidos apresenta diversas aplicações na área de engenharia estrutural, entre elas, destaca-se a identificação de defeitos através de ensaios não destrutivos. No caso de estruturas em que pelo menos uma das dimensões é muito maior que as outras duas, existe um tipo particular de onda propagante chamada de onda guiada. O estudo dos tipos de ondas que se propagam em um sólido depende das particularidades da dimensão finita do guia de onda, ou seja, de sua seção transversal. O estudo destas particularidades é fundamental para a identificação da frequência e do comprimento de onda que deve ser excitado na estrutura para possibilitar a exploração de seu domínio espacial na procura de potenciais defeitos que possam levar a estrutura analisada ao colapso ou a seu mal funcionamento. Este trabalho tem como objetivo entender como um perfil duto quadrado funciona como um guia de ondas no domínio $[f, K]$ estudado, e explorar a possibilidade de obter, a partir de perfis do tipo L e U com condições de contorno específicas simétricas e antissimétricas, as curvas de dispersão do duto quadrado.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Ondas mecânicas são excitações em um meio deformável fluido ou sólido que se propagam de partícula a partícula, não podendo existir no vácuo (Bruneau e Potel, 2013). Para fins de engenharia o meio considerado é contínuo, ou seja, não serão levadas em conta as interações à nível atômico ou molecular e as suas propriedades, como massa específica ou constante elástica, são uma média dos valores microscópicos. A Eq. (1), é uma equação diferencial parcial hiperbólica e suas soluções descrevem a propagação de excitações à uma velocidade constante em uma ou mais direções. *D'Alambert*, em 1746, propôs a solução da Eq. (1) para a propagação de ondas em uma dimensão sem distorções ou perdas, que ao ser aplicada para o caso particular de excitações harmônicas tem seu comportamento descrito pela Eq. (2), onde A representa a amplitude, k o número de onda, x a posição, c_o a velocidade de propagação definida como a relação entre a frequência e o número de onda da propagação, t o tempo, u o deslocamento e finalmente ∇ representa o operador diferencial espacial (Graff, 1975).

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 u \quad (1)$$

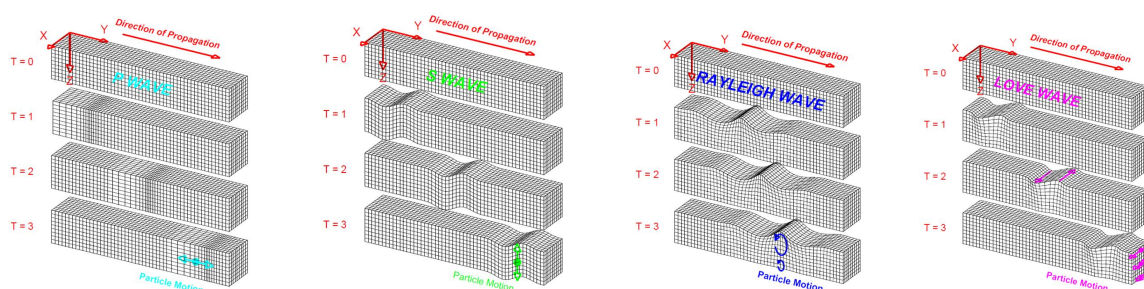
$$u(x, t) = A \cos(kx - \omega t) = A \cos[k(x - c_0 t)] \quad (2)$$

2.1 Ondas em meio infinito

Ao assumir um meio contínuo em que o material estudado é composto por uma série de massas discretas conectadas por molas, considera-se que toda excitação aplicada ao sistema é logo transmitida para as demais, de modo a propagar esta energia através do meio e que os parâmetros elásticos e de massa são distribuídos em termos de massa específica e módulo elástico (Graff, 1975). Em um meio considerado infinito, as ondas mecânicas podem ser divididas em duas grandes categorias, ondas longitudinais, conhecidas como ondas **P** e ondas transversais, conhecidas como ondas **S** ilustradas na Figs. 1a e 1b.

As ondas da Figs. 1a e 1b são descritas matematicamente utilizando a equação de equilíbrio,

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (3)$$



(a) Ondas Longitudinais. (b) Ondas Transversais. (c) Rayleigh. (d) Love.

Figura 1: Ondas mecânicas que propagam num médio contínuo sólido (Braile, 2017).

que relaciona os deslocamentos u_i de um material de massa específica ρ , com o campo de tensões dado pelo tensor σ_{ij} . Utilizando a relação constitutiva linear elástica e a relação entre os deslocamentos e deformações infinitesimais, chega-se à equação de Navier,

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (4)$$

Derivando em relação a x_i e somando nas três direções cartesianas e comparando com a equação da onda de D'Almabert e possível deduzir que a velocidade de propagação das ondas dilatacionais (c_p , onda **P**) é dada pela Eq. (5). Analogamente, derivando a Eq. (4) com $i = 2$ em relação a x_3 e vice-versa, e realizando um certo trabalho algébrico se chega a velocidade de propagação da onda equivoluminal (c_s , onda **S**) num sólido apresentada na Eq. (5).

$$c_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \approx \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \text{y} \quad c_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (5)$$

Na interação das ondas de propagação com o sólido com uma superfície limite resultam outros tipos de ondas como as de Rayleigh y de Love, sua forma é apresentada na Figs. 1c e 1d, mais informações sobre elas se podem encontrar em Auld (1990).

2.2 Ondas em elementos unifilares

No caso de elementos unifilares e possível definir também ondas com velocidades características: A da onda axial similar a vista anteriormente, a onda de flexão onde $c_f = \sqrt{EI/\rho}$, e no caso da torsão se terá uma onda com uma velocidade $c_f = \sqrt{\mu J/\rho I_p}$. Nas expressões anteriores I representa o momento de inercia da seccao transversal e J o modulo de torsão, e I_p o momento de inercia polar. Mais informação sobre estes tópicos se podem obter num livro clássico de elasto-dinâmica entre outros se pode citar Graff (1975).

2.3 Ondas guiadas em placas

Estruturas tipo placas são a seguir utilizadas para introduzir o conceito de ondas guiadas pois suas curvas de dispersão podem ser calculadas analiticamente. As ondas que se propagam em estruturas laminares onde uma dimensão é muito menor que as outras duas, apresentam diversas formas de propagação. existem tras familias de modos de propagação em placas, as ondas A_n , derivada do movimento de corte (onda **S**), as ondas S_n , de tração e compressão, essas duas famílias são conhecidas como ondas de Lamb. E a família Sh_n , com movimentos de corte em direção paralela ao plano da placa.

As ondas de Lamb surgem devido ao acoplamento das ondas longitudinais e transversais e apesar de apresentarem caráter dispersivo, o que pode levar a dificuldades na interpretação

dos sinais obtidos em situações práticas, são as ondas mais usadas para a detecção de defeitos em estruturas com pelo menos uma dimensão infinita, esta dimensão infinita indica a direção da propagação das ondas de *Lamb*. Durante o século XIX, *Rayleigh* e *Lamb* desenvolveram as equações de *Rayleigh-Lamb*, que governam a propagação de ondas oblíquas em uma placa de espessura h (Auld, 1990).

2.4 Ondas guiadas em elementos unifilares

Paradoxalmente a modelagem de ondas guiadas em estruturas 1D como é o caso das hastes, é mais complicada que a modelagem de estruturas com duas dimensões infinitas como nas placas (Wilcox et al., 2002). As equações de *Rayleigh-Lamb* podem ser resolvidas analiticamente apenas para placas ou tubos, para outras geometrias é necessário o auxílio de simulações numéricas que combinam soluções analíticas com o método de elementos finitos (métodos SAFE).

As estruturas semi-infinitas são, muitas vezes, chamadas pelo nome de guia de ondas devido ao fenômeno de dispersão e reflexão, onde a estrutura se comporta como um guia para as ondas mecânicas. Diversos métodos já foram estudados para o cálculo numérico das curvas de dispersão em geometrias com apenas uma dimensão infinita. Para modelar como uma onda se propaga nestes sólidos, é necessário refinar não somente a dimensão espacial, utilizando uma malha com elevado número de elementos em softwares numéricos, como também o tempo, visto que a análise da propagação de ondas mecânicas depende de intervalos de tempo muito pequenos. Para tornar o problema imposto pela necessidade de uma alta discretização destas duas dimensões, uma possibilidade é o cálculo de curvas de dispersão para este tipo de geometria utilizando a metodologia SAFE.

As curvas de dispersão são gráficos que contêm uma grande quantidade de informações úteis para o desenvolvimento de técnicas de detecção de defeitos (END's). A simples observação da quantidade e disposição dos modos presentes em determinado intervalo de frequência permite inferir características da seção transversal do guia de ondas, além das informações indispensáveis, como velocidade de propagação e dispersão que essa coleção de curvas oferece. O desenvolvimento de técnicas que utilizam o fenômeno da propagação de ondas guiadas tem estreita relação com a confecção e a correta interpretação das curvas de dispersão do guia de ondas. Por este motivo, diversos pesquisadores se dedicam a desenvolver novas e eficientes maneiras de calcular as curvas de dispersão e nesse contexto está inserido o principal objetivo deste trabalho.

A metodologia SAFE é baseada na combinação de soluções analíticas para a direção de propagação das ondas e soluções numéricas discretizadas para a seção transversal da geometria em análise. Esta metodologia reduz drasticamente o custo computacional para simulações de guias de ondas com seções não triviais.

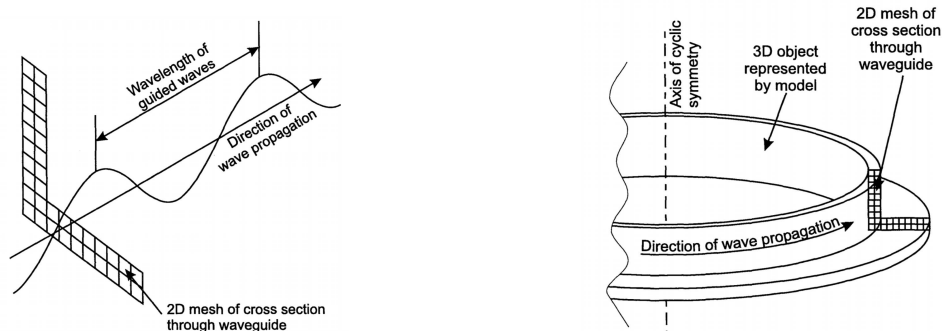
3 METODOLOGIA

Para a confecção das curvas de dispersão em estruturas com uma dimensão infinita, é necessário o auxílio de um método numérico. Neste trabalho é utilizada uma metodologia SAFE, implementada no software comercial ANSYS.

3.1 Método Axisimétrico

O método axisimétrico consiste em especificar a quantidade de comprimentos de onda λ na qual a estrutura está sujeita a vibrar, considerando o guia de onda como um modelo axisimétrico com um radio muito maior que as dimensões da seção transversal da guia estudada,

conforme a Fig. 2. Para este tipo de análise, os eixos x e y fazem parte do plano que compõe a seção transversal da geometria e o comprimento se desenvolve na direção z . O guia de ondas estudado neste trabalho é um duto quadrado de 200 mm. Na análise empregando o método axissimétrico foi considerado um raio de 5000 m, ou seja, muito maior que as dimensões da seção transversal, por esta razão é possível assumir que as ondas que viajam por este perfil se comportam da mesma maneira que uma estrutura reta.



(a) Seção transversal por elementos finitos. (b) Modelo aproximado pelo método axissimétricos.

Figura 2: Método axissimétrico (Wilcox et al., 2002).

O problema de determinar as frequências nas quais aparecem modos de vibrar no modelo axissimétrico simulado implica em resolver um problema de autovalores. Nos sistemas de elementos finitos é possível ao resolver em forma numérica o problema de autovalores fixar o número de onda sobre o qual se vai determinar as frequências e modos naturais de vibrar. O comprimento da estrutura pode ser descrito como o perímetro do anel que é formado em volta do eixo de simetria, calculado pela expressão $2\pi R$. Como a quantidade de comprimentos de onda em que a estrutura vibra é fixada, é possível calcular o comprimento de onda pela Eq. (6) onde o termo C_{order} representa a quantidade fixada de comprimentos de onda com que a estrutura vibra. Cabe salientar que este método foi comparado com outras metodologias e com resultados experimentais, em Groth (2016), Groth et al. (2018), e também foi aplicado no contexto de estudar as curvas de dispersão de trilhos em Idzi (2017).

$$\lambda = \frac{2\pi R}{C_{order}} \quad (6)$$

4 APLICAÇÕES

Nesta seção apresentam-se duas análises. Na primeira as características das curvas de dispersão de um tubo quadrado de 200 mm no intervalo $(f, K) = ([0, 2 \text{ kHz}], [0, 5 \text{ m}^{-1}])$ é realizado. Na segunda as curvas de dispersão para o mesmo perfil são calculadas empregando o método axissimétrico, considerando seção tubo quadrado completa (Sec. 4.1), considerando um perfil U combinando condições de contorno simétricas e antisimétricas (Sec. 4.2), Considerando um perfil L combinando condições de contorno de simetria e antisimetria (Sec. 4.3).

O duto quadrado estudado tem suas dimensões apresentadas na Fig. 3 juntamente com as seções U e L e as diferentes condições de contorno utilizadas. As propriedades mecânicas e geométricas do perfil são: $E = 200 \text{ GPa}$, $\nu = 0.3$, $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$, $I_p = 9.17 \times 10^5 \text{ m}^4$,

$$J = 6.86 \times 10^5 \text{ m}^4 \text{ y } \mu = 80.76 \text{ GPa.}$$

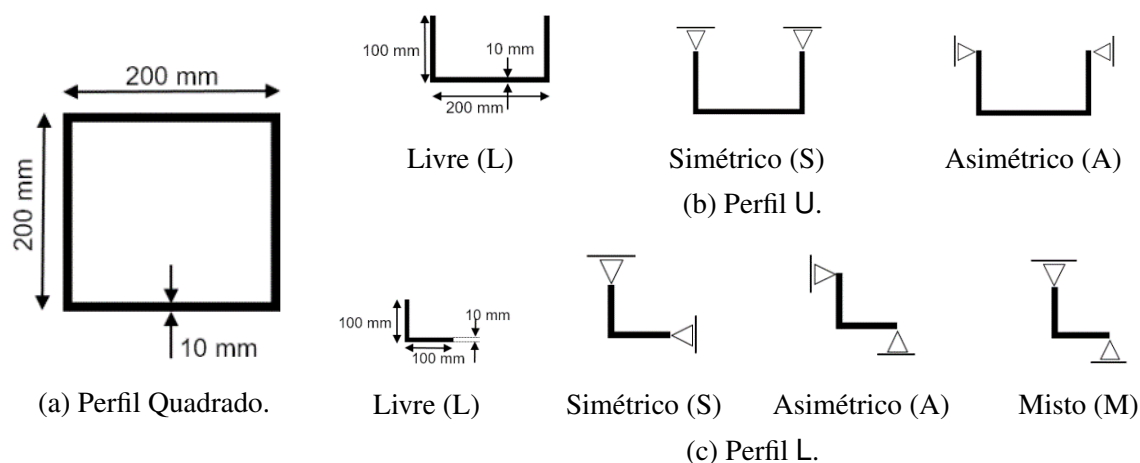
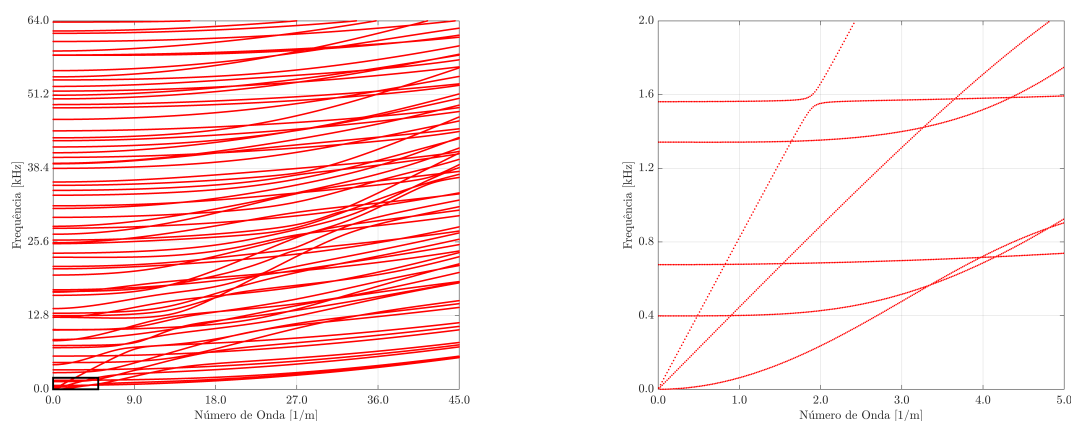


Figura 3: Perfis simulados, para os perfis U e L as condições de contorno consideradas.

4.1 Curvas de dispersão para o duto quadrado

As dimensões e propriedades do perfil são especificadas na legenda da Fig. 3. Para a confecção das curvas foi utilizado o método SAFE apresentado na seção metodologia. Este método utiliza um modelo axissimétrico da seção utilizada com um raio de revolução de 5000 m e uma malha com elementos de tamanho característico de 1 mm, totalizando 10 elementos na direção da espessura. Para o traçado das curvas foi utilizado um incremento no número de onda de $\Delta K = 0.02 \text{ m}^{-1}$. O intervalo de frequência e número de onda analisado no domínio frequência número de onda, $(f; K)$ ($[0, 64 \text{ kHz}]$; $[0, 45 \text{ m}^{-1}]$).



(a) Domínio (f, K) ($[0, 64 \text{ kHz}]$; $[0, 45 \text{ m}^{-1}]$). (b) Domínio (f, K) ($[0, 2 \text{ kHz}]$; $[0, 5 \text{ m}^{-1}]$).

Figura 4: Curvas de dispersão de um tubo quadrado.

Ao calcular as curvas de dispersão para este perfil, foram identificadas 100 curvas no espaço (f, K) , os quais estão apresentados na Fig. 4a. Por esta razão, será analisada uma janela (f, K) reduzida de $([0, 2 \text{ kHz}]$; $[0, 5 \text{ m}^{-1}]$). Nesta região indicada na Fig. 4a e ampliada na Fig. 4b foi possível identificar 7 curvas de dispersão cada uma de elas associada a uma onda modal específica.

Na Fig. 5a se apresenta a curva de dispersão para uma região reduzida, nos domínios (f, K) já vistos onde as curvas tem sido identificadas, na Fig. 5b no domínio (velocidade de fase vs f), e na Fig. 5c se apresentam as formas espaciais das ondas modais correspondentes a cada curva.

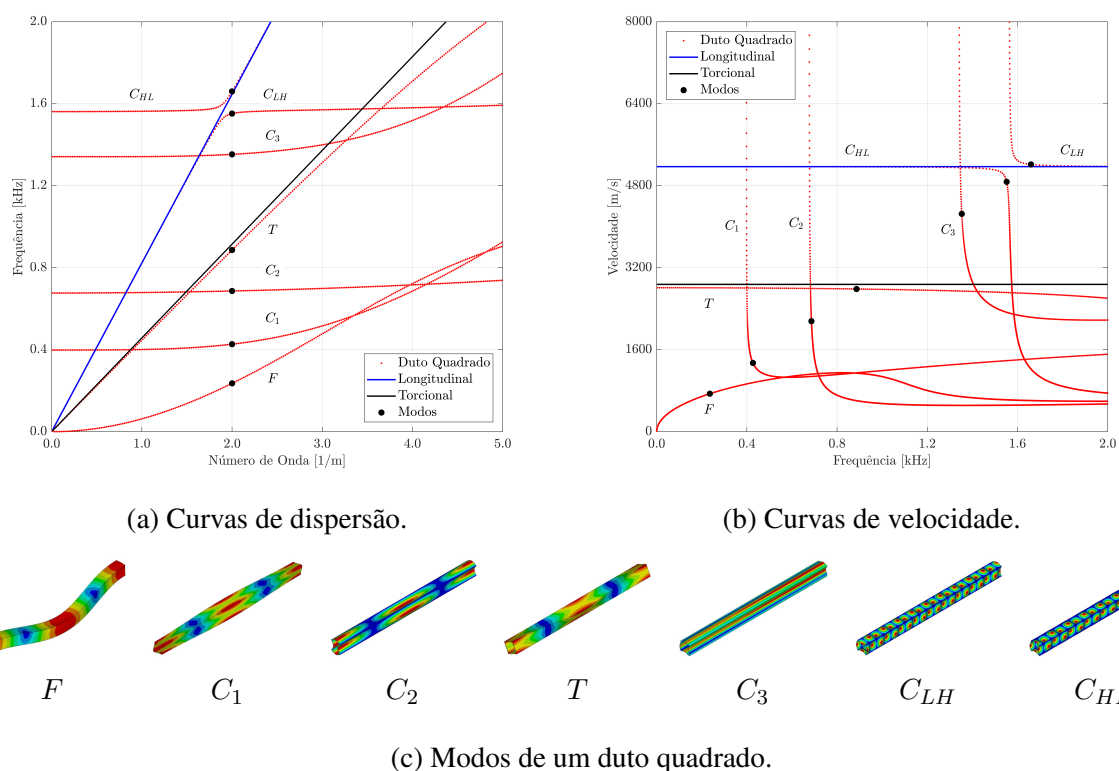


Figura 5: Curvas de um duto quadrado.

Observando a Fig. 5 notar que:

- (i) Na Fig. 5b ficam evidentes as regiões das curvas de dispersão onde as velocidades de propagação das ondas são constantes. Se destaca que determinar faixas de frequências onde as velocidades de propagação são constantes por ser ondas que propaguem nesta região boas candidatas na implementação de técnicas de detecção de defeitos utilizando ondas guiadas pois nestes casos não temos dissipação da energia da onda por dispersão o que permite que ela avance na guia de ondas sem dissipar.
- (ii) A curva de dispersão T está associada ao modo torcional, que no modelo teórico possui velocidade de propagação constante. Utilizando a teoria da torção uniforme (Graff, 1975), a velocidade de propagação teórica é de $c_T = 2774$ m/s. Observa-se que o modo associado à curva T se sobrepõe ao teórico até aproximadamente $K = 2.5$ m⁻¹ como observado na Fig. 5a. Após este ponto, o modo torcional tem comportamento dispersivo e passa a se distanciar da curva teórica devido ao efeito do empenamento de sua seção transversal (Graff, 1975).
- (iii) A curva F está associada a um modo de flexão que, devido à simetria do perfil quadrado, é uma superposição de dois modos flexionais idênticos. Nessa curva observa-se uma maior variação de sua derivada, ou seja, uma maior variação da velocidade de fase do modo de propagação. Quando o comprimento de onda é grande em relação às dimensões da seção transversal do guia de onda, a relação de dispersão pode ser estimada utilizando a teoria de vigas de *Euler-Bernoulli*. Para a geometria em estudo o ponto em que a seção muda de comportamento no ponto $K = 1.57$ m⁻¹ (Fig. 5a).
- (iv) A curva indicada pela legenda C_{LH} coincide com a curva teórica do modo longitudinal L até um número de onda de $K = 1.85$ m⁻¹. Após este ponto as curvas se separam e a curva indicada pela legenda C_{HL} se superpõe à teórica. Tanto o modo associado a curva C_{LH} e C_{HL} tem uma propagação caracterizada como longitudinal quando está superposto com o modo teórico L , fora desta região a topologia do modo se modifica. A variação do modo longitudinal

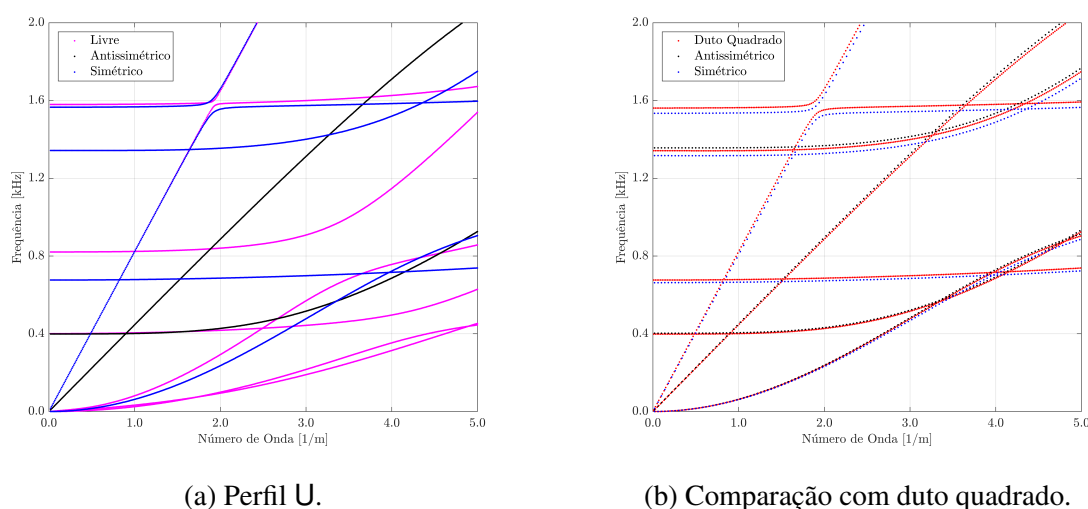
e a explicação desta súbita alteração em sua topologia é estudada em mais detalhes em [Graff \(1975\)](#).

(v) Quando uma curva de dispersão que representa um determinado modo não tem início na origem do gráfico (f, K), este é chamado de evanescente e a frequência que limita o modo é chamada de frequência de corte ([Rose, 2014](#)).

(vi) Na Fig. 5 as curvas C_1, C_2, C_3 e C_{HL}, C_{LH} dentro de certos intervalos de frequência são modos evanescentes. Os modos evanescentes possuem pouca aplicação em END's justamente por se propagarem por curtas distâncias.

4.2 Geração das curvas de dispersão do duto quadrado através da superposição das curvas de dispersão de perfis U

Com o objetivo de confeccionar as curvas de dispersão de um guia de ondas de perfil tipo duto quadrado de uma maneira alternativa, foram geradas as curvas de dispersão de perfis U com diferentes condições de contorno, conforme a Fig. 3 utilizando a metodologia SAFE apresentada na seção 3.1. Os resultados obtidos são apresentados na Fig. 6. Se pode observar que:



(a) Perfil U.

(b) Comparação com duto quadrado.

Figura 6: Curvas de dispersão do perfil U.

(i) Ao comparar a Fig. 6a verifica-se que ao adicionar restrições o número de curvas modais diminui quando comparadas com a condição livre (L).

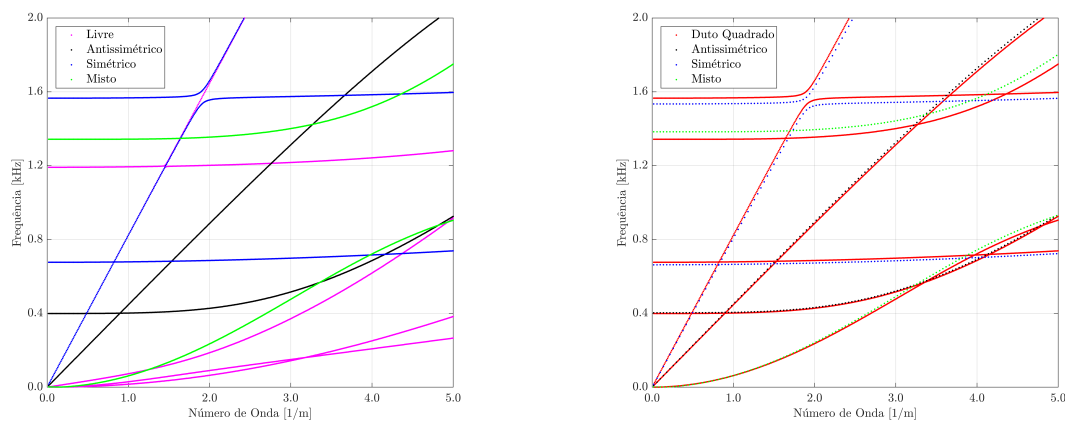
(ii) Comparando as curvas de dispersão do perfil U livre (L), Fig. 6a, o duto quadrado se observam diversos modos similares, porém o perfil U livre não apresenta o modo de torção presente no duto quadrado, este modo aparece so quando aplicamos condições de antisimetria no perfil U.

(iii) Verifica-se na Fig. 6b que, ao sobrepor as respostas do perfil U (Fig. 5a), são gerados mais modos que o perfil do tipo duto quadrado. Estes modos extras são decorrentes das curvas geradas pelo perfil U livre (L).

(iv) Na Fig. 5a observa-se que a superposição das curvas de dispersão dos perfis U com condições simétricas e assimétricas se igualam à resposta do duto quadrado (Fig. 6b), confirmando a aplicabilidade deste método de superposição. Na Fig. 6b as curvas obtidas com o perfil U foram deslocadas em 1% para facilitar a visualização da superposição.

4.3 Geração das curvas de dispersão do duto quadrado através da superposição das curvas de dispersão de perfis L

Analogamente à Sec. 4.2 foram confeccionadas as curvas de dispersão para perfis L com condições de contorno do tipo livre (L), simétrica (S), antissimétrica (A) e mista (M), sendo esta última uma combinação da condição (S) e (A), com o objetivo de reproduzir as curvas do duto quadrado. Os resultados são apresentados na figura a seguir. Na Fig. 7a se apresentam os resultados obtidos sobre os quais se pode observar:



(a) Perfil L.

(b) Comparação com duto quadrado.

Figura 7: Curvas de dispersão do perfil L.

(i) Na Fig. 7a se observam as curvas de dispersão obtidas considerando o perfil L livre (L) e com condições de contorno simétricas (S) antissimétricas (A) e mistas (M).

(ii) Na Fig. 7b observa-se que ao comparar o perfil do tipo duto quadrado em vermelho com os perfis L com condições livres (L), simétricas (S) e antissimétricas (A), não é possível gerar todas as curvas de dispersão do perfil alvo tipo duto quadrado.

(iii) Na Fig. 7a se observam as curvas dos modos do perfil do tipo duto quadrado que não são representadas pela combinação dos perfis L (L+S+A) e tem modos extras, gerados pelo perfil L livre (L).

(iv) Para poder representar todos os modos presentes no perfil duto quadrado utilizando o perfil L com restrições, é necessário adicionar a condição de contorno mista (M). Esta superposição é ilustrada na Fig. 7b, onde as curvas de dispersão do perfil tubo quadrado é totalmente representada pela superposição das curvas de dispersão do perfil L (S+A+M).

(v) As curvas de dispersão C_{LH} , C_{HL} do tipo duto quadrado (Fig. 7a), que possuem uma inflexão no ponto $K = 1.85 \text{ m}^{-1}$, está presente nas curvas do perfil L sem restrições (L) e com simetria (S), porém para o perfil L antissimétrico (A) e com condição mista (M) estes modos não existem. Algo similar acontece no perfil U onde para o perfil U (A) estes modos C_{LH} e C_{HL} não aparecem devido a condição de contorno inibir a propagação de ondas longitudinais.

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho foram exploradas as características de propagação de ondas guiadas para um perfil do tipo duto quadrado indicando peculiaridades em suas curvas de dispersão. Também foi implementada a obtenção das curvas de dispersão do perfil tipo duto quadrado com a superpo-

sição das curvas para perfis U e L com diferentes tipos de condições de contorno. No transcurso do trabalho, concluiu-se que:

(i) O estudo das particularidades do perfil tubular quadrado permite o entendimento de algumas características de suas curvas de dispersão na região analisada e como estas se relacionam com o funcionamento do perfil como um guia de ondas.

(ii) A possibilidade de construir as curvas de dispersão de um perfil do tipo duto quadrado com a superposição de perfis de geometria mais simples com condições de contorno particulares é de interesse do ponto de vista computacional. Verificou-se que, dentro do domínio (f, k) estudado, o tempo total utilizado para confeccionar as curvas de dispersão de um duto quadrado reduz aproximadamente 30% caso seja utilizado um perfil U. Ao utilizar um perfil L, o tempo total de computação é reduzido em aproximadamente 40%. Esta redução total no tempo de computação ocorre devido à diminuição do número de graus de liberdade dos modelos de elementos finitos dos perfis U e L.

(iii) A metodologia apresentada neste estudo permite conhecer melhor as características do perfil estudado, fator que é de suma importância para a aplicação do método de ondas guiadas para a detecção de danos em estruturas. Além disso, esta metodologia de superposição de perfis com condições de contorno específicas, para a obtenção de perfis mais complexos, facilita e diminui o tempo para a confecção das curvas de dispersão de uma geometria. Para continuar na linha de desenvolvimento iniciada, recomenda-se em trabalhos futuros estudar as possibilidades de confecção das curvas de dispersão de guias de ondas mais complexos, com múltiplas células e diferentes materiais, de modo a tornar o método mais robusto e aplicável em situações práticas do uso.

AGRADECIMIENTOS

Os autores agradecem à CAPES e CNPq por o apoio financeiro em este trabalho.

REFERÊNCIAS

- Auld B. *Acoustic fields and waves in solids*. número v. 2 Em *Acoustic Fields and Waves in Solids*. R.E. Krieger, 1990. ISBN 9780898747836.
- Braile L.W. *Seismic Waves and the Slinky: A Guide for Teachers*. Purdue University, 2017.
- Bruneau M. e Potel C. *Materials and Acoustics Handbook*. ISTE. Wiley, 2013. ISBN 9781118622865.
- Graff K. *Wave Motion in Elastic Solids*. Dover Books on Physics. Dover Publications, 1975. ISBN 0486667456.
- Groth E.B. *Propagação de ondas de tensão em hastes retangulares no intervalo de frequência de (0; 100kHz)*. Tesis de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), 2016.
- Groth E.B., Iturrioz I., e Clarke T.G.R. The dispersion curve applied in guided wave propagation in prismatic rods. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 15, 2018.
- Idzi J.L. *Estudio numérico de la propagación de ondas guiadas en rieles ferroviarios*. Tesis de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), 2017.
- Rose J. *Ultrasonic Guided Waves in Solid Media*. Cambridge University Press, 2014. ISBN 9781107048959.
- Wilcox P., Evans M., Diligent O., Lowe M., e Cawley P. Dispersion and excitability of guided acoustic waves in isotropic beams with arbitrary cross section. páginas 203–210. AIP Press, 2002.