

EVALUACIÓN DE LA INFLUENCIA DEL DAÑO EN LA VARIACIÓN DE LAS FRECUENCIAS NATURALES DE VIGAS

EVALUATION OF THE INFLUENCE OF DAMAGE IN THE VARIATION OF THE NATURAL FREQUENCIES OF BEAMS

Paul H. Kohan^a, Sergio Oller^{a,b} y Liz G. Nallim^{a,b}

^aICMASa, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Salta, Av. Bolivia 5150, Salta, Argentina,
paulkohan@unsa.edu.ar, <https://www.ing.unsa.edu.ar/>

^bCONICET (INIQUI). Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Salta, Av. Bolivia 5150, Salta,
Argentina. lnallim@unsa.edu.ar, sergio.oller@upc.edu

Palabras clave: daño estructural, dinámica estructural, frecuencias naturales, optimización.

Resumen. En este trabajo se presentan las bases para el desarrollo de un procedimiento numérico-experimental que permita evaluar y localizar el daño en una estructura a partir de la respuesta dinámica. Para esto, se propone representar el daño a partir de la degradación de la rigidez obtenida de un modelo numérico tridimensional de una estructura, analizando la relación entre la magnitud del daño con el cambio en la respuesta dinámica. Como parámetros de análisis se toman las frecuencias naturales y también los cambios en los espectros de respuesta generados en base a las aceleraciones originadas por la simulación de un generador de vibraciones armónicas. Con la finalidad de evaluar los procedimientos de calibración de modelos numéricos que permitan la localización del daño, se discuten los resultados obtenidos a partir de la aplicación de algoritmos de optimización y procedimientos de ajuste simplificados, en función de escenarios de daño posibles. En cada caso se establecen las limitaciones de los procedimientos y se proponen criterios para su aplicación.

Keywords: structural damage, structural dynamics, natural frequencies, optimization

Abstract. This paper presents the basis for the development of a numerical-experimental procedure that allows damage evaluation in a structure based on the dynamic response. It is proposed to represent the damage from the degradation of the stiffness of a three-dimensional numerical model of a structure, and to analyze the relationship between the magnitude of the damage and the change in the dynamic response. The natural frequencies and the changes in the response spectrum, generated from the accelerations caused by the simulation of a harmonic vibration generator, are considered the analysis parameters. In order to evaluate effectiveness of the calibration procedures the results obtained from the application of optimization algorithms and simplified adjustment procedures for possible damage scenarios are discussed. In each case the limitations of the procedures are discussed and criteria for their application are proposed.

1 INTRODUCCIÓN Y DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

El daño estructural puede definirse como un cambio permanente en las propiedades mecánicas de un material o componente estructural que puede potencialmente afectar su desempeño (Adams, 2007). Estos cambios irreversibles suponen una influencia negativa en el comportamiento de la estructura (Wang et al. 2014). En las últimas décadas, el estudio del daño estructural ha ganado interés en el área de la ingeniería civil ya que su detección permite realizar acciones tendientes a prolongar la vida útil de un sistema estructural, y provee información indispensable para evaluar las posibilidades de reparación o refuerzo estructural, evitando fallas que pueden ocasionar pérdidas de vidas humanas, así como pérdidas económicas.

El daño implica una reducción de la rigidez o de la masa de una estructura, que produce variaciones tanto en su respuesta dinámica como estática. En términos generales, las técnicas que permiten la evaluación del daño en una estructura se basan en la comparación de resultados de ensayos correspondientes a distintos estados durante su servicio, o a la comparación de estos resultados experimentales con predicciones analíticas. Por lo tanto, una primera clasificación de las metodologías existentes permite distinguir entre procedimientos exclusivamente experimentales y analítico-experimentales (basados en modelos), y dentro de estos entre métodos basados en análisis estáticos y dinámicos.

De especial interés resultan los métodos basados en vibraciones, cuya idea central se fundamenta en que los parámetros modales básicos (frecuencias naturales, formas y amortiguamiento modales) son función de las propiedades físicas de la estructura (masa y rigidez). Por lo tanto, los cambios en las propiedades físicas (daño) pueden ser detectables a través de cambios en las propiedades modales (Doebling et al. 1998). Estos métodos han tenido un gran desarrollo gracias a los avances tecnológicos que permiten medir las propiedades dinámicas de una estructura y al beneficio asociado de implicar procedimientos no destructivos.

La característica central que permite distinguir y clasificar entre los métodos es la variable de comparación considerada: frecuencias naturales (Montazer y Sayedpoor, 2014; Guillich y Praisich, 2014), formas modales (Pastor et al. 2012; Jassim et al. 2013), curvatura modal (Dessi y Camnarlengo, 2015, Benedetti et al. 2018; Ercolini et al. 2018), matriz de flexibilidad (Tenenbaum, 2011), etc. Entre estas metodologías, el empleo de las frecuencias naturales es tal vez la que resulta más atractiva en la práctica ingenieril, ya que se trata de una característica de las estructuras civiles con las que los ingenieros están familiarizados, es un parámetro fundamental del diseño por lo que, en general, es estimada desde las etapas de proyecto y, principalmente, son relativamente fáciles de medir (Baghiee et al. 2009).

Los métodos hasta aquí mencionados comparten como característica común que la evaluación se lleva a cabo considerando un comportamiento lineal de las estructuras. El daño es representado mediante una fisura localizada del tipo aserrada que puede tener distintas profundidades. Esta fisura es generalmente introducida en los modelos numéricos con una variación local de la sección o de la rigidez del elemento, o mediante un resorte de propiedades definidas y que se considera siempre abierta (Jassim et al. 2013; Adreaus y Baragatti, 2011, Wang et al. 2012). Aunque estas ideas permiten realizar un de manera relativamente simple, este tipo de materialización del daño en una estructura es artificial y en la gran mayoría de los casos alejada de la realidad. Un análisis más preciso y representativo requiere considerar el comportamiento no lineal de los materiales y de las estructuras, así como su evolución. Para esto, es fundamental la definición de modelos constitutivos adecuados, que sirvan de base para el desarrollo de los modelos numéricos de estructuras completas.

En la formulación de los modelos constitutivos debe considerarse que bajo ciertas condiciones de carga una estructura de hormigón puede comenzar a dañarse. Pueden formarse pequeñas grietas, huecos y otras formas de pequeñas cavidades en las zonas sometidas a grandes esfuerzos. Debido a su naturaleza, el análisis de estos defectos debería considerarse como alteraciones discretas del material continuo, pero esto resulta una tarea sumamente compleja y costosa. [Kachanov \(1958\)](#) propuso describir el efecto conjunto de los deterioros mencionados por medio de una variable de campo llamada continuidad. De esta manera el análisis del daño, de naturaleza discreta, puede ser modelado por una variable continua. La aplicación de los conceptos introducidos por Kachanov ha dado lugar al desarrollo de la mecánica de daño continuo. Dentro de esta disciplina, los modelos constitutivos de daño se definen a partir de una variable interna de deterioro de la resistencia y del módulo de elasticidad. Esta variable puede ser de orden escalar o tensorial dependiendo de que el modelo considere el daño de tipo isótropo o anisótropo.

Este trabajo tiene como objetivo discutir diferentes aspectos asociados al desarrollo e implementación de un método que permita evaluar y localizar el daño en estructuras basado en vibraciones. Para esto se propone definir un modelo numérico de una estructura y ajustar sus propiedades en función de variables dinámicas medidas de manera experimental. Inicialmente, se analiza la posibilidad de utilizar como variable de calibración las frecuencias naturales, y luego se evalúa los beneficios del uso de espectros de respuesta. Se propone considerar el daño como una disminución de la rigidez basado en el modelo de [Kachanov \(1958\)](#). Para obtener un modelo numérico representativo de la estructura real se emplean modelos en elementos finitos tridimensionales, utilizando elementos sólidos. El análisis numérico y la determinación de las frecuencias naturales se llevan a cabo mediante el programa de elementos finitos PLCD4.02 ([PLCD Manual, 1991](#)).

2 INFLUENCIA DE UBICACIÓN Y PROFUNDIDAD DE UNA FISURA SOBRE LA VARIACIÓN DE FRECUENCIA

El problema de la localización de una fisura en una viga ha sido estudiado en diversos trabajos. En la gran mayoría, la fisura es representada a partir de una entalla modelada como una reducción local de sección en un elemento tipo barra. Estas entallas, por lo general son simétricas respecto al baricentro de la sección, lo que implica que la fisura se inicia tanto en la zona traccionada como en la comprimida, y luego avanza hasta el eje baricéntrico. Este tipo de patrón de fisuración resulta poco representativo del comportamiento de vigas de hormigón armado sometidas a flexión, como por ejemplo en las vigas de puentes. En estos casos las fisuras generadas por flexión se inician en la zona de las fibras más traccionadas y se desarrollan de forma vertical hacia el eje neutro. En el desarrollo de un procedimiento de localización de daño resulta central evaluar la magnitud en la variación de frecuencias que se espera para distintas profundidades de fisuras y distintas ubicaciones. Siguiendo los conceptos del modelo de [Kachanov \(1958\)](#), en este trabajo se representa a una fisura a partir de una reducción del módulo elástico de los elementos que la contienen.

Con la intención de discutir problemas y posibilidades encontrados en el desarrollo de la metodología, se propone analizar el modelo de una viga simplemente apoyada. Este modelo permite, debido a su planteo simple, controlar las variables que inciden en los resultados. La viga propuesta se presenta en la [Figura 1](#).

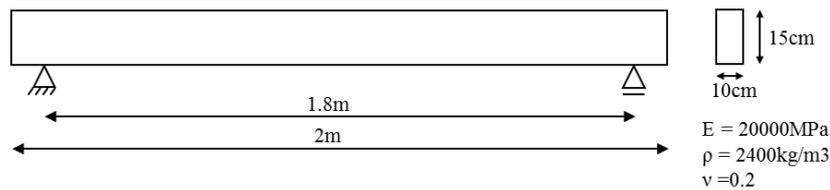


Figura 1. Propiedades y geometría de la viga propuesta

2.1 Variación de la frecuencia por la profundidad de la Fisura

Se consideran 4 fisuras de distintas profundidades ubicadas en la misma sección (Figura 2). La Tabla 1 se presenta las frecuencias naturales correspondientes a cada caso y su variación con respecto a la viga sin daño. Los resultados indican que existe una baja variación en las frecuencias cuando la fisura se inicia y que los resultados se vuelven significativos cuando la fisura alcanza el eje baricéntrico.

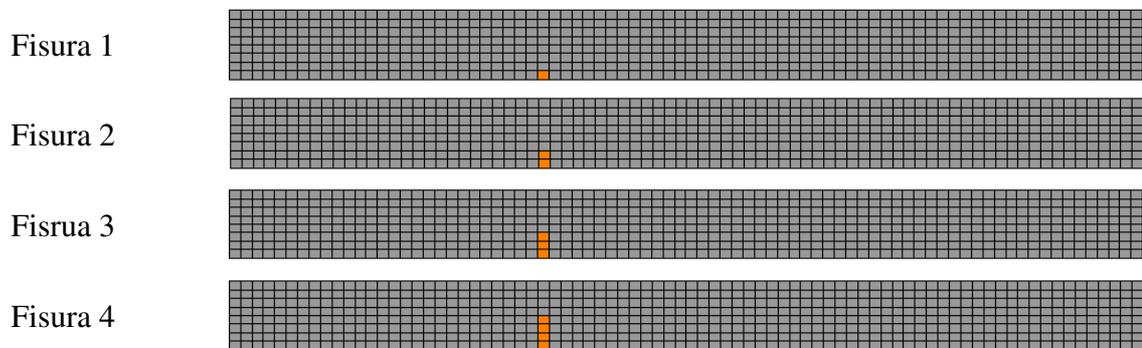


Figura 2. Profundidades de la fisura en una misma sección

Modo	Frecuencias [Hz]					Variación [%]			
	Sin Daño	Fisura 1	Fisura 2	Fisura 3	Fisura 4	Fisura 1	Fisura 2	Fisura 3	Fisura 4
1	59,0	58,3	56,7	54,2	51,1	1,2	4,0	8,2	13,4
2	207,4	205,2	200,1	193,0	184,9	1,1	3,5	6,9	10,8
3	317,5	317,3	317,1	317,0	316,8	0,1	0,1	0,2	0,2
4	518,1	518,1	517,7	516,5	513,7	0,0	0,1	0,3	0,9
5	801,6	791,0	766,8	734,0	699,2	1,3	4,3	8,4	12,8
6	962,1	962,0	961,4	959,9	956,6	0,0	0,1	0,2	0,6
7	1233,8	1219,9	1193,6	1166,0	1143,5	1,1	3,3	5,5	7,3
8	1508,3	1506,3	1500,0	1488,8	1472,4	0,1	0,6	1,3	2,4
9	1634,6	1634,3	1632,1	1626,1	1613,7	0,0	0,2	0,5	1,3
10	1715,3	1715,3	1715,2	1715,0	1714,7	0,0	0,0	0,0	0,0

Tabla 1. Resultados distintas profundidades de fisura en una misma sección

2.2 Variación de la frecuencia por la ubicación de la Fisura

La Figura 3 muestra los casos analizados. Se consideran 5 ubicaciones de fisuras prolongadas hasta la mitad de la altura de la viga. La Tabla 2 presenta las frecuencias naturales correspondientes a cada caso y su variación con respecto a la viga sin daño. Los

resultados evidencian que existe una variación significativa de las frecuencias al considerar la fisura en distintas ubicaciones. En particular, puede apreciarse que existe una variación importante en los dos primeros modos. La variación de la primera frecuencia resulta mayor cuando la fisura se ubica en el centro la luz y disminuye cuando se acerca al apoyo, mientras que la variación de la segunda frecuencia resulta mayor cuando la fisura se encuentra cerca del apoyo y disminuye cuando se acerca al centro del tramo.

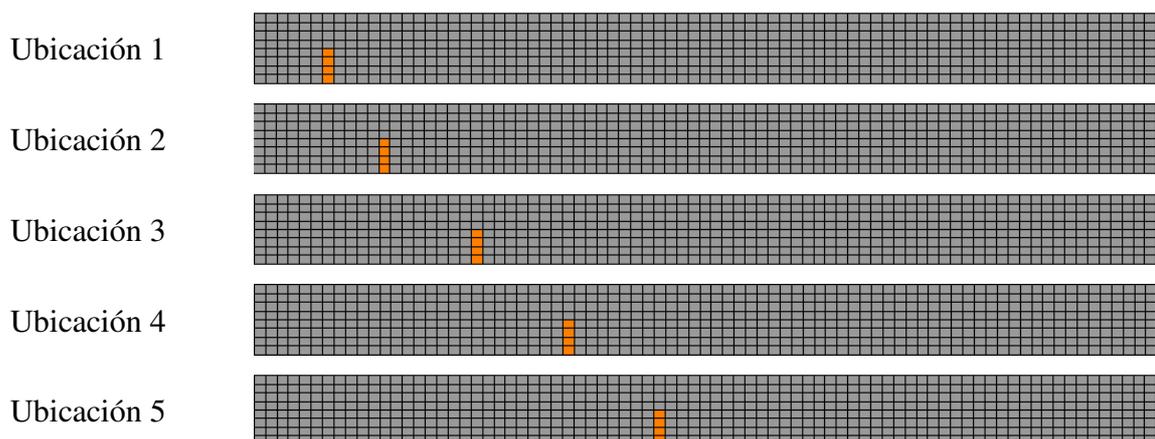


Figura 3. Ubicaciones de la fisura analizada

Modo	Frecuencias [Hz]						Variación [%]				
	Sin daño	Ubic. 1	Ubic. 2	Ubic. 3	Ubic. 4	Ubic. 5	Ubic. 1	Ubic. 2	Ubic. 3	Ubic. 4	Ubic. 5
1	59,0	58,5	57,1	53,9	51,1	49,6	0,9	3,3	8,7	13,4	15,9
2	207,4	158,7	162,5	169,3	184,9	202,5	23,5	21,6	18,3	10,8	2,3
3	317,5	257,3	284,7	311,5	316,8	316,7	19,0	10,3	1,9	0,2	0,3
4	518,1	509,1	513,0	503,4	513,7	452,6	1,7	1,0	2,8	0,9	12,7
5	801,6	758,1	757,4	796,2	699,2	737,6	5,4	5,5	0,7	12,8	8,0
6	962,1	873,6	948,4	933,7	956,6	959,7	9,2	1,4	3,0	0,6	0,2
7	1233,8	1210,1	1211,4	1188,9	1143,5	1200,3	1,9	1,8	3,6	7,3	2,7
8	1508,3	1470,3	1493,8	1347,5	1472,4	1489,1	2,5	1,0	10,7	2,4	1,3
9	1634,6	1591,9	1590,0	1609,2	1613,7	1524,6	2,6	2,7	1,6	1,3	6,7
10	1715,3	1714,5	1714,7	1713,0	1714,7	1714,0	0,0	0,0	0,1	0,0	0,1

Tabla 2. Resultados para distintas ubicaciones de la fisura

3 IDENTIFICACIÓN DEL DAÑO BASADO EN LA OPTIMIZACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO

Los resultados presentados en secciones anteriores indican que existe una relación entre el daño en una viga, representado en este caso por una fisura, y la variación de las frecuencias naturales. Con el objeto de desarrollar un procedimiento que permita localizar el daño a partir de mediciones de vibración se proponen y analizan dos alternativas, que en este trabajo se denominan: Optimización Completa y Optimización por Escenarios. La idea principal es calibrar las propiedades de un modelo numérico de una estructura utilizando mediciones de vibraciones. Se representa el daño a través de una disminución de su rigidez (reducción del módulo elástico) tomando como base el modelo de daño de Kachanov. En la Optimización Completa, se propone aplicar un algoritmo de optimización, sobre un modelo numérico de una estructura, que tenga como variables de ajuste los módulos elásticos de cada elemento del modelo y utilice una función objetivo que minimice la diferencia en las frecuencias naturales

del modelo a optimizar con las frecuencias medidas en la estructura a evaluar. En la Optimización por Escenarios, también se considera como variable de ajuste el módulo elástico. Pero en vez de ajustar las propiedades de todos los elementos del modelo, se restringe la búsqueda a distribuciones de módulos elásticos correspondientes a configuraciones o escenarios de daño definidos según el comportamiento estructural esperado.

En las siguientes secciones se discuten resultados encontrados en cada caso. En ambas alternativas el ajuste de las propiedades de cada elemento resulta muy costoso, por esta razón se propone dividir al modelo numérico en 20 regiones definidas por una misma propiedad del material, como se grafica en la

[Figura 4](#), donde cada región es identificada por un color.

3.1 Optimización Completa

El procedimiento propuesto aplicado a la localización de una fisura en la viga en estudio puede resumirse en los siguientes pasos: 1) determinación de las frecuencias naturales de la estructura a evaluar (con daño), 2) desarrollo de un modelo numérico de la estructura, 3) aplicación del algoritmo de optimización para la calibración del modelo utilizando como función objetivo el error entre las frecuencias naturales de la estructura a evaluar y las correspondientes al modelo numérico. La variable de calibración es el módulo elástico del material. Una vez que se alcanza la convergencia del proceso de optimización se espera obtener la distribución de los módulos elásticos en la viga, y con esto, la determinación del nivel de daño y su localización. Para la implementación de esta alternativa se utiliza el algoritmo de optimización directa multi-objetivo MODIR ([Campana et al, 2016](#)).

Para evaluar esta alternativa se analizan los resultados obtenidos sobre la viga con daño de la



[Figura 5](#). Al aplicar el procedimiento de optimización se espera que el algoritmo asigne el valor del módulo elástico del material original a las 19 regiones que no contienen la fisura y un valor de menor magnitud a la región la contiene. En la [Figura 6 \(a\)](#) se presentan los resultados obtenidos al definir como variables de optimización las 20 regiones, en otras palabras, las 20 regiones son incógnitas a optimizar. Debido a que existen múltiples distribuciones de módulos elásticos que definen vigas con las frecuencias naturales buscadas, los resultados no concuerdan con los esperados. Para reducir el universo de posibles soluciones, se propone definir como variables de optimización solamente las regiones inferiores de la viga. Esta idea se basa en que en las regiones superiores no se espera daño debido a la flexión en la viga. En la [Figura 6 \(b\)](#) se presentan los resultados obtenidos en este caso. Se observa nuevamente que el modelo calibrado no coincide con el buscado y que, por lo tanto, existe más de una distribución de módulos elásticos en las regiones inferiores que definen una viga con las frecuencias buscadas.

3.2 Optimización por Escenarios en base a frecuencias

Los resultados analizados en la sección anterior dejan en evidencia que existe más de una distribución de módulos elásticos en un mismo modelo que definen estructuras con las mismas frecuencias. Estas distribuciones de módulos elásticos pueden no tener ninguna relación con los posibles modos de falla de la estructura. Como consecuencia de esto, el procedimiento de optimización completa puede converger en localizaciones de daño imposible de materializarse. Por esta razón, se propone realizar un proceso de calibración del modelo numérico acotando el ajuste de las variables a configuraciones de daño, o escenarios, definidos a partir de los mecanismos de falla asociados al tipo de problema. En esta alternativa el procedimiento puede resumirse en los siguientes pasos: 1) determinación de las

frecuencias naturales de la estructura a evaluar (con daño), 2) desarrollo de un modelo numérico de la estructura, 3) determinación de las frecuencias naturales de la estructura con distintos escenarios de daño, 4) localización del daño basado en la selección del escenario cuyas frecuencias naturales presenten la menor diferencia o error respecto a las frecuencias determinadas en la estructura a evaluar.

La Figura 7 (a) y (b) presentan la viga en estudio con fisuras en distintas posiciones, y en la Tabla 3 las correspondientes frecuencias naturales. Se realiza un análisis basado en 5 escenarios que corresponden a los modelos definidos en la Figura 3. Para el caso de la viga en estudio se considera suficiente la evaluación del error basado en las 3 primeras frecuencias. En la Tabla 4 se indica el error medio entre las 3 primeras frecuencias naturales de las vigas (Caso 1 y Caso 2) y las frecuencias naturales de las vigas en los 5 escenarios de la Figura 3. El menor error para el Caso 1 se encuentra en el escenario 3, y para el Caso 2 en el escenario 5. Estos resultados permiten localizar el daño de manera razonable, disminuyendo considerablemente el costo computacional implicado en la aplicación de una optimización completa. Un mejor ajuste de resultados puede lograrse en base a un mayor número de escenarios.



Figura 4. Regiones de igual modulo elástico.



Figura 5. Viga con fisura analizada.

26.4%	26.4%	11.3%	10.1%	-15.6%	-38.7%	-63.2%	10.8%	26.4%	20.0%
23.6%	-11.6%	-24.4%	-61.7%	0.5%	1.5%	-15.7%	3.6%	26.3%	-4.8%

(a) Ajuste en todas las regiones.

0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
4.3%	1.0%	-15.5%	-81.6%	2.1%	4.3%	-23.3%	4.3%	4.3%	4.3%

(b) Ajuste en regiones inferiores.

Figura 6. Resultados de la Optimización Completa.



(a) Caso 1



(b) Caso 2

Figura 7. Casos analizados.

Modo	Frecuencias [Hz]	
	Caso 1	Caso 2
1	55,5	50,1
2	164,8	194,3
3	301,0	316,4

Tabla 3. Frecuencias naturales de correspondientes a los casos 1 y 2.

Caso	Error [%]					
	Sin daño	Escenario 1	Escenario 2	Escenario 3	Escenario 4	Escenario 5
Caso 1	10,5	8,6	3,3	3,0	8,2	11,8
Caso 2	7,2	19,9	14,3	7,8	2,4	1,7

Tabla 4. Resultado de Optimización por Escenarios.

3.3 Optimización por Escenarios en base a Espectros de Respuesta

El procedimiento expuesto en la sección anterior no permite localizar el daño en estructuras simétricas, donde el daño puede ubicarse a uno u otro lado del eje de simetría

generando las mismas frecuencias naturales. Por esta razón se propone una tercera alternativa basada en la respuesta dinámica de la estructura ante una excitación externa. La fuerza externa debe corresponder a una carga armónica con frecuencias que cubran de manera discreta el rango que incluya los escenarios de interés. Las mediciones de la respuesta se realizan en distintos puntos de la estructura. Para caracterizar el comportamiento de la estructura en todo el rango de excitación se utiliza el espectro de respuesta correspondiente a cada punto de medición. De esta manera, la respuesta queda caracterizada, no sólo por la valoración de las frecuencias naturales (picos en el espectro), sino también por la forma del espectro en todo el rango de interés. En resumen, en esta alternativa el procedimiento de localización puede resumirse en los siguientes pasos: 1) medición de la respuesta de la estructura con daño a una fuerza armónica con frecuencia variable dentro del rango de interés, 2) desarrollo de un modelo numérico de la estructura, 3) determinación de los espectros de respuesta de la estructura a evaluar y del modelo considerando los distintos escenarios de daño, 4) localización del daño basado en la selección del escenario cuyos espectros de respuesta generen el menor error respecto a los de la estructura a evaluar.

La Figura 8 presenta la viga analizada, el punto en el que aplica la fuerza armónica y los puntos donde se mide la aceleración. La componente de aceleración considerada es la vertical. La Figura 9 presenta los espectros de las aceleraciones verticales en cada punto para cada escenario de daño y el espectro de la viga dañada para el Caso 1 y el Caso 2. La Tabla 5 resume el error entre los espectros de la viga analizada y los espectros correspondientes a los distintos escenarios. El error es calculado como el promedio entre la diferencia de ordenadas del espectro de la viga analizada y cada escenario de daño, correspondiente a cada punto de medición de aceleraciones. Los resultados presentados permiten localizar el daño en la región correspondiente de la viga.

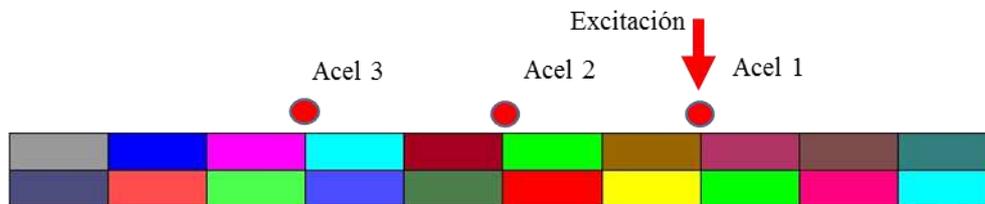


Figura 8. Puntos de medición de aceleraciones y de aplicación de la excitación.

4 CONCLUSIONES

A partir de los resultados presentados en este trabajo pueden elaborarse las siguientes conclusiones:

Al utilizar la frecuencia natural como parámetro para la evaluación del daño se debe comparar la magnitud de la variación de la frecuencia debido al daño esperado con la magnitud en las incertidumbres asociadas a la definición del modelo numérico.

Cuando se representa numéricamente el inicio del daño, la magnitud de la variación de la frecuencia es despreciable, y se vuelve importante cuando la fisura alcanza un desarrollo importante respecto a las dimensiones de la sección. Esto indica que para algunos esquemas de daño la variación de frecuencias puede ser baja, y por lo tanto, la frecuencia no sea una variable de evaluación sensible.

Para los niveles de daño analizados, las frecuencias naturales varían con la ubicación de la fisura. Las variaciones de los 2 primeros modos son las más importantes. La magnitud de la variación de la primera frecuencia es mayor cuando la fisura se acerca al centro y menor cuando se acerca al apoyo. Lo contrario sucede con la segunda frecuencia.

La localización del daño en base a la aplicación de un algoritmo de optimización, donde

deben ajustarse las propiedades de cada elemento o de regiones, arroja resultados erróneos. Esto se debe a que existe más de una distribución de módulos elásticos en un mismo modelo asociados a un conjunto de frecuencias naturales. Por esta razón, en este trabajo se propone realizar calibraciones del modelo numérico basados en escenarios o configuraciones de daño que puedan desarrollarse en la estructura a analizar.

La utilización de la frecuencia natural como parámetro de ajuste arroja resultados aceptables, pero no permite realizar la localización en estructuras simétricas. Este problema puede resolverse con la utilización de los espectros de respuesta para el ajuste del modelo. Además, el espectro de respuesta permite realizar una valoración de la respuesta en todo el rango de frecuencias de interés, a diferencia de la utilización de las frecuencias naturales que solamente permite una comparación de valores discretos.

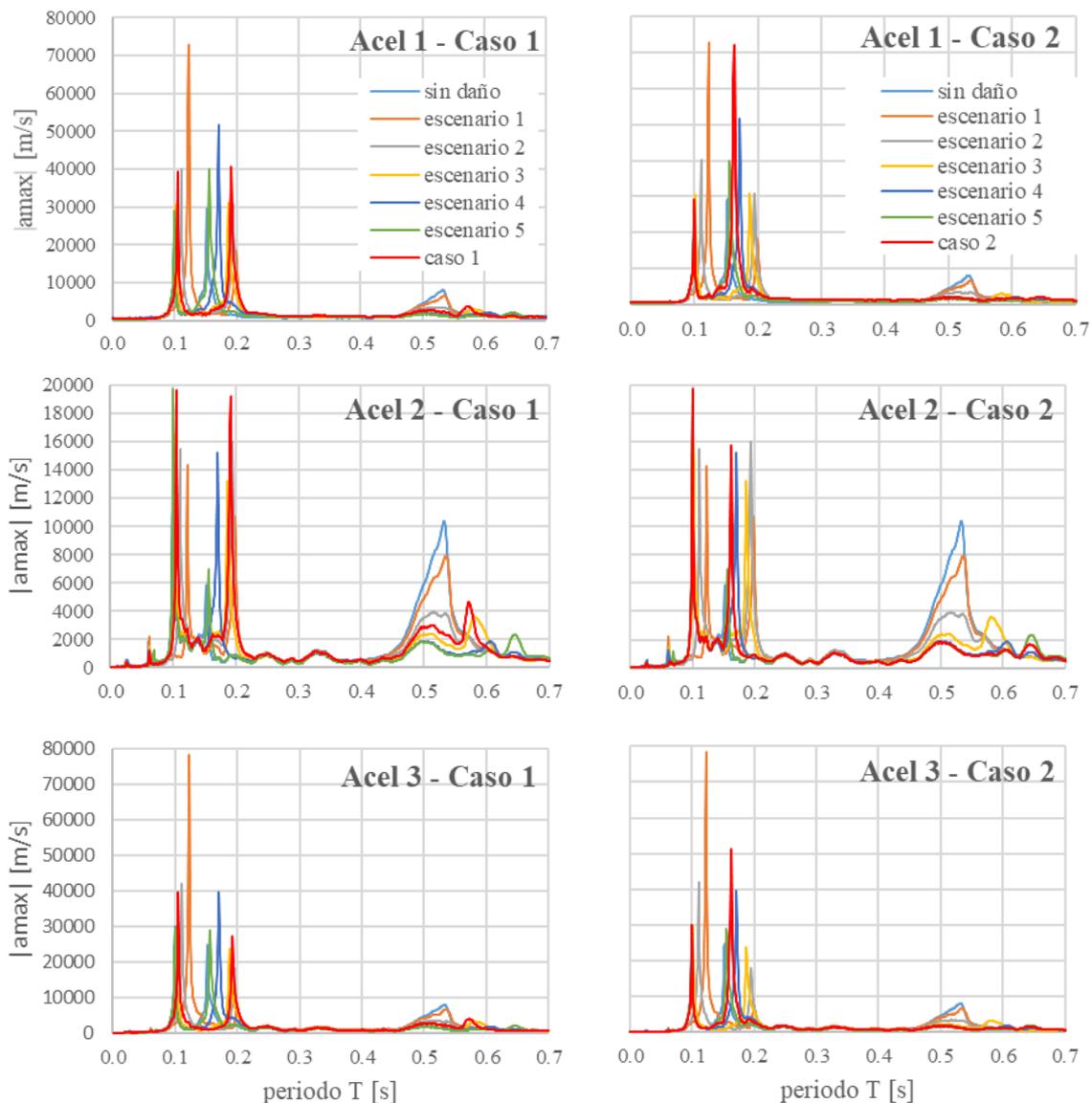


Figura 9. Comparación de espectros de respuesta para el Caso 1 y Caso 2

Caso	Error [%]					
	Sin daño	Escenario 1	Escenario 2	Escenario 3	Escenario 4	Escenario 5
Caso 1	51	42	16	21	33	46

Caso 2	59	69	50	38	16	23
--------	----	----	----	----	----	----

Tabla 5. Resultados de Optimización por Escenarios en base a Espectros de Respuesta.

5 REFERENCIAS

Adams, D. E., 2007. Health Monitoring of Structural Materials and Components. Chichester: John Wiley y Sons Ltd.

Andreus, U. y Baragatti, P., 2011. Cracked beam identification by numerically analysing the nonlinear behaviour of the harmonically forced response. *Journal of Sound and Vibration*, Volumen 330, pp. 721-742.

Benedetti, A., Pignagnoli, G., y Tarozzi, M. Damage identification of cracked reinforced concrete beams through frequency shift. *Materials and Structures*, 51:147, 2018.

Campana, E. F., Diez, M., Liuzzi, G., Lucidi, S., Pellegrini, R. Piccialli, Rinaldi, F, Serani, A. A Multi-Objective Direct algorithm for ship hull optimization. *Computational optimization and applications*, 41:53-72, 2016.

Dessi, D. y Camarlengo, G., 2015. Damage identification techniques via modal curvature analysis: Overview and comparison. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 52(53), pp. 181-205.

Doebling, S. W., Farrar, C. R. y Prime, M. B., 1998. A Summary Review of Vibration-Based Damage Identification Methods. *The Shock and Vibration Digest*, March, Volumen 30, pp. 91-105.

Ercolani, G. D., Félix, D. H., y Ortega, N. F. Crack detection in prestressed concrete structures by measuring their natural frequencies. *Journal of Civil Structural Health Monitoring*, 2018.

Guillich, G. R. y Praisach, Z. I., 2014. Modal identification and damage detection in beam-like structures using the power spectrum and time–frequency analysis. *Signal Processing*, 96(A), pp. 29-44.

Jassim, Z. A., Ali, N. N., Mustapha, F. y Abdul Kalil, N. A., 2013. A review on the vibration analysis for damage occurrence of a cantilever beam. *Engineering Failure Analysis*, Volumen 31, pp. 442-461.

Kachanov, L. M., 1958. Time of the rupture process under creep conditions. *Izv. Akad. Nauk. SSSR, Otd. Tekhn. Nauk*, pp. 26-31.

Montazer, M. y Seyedpoor, S. M., 2014. A new flexibility based damage index for damage detection of truss structures. *Shock and Vibration*, Volumen 2014, p. 12 pag.

Pastor, M., Binda, M. y Harcarik, T., 2012. Modal Assurance Criterion. *Procedia Engineering*, Volumen 48, pp. 543-548.

PLCD Manual. Non-linear thermomechanic finite element code oriented to PhD student education, code developer at CIMNE, 1991 – to present.

Stubbs, N., Kim, J. T. y Charles, R., 1995. Field verification of a nondestructive damage localization and severity estimation algorithm. *Nashville, TN, s.n.*, pp. 210-218.

Tenenbaum, R. A., Stutz, L. T. y Fernandes, K. M., 2011. Comparison of vibration and wave propagation approaches applied to assess damage influence on the behavior of Euler-Bernoulli beams. *Computers and Structures*, Volumen 89, pp. 1820-1828.

Wang, D., Wei, X. y Zhu, H., 2014. Damage identification in beam type structures based on statistical moment using a two step method. *Journal of Sound and Vibration*, Volumen 333, pp. 745-760.

Wang, L., Zhou, X., Liu, H. y Yan, W., 2012. Damage detection of RC beams based on experiment and analysis of nonlinear dynamic characteristics. *Construcción and Building Materials*, Volumen 29, pp. 420-427.