

## COMPORTAMIENTO DE ESTRUCTURAS LONGITUDINALES ENTERRADAS SOMETIDAS A ONDAS DE CORTE

### BEHAVIOR OF BURIED LONGITUDINAL STRUCTURES SUBJECTED TO SHEAR WAVES

Franco P. Soffiatti<sup>a,b</sup>, Diego F. Turello<sup>b,c</sup> y Federico Pinto<sup>a,c</sup>

<sup>a</sup> *Instituto de Estudios Avanzados en Ingeniería y Tecnología (UNC - CONICET), Av. Vélez Sarsfield  
1611, Córdoba, Argentina, fpsoffiatti@conicet.gov.ar*

<sup>b</sup> *Universidad Católica de Córdoba – FI, Av. Armada Argentina 3555, Córdoba, Argentina*

<sup>c</sup> *Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales – Universidad Nacional de Córdoba, Argentina*

**Palabras clave:** Respuesta sísmica, Interacción cinemática, Interacción suelo-estructura.

**Resumen.** La respuesta sísmica de estructuras longitudinales enterradas es mayormente controlada por la interacción cinemática. En la práctica, los efectos sísmicos son tenidos en cuenta mediante patrones de deformación impuestos a la estructura por el medio circundante, aproximados como ondas simples, ignorando la rigidez estructural e introduciendo aproximaciones cinemáticas que permiten una evaluación directa de las demandas sísmicas. Los métodos habituales consideran el comportamiento estructural mediante modelos de vigas considerando hipótesis de Euler – Bernoulli para el comportamiento flexional, y modelos de corte puro para el comportamiento transversal, introduciendo de esta manera aproximaciones inconsistentes entre sí. En este trabajo se presenta una solución analítica consistente que, en el límite permite obtener las soluciones simplificadas de la literatura y representar comportamientos intermedios. La solución analítica es validada con un modelo numérico de elementos de viga embebidos. Mediante un análisis paramétrico se evalúan las demandas cinemáticas en función de la longitud de onda sísmica y del contraste de rigidez con el medio.

**Keywords:** Seismic response, Kinematic interaction, Soil-Structure Interaction.

**Abstract.** The seismic response of buried longitudinal structures is mainly controlled by kinematic interaction. In practice, seismic effects are accounted for by imposing simplified deformation patterns to the structure approximated as simple harmonic waves, ignoring the structural stiffness and introducing kinematic approximations that allow a straightforward evaluation of demands. Current practice generally relies on the Euler-Bernoulli hypothesis for bending behavior, and pure shear deformations for transverse demands, which results in an inconsistent approximation. This article presents an alternative approach, whereby a consistent kinematic approximation is considered, which coincides with the solutions used in practice for limiting conditions. Results are compared with a numerical model by means of embedded beam elements in order to validate the proposed solution. A parametric analysis is carried out in order to evaluate kinematic demands as a function of shear wavelength and stiffness contrast with the ground.

## 1 INTRODUCCIÓN

Tradicionalmente, la percepción dentro de la comunidad ingenieril ha sido que las estructuras enterradas no requerían ser diseñadas para resistir esfuerzos sísmicos, dado que éstas se deforman con el terreno debido a su menor masa comparada con la del medio circundante (Hashash et al., 2001). Sin embargo, varios sismos recientes provocaron daños significativos en estructuras enterradas; por ejemplo, el terremoto de Kobe de 1995 (Huo et al., 2006).

La evaluación de las demandas sísmicas de estructuras subterráneas sigue la definición de un patrón de deformación de campo libre y un análisis de interacción cinemática de la estructura con el medio (por ejemplo, Kramer, 1996). Se puede realizar un análisis preliminar ignorando la presencia física del túnel, asumiendo que seguirá el mismo patrón de deformación que el campo libre. Este enfoque se basa en la teoría de propagación de ondas en un medio elástico, (St. John and Zahrah, 1987). Las deformaciones del terreno en campo libre debidas a un evento sísmico se estiman sobre la base de una onda plana armónica, y la estructura subterránea es diseñada para acomodarse a los desplazamientos impuestos (Hashash et al., 2001). Sin embargo, este método es conservador dependiendo de la rigidez relativa entre la estructura y el suelo circundante (Hashash et al., 1998). En general, se reconoce que la interacción cinemática es un componente clave en la respuesta general, ya que la rigidez de la estructura modifica el movimiento del terreno de campo libre (Zhao et al., 2018).

La respuesta sísmica total se puede subdividir en componentes de interacción cinemática y dinámica (inercial). Los efectos dinámicos a menudo se ignoran, dada la inercia de masa generalmente pequeña del túnel con respecto a la masa del suelo circundante (Hashash et al., 2001). En este trabajo la interacción dinámica no es considerada.

Para el análisis en campo libre, los métodos de diseño utilizados en la práctica consideran la hipótesis de Euler – Bernoulli para el comportamiento flexional y deformaciones de corte puro para el comportamiento transversal, introduciendo aproximaciones inconsistentes entre sí. Numerosos autores obtuvieron expresiones analíticas teniendo en cuenta la interacción suelo – estructura (ISE) considerando modelos de vigas esbeltas apoyados sobre fundaciones elásticas representadas a través de la teoría de Winkler, mediante resortes longitudinales independientes (St. John y Zahrah, 1987). Para resolver las inconsistencias mencionadas, se formularon modelos de viga de Timoshenko sobre fundaciones elásticas (Sánchez-Merino et al., 2009) que permite la evaluación de las deformaciones de corte, aunque sin considerar las restricciones rotacionales del medio.

En este artículo se presenta un modelo de viga de Timoshenko en un lecho elástico sometido a ondas de corte que permite tener en cuenta restricciones transversales y rotacionales. El medio es modelado con resortes de Novak (Novak et al., 1978) modificados para representar casos con longitudes de ondas sísmicas finitas y producir valores no triviales para el comportamiento estático. En el límite, la solución propuesta permite representar las soluciones simplificadas de la literatura de manera consistente, admitiendo comportamientos intermedios donde se presentan tanto deformaciones de corte como flexionales. Los resultados son validados mediante un modelo numérico de elementos de viga embebidos (EVE). Se realiza un análisis paramétrico con el objeto de investigar las demandas cinemáticas en función de la longitud de onda sísmica y del contraste de rigidez entre el medio y la estructura.

## 2 SOLUCIÓN ANALÍTICA

### 2.1 Planteo del problema

Cuando una onda de corte (Figura 1a) viaja paralela al eje longitudinal de una estructura subterránea (por ej., túneles, chimeneas, líneas de vida, etc.) (Figura 1b), se genera una

deformación impuesta cinemáticamente que produce curvaturas y distorsiones de corte.

En la práctica ingenieril (FHWA, 2009), la evaluación de demandas sísmicas en túneles sigue un enfoque de Euler – Bernoulli para curvaturas y deformación pura de corte para obtener distorsiones (St. John and Zahrah, 1987), lo cual lleva a fuertes inconsistencias en los resultados (Pinto et al, 2015). En la presente investigación se propone un enfoque analítico para determinar la respuesta longitudinal a ondas de corte en estructuras esbeltas enterradas, a través de una viga de Timoshenko sobre un modelo de fundación de Winkler con resortes transversales y rotacionales.

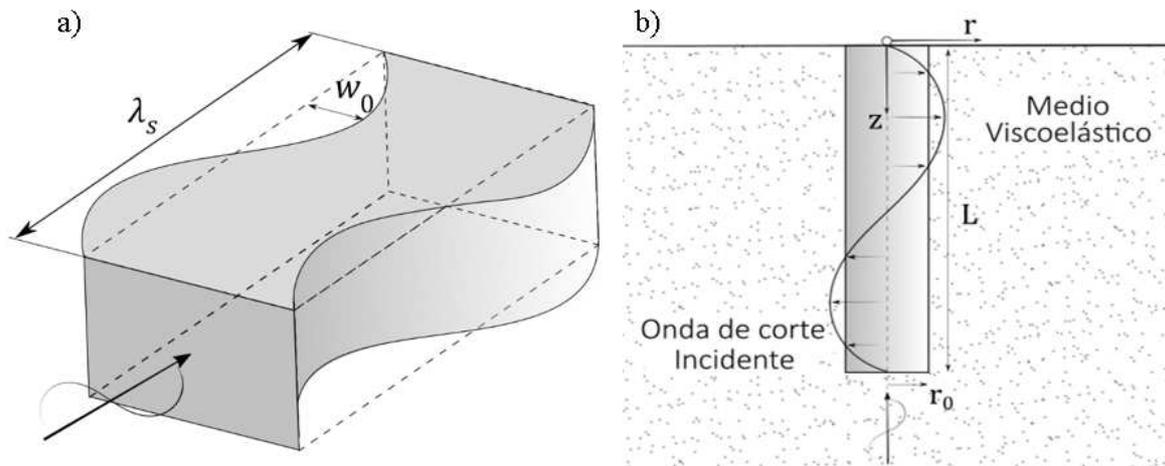


Figura 1- a) Modelo de onda simple de corte; b) Estructura sometida a onda de corte

## 2.2 Teoría de Timoshenko

La teoría de vigas de Timoshenko asume que las secciones se mantienen planas luego de deformarse (Timoshenko, 1970). En este tipo de vigas, la pendiente de la deformada, no depende sólo de la rotación seccional, sino también de la deformación de corte de la misma (Figura 2a), y puede ser obtenida como:

$$\frac{dw_e}{dx} = \beta_e(x) + \gamma_e(x) \quad (1)$$

donde  $w_e'$  = pendiente de la deformada del eje neutro,  $\beta_e$  = rotación de la sección y  $\gamma_e$  = distorsión de corte en un plano perpendicular al eje longitudinal. Por lo tanto, el momento flector y el corte pueden ser evaluados como:

$$M = -EI \frac{d\beta_e}{dx} = -EI \kappa_e \quad (2)$$

$$Q = GA_k \left( \frac{dw_e}{dx} - \beta_e \right) = GA_k \gamma_e \quad (3)$$

con  $M$  = momento flector,  $EI$  = rigidez a flexión,  $E$  = módulo de Young,  $I$  = momento de inercia,  $\kappa_e$  = curvatura del eje longitudinal;  $Q$  = esfuerzo de corte,  $GA_k$  = rigidez al corte,  $G$  = módulo de corte y  $A_k$  = área efectiva, determinada por consideraciones energéticas según Bathe (1996), con un coeficiente de corte  $k = 0,5$  para secciones anulares;  $k_w$  = resorte transversal del medio y  $k_\beta$  = resorte rotacional.

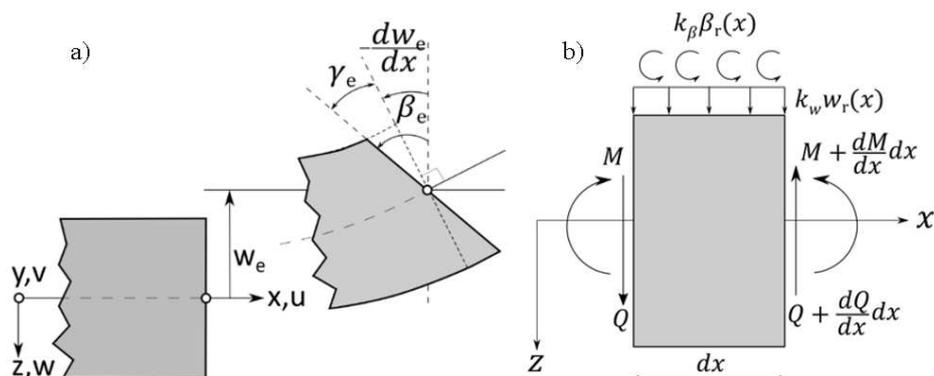


Figura 2 – a) Viga de Timoshenko; b) Diferencial de viga

### 2.3 Viga de Timoshenko sobre fundación elástica

Se pueden considerar los efectos de interacción entre la estructura y el medio a través de resortes independientes (Winkler, 1867) donde las deflexiones del sistema son linealmente proporcionales a la presión de contacto en un punto determinado. Haciendo una extensión del concepto anterior, se considera al medio capaz de restringir las rotaciones. Las fuerzas de interacción son modeladas como:

$$q = k_w w, \quad m = k_\beta \beta \quad (4)$$

donde  $q$  = fuerza distribuida transversal,  $w$  = desplazamientos transversales,  $m$  = momento distribuido y  $\beta$  = ángulo de rotación. Los resortes,  $k_w$  y  $k_\beta$ , son obtenidos mediante formulaciones analíticas basadas en el trabajo de Novak et al (1978) modificadas para considerar desplazamientos fuera de plano debido al paso de ondas (Soffiatti & Pinto, 2019). Para el análisis sísmico, se consideran desplazamientos y rotaciones relativas entre el medio y la estructura:

$$w_r = w_e - w_{cl}, \quad \beta_r = \beta_e - \beta_{cl} \quad (5)$$

donde  $w_r$  y  $\beta_r$  son los desplazamientos y giros relativos, mientras que  $w_{cl}$  y  $\beta_{cl}$  son los desplazamientos y rotaciones de campo libre. El equilibrio diferencial (Figura 2b) resulta en las siguientes expresiones:

$$\frac{dQ}{dx} = -q + k_w w_r, \quad \frac{dM}{dx} = Q + m - k_\beta \beta \quad (6)$$

Considerando las relaciones constitutivas junto a las ecuaciones de equilibrio, se obtiene la ecuación diferencial que gobierna el comportamiento de una viga de Timoshenko sobre fundación elástica con rigidez transversal y rotacional:

$$\frac{d^4 \beta_e}{dx^4} - \left( \frac{k_\beta}{EI} + \frac{k_w}{GA_\kappa} \right) \frac{d^2 \beta_e}{dx^2} + \left( \frac{k_\beta}{EI} + \frac{k_w k_\beta}{EIGA_\kappa} \right) \beta_e = \frac{k_w}{EI} \frac{dw_{cl}}{dx} \quad (7)$$

El problema se reduce de esta manera a una ecuación diferencial lineal de cuarto orden a coeficientes constantes en función de los giros de las secciones.

La solución homogénea del problema se obtiene a través de cuatro posibles raíces que, según el planteo se obtienen como:

$$\lambda_i = \pm \sqrt{\left( \frac{k_\beta}{2EI} + \frac{k_w}{2GA_\kappa} \right) \pm \sqrt{\left( \frac{k_\beta}{2EI} + \frac{k_w}{2GA_\kappa} \right)^2 - \left( \frac{k_w}{EI} + \frac{k_w k_\beta}{EIGA_\kappa} \right)}} \quad i = 1,2,3,4 \quad (8)$$

La teoría de Winkler muestra la existencia de una longitud crítica  $L_c$  a partir de la cual, la estructura se comporta como si fuera infinitamente larga (por ej., Hsiung et al. 2006). Se propone como parámetro característico a los valores reales de la inversa de la media geométrica:

$$L_c = Re(\sqrt[4]{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4})^{-1} \quad (9)$$

De esta manera la solución homogénea se escribe como:

$$\beta_e^h(x) = A_1 e^{\lambda_1 x} + A_2 e^{\lambda_2 x} + A_3 e^{\lambda_3 x} + A_4 e^{\lambda_4 x} \quad (10)$$

donde  $A_1, A_2, A_3, A_4$  son determinados por medio de las condiciones de borde.

La solución particular se obtiene sometiendo al medio a un patrón de desplazamientos producido por una onda de corte simple, para lo cual el medio debe ser infinitamente rígido a flexión, lo que exige  $k_\beta$  distinto de cero. En estas condiciones, un evento sísmico generará un campo de desplazamientos constituido solo por desplazamientos transversales a la dirección de propagación de la onda y las rotaciones resultarán despreciables, siendo  $\beta_{ff} = 0$ . Considerando:

$$w_{cl} = w_0 \sin(k_s x) \quad (11)$$

donde  $k_s = 2\pi/\lambda_s$  es el número de onda de la onda sísmica y  $\lambda_s$  = longitud de la onda de corte. La función particular de respuesta propuesta es,

$$\beta_e^p = B \cos(k_s x) \quad (12)$$

donde  $B$  = amplitud de las rotaciones. Sustituyendo  $\beta_e^p$  en Ecuación 7, se llega a que,

$$B = \frac{\frac{k_w}{EI} k_s w_0}{k_s^4 + \frac{k_w}{EI} \left( \frac{k_b}{k_w} + \frac{EI}{GA_k} \right) k_s^2 + \frac{k_w}{EI} \left( 1 + \frac{k_b}{GA_k} \right)} \quad (13)$$

Una vez que se obtienen las soluciones homogénea y particular, la solución completa se determina mediante la suma de ambas. En este estudio se proponen condiciones de borde de corte y momento nulo en los extremos.

### 3 VALIDACIÓN DEL MODELO ANALÍTICO PROPUESTO

#### 3.1 Descripción del modelo numérico

Con el objetivo de verificar la precisión de la formulación analítica propuesta, la misma es contrastada con un modelo de elementos de viga embebidos (EVE) en un medio sólido previamente validado (Turello et al, 2016). Se comparan las curvaturas normalizadas y las distorsiones de corte obtenidas mediante ambos modelos.

La formulación EVE vincula dos tipos de elementos finitos con diferente aproximación cinemática, los elementos de sólido y de vigas, en un elemento de viga embebido que compatibiliza los desplazamientos en la superficie de interacción suelo-estructura, considerando adherencia perfecta en la interfaz. Para el caso elástico, los Grados de Libertad (GDL) de vigas se condensan totalmente en los GDL de sólido, quedando de esta forma expresado solo en función de estos últimos.

En la formulación mecánica de estos EVE se puede introducir un término adicional que modela constitutivamente el salto de desplazamiento en la superficie de interacción, lo que permite modelar los desplazamientos relativos en las inmediaciones del túnel debido a deformaciones en el suelo cercano a la estructura.

El problema es modelado mediante un túnel de hormigón cuyas dimensiones y propiedades mecánicas son: radio,  $R = 7,50$  m,  $E = 21$  GPa, módulo de Poisson  $\nu = 0,15$  y  $e = 0,50$  m. Las

propiedades mecánicas del medio son  $E_s = 500$  MPa,  $\nu_s = 0,20$ ,  $k_\beta = 1,7 \times 10^5$  MPa y  $k_w = 750$  MPa. El medio es sometido a una onda de corte con  $w_0 = 1$  m y  $\lambda_s = 750$  m. La longitud característica del problema es  $L_c = 9,2$  m. El medio sólido es modelado mediante elementos hexaédricos de ocho nodos, mientras que el elemento de viga es de dos nodos (Turello, 2016).

### 3.2 Comparación de resultados

Las curvaturas normalizadas ( $\kappa L_c^2/w_0$ ) se presentan en función de la longitud normalizada de la estructura en la Figura 3. Puede observarse que el modelo analítico propuesto y el modelo de elementos embebidos presentan significativa correspondencia tanto en la distribución longitudinal como en los valores absolutos, donde la solución propuesta muestra resultados en el orden del 5% superiores, en los extremos de la estructura.

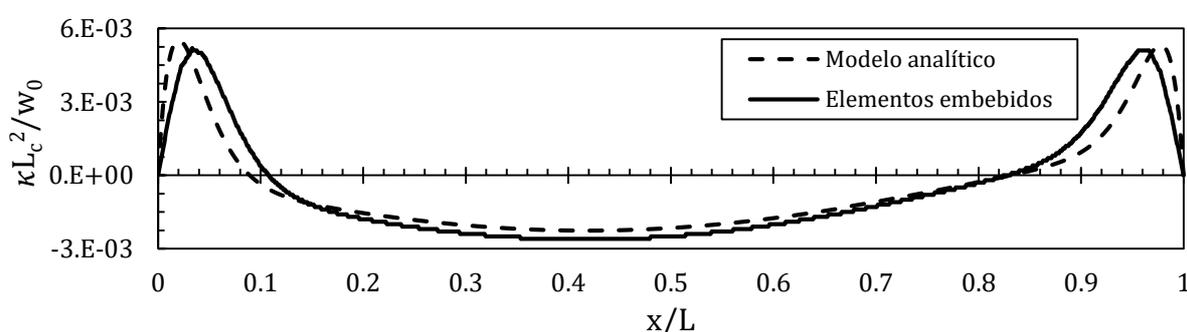


Figura 3 – Distribución longitudinal de las curvaturas normalizadas

En la Figura 4 se plasman las distorsiones de corte normalizadas ( $\gamma L_c/w_0$ ), en función de la longitud normalizada de la estructura. Puede observarse que el modelo numérico y el modelo analítico propuesto presentan una distribución longitudinal sin diferencias significativas. Las deformaciones de corte obtenidas analíticamente son 5% mayores que las distorsiones obtenidas mediante elementos embebidos.

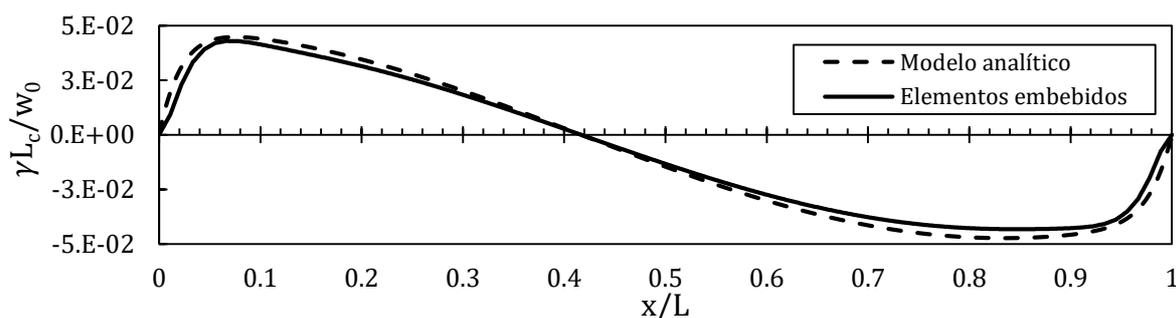


Figura 4 – Distribución longitudinal de las distorsiones de corte normalizadas

## 4. ANÁLISIS PARÁMETRICO

Con el objeto de indagar en el comportamiento de estructuras esbeltas enterradas sometidas a ondas de corte, se evalúa el túnel mediante la solución propuesta, analizando la variación de las demandas cinemáticas en función del contraste de rigidez con el medio y de la relación entre la longitud de onda y la longitud de la estructura. El modelo analítico desarrollado es válido para casos en que  $E/E_s \geq 5$  y para relaciones  $L/R \approx 1,5L_c$ , valor a partir del cual los extremos de la estructura se desacoplan y las respuestas de los bordes no se influyen mutuamente; además, estructuras con relaciones menores no se comportan como vigas esbeltas.

#### 4.1 Análisis de curvaturas

En la [Figura 5](#) se muestran las máximas curvaturas en función del contraste de rigidez para los diferentes  $\lambda_s/L$ . Puede verse que, cuando  $\lambda_s/L=0,4$  y  $\lambda_s/L=1,0$  las máximas curvaturas se alcanzan para  $E/E_s=1000$ , mientras que, las máximas demandas para  $\lambda_s/L=1,0$ , se desarrollan para  $E/E_s=100$ . Puede observarse que, mientras más cortas son las ondas sísmicas respecto a la longitud de la estructura, inducen mayores demandas flexionales.

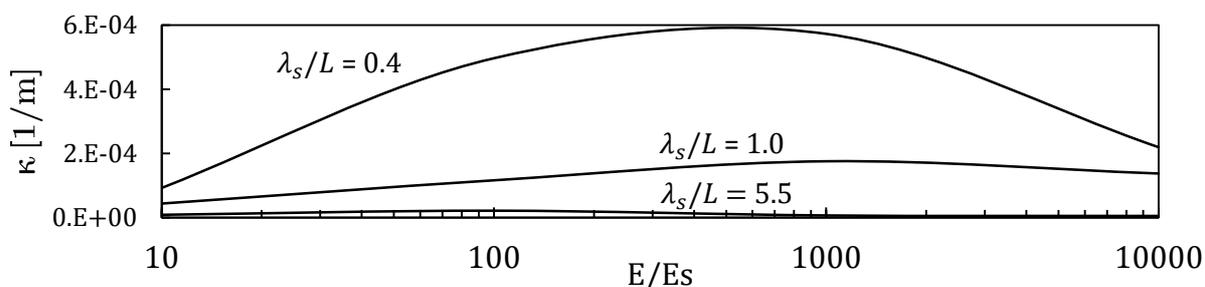


Figura 5 – Máximas curvaturas en función de  $E/E_s$  y  $\lambda_s/L$

En la [Figura 6](#) se muestra la variación longitudinal de las curvaturas normalizadas para distintos contrastes de rigidez al someter a la estructura al paso de una onda tal que  $\lambda_s/L=0,4$ . Para  $E/E_s=100,1000$  y  $10000$  los máximos valores se alcanzan en el interior de la estructura entre  $x/L=0,3$  y  $0,8$ , mientras que para  $E/E_s=10$ , el máximo valor de curvatura se da en  $x/L=0,02$ .

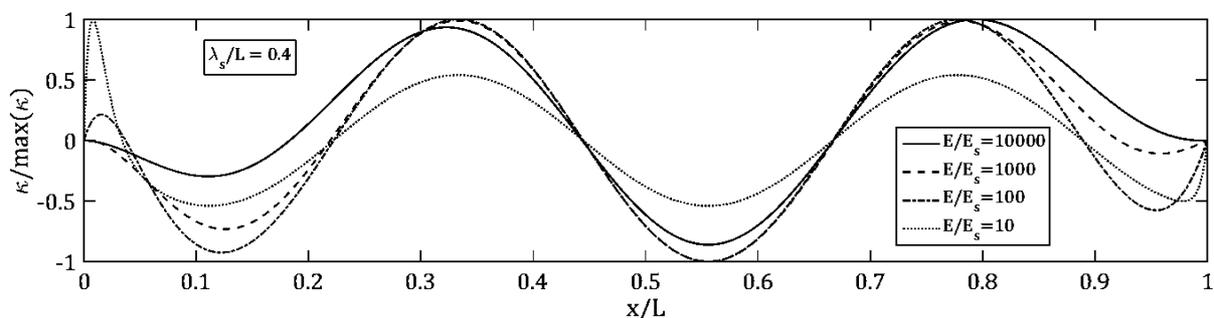


Figura 6 – Variación longitudinal de curvaturas para  $\lambda_s/L=0.4$

En la [Figura 7](#) se muestran las curvaturas normalizadas en función de  $x/L$  cuando la onda sísmica es de igual longitud que la estructura. Se puede observar que los máximos valores se dan en  $x/L=0,28$  y  $x/L=0,72$  para contrastes  $E/E_s=100,1000$  y  $10000$ , mientras que la máxima curvatura se da nuevamente en  $x/L=0,02$  para  $E/E_s=10$ .

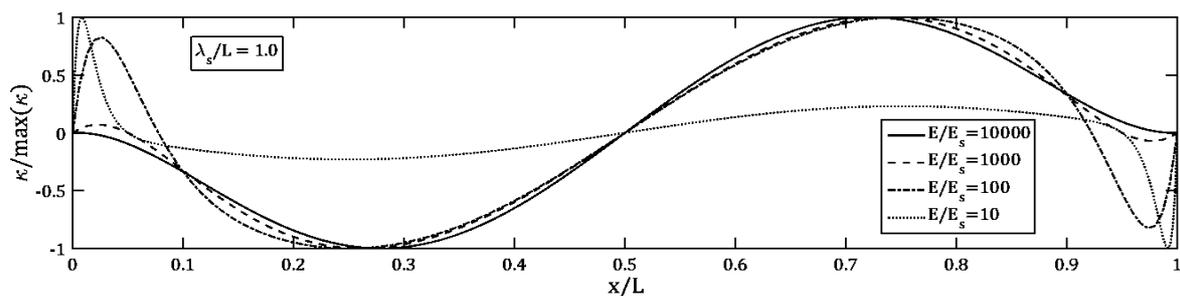


Figura 7 - Variación longitudinal de curvaturas para  $\lambda_s/L=1.0$

En la **Figura 8** se muestra que las curvaturas normalizadas alcanzan el máximo valor en  $x/L=0,02$  y  $x/L=0,03$  para  $E/E_s=10$  y  $E/E_s=100$  respectivamente. Cuando el contraste de rigidez es  $E/E_s=1000$ , aparecen dos picos, uno en  $x/L=0,6$  y otro en  $x/L=0,88$ . Finalmente cuando  $E/E_s=10000$ , el máximo valor se da en  $x/L=0,68$ .

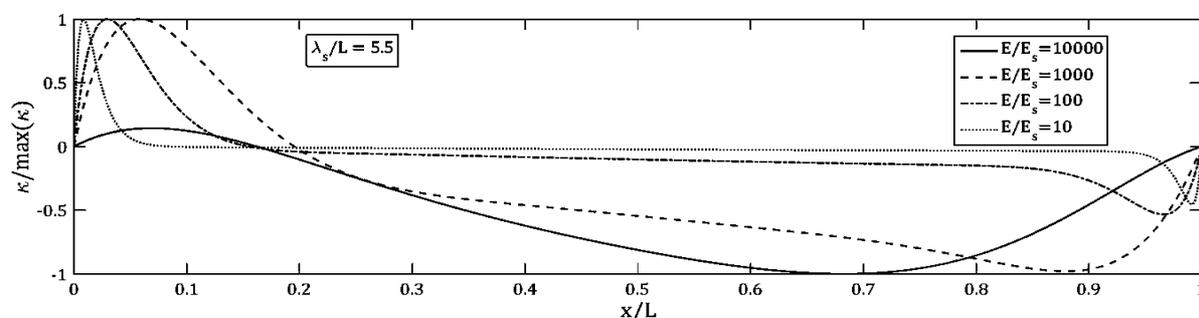


Figura 8 - Variación longitudinal de curvaturas para  $\lambda_s/L=5.5$

## 4.2 Análisis de distorsiones de corte

En la **Figura 9** se pueden observar las máximas distorsiones de corte en función del contraste de rigidez para distintas longitudes de onda de corte. Puede observarse que las mayores distorsiones se alcanzan para  $\lambda_s/L=0,4$  y las mínimas en este caso, para  $\lambda_s/L=5,5$ . Se puede ver que, mientras menor es la longitud de onda respecto a la estructura, mayores tienden a ser las distorsiones. También se observa en la **Figura 9**, que mayores son las demandas de corte mientras más rígido es el medio.

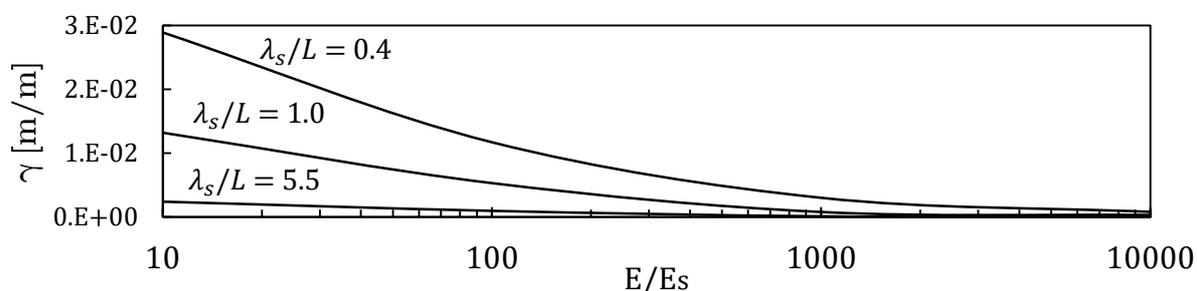


Figura 9 - Máximas distorsiones de corte en función de  $E/E_s$  y  $\lambda_s/L$

En la **Figura 10** se grafican las distorsiones de corte normalizadas en función de la longitud de la estructura para distintos contrastes de rigidez cuando  $\lambda_s/L=0,4$ . Se puede ver que en todos los casos las distorsiones máximas se alcanzan en  $x/L=0,45$ , pero cuando  $E/E_s=10$  y  $E/E_s=100$ , aparece un pico adicional en  $x/L=0,89$ .

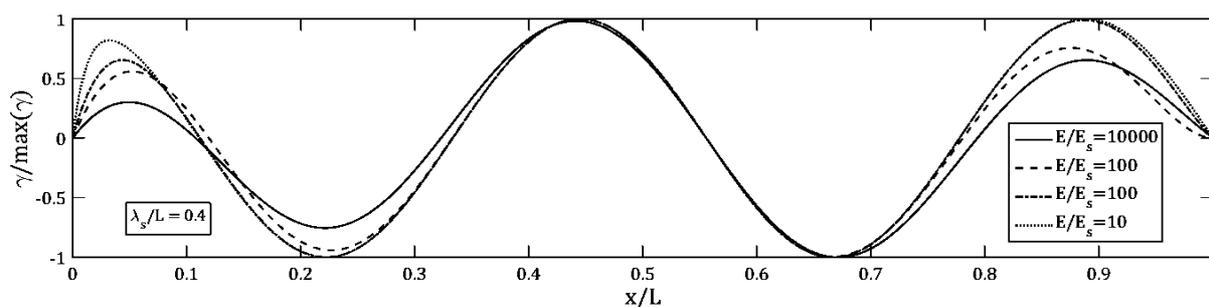


Figura 10 - Variación longitudinal de curvaturas para  $\lambda_s/L=0.4$

El comportamiento longitudinal de las distorsiones cortantes puede verse en la [Figura 11](#) para los contrastes de rigidez analizados cuando  $\lambda_s/L=1,0$ . Nuevamente se observa que las distorsiones máximas se dan en la zona media de la estructura, en este caso, para  $x/L=0,5$ . También se puede ver que mientras más rígido es el medio, tienden a aparecer picos secundarios en los bordes de la estructura.

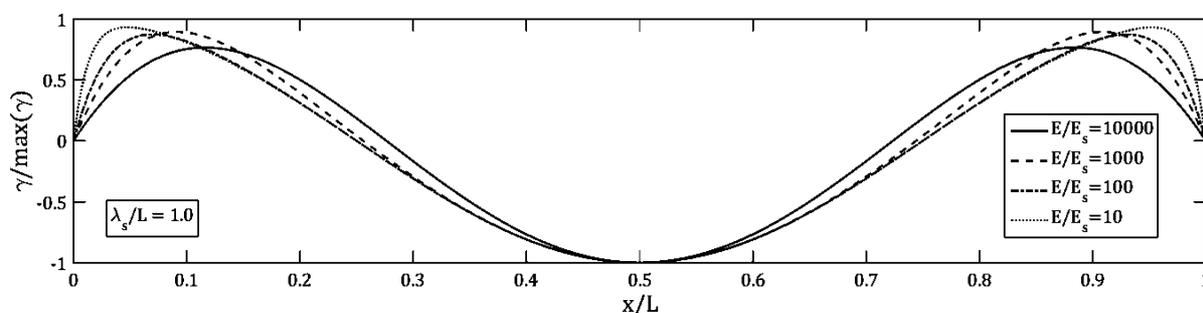


Figura 11 - Variación longitudinal de curvaturas para  $\lambda_s/L=1,0$

En la [Figura 12](#), las distorsiones de corte a lo largo de la estructura son presentadas para  $\lambda_s/L=5,5$ . Puede observarse que, para  $E/E_s=10000$ , las máximas demandas de corte se dan en  $x/L=0,2$  y en  $x/L=0,93$ , mientras que en los casos restantes, no se observan picos marcados, sino que las máximas distorsiones se desarrollan en una zona extendida entre  $x/L=0,05$  y  $x/L=0,3$ .

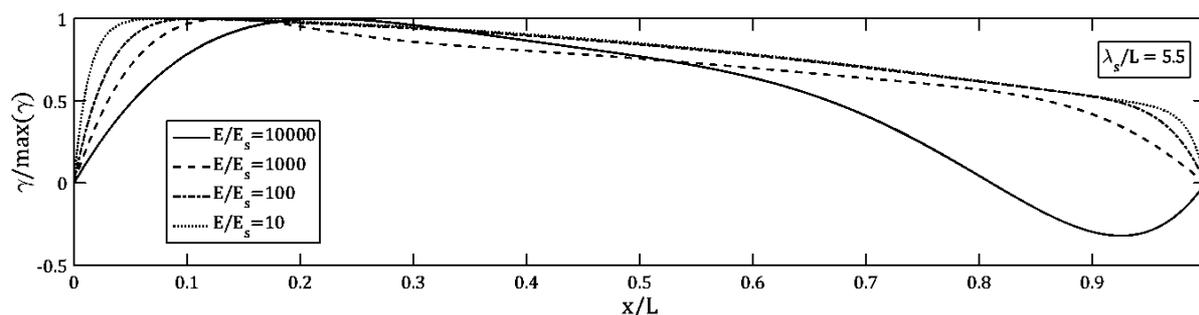


Figura 12 - Variación longitudinal de curvaturas para  $\lambda_s/L=5,5$

## 5 CONCLUSIONES

Se desarrolló una formulación analítica para el análisis de estructuras longitudinales sometidas a ondas de corte. La solución fue validada contra un modelo numérico de elementos embebidos de viga en sólidos. El modelo analítico propuesto muestra un muy buen ajuste a los resultados obtenidos mediante los EVE, con diferencias menores al 5% en los resultados, tanto para demandas flexionales, como para deformaciones de corte.

Para los valores considerados en el análisis paramétrico, se observa que las demandas flexionales tienden hacia los extremos de la estructura mientras más rígido es el medio y a medida que aumenta la longitud de onda, tendiendo a desacoplarse los bordes. Para elevados contrastes de rigidez, las demandas flexionales tienden a desarrollarse en el interior de la estructura.

Las distorsiones de corte tienden a aumentar con la disminución de la longitud de onda sísmica, y con el aumento de la rigidez del medio. Las deformaciones de corte se desarrollan en el interior de la estructura para  $\lambda_s/L \leq 1$ , apareciendo picos secundarios a medida que el medio se rigidiza. Cuando  $\lambda_s/L > 1$ , tienden a desaparecer las concentraciones puntuales de distorsiones y las máximas demandas de corte se desarrollan en zonas extendidas.

## REFERENCIAS

- Bathe, K. J. (1996). Finite Element Procedures. *Prentice-Hall, Inc.*
- FHWA. Technical Manual for Design and Construction of Road Tunnels – Civil Elements. U.S. Department of Transportation. Federal Highway Administration.
- Hashash, Y. M., Hook, J. J., Schmidt, B., John, I., & Yao, C. (2001). Seismic design and analysis of underground structures. *Tun. and underg. space technology*, 16(4), 247-293.
- Hashash, Y., Tseng, W. S., & Krimotat, A. (1998). Seismic soil-structure interaction analysis for immersed tube tunnels retrofit. *Geot. Earth. Engi. and S. Dyn. III* (pp. 1380-1391). ASCE.
- Hsiung, Y. M., Chen, S. S., & Chou, Y. C. (2006). Analytical solution for piles supporting combined lateral loads. *J. of geot. and geoenv. Engi.*, 132(10), 1315-1324.
- Huo, H., Bobet, A., Fernández, G., & Ramírez, J. (2006). Analytical solution for deep rectangular structures subjected to far-field shear stresses. *Tun. and underg. space technology*, 21(6), 613-625.
- Kramer, S. (1996). Geotechnical Earthquake Engineering. Prentice-Hall.
- Novak M., Nogami, T. & Aboul-Ella, F. (1978). Dynamic Soil Reaction for Plane Strain Cases. *Technical Publications, ASCE, Vol. 104*(4).
- Pinto, F., Rocca, R. J., Huerta Soaje, P. F. J., & Prato, C. A. (2015). Seismic Demands for Deep Tunnels and Shafts. In 13th ISRM International Congress of Rock Mechanics.
- Sánchez-Merino, A. L., Fernández-Sáez, J., & Navarro, C. (2009). Simplified longitudinal seismic response of tunnels linings subjected to surface waves. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 29(3), 579-582. DOI:10.1016/j.soildyn.2008.06.003.
- Soffiatti, F. P. & Pinto, F. (2019). Evaluation of Seismically-Induced Kinematic Demands on Buried Structures by Means of Beam Theory. *Tunneling and underground space technology (en revision)*.
- St John, C. M., & Zahrah, T. F. (1987). Aseismic design of underground structures. *Tunnelling and underground space technology*, 2(2), 165-197.
- Timoshenko, S. P., Goodier, J. N., & Abramson, H. N. (1970). Theory of elasticity. *Journal of Applied Mechanics*, 37, 888.
- Turello, D. F., Pinto, F., & Sánchez, P. J. (2016). Embedded beam element with interaction surface for lateral loading of piles. *Int. J. Num. and Analytical Met. Geom.*, 40(4), 568-582.
- Winkler, E. (1867). Die lehre elastizität und festigkeit. *Prague, Dominicus*.
- Zhang, Y., Bai, S., & Borjigin, M. (2018). Internal force of a tunnel lining induced by seismic Rayleigh wave. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 72, 218-227.
- Zhao, W., Chen, W., & Yang, D. (2018). Interaction between strengthening and isolation layers for tunnels in rock subjected to SH waves. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 79, 121-133. <https://doi.org/10.1016/j.tust.2018.05.012>.