

EFFECTO DE LA PROPAGACIÓN DE LA FRACTURA EN CAPAS NO HORIZONTALES POR EL MÉTODO EXTENDIDO DE LOS ELEMENTOS FINITOS (XFEM)

EFFECT OF FRACTURE PROPAGATION IN LAYERS NOT HORIZONTAL BY THE EXTENDED FINITE ELEMENTS METHOD (XFEM)

Jaime A. Castañeda, Celso Romanel y Deane M. Roehl

*Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rua Marquês de São Vicente, 225, Gávea - Rio de Janeiro, RJ - Brasil - 22451-900, civ-pos@puc-rio.br,
<http://www.puc-rio.br/index.html>*

Palabras clave: Geomecánica, fracturamiento hidráulico, método extendido de los elementos finitos, modelo de zona cohesiva, nodos fantasmas.

Resumen. El estudio de la propagación de la fractura en macizos rocosos, debido a la energía generada por la inyección de un fluido fracturante, es de gran importancia en la industria del petróleo, pues se busca obtener una inyección de fluido y extracción de petróleo eficiente y controlada, sin daños a las formaciones vecinas y sin daños ambientales. La presente investigación presenta análisis numéricos de fracturamiento hidráulico utilizando el método extendido de los elementos finitos (XFEM), en conjunto con el modelo constitutivo de daño de la Zona Cohesiva. En el método extendido de los elementos finitos la geometría de la fractura se vuelve independiente de la malla, permitiendo la propagación de la fractura a través del dominio, dispensando las generaciones sucesivas de la malla necesarias en la aplicación del método convencional de los elementos finitos (FEM). El objetivo principal de este trabajo es investigar la propagación de la fractura en situaciones más complejas, cuando la interfaz entre diferentes estratos geológicos es inclinada, considerando un modelo bidimensional en estado plano de deformación.

Keywords: Geomechanics, hydraulic fracturing, extended finite element method, cohesive zone model, phantom nodes.

Abstract. The study of fracture propagation in rock masses, due to the energy generated by the injection of a fracturing fluid, is of great importance in the petroleum industry, since the objective is to obtain an efficient and controlled fluid injection and oil extraction processes, without damage to the neighboring formations and without environmental damage. The present research presents a numerical analysis of hydraulic fracturing using the extended finite element method (XFEM), in conjunction with the cohesive zone constitutive model. In the extended finite element method, the geometry of the fracture becomes independent of the mesh, allowing the propagation of the fracture through the domain, without the successive generations of the mesh required in applications of the conventional finite element method (FEM). The main objective of this work is to present a 2D investigation of hydraulic fracture propagation through inclined layers.

1. INTRODUCCIÓN

Fracturamiento hidráulico es un proceso utilizado principalmente en la industria del petróleo para la estimulación de pozos. Implica la inyección de una variedad de fluidos y otros materiales en el pozo a tasas que causan el agrietamiento o fracturamiento de la formación del yacimiento. El modelamiento de la propagación de la fractura, por fracturas hidráulicas inducidas es de gran interés para definir la cantidad requerida de fluido de inyección, la presión de inyección, el volumen de propanante requerido y finalmente predecir qué tan viable y efectivo sería un tratamiento. Este proceso se realiza bajo presiones lo suficientemente altas como para inducir tensiones en la roca que alcanzan su tensión de falla por tracción. El fracturamiento hidráulico es intrínsecamente un problema tridimensional, no lineal y acoplado, donde el flujo y la difusión del fluido en la formación rocosa, la propagación de fracturas y la deformación inelástica de la rocas son mecanismos que el modelo debe describir.

Gran parte de los simuladores de fracturamiento hidráulico utilizados en la industria del petróleo son basados en métodos empíricos o en teorías de la mecánica de fractura lineal elástica (LEFM). Para rocas duras, donde el mecanismo de fracturamiento frágil prevalece, resultados razonables pueden ser obtenidos, pero para rocas dúctiles los resultados previstos son bastante conservadores (Papanastasiou, 1999; Yao et al., 2010 and Zhang et al., 2010).

El modelamiento computacional del fracturamiento hidráulico en medios porosos es una tarea desafiante. La dificultad proviene primeramente del fuerte acoplamiento no lineal entre las ecuaciones que gobiernan el problema. El proceso involucra, por lo menos, la interacción de cuatro fenómenos diferentes, (i) el flujo del fluido de fracturamiento en el interior de la fractura; (ii) el flujo del fluido en los poros y la infiltración del fluido de fracturamiento; (iii) la deformación del medio poroso inducida por la presurización hidráulica de la fractura como la compresión/expansión debido al transporte del fluido en el interior de los poros; (iv) la propagación de la fractura, que es un proceso irreversible y singular (Carrier y Granet, 2012; Zielonka et al., 2014). Además de eso, la propagación de la fractura ocurre típicamente en formaciones heterogéneas constituidas por múltiples capas de diferentes tipos de rocas, sometidas a tensiones in-situ con magnitudes no uniformes, y los fluidos de fracturamiento normalmente exhiben reología no lineal (Zielonka et al., 2014).

El fracturamiento hidráulico puede ser simulado por el método convencional de los elementos finitos (FEM), pero modificaciones en la topología de la fractura con el tiempo requieren de actualizaciones sucesivas de la malla, lo que constituye en una limitante severa cuando la propagación de la fractura envuelve geometrías complejas. El uso de esquemas adaptados también es tarea difícil debido al grande esfuerzo computacional en el mapeamiento de los intervalos calculados en la malla original para la nueva malla.

El método extendido de los elementos finitos (XFEM) es un procedimiento alternativo que es particularmente útil para la solución de problemas con características irregulares en pequeñas partes del dominio. La formulación es enriquecida con funciones discontinuas que le confieren mayor precisión y eficiencia computacional en comparación con la aplicación convencional del método. Resaltándose que la malla no necesita ser actualizada con el fracturamiento pues la fractura no es físicamente representada.

En este estudio el método de los elementos finitos es empleado para la simulación del fracturamiento hidráulico. Investigándose la propagación de la fractura en situaciones más complejas como es el caso de capas inclinadas o no horizontales.

2. ECUACIONES GOBERNANTES

El proceso hidromecánico acoplado es descrito por un conjunto de ecuaciones fundamentales: las ecuaciones de la teoría de la poroelasticidad de Biot para el material sólido, la ley de Darcy para el flujo del fluido a través del medio poroso, la teoría de lubricación de Reynolds para el flujo en el interior de la fractura y el modelo de la zona cohesiva para caracterizar la propagación de la fractura (Abaqus, 2017; Charlez, 1997). Estas ecuaciones son resumidas de la siguiente forma:

2.1. Deformación del medio poroso

El medio poroso es idealizado con un material homogéneo, isotrópico y poroelástico sujeto a deformaciones casi estáticas: Para pequeñas deformaciones la ley constitutiva poro-elástica en términos de tensiones efectivas es establecida como:

$$\sigma'_{ij} - \sigma_{ij}^0 = 2G\epsilon'_{ij} + \epsilon'_{ij}\delta_{ij}(K - 2/3G) \quad (1)$$

En estas expresiones G y K son los módulos elásticos de cizallamiento y de deformación volumétrica, siendo el medio saturado.

En la presente formulación es asumido que la tracción es positiva y la compresión es negativa, en la convención usual de la resistencia de los materiales.

2.2. Flujo en el medio poroso

La ecuación de continuidad para el fluido en el medio poroso, asumiendo deformación volumétrica infinitesimal, es expresada por (Lewis R y Schrefler B. A, 1999; Zielonka et al., 2014):

$$\frac{1}{M}\dot{P} + \alpha\dot{\epsilon}_k = \frac{K}{\gamma_f}p_{f,k} \quad (2)$$

Donde M y α son los módulos de Biot y el coeficiente de Biot, respectivamente. K es la conductividad hidráulica, γ_f es el peso específico del fluido en los poros y $p_{f,k}$ el gradiente de presión. El flujo a través del medio poroso es gobernado por la ley de Darcy.

2.3. Flujo en el interior de la fractura

El flujo unidimensional del fluido en el interior de la fractura es gobernado por la teoría de lubricación de Reynolds, conforme la ecuación de continuidad de Zielonka et al., (2014). Considerando la ecuación de flujo de Poiseuille y el modelo simplificado de infiltración en la ecuación de continuidad para el fluido de fracturamiento, se tiene finalmente la ecuación diferencial del flujo en el interior de la fractura.

$$\dot{d} + c_t(p_i - p_T) + c_b(p_i - p_B) = \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{d^3}{12u_f} \frac{\partial p_f}{\partial s} \right) \quad (3)$$

Donde \dot{d} es igual $\frac{\partial d}{\partial t}$ es la variación de la abertura de la fractura con el tiempo. Asumiendo el fluido incompresible y Newtoniano, el flujo entre placas estrechas y paralelas siendo d la abertura de la fractura y u_f la viscosidad del fluido. C_t y C_b son los respectivos coeficientes de Leak-off; P_T y P_B son las poro-presiones y P_i es la presión en el interior de la fractura.

En el caso de roca impermeable (figura 1), el flujo normal o leak-off es considerado nulo ($c_t = c_b = 0$).

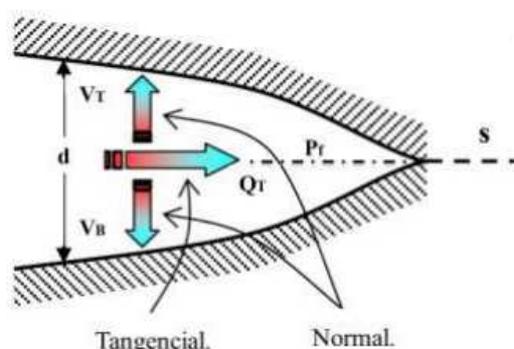


Figura 1: Flujo en el interior de la fractura

3. MÉTODO EXTENDIDO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

En años recientes, un nuevo método el método extendido de los elementos finitos (XFEM), fue aplicado para estudiar el fenómeno de fracturamiento hidráulico. El método de XFEM aparece como una poderosa herramienta numérica, pudiendo ser aplicada a la solución de problemas de fracturas (Belytschko y Black, 1999, Moes et al., 1999). Ese método se fundamenta en el enriquecimiento del modelo convencional de elementos finitos. El método extendido de los elementos finitos consiste en la utilización de grados de libertad adicionales que permiten simular la abertura de la fractura con precisión por medio de funciones de enriquecimiento expresadas por la ecuación 4 (Moes et al, 1999).

$$u(x) = \begin{cases} \sum_i u_i \phi_i(x) + \sum_j b_j \phi_j(x) H(x) + \\ \sum_k \phi_k(x) \left(\sum_{l=1}^4 c_k^l F_l(r(x), \theta(x)) \right) \end{cases} \quad (4)$$

Donde ϕ_i son las funciones de interpolación convencionales y u_i es el vector de desplazamientos nodales del MEF, $H(x)$ la función de Heaviside asociada con la geometría de la fractura, b_j los grados de libertad asociados con el enriquecimiento en la separación en la punta de la fractura, c_k^l los grados de libertad asociados con el enriquecimiento de los desplazamientos próximos a la punta de la fractura y las funciones asintóticas y $F_l(r, \theta)$ expresadas en coordenadas polares a partir de la punta de la fractura (Ecuación 5):

$$f_l(r, \theta) = \begin{cases} \sqrt[3]{r} \sin(\theta/2), \sqrt[3]{r} \cos(\theta/2), \sqrt[3]{r} \sin(\theta/2) \sin(\theta). \\ \sqrt[3]{r} \cos(\theta/2) \sin(\theta) \end{cases} \quad (5)$$

La suma en el índice i en la ecuación 4 considera todos los nodos de la malla en cuanto que el conjunto de nodos j de la segunda suma contiene todos los puntos nodales de los elementos finitos cortados por la fractura. El conjunto de nodos k es construido de tal forma que contenga todos los nodos situados dentro de cierta distancia de la punta de la fractura (Laborde et al., 2005; Béchet et al., 2005).

El método extendido de los elementos finitos necesita grados de libertad adicionales (enriquecimiento) para simular la abertura de fracturas. En una región separada por la fractura, pero distante de la punta, tal enriquecimiento es representado por la función de Heaviside, definida igual a 1 en un lado de la fractura e -1 del otro. Esta técnica es fácil de implementar en el caso de una fractura rectilínea, pero complicada si la geometría de la fractura se convierte irregular. Puede ser demostrado (Hansbo y Hansbo, 2004; Song et al, 2006) que la discontinuidad en el

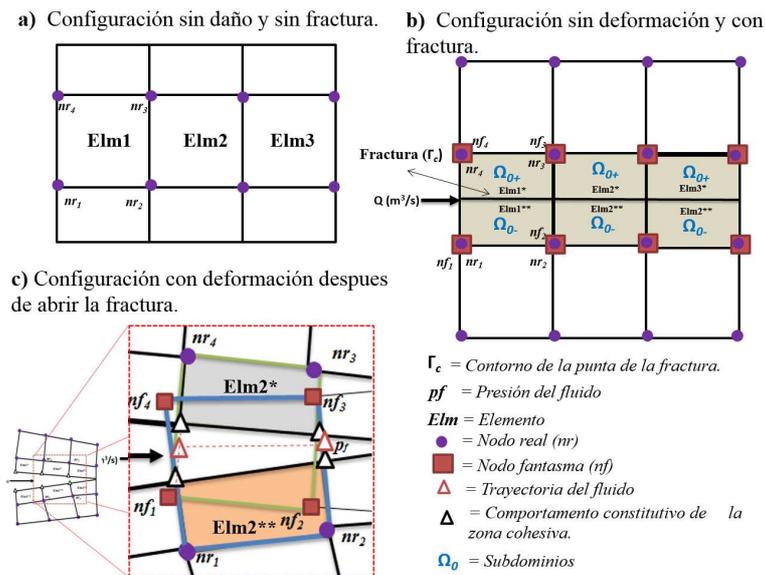


Figura 2: Ilustración del método de los nodos fantasmas que son generados cuando una fractura secciona el elemento finito.

campo de desplazamientos introducidos por la función de Heaviside es equivalente a la adición de nuevos elementos finitos sobre el elemento existente, en el método conocido como método de los nodos fantasmas. En este método (Figura 2) una copia del elemento es creada y cuando la fractura inicia son incorporados grados de libertad asociados a los nodos duplicados, llamados de nodos fantasmas. De esta forma, las dos copias del elemento pueden ser deformadas de manera independiente.

En cuanto el método extendido de los elementos finitos es adecuado para enriquecimientos adicionales de los desplazamientos a el rededor de la punta de la fractura para capturar el campo singular (tercer termino de la ecuación 4), el método de los nodos fantasmas es aplicable solamente para modelar fracturas cohesivas, donde la singularidad de las tensiones puede ser removida. La fractura generalmente crece a través de todo el elemento, con la punta de la fractura siempre localizada sobre el lado de un elemento finito. Hay variaciones del método que admiten la punta de la fractura en el interior del elemento (Rabczuk et al., 2008; Vieira et al., 2015).

Para la localización de la fractura y el acompañamiento de su propagación (Chessa y Belytschko (2004)), Duddu et al., 2008; Duflot (2007)), la técnica level-set consiste en dos funciones PHILSM (ϕ) y PSILSM (ψ). La función ϕ indica la trayectoria de propagación de la fractura y ψ describe una superficie ortogonal que localiza la punta de la fractura.

4. MODELO DE LA ZONA COHESIVA

Barenblat (1959, 1962) y Dugdale (1960) propusieron el modelo de zona cohesiva donde la zona de proceso es admitida como una extensión de la longitud de la fractura hasta un punto llamado de punta ficticia (o punta matemática) de la fractura a lo largo de la cual una ley constitutiva específica es empleada, relacionando la disminución de tensiones con el aumento de la abertura de la fractura. La punta real de la fractura (o punta física) es el punto de la superficie de la fractura sobre la cual no actúan tensiones, cuando la abertura de la fractura se convierte mayor que el valor crítico de abertura.

El comportamiento tracción - separación antes del daño debe ser especificado asumiéndose

generalmente lineal elástico. La tracción cohesiva de la interfaz evoluciona desde la máxima resistencia a la tracción T_{max} , en el inicio del daño, disminuyendo hasta cero cuando la interfaz es totalmente dañada y libre para abrir además de la separación d^f . Si la interfaz fuera generada antes del daño máximo, la tensión disminuiría linealmente con una rigidez K_p , como se muestra en la figura 3. Las tensiones efectivas en la interfaz son dadas por:

$$T = K_p d \quad \text{y} \quad 0 \leq d^0 \leq d^f \quad (6)$$

El inicio de la fractura se refiere al inicio de la degradación de la respuesta cohesiva de un elemento enriquecido. Este proceso comienza cuando la tensión o la deformación satisface al criterio específico de iniciación de la fractura que, en términos de la tensión principal máxima sigma max es escrito como (Wang et al., 2016):

$$f = \left\{ \frac{\langle \sigma_{max} \rangle}{\sigma_{max}^0} \right\} \quad (7)$$

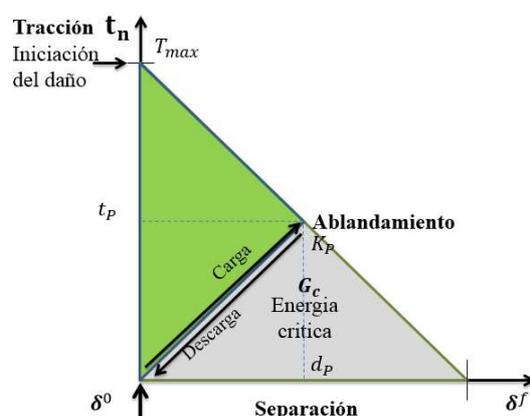


Figura 3: Ilustración del modelo de la zona cohesiva

El daño inicia cuando $f = 1$ (Ecuación 13) los corchetes de Macaulay son causados para indicar que un estado de tensión puramente compresivo no inicia el daño. La fractura es siempre ortogonal a la dirección de la tracción máxima.

Para un ablandamiento lineal, la variable de daño D puede ser expresada como (Haddad y Sepehrnoori, 2015; Turon et al., 2006):

$$D = \frac{d^f (d - d^0)}{d(d^f - d^0)} \quad (8)$$

Donde d_0 y d_f son la abertura para iniciación del daño y para el daño máximo, respectivamente y d se refiere a el valor máximo de abertura alcanzado durante la historia de carga.

5. SIMULACIÓN NUMÉRICA

En este ejemplo el método extendido de los elementos finitos (XFEM) con el modelo de zona cohesiva es utilizado para investigar el fracturamiento hidráulico abordando simulaciones 2D (estado plano de deformación) cuando la interfaz entre el yacimiento y la roca fuente es inclinada. El objetivo es verificar la propagación de la fractura en el modo mixto (tracción y cizallamiento). Diferentes ángulos de inclinación fueron considerados: 0° , 10° , 20° , 30° .

El modelo bidimensional tiene dimensiones de 161 m x 200 m, en las direcciones (x) y (y) respectivamente, como se muestra en la Figura 4. La malla de elementos finitos para cada ángulo de inclinación es diferente (0° , 10° , 20° , 30°), sin embargo conservan la distancia del punto de inyección (yacimiento) hasta la barrera, con un valor de 50 m. El modelo presenta dos capas el yacimiento y la barrera con diferentes tamaños de los elementos finitos (variando de 1000 en 1000 para cada ángulo), las propiedades mecánicas y hidráulicas se puede observar en la tabla 1. La malla es estructurada y presenta buen refinamiento en todo el modelo para ver el comportamiento de la propagación de la fractura. Como la trayectoria de la fractura no es rectilínea, el modelo es entonces totalmente enriquecido, con el grado de poro en todos los elementos y energía de fracturamiento modo mixto (I) Y (II). El caudal de inyección es constante $Q_T = 0.001$ (m^3/s), aplicados en el punto central de la malla. Las tensiones in-situ son dadas de un campo real (Danqing oilfield), para el yacimiento en las direcciones Y, X son -16.8 MPa y -18.9 MPa, respectivamente, y las tensiones in-situ de la barrera en las direcciones Y, X son -20.8 MPa y -23.4 MPa, respectivamente y se encuentra la formación a una presión de poro inicial de 14 MPa.

Variable	yacimiento	Barrera
Modulo de elasticidad (GPa)	34,5	41,4
Coficiente de Poisson	0,2	0,25
Viscosidad (kPa*s)	0,0000007	0,0000007
Modulo de Biot (MPa)	68,7	68,7
Coficiente de Biot	0,75	0,75
Energía de fracturamiento (I,II) (N*m)	1,46	1,46
Resistencia a la tracción (MPa)	1,25	1,25

Tabla 1: Parámetros de la roca, el fluido y la fractura.

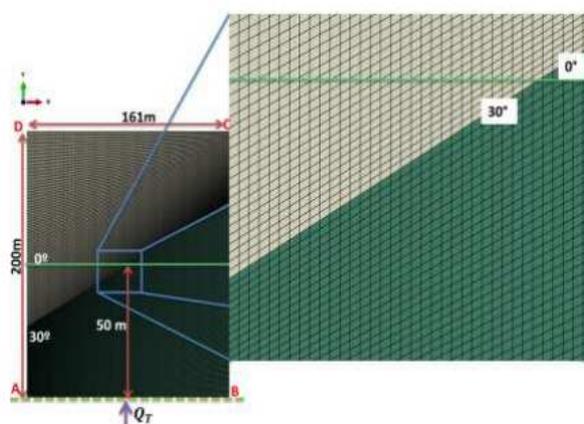


Figura 4: Ilustración de capas inclinadas y malla de elementos finitos cuadrados de 4 nodos

Las condiciones de contorno son AB y DC de la figura 4 tiene desplazamientos impedidos en la dirección vertical ($u_y = 0$) y en los contornos AD y BC los desplazamientos son impedidos en la dirección horizontal ($u_x = 0$), los nodos fantasma no van a tener restricción en la propagación de la fractura. La poro-presión es mantenida constante en todos los contornos. El fracturamiento es causado por la inyección del fluido con caudal constante $Q_T = 0,001m^3/s$, y las análisis fueron hechas para un tiempo de 1700s.

La tabla 1 presenta los parámetros utilizados conforme Zhang et al.,(2010), las cuales son las propiedades de la roca, las propiedades del fluido y las propiedades del modelo de zona cohesiva fueron obtenidos en Zielonka et al., (2014).

6. RESULTADOS NUMÉRICOS

Los resultados numéricos se refieren a los efectos de los diferentes ángulos de inclinación entre dos capas. La Figura 5 muestra que la propagación de la fractura depende de la inclinación entre las capas, lo que representa un escenario más próximo de la realidad, ya que la interfaz en campo no es horizontal. La columna de la izquierda ilustra la propagación de la fractura en cuanto que la columna de la derecha presenta los desplazamientos en la dirección x. Se puede observar que los factores que más influyen en los resultados son las tensiones in-situ, las propiedades de la roca y el ángulo de inclinación entre capas. Cuanto mayor el ángulo de inclinación, mayor el desvío en la interfaz de la dirección de propagación de la fractura y mayores los desplazamientos.

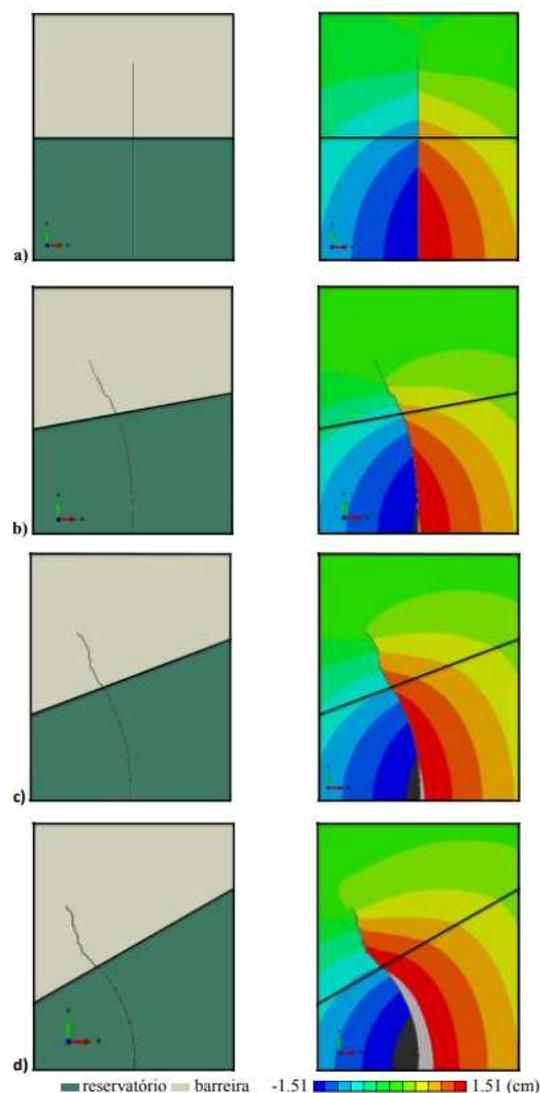


Figura 5: Propagación de la fractura (izquierda) y desplazamientos en la dirección x (derecha) para diferentes ángulos de inclinación de las capas: a)0°, b)10°, c)20°, d)30° en $t = 1700s$

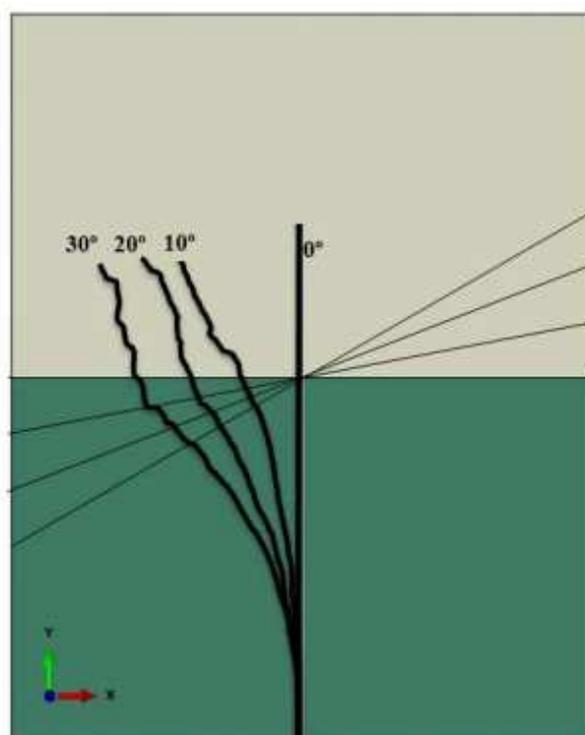


Figura 6: Comparación de las trayectorias de propagación de la fractura en el final de la simulación $t = 1700s$ para diferentes ángulos de inclinación de los estratos

La Figura 6 contiene las trayectorias de las fracturas para los diferentes ángulos de inclinación, verificándose nuevamente, que cuanto mayor inclinación entre el estrato o capa del yacimiento y la barrera, mayor será el desvío de propagación.

7. CONCLUSIONES

1). Este trabajo trata de la aplicación del método extendido de los elementos finitos (XFEM) en la investigación de la propagación de fracturas inducidas hidráulicamente en yacimientos de petróleo. Este método representa un abordaje alternativo de la formulación convencional del método de los elementos finitos que es particularmente ventajoso para la aproximación de soluciones con características irregulares severas en pequeñas partes del dominio, como en el problema tratado. No hay necesidad de coincidir la geometría de elementos con la geometría de las fracturas pues estas no son explícitamente modeladas. La singularidad del campo de tensiones es removida por la incorporación del modelo de zona cohesiva en la región próxima a la punta de la fractura.

2). El método extendido de elementos finitos en el caso de capas inclinadas, diferentes resultados de propagación de la fractura fueron obtenidos, dependiendo del ángulo de inclinación del estrato o capa.

REFERENCIAS

- Abaqus User's Manual., y Oñate E. Version 2017 *Dassault Systèmes Simulia, Corp., Providence, RI*, 2017.
- Barenblatt G., *The Mathematical Theory of Equilibrium Cracks in Brittle Materials*. Advances in Applied Mechanics, vol 7, edited by Dryden, H. L. and von Karman, T *Academic Press, New York*. 1, 1962.

- Béchet E. et al. Improved implementation and robustness study of the X-FEM for stress analysis around cracks. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 64, p. 1033–1056,, 2005.
- Belytschko T., Black T. Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*,v. 45(5), p. 601–620, 1999.
- Carrier B., Granet S. Numerical modeling of hydraulic fracture problem in permeable medium using cohesive zone model *Engineering Fracture Mechanics*, v. 79, p. 312–328, 2012.
- Charlez P. Rock Mechanics. Petroleum Applications *Editions Technip*, v. 2, 1997.
- Chessa J., Belytschko T. Arbitrary discontinuities in space–time finite elements by level sets and X-FEM. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 61, p. 2595–2614, 2004.
- Dugdale D Yielding of steel sheets containing slits. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, v. 8(2), p. 100–104, 1960.
- Hansbo A., y Hansbo P. A finite element method for the simulation of strong and weak discontinuities in solid mechanics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 193:3523 – 3540., 2004.
- Laborde P., Pommier J., Renard Y y Salaun M. High-order extended finite element method for cracked domains. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 64:354–381., 2005.
- Moes N., Dolbow., y Belytschko T. A finite element method for crack growth without remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 46(1), p. 131–150, 1999.
- Papanastasiou P. The effective fracture toughness in hydraulic fracturing. *International Journal of Fracture*, v. 96, n. 2, p. 127– 147, 1999.
- Rabczuk T., Zi G., Gerstenberger A., y Wall W. A new crack tip element for the phantom node method with arbitrary cohesive cracks. *International Journal of Numerical Methods in Engineering* 75(5): 577-599., 2008.
- Song J., Areias P., y Belytschko T. A method for dynamic crack and shear band propagation with phantom nodes. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 67, p. 868–893, 2006.
- Turon A, et al. A damage model for the simulation of delamination in advanced composites under variable-model loading. *Mech. Mater.* 38 (11), p. 1072–1089, 2006.
- Wang X L et al., Comparison of consecutive and alternate hydraulic fracturing in horizontal wells using XFEM-based cohesive zone method. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 143, p. 14–25, 2016.
- Zhang G, et al. Three-dimensional finite element simulation and parametric study for horizontal well hydraulic fracture. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 72, n. 3–4, p. 310–317, 2010.
- Zielonka M., Searles K. Development and validation of fully-coupled hydraulic fracturing simulation capabilities. *Simulia community conference*, 2014.