

HORMIGONES REFORZADOS CON FIBRAS DE ACERO. MODELO NUMÉRICO BASADO EN EFEM

REINFORCED CONCRETE WITH STEEL FIBERS. NUMERICAL MODEL BASED ON EFEM

Marcos E. Gerez Alborno y **Sonia M. Vrech**

CONICET. Centro de Métodos Numéricos y Computacionales en Ingeniería (CEMNCI). Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología U.N.T. Av. Independencia 1800, 4000 S. M. de Tucumán, Argentina, marcosgerez@gmail.com - svrech@herrera.unt.edu.ar

Palabras clave: EFEM, hormigón, fibras de acero, falla localizada.

Resumen. En los últimos años se realizaron grandes avances respecto a la introducción de mejoras en la tecnología del hormigón, en particular en el desarrollo y producción de hormigones reforzados con fibras de acero. El objetivo de este trabajo es estudiar y predecir el comportamiento de elementos estructurales confeccionados con este material mediante la técnica de Elementos Finitos Enriquecidos (EFEM) y particularmente basados en la Teoría de Mezclas, considerando tres fases que intervienen: la matriz de hormigón y los mecanismos que tienen en cuenta las interacciones: fibra-hormigón el deslizamiento y el efecto dovela. Se analiza el inicio de la discontinuidad aplicando la condición de falla localizada mediante la evaluación del tensor acústico, combinado con una técnica para el seguimiento de la discontinuidad basada en una analogía con el problema de conducción de calor. La capacidad predictiva del modelo propuesto se verifica realizando simulaciones de elementos finitos para predecir el comportamiento mecánico de un elemento estructural sometido a flexión y comparando la respuesta de los correspondientes resultados experimentales en términos de curva carga vs. desplazamiento y malla deformada.

Keywords: EFEM, concrete, steel fibers, localized failure.

Abstract. In recent years, great advances have been made in the introduction of improvements at concrete technology, particularly in the development and production of concrete reinforced with steel fibers. The objective of this work is to study and predict, the behavior of structural elements made with this material, by means of, the Finite Enriched Element (EFEM) technique and particularly based on the Theory of Mixtures, considering three phases involved: the concrete matrix and the mechanisms that take into account the interactions: fiber-concrete bond-slip and dowell effect. The beginning of the discontinuity is analyzed by applying the localized failure condition through the evaluation of the acoustic tensor, combined with a technique for monitoring the discontinuity based on an analogy with the heat conduction problem. The predictive capacity of the proposed model is verified by performing finite element simulations to predict the mechanical behavior of a structural element subjected to bending and comparing the response of the corresponding experimental results in terms of curve load versus displacement and deformed mesh.

1. INTRODUCCIÓN

El comportamiento mecánico del Hormigón Reforzado con Fibras de Acero (HRFA) presenta grandes ventajas en comparación con el del hormigón convencional, la presencia de fibras dispersas en la matriz de hormigón cosen las fisuras y le otorgan una mayor resistencia post-fisuración y ductilidad. En los últimos años se han realizado un gran número de investigaciones acerca del desempeño estructural del HRFA, sin embargo son pocos los modelos numéricos capaces de simular su comportamiento mecánico utilizando un enfoque discreto de la fractura y la interacción con las fibras que la atraviesan. Los modelos numéricos desarrollados pueden ser clasificados en forma general de acuerdo a modelos de fisura distribuida y enfoques de fisura discreta.

Entre los modelos de fisura distribuida existen diferencias en el modo de considerar la presencia de las fibras. Los enfoques presentados por [Peng y Meyer \(2000\)](#) y [Caner et al. \(2013\)](#), por ejemplo, no simulan explícitamente las fibras en el volumen, sino únicamente en los elementos atravesados por la discontinuidad. [Peng y Meyer \(2000\)](#) asumen que las fibras disminuyen el daño en los elementos fisurados, mientras que [Caner et al. \(2013\)](#) utilizan una deformación de referencia dada por la apertura media de todas las fisuras, dentro de una cierta longitud, para activar la resistencia de las mismas. [Radtke et al. \(2010\)](#) simularon las fibras mediante cargas equivalentes aplicadas en los nodos de los elementos fallados, en este caso un modelo micro-mecánico proporciona el valor de la fuerza necesaria para el arrancamiento de las fibras de la matriz cementicia. En estos modelos la simulación de la fisura no es discreta, por ende se requieren técnicas específicas de regularización para evitar la dependencia respecto de la malla utilizada.

Entre los modelos de fisura discreta puede citarse el perteneciente a [Denneman et al. \(2011\)](#) quienes modelaron la fractura utilizando un enfoque de discontinuidades embebidas. Asimismo con una simulación discreta de las fibras, [Wu et al. \(2009\)](#) definieron la fisura usando grados de libertad locales a nivel elemento, en los cuales las fuerzas y el salto en el campo de desplazamientos no era continuo a lo largo de la fisura y no eran considerados en el cálculo de la matriz de rigidez. Otro enfoque considerado en la literatura es la utilización de elementos de interface como los presentados por [Caggiano et al. \(2012\)](#) y [Etse et al. \(2012\)](#). En estos trabajos se utilizó la Teoría de Mezclas de [Truesdell y Toupin \(1960\)](#) para tener en cuenta los materiales componentes y las interacciones entre fibras y matriz cementicia, mediante los efectos de desplazamiento y dovela, razón por la cual no se simularon explícitamente las fibras como elementos embebidos en la matriz.

Teniendo en cuenta esta breve revisión del estado del arte, el presente trabajo considera un modelo para simular el comportamiento del HRFA mediante un enfoque de fisura discreta, con la siguientes consideraciones:

- Técnicas de EFEM, las cuales evitan la dependencia de la solución respecto de la malla y permiten la no utilización de técnicas de regularización.
- Las fibras son simuladas como distribuidas tanto en la malla de elementos finitos como en la discontinuidad utilizando la Teoría de Mezclas de [Truesdell y Toupin \(1960\)](#).
- El número de grados de libertad del problemas se mantiene constante e independiente de la dosificación de fibras.
- El proceso de fisuración se considera discreto.

- Se propone la utilización de un tensor constitutivo modificado que tiene en cuenta la posición y cuantía de fibra en múltiples direcciones.
- Se proponen leyes cohesivas para simular la apertura normal y tangencial de fisura, utilizando la Teoría de Mezclas de [Truesdell y Toupin \(1960\)](#), que permiten tener en cuenta el deslizamiento fibra-matriz y el efecto dovela.

En la Sección 2 se describe la formulación basada en EFEM y las modificaciones necesarias para tener en cuenta la presencia de las fibras dentro de la matriz cementicia, luego en la Sección 3 la condición de falla localizada y en la 4 el algoritmo utilizado para el seguimiento de la discontinuidad. En la Sección 5 se enuncia el modelo constitutivo para HRFA y en la 6 las leyes constitutivas que se aplican en la discontinuidad. Por último en la Sección 7 se presenta la simulación de un ensayo de una viga a flexión utilizando los datos experimentales provistos por [Costa et al. \(2012\)](#). En el ejemplo se prueban las bondades del modelo y finalmente se enuncian las conclusiones en la Sección 8.

2. MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS ENRIQUECIDOS (EFEM)

Los elementos finitos enriquecidos han sido desarrollado especialmente para la simulación de discontinuidades en sólidos, se pueden consultar los trabajos de [? y ?](#) para detalles.

En este trabajo se desarrollan elementos con interpolaciones lineales de los saltos en los campos de desplazamientos normales y tangenciales debido a la discontinuidad, identificando los modos de deformación (normal, tangencial y rotación) y capturando no sólo los movimientos de cuerpo rígido del elemento dividido, sino también una deformación relativa entre las partes del mismo, tal cual se desarrolla en el trabajo [Gerez y Vrech \(2016\)](#). Las interpolaciones continuas pueden ser logradas manteniendo la implementación clásica en la que los parámetros de enriquecimiento son condensados estáticamente a nivel del elemento. Esto implica cambios mínimos en los códigos de elementos finitos clásicos.

Modificaciones del EFEM para simular HRFA

Para la formulación del EFEM se plantea el equilibrio en la discontinuidad, donde se ponen de manifiesto todas las fuerzas que actúan, siendo

$$\int_{\Omega_e^h} \mathbf{G}_{(e)}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega - \int_{\Gamma_e^h} \mathbf{J}^T \mathbf{T}_{\Gamma HRFA} d\Gamma = 0 \quad (1)$$

donde $\mathbf{G}_{(e)}^T$ es el operador de equilibrio cuya función es trasladar las tensiones $\boldsymbol{\sigma}$ determinadas en los puntos de Gauss del elemento a la discontinuidad Γ_e^h , integradas en el volumen Ω del elemento Ω_e^h . Mientras \mathbf{J}^T contiene las interpolaciones relacionadas a los modos de apertura de la fisura (normal, tangencial, lineal normal y lineal tangencial) y $\mathbf{T}_{\Gamma HRFA}$ contiene las leyes cohesivas normales y tangenciales para simular la respuesta de la discontinuidad. En la Fig. (1) se muestra un esquema de análisis de los elementos. Para mayores detalles ver [Gerez y Vrech \(2016\)](#). Teniendo en cuenta el equilibrio definido en la ec. (1), deben considerarse además las leyes cohesivas correspondientes al comportamiento de las fibras. Teniendo en cuenta la Teoría de Mezclas de [Truesdell y Toupin \(1960\)](#), resulta

$$\mathbf{T}_{\Gamma HRFA} = \omega_f \mathbf{T}_{\Gamma f} + (1 - \omega_f) \mathbf{T}_{\Gamma m} \quad (2)$$

siendo ω_f la proporción volumétrica de fibras, $\mathbf{T}_{\Gamma f}$ la fuerza desarrollada por las fibras de acero y $\mathbf{T}_{\Gamma m}$ la fuerza de la matriz de hormigón.

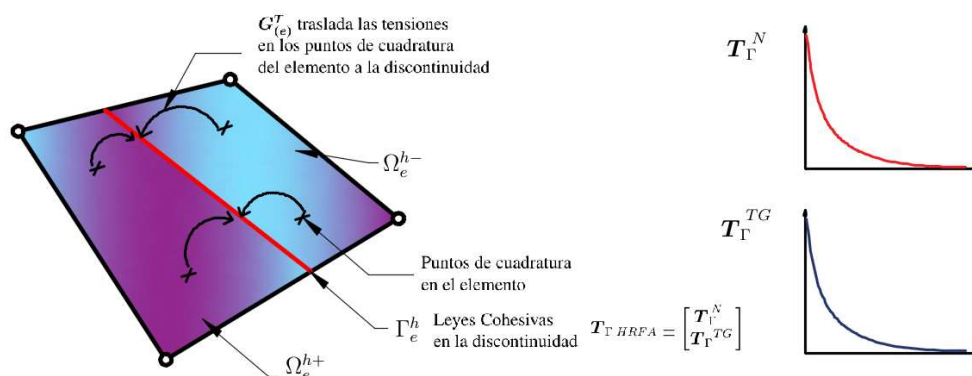


Figura 1: Elemento finito con una discontinuidad. Esquema de análisis.

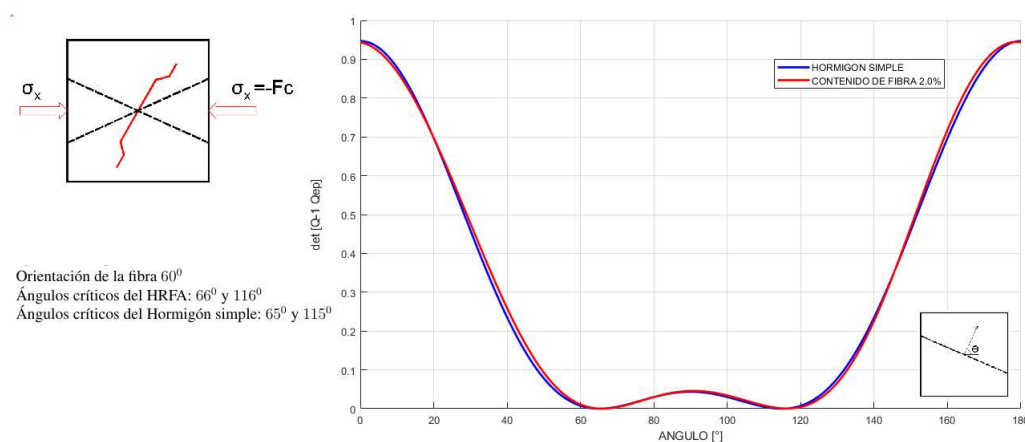


Figura 2: Ángulos críticos de localización para una probeta de HRFA con una proporción del 2% sometida a compresión simple.

Los grados de libertad del problema se mantienen sin cambios y son independientes del contenido de fibras. De esta manera el EFEM sigue teniendo consistencia variacional, no hay limitaciones en la elección del elemento finito a utilizar, se respeta la cinemática propia del método, no se producen problemas tales como bloqueo de tensiones o tensiones espurias y no se modifica la robustez del método.

3. INDICADOR DE FALLA LOCALIZADA

El indicador de falla localizada utilizado en esta formulación consiste en la singularidad del tensor elastoplástico de localización o tensor acústico Q^{ep} , ver Ottosen y Runesson (1991)

$$det[Q^{ep}] = 0 \quad , \quad Q^{ep} = N \cdot E_{ep}^{HRFA} \cdot N \tag{3}$$

siendo E_{ep}^{HRFA} el tensor constitutivo elastoplástico del HRFA y N la dirección normal a la discontinuidad. Realizando el análisis numérico de la condición de falla localizada es posible obtener las direcciones críticas en las que se produce la discontinuidad. A modo de ejemplo, en la Fig. (2) se muestra el análisis de localización correspondiente a una probeta de HRFA con una proporción del 2% de fibras orientada a 60° , sometida a compresión simple. Los ángulos críticos de localización obtenidos resultan de 65° y 155° .

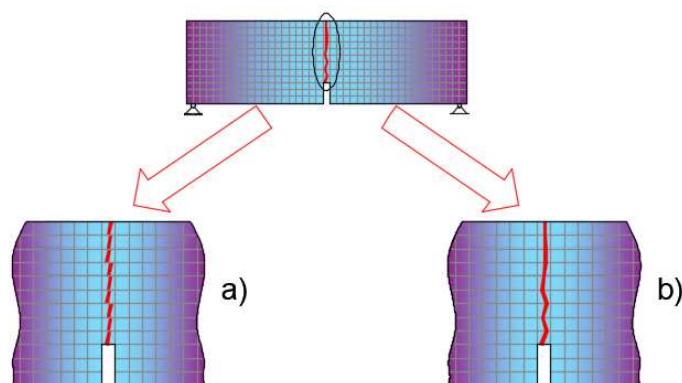


Figura 3: Trayectoria de la falla. a) Discontinua, b) Continua

4. ALGORITMOS PARA EL SEGUIMIENTO DE LA DISCONTINUIDAD

Para la aplicación del EFEM es necesario determinar el camino de la discontinuidad en los elementos en base a la información obtenida en los puntos de Gauss. Para obtener la línea de discontinuidad se pueden aplicar dos procedimientos:

- Seguimiento elemento a elemento,
- Seguimiento global.

El primero consiste en establecer elemento a elemento la dirección de la discontinuidad mediante, por ejemplo, un análisis de localización de la falla y a partir del primero ir trazando la trayectoria teniendo como información previa un punto de paso de la misma en el escalón de carga anterior y la dirección determinada por el análisis de localización. Es una estrategia muy eficiente y robusta con una excelente capacidad para problemas bidimensionales, ver los trabajos de [Oliver \(1995a\)](#) y [Oliver \(1995b\)](#). Este método puede simplificarse utilizando solamente la información de la dirección de la discontinuidad y colocando la misma en el centro del elemento. Esta forma posee la desventaja de generar trayectorias discontinuas como se puede ver en la Fig.(3-a).

El método de seguimiento global propuesto por [Oliver \(2002\)](#) se basa en considerar las direcciones normales críticas obtenidas de un análisis de bifurcación discontinua y a partir de éstas crear una familia de curvas $\Phi(\mathbf{x})$ bi ó tridimensionales que representan todas las posibles direcciones de propagación de las discontinuidades y luego seleccionar aquellas que representan las condiciones del problema a resolver. Esto se realiza mediante una analogía con un problema de conducción del calor, lo que facilita la percepción del mismo.

La propuesta consiste en encontrar el segmento de una superficie isotérmica S_j que pertenece a una familia de curvas $\Phi(\mathbf{x})$ que son solución del problema estacionario de la conducción del calor cuyo contorno de nivel es la ecuación

$$\Phi_j^{ref} = \sum_{i=1}^{n_{modo}} \mathbb{N}_i \Phi_i \quad (4)$$

siendo n_{modo} el número de nodos del elemento y \mathbb{N}_i las funciones de forma consideradas. Una vez conocidas las temperaturas nodales Φ_i , se determina la posición de la discontinuidad. Ver ejemplo en Fig.(4).

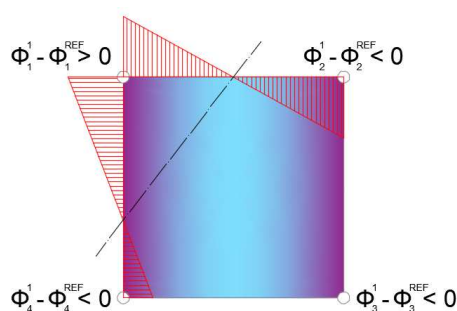


Figura 4: Posición de la discontinuidad a nivel elemento.

Problema de conducción del calor

En esta sección se detalla el procedimiento para calcular los valores de las temperaturas nodales Φ_i correspondientes al problema de la conducción del calor. Dada una familia de direcciones críticas $\mathbf{N}(\mathbf{x}, t)$, definido en un punto \mathbf{x} del dominio \mathcal{B} y un tiempo de análisis t , y a su vez dada una dupla de vectores unitarios ortogonales a \mathbf{N} , $\mathbf{S}(\mathbf{x}, t)$ y $\mathbf{T}(\mathbf{x}, t)$ tal que

$$\mathbf{S} \cdot \mathbf{N} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{N} = 0, \quad (5)$$

se define el problema a resolver mediante las siguientes ecuaciones

$$\mathbf{S} \cdot \nabla \Phi = \nabla \Phi \cdot \mathbf{S} = \frac{\partial \Phi}{\partial S} = 0, \quad \mathbf{T} \cdot \nabla \Phi = \nabla \Phi \cdot \mathbf{T} = \frac{\partial \Phi}{\partial T} = 0 \text{ en } \mathcal{B}. \quad (6)$$

La solución $\Phi(\mathbf{x})$ de este problema es también solución del problema de conducción del calor, tal que $\nabla \cdot \mathbf{q} = 0$ en \mathcal{B} , de modo que se satisface

$$\mathbf{q} = -\mathbb{K}^c \cdot \nabla \Phi = -\mathbf{S} \frac{\partial \Phi}{\partial S} - \mathbf{T} \frac{\partial \Phi}{\partial T} \text{ en } \mathcal{B}, \quad \mathbf{q} \cdot \mathbf{v} = (\mathbf{v} \cdot \mathbf{S}) \frac{\partial \Phi}{\partial S} + (\mathbf{v} \cdot \mathbf{T}) \frac{\partial \Phi}{\partial T} = 0 \text{ en } \partial_q \mathcal{B} \quad (7)$$

$$\Phi = \Phi^\Phi \text{ en } \partial_\Phi \mathcal{B} \quad (8)$$

donde \mathbf{v} es el vector normal al contorno $\partial \mathcal{B}$. Mientras $\partial_q \mathcal{B}$ y $\partial_\Phi \mathcal{B}$ son las partes del contorno $\partial \mathcal{B}$ donde las condiciones de Neumann y Dirichlet están prescritas.

Aplicando del método de elementos finitos, la solución del sistema consiste en

$$\mathbb{K}^c \Phi = 0, \quad \Phi^i|_{\partial_\Phi \mathcal{B}} = \Phi^* \quad (9)$$

siendo \mathbb{K}^c el tensor de conductividad anisótropo, obtenido mediante el ensamblaje de las matrices elementales de rigidez térmica \mathbb{K}_e^c , de acuerdo a

$$\mathbb{K}^c = \mathbf{A}_{e=1}^{n_{elem}} \mathbb{K}_e^c, \quad \mathbb{K}_e^c = \int_{B_e} [\nabla \mathbf{N}]^T \mathbf{k}_e^c [\nabla \mathbf{N}] dV_e \quad (10)$$

donde \mathbf{k}_e^c es el tensor de conductividad anisótropo definido como

$$\mathbf{k}_e^c(\mathbf{S}(\mathbf{x}), \mathbf{T}(\mathbf{x})) = \begin{bmatrix} S_1^2 + T_1^2 & S_1 S_2 + T_1 T_2 \\ S_2 S_1 + T_2 T_1 & S_2^2 + T_2^2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

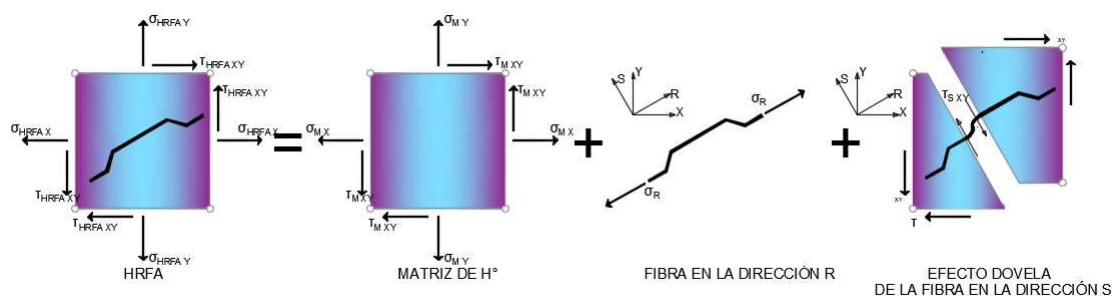


Figura 5: Modelo constitutivo del material compuesto.

5. MODELO CONSTITUTIVO PARA EL MATERIAL CONTINUO

En la formulación constitutiva propuesta se considera al HRFA como un material compuesto por una matriz de hormigón y fibras de acero, y está basada en la Teoría de Mezclas de [Truesdell y Toupin \(1960\)](#) que supone la igualdad de los campos cinemáticos del continuo equivalente y sus componentes en un volumen infinitesimal. A partir de estas consideraciones el tensor constitutivo elástico se calcula de acuerdo a

$$\mathbf{E}^{HRFA} = \omega^m \mathbf{E}^m + \omega_i^f (\mathbf{r}_i \otimes \mathbf{r}_i) \otimes (\mathbf{r}_i \otimes \mathbf{r}_i) E^f + \omega_i^f 2[(\mathbf{r}_i \otimes \mathbf{s}_i)^s \otimes (\mathbf{r}_i \otimes \mathbf{s}_i)^s] G^f \quad (12)$$

donde ω^m y ω_i^f representan la fracción volumétrica de hormigón y fibras en la dirección \mathbf{r}_i respectivamente, mientras \mathbf{s}_i es la dirección normal a \mathbf{r}_i , \mathbf{E}^m es el tensor constitutivo elástico correspondiente al hormigón, E^f y G^f son los módulos de elasticidad axial y transversal de las fibras, respectivamente. Del mismo modo, las tensiones en el compuesto se definen como

$$\boldsymbol{\sigma}_{HRFA} = \omega^m \boldsymbol{\sigma}^m + \omega_i^f (\sigma_{N_i}^f \mathbf{r}_i + \sigma_{T_i}^f \mathbf{s}_i) \quad (13)$$

Para la matriz de hormigón se considera el comportamiento elastoplástico siendo $\boldsymbol{\sigma}^m = \mathbf{E}^m : (\boldsymbol{\varepsilon}_e^m - \boldsymbol{\varepsilon}_p^m)$ con $\boldsymbol{\varepsilon}_e^m$ y $\boldsymbol{\varepsilon}_p^m$ los tensores de deformación elástico y plástico, respectivamente. Se adopta el criterio de falla de Drucker-Prager parabólico y el potencial plástico, de acuerdo a

$$F(I_1, J_2) = J_2 + \alpha I_1 - k = 0 \quad \text{y} \quad F^*(I_1, J_2) = J_2 + \eta \alpha I_1 - k = 0, \quad (14)$$

siendo I_1 el primer invariante del tensor de tensiones J_2 el segundo invariante del tensor desviador de tensiones, mientras η es el parámetro de no asociatividad. Los parámetros α y k se calibran respecto de las resistencia a compresión y tracción del hormigón f_c y f_t , respectivamente, resultando $\alpha = \frac{f_c - f_t}{3}$ y $k = \frac{f_c f_t}{3}$. La función de carga y la evolución de las tensiones disipativas en modo de compresión pueden consultarse en [Vrech et al. \(2016\)](#). El comportamiento de las fibras fuera de la discontinuidad se considera elástico, siendo $\sigma_N^f = E^f \varepsilon_N^f$ y $\sigma_T^f = G^f \varepsilon_T^f$ con ε_N^f y ε_T^f , las deformaciones elásticas normales y tangenciales de las mismas, respectivamente.

6. LEYES CONSTITUTIVAS EN LA DISCONTINUIDAD

Una vez detectada la falla localizada, se inicia la apertura de la fisura de la matriz de hormigón y la interacción matriz de hormigón-fibras de acero mediante los efectos de deslizamiento (axiales) y dovela (corte). En esta sección se describirá en la ley cohesiva que caracteriza el comportamiento de la matriz de hormigón y los modelos de deslizamiento y efecto dovela para las fibras. El modelo constitutivo del material compuesto se esquematiza en la Fig (5).

6.1. Ley cohesiva para el hormigón

Para definir el aporte de la matriz cementicia en la fractura se considera para la ley cohesiva normal una expresión de tipo exponencial

$$\mathbf{T}_{\Gamma m}^N = f_t \exp(-a_n \| u_N \|), \quad (15)$$

siendo $\| u_N \|$ la apertura normal de la fisura y a_n es un parámetro que tiene en cuenta la energía de fractura. Para la ley cohesiva tangencial se utiliza una función lineal afectada por un factor de retención de corte q_m propuesto por Suidan y Schnobrich (1984), el cual es ampliamente utilizado para los análisis de iniciación y propagación de fisuras en el hormigón, $\mathbf{T}_{\Gamma m}^{TG} = q_m \| u_{TG} \|$ siendo $\| u_{TG} \|$ el desplazamiento tangencial de la discontinuidad.

6.2. Modelo de deslizamiento de las fibras

El comportamiento axial de las fibras se representa mediante una función unidimensional de tipo Rankine $F^N = \sigma_N^f - \sigma_u^{pull-out} = 0$. Los parámetros necesarios para este modelo son la tensión máxima de adherencia fibra-matriz cementicia $\sigma_u^{pull-out}$, el módulo elástico de la interfaz E_i^f que puede ser obtenido mediante un ensayo de pull-out y el módulo elástico de la fibra de acero E^f . A partir de estos parámetros se determina el módulo elástico E^{df} y tangente E_{tg}^{df} del deslizamiento de la fibra, ver Oliver et al. (2008) de acuerdo a

$$E^{df} = \frac{E^f E_i^f}{E^f + E_i^f}, \quad E_{tg}^{df} = \frac{E_{tg}^f E_{itg}^f}{E_{tg}^f + E_{itg}^f} \quad (16)$$

6.3. Efecto de dovela de la fibra

Del mismo modo para tener en cuenta el efecto dovela que se genera entre matriz de hormigón y las fibras al aplicar una fuerza de corte, se utiliza una función de falla unidimensional. Para ello es necesario definir el módulo de elasticidad transversal G^f y una tensión límite de corte τ_y^f . La determinación de estos parámetros se basa en la analogía con el problema de una viga semi-infinita en una fundación elástica, ver El-Ariss (2007) donde G^f depende de la longitud de la fibra, su sección, módulo elástico y su momento de inercia. Para determinar la tensión máxima de corte por el efecto dovela se utiliza la relación

$$\tau_y^f = \frac{k_{dow} d_f^2 \sqrt{f_c \sigma_f}}{A_f}, \quad (17)$$

donde d_f es el diámetro de la fibra, A_f es su sección y σ_f la tensión menor entre la tensión de la interface y de la fibra. Se adopta el valor de $k_{dow} = 1,27$ según los trabajos de Dulacska (1972).

7. EJEMPLO DE APLICACIÓN

Esta sección propone simular el ensayo de una viga de HRFA con una entalla central sometida a flexión en 3 puntos correspondiente a la campaña experimental de Costa et al. (2012). Para el hormigón se considera un módulo de Young $E_c = 25000$ MPa, módulo de Poisson $\nu = 0,2$, resistencia a la compresión $f_c = 59,1$ MPa y a la tracción $f_t = 2$ MPa, energía de fractura $G_f = 0,05$ N/mm. Las propiedades de las fibras Dramix RC-80/30-BP son: diámetro $d_f = 0,375$ mm, módulo de Young $E_f = 200000$ MPa, módulo de Poisson $\nu = 0,3$ y resistencia a la tracción $\sigma = 2300$ MPa por último se considera una tensión de la interface fibra-matriz de 200 MPa y un módulo elástico de 200 GPa. En la Fig. (6) se muestran las dimensiones de la

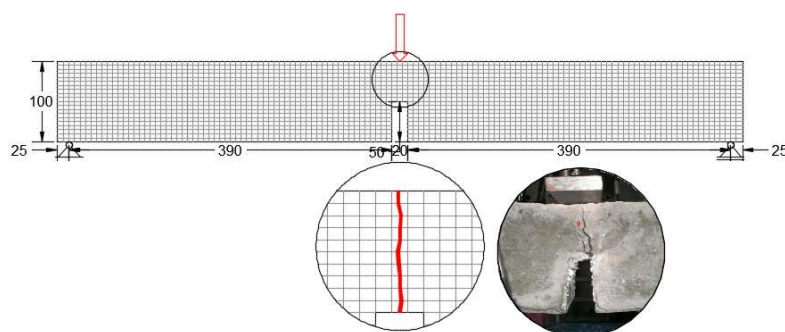


Figura 6: Dimensiones de la viga, discretización de la malla y trayectoria de la discontinuidad resultante.

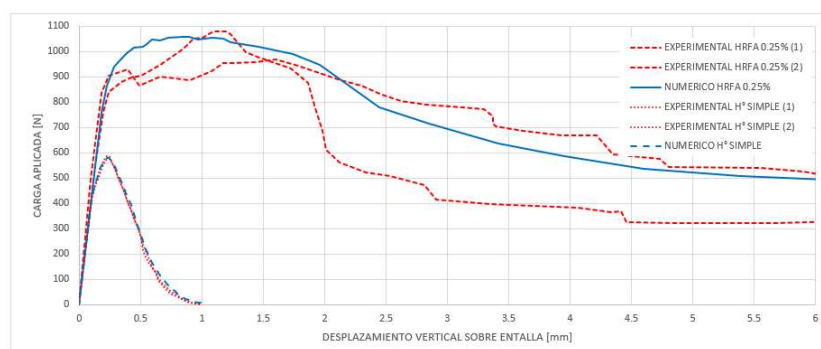


Figura 7: Ensayo de viga a flexión de 3 puntos. Datos provisto por [Costa et al. \(2012\)](#) y resultados de la simulacion numerica para hormigón simple y un contenido de fibras de 0,25 %.

viga, la disposición de los apoyos y la carga aplicada. En la simulación se utiliza una malla estructurada de 2510 elementos cuadriláteros de 4 nodos con una cuadratura de Gauss de 2 puntos por cada dirección. En la Fig.(7) se muestran las curvas carga-desplazamiento experimentales contrastadas con las obtenidos mediante el modelo numérico propuesto para hormigón simple y HRFA con un contenido de fibras 0,25 % distribuidas uniformemente. Se observa que existe un muy buen ajuste entre las mismas. Es pertinente observar que los valores correspondientes a la carga y deformación en el pico son similares a los experimentales. Del mismo modo, se logra una buena aproximación en el comportamiento de ablandamiento tanto del hormigón simple como el HRFA. Adicionalmente en la Fig.(6) se muestra el trazado de la discontinuidad resultante que coincide con la apertura de fisura de la viga en el ensayo experimental.

8. CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta una formulación constitutiva para la simulación del comportamiento mecánico del HRFA a partir de la modificación del método EFEM, que no afecta la consistencia y robustez del mismo. Se aplica Teoría de Mezclas y se considera la posibilidad de disponer las fibras uniformemente tanto en la matriz como en la discontinuidad de acuerdo a direcciones determinadas.

El inicio y la trayectoria de la discontinuidad se basan en la condición de falla localizada y un algoritmo basado en el problema de la conducción del calor, respectivamente.

Para simular el comportamiento mecánico de la interacción de la matriz de hormigón y las fibras de acero se consideran los efectos de deslizamiento y dovela en la discontinuidad.

Teniendo en cuenta los resultados experimentales de [Costa et al. \(2012\)](#), se demuestra la capacidad predictiva de la teoría propuesta. Los resultados obtenidos son muy buenas apro-

ximaciones, en términos de curvas de carga vs. desplazamiento vertical y la trayectoria de la fisura.

El modelo constitutivo se comporta adecuadamente tanto para representar la rigidez y el comportamiento previo a la formación de la fisura, como cuando ésta acontece.

REFERENCIAS

- Caggiano A., Etse G., y Martinelli E. Zero - thickness interface model formulation for failure behavior of fiber-reinforced cementitious composites. *Comp. and Struct.*, 98-99(0):23–32, 2012.
- Caner F.C., Bažant Z.P., y Wendner R. Microplane model m7f for fiber reinforced concrete. *Eng. Fract. Mech.*, 105:41 – 57, 2013.
- Costa H., Esteves D., Julio E., y Simoes T. Design and characterization of self-compacting fibre-reinforced lightweight aggregate concrete. *8th RILEM International Symposium.*, 2012.
- Denneman E., Wu R., Kearsley E.P., y Visser A.T. Discrete fracture in high performance fibre reinforced concrete materials. *Eng. Fract. Mech.*, 78(10):2235 – 2245, 2011.
- Dulacska H. Dowel action of reinforcement crossing cracks in concrete. *ACI Struct. J.*, 69(12):754–757, 1972.
- El-Ariss B. Behavior of beams with dowel action. *Eng. Struct.*, 29(6):899 – 903, 2007.
- Etse G., Caggiano A., y Vrech S. Multiscale failure analysis of fiber reinforced concrete based on a discrete crack model. *Int. J. Fract.*, 178(1-2):131–146, 2012.
- Gerez M. y Vrech S. Comportamiento del hormigón modelado mediante elementos finitos enriquecidos efem. *Memorias del Congreso ENIEF*, XXXIV:2567–2582, 2016.
- Oliver J. Continuum modelling of strong discontinuities in solid mechanics. *International Conference on Computational Plasticity. CIMNE. Barcelona*, páginas 455–479, 1995a.
- Oliver J. Continuum modelling of strong discontinuities in solid mechanics using damage models. *Comput. Mech.*, 1/2:49–61, 1995b.
- Oliver J. Topics on failure mechanics. *Monograph CIMNE N68, Barcelona España.*, 2002.
- Oliver J., Linero D., Huespe A., y Manzoli O. Two-dimensional modeling of material failure in reinforced concrete by means of a continuum strong discontinuity approach. *Comp. Meth. in Applied Mech. and Eng.*, 197(5):332 – 348, 2008.
- Ottosen N.S. y Runesson K. Properties of discontinuous bifurcation solutions in elasto-plasticity. *Int. J. of Solids and Struc.*, 27(4):401 – 421, 1991. ISSN 0020-7683.
- Peng X. y Meyer C. A continuum damage mechanics model for concrete reinforced with randomly distributed short fibers. *Comput Struct*, 78(5):505–515, 2000.
- Radtke F., Simone A., y Sluys L. A computational model for failure analysis of fibre reinforced concrete with discrete treatment of fibres. *Eng. Fract. Mech.*, 77(4):597 – 620, 2010.
- Suidan M. y Schnobrich W. Finite element analysis of reinforced concrete. *J. of Structural division ASCE*, 29(2):1–42, 1984.
- Truesdell C. y Toupin R. *Principles of classical mechanics and field theory*. 1960.
- Vrech S., Etse G., y Caggiano A. Thermodynamically consistent elasto-plastic microplane formulation for fiber reinforced concrete. *Int. J. of Solids and Struc.*, 81:337 – 349, 2016.
- Wu R., Denneman E., y Harvey J. Eval. of embedded discontinuity method for finite element analisis of cracking of hot-mix asphalt concrete. *Transp. Res. Rec.*, 2127(1):82–89, 2009.