

UN MODELO HIDRODINÁMICO REDUCIDO PARA EL CONTROL ÓPTIMO DE COMPUERTAS Y TURBINAS EN PLANTAS DE ENERGÍA DE RANGO MAREAL

A REDUCED HYDRODYNAMIC MODEL FOR THE OPTIMAL CONTROL OF SLUICES AND TURBINES IN TIDAL RANGE ENERGY PLANTS

Patricia N. Dominguez^{a,b} y Víctor H. Cortínez^{a,b,c}

^a*Centro de Investigación en Mecánica Teórica y Aplicada CIMTA, Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Bahía Blanca, 11 de abril 461, 8000 Bahía Blanca, Argentina, vcortine@frbb.utn.edu.ar*

^b*Departamento de Ingeniería, Universidad Nacional del Sur, Av. Alem 1253, 8000 Bahía Blanca, Argentina, pdoming@uns.edu.ar*

^c*Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnica, CONICET*

Palabras clave: energía mareomotriz, estuarios, análisis modal, optimización.

Resumen. En este trabajo se propone un modelo de orden reducido para describir la hidrodinámica de un sistema estuario-planta mareomotriz basado en la expansión de la elevación de la superficie libre en el estuario mediante sus formas modales asociadas, las cuales se determinan mediante el Método de Elementos Finitos. Posteriormente, con el método global de Galerkin se obtiene un sistema gobernante reducido de ecuaciones diferenciales ordinarias. Finalmente se utiliza un método de optimización para determinar los parámetros de las funciones de control de compuertas y turbinas, que maximicen la energía generada.

Keywords: tidal range energy, estuaries, modal analysis, optimization.

Abstract. In this work a reduced order model is proposed to describe the hydrodynamics of an estuary-tidal power plant system based on the expansion of the free surface elevation in the estuary by using its associated modal forms, which are determined by the Method of the Finite Elements. Subsequently, application of a global Galerkin's method leads to a reduced governing system of ordinary differential equations. Finally, an optimization method is used to determine the parameters of the control functions of gates and turbines, which maximize the energy generated.

1 INTRODUCCIÓN

El aprovechamiento de la energía de rango mareal constituye una forma renovable de generación de electricidad (Waters y Aggidis, 2016). La forma tradicional de una planta de este tipo se basa en la instalación de turbinas en una barra (dique) que atraviesa un estuario (Figura 1) con suficiente amplitud mareal. Para lograr una adecuada eficiencia, las compuertas y turbinas de la planta deben operarse de tal manera de lograr una diferencia de carga entre el lado embalsado (II) y el lado externo (I), de suficiente magnitud y duración en el tiempo con el objeto de maximizar la energía generada en un período mareal. Por lo tanto, la operación de tales compuertas y turbinas constituye un problema de control óptimo de gran importancia en la Ingeniería Civil (Xu y Nichols, 1991; Angeloudis et al., 2018). Este problema es complejo desde el punto de vista computacional puesto que requiere simular el comportamiento hidrodinámico del estuario atravesado por la barra y sus no linealidades asociadas fundamentalmente a la dinámica de las compuertas. Por tal motivo, se ha utilizado con frecuencia para establecer la dinámica de tal sistema, un modelo 0-dimensional que considera que la superficie del agua se mantiene plana, reduciendo el análisis a una ecuación de continuidad en conjunto con las fórmulas del comportamiento de compuertas (Lisboa et al., 2017). Tal modelo conduce a un sistema simple de ecuaciones diferenciales ordinarias. Los resultados de tal enfoque son luego reevaluados desde el punto de vista de un modelo hidrodinámico bidimensional, detallado, de elementos finitos. Si bien el enfoque 0-dimensional es expeditivo, no permite describir con precisión el efecto hidrodinámico ocasionado por la dinámica de compuertas, por lo que en ciertos casos sus predicciones pueden resultar erróneas haciendo necesario realizar importantes ajustes con el modelo bidimensional del Método de Elementos Finitos (MEF) (Angeloudis et al., 2017).

En un intento de subsanar dicho inconveniente, en este trabajo se propone un modelo de orden reducido para describir la hidrodinámica del sistema estuario-planta mareomotriz basado en la expansión de la elevación de la superficie libre en el estuario mediante sus formas modales asociadas, las cuales pueden determinarse fácilmente mediante el MEF. Posteriormente, con el método global de Galerkin se obtiene un sistema reducido de ecuaciones diferenciales ordinarias que es comparable en simplicidad al modelo 0-dimensional aunque codifica de manera más completa la física del problema.

Finalmente se utiliza el método de Recocido Simulado para determinar los parámetros de las funciones de control de compuertas y turbinas, que permiten maximizar la energía generada.

2 FORMULACIÓN MATEMÁTICA

2.1 Hidrodinámica del sistema Estuario-Planta mareomotriz

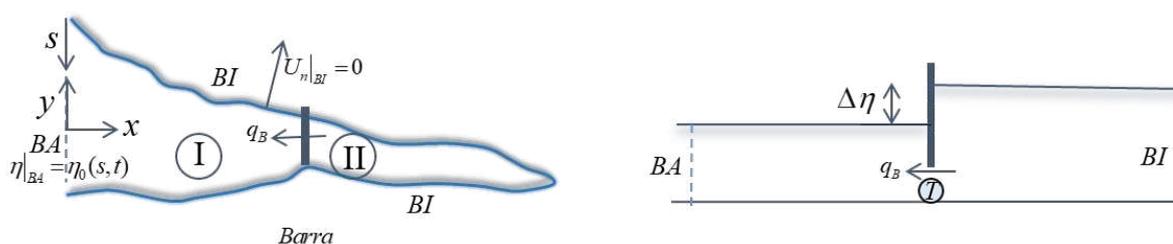


Figura 1: Esquema del sistema Estuario-Planta mareomotriz.

La Figura 1 muestra un esquema del estuario atravesado por una barra donde se encuentran las compuertas y las turbinas. El análisis hidrodinámico del sistema se formula a partir de las ecuaciones bidimensionales de aguas poco profundas para los subdominios I (zona externa) y II (zona embalsada) y las ecuaciones de flujo a través de la barra. El sistema se completa con las condiciones de borde mostradas en tal figura y condiciones iniciales apropiadas. Las ecuaciones hidrodinámicas para los subdominios I y II pueden escribirse, en su versión linealizada, como:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + \beta \frac{\partial \eta}{\partial t} - \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(gH \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(gH \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \right) = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = -\beta U \\ \frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial y} = -\beta V \end{cases} \quad (1)$$

$$C.B. \begin{cases} I \begin{cases} \eta|_{BA} = \eta_0(s, t) \\ U_{In}|_{BI} = 0 \end{cases} \\ II \begin{cases} U_{In}|_{BI} = 0 \\ I-II \begin{cases} q_B(\Delta\eta) = -U_{In}H \\ q_B(\Delta\eta) = U_{In}H \end{cases} \end{cases} \end{cases} \quad (2)$$

$$q_B = \frac{\chi_S(t)Q_S(\Delta\eta) + \chi_T(t)Q_T(\Delta\eta)}{L_T}, \quad 0 \leq \chi_S, \chi_T \leq 1 \quad (3)$$

donde η corresponde a la elevación de la superficie libre respecto al nivel medio del mar, β es el factor de fricción de fondo, $H(x,y)$ es la profundidad batimétrica del estuario, g es la aceleración de la gravedad, U y V son las componentes horizontales de velocidad según x y y respectivamente, U_n es la velocidad normal, Q_S y Q_T son los caudales máximos pasando por las compuertas y las turbinas respectivamente, L_T es la longitud ocupada por turbinas y compuertas, χ_S y χ_T son las funciones periódicas (período mareal) de apertura de compuertas y turbinas. Las condiciones de borde para el subdominio I vienen dadas por una amplitud mareal (periódica) conocida en la interfaz mar-estuario (BA), velocidad normal nula en línea de costa y velocidad normal a la barra consistente con el comportamiento de compuertas y turbinas. En el subdominio II las condiciones de borde corresponden a las últimas dos mencionadas. En la barra, la velocidad normal debe verificar las ecuaciones de turbinas y compuertas correspondientes a q_B que depende, de manera no lineal, de la diferencia de elevación entre ambos lados de la barra (observar que se verifica la ecuación de continuidad entre I y II). Expresiones explícitas para $q_B(\Delta\eta)$ o, equivalentemente, para Q_S y Q_T se muestran en el ejemplo numérico. Es importante mencionar que Q_S y Q_T se dirigen de acuerdo al sentido decreciente de $\Delta\eta$ y se consideran positivos cuando van desde II hacia I .

2.2 Modelo reducido aproximado

La idea es efectuar una expansión de la elevación η en términos de modos de oscilación de los subdominios I y II del estuario, es decir:

$$\begin{cases} \eta^I = \eta_0(s,t) + \sum_n \tau_n^I(t) \psi_n^I(x,y) \\ \eta^{II} = \sum_n \tau_n^{II}(t) \psi_n^{II}(x,y) \end{cases} \quad (4)$$

donde que η_0 es la elevación mareal conocida en BA . Las funciones τ_n^I y τ_n^{II} constituyen las incógnitas del modelo reducido mientras que ψ_n^I y ψ_n^{II} son las formas de oscilación libre de los subdominios I y II , satisfaciendo el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(gH \frac{\partial \psi_n^I}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(gH \frac{\partial \psi_n^I}{\partial y} \right) \right) + \omega_n^I \psi_n^I = 0 \\ \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(gH \frac{\partial \psi_n^{II}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(gH \frac{\partial \psi_n^{II}}{\partial y} \right) \right) + \omega_n^{II} \psi_n^{II} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

con las siguientes condiciones de borde:

$$\begin{cases} \psi_n^I|_{BA} = 0, \quad \frac{\partial \psi_n^I}{\partial n} \Big|_{BI, Barra} = 0 \\ \frac{\partial \psi_n^{II}}{\partial n} \Big|_{BI, Barra} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Las ecuaciones (5) y (6) en este trabajo se resuelven mediante el MEF.

Para obtener las ecuaciones gobernantes para las funciones τ_n^I y τ_n^{II} , una vez determinadas las autofunciones ψ_n^I y ψ_n^{II} , se utiliza la formulación débil (ecuación de trabajos virtuales) asociada al sistema (1) para cada subdominio:

$$\begin{cases} \int_{A_I} gH \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \delta \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \delta \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) dA + \int_{A_I} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} \delta \eta dA + \int_{A_I} \beta \frac{\partial \eta}{\partial t} \delta \eta dA = \oint_{\Gamma} (\dot{q}_B^I + \beta q_B^I) d\Gamma \\ \int_{A_{II}} gH \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \delta \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \delta \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) dA + \int_{A_{II}} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} \delta \eta dA + \int_{A_{II}} \beta \frac{\partial \eta}{\partial t} \delta \eta dA = \oint_{\Gamma} (\dot{q}_B^{II} + \beta q_B^{II}) d\Gamma \end{cases} \quad (7)$$

donde $q_B^I = q_B$ y $q_B^{II} = -q_B$. Luego, de acuerdo al método de Galerkin, se sustituyen las expresiones (4) en las ecuaciones de trabajos virtuales (7), las cuales, luego de integrar en el correspondiente dominio bidimensional y considerar las condiciones de ortogonalidad de las funciones ψ_n^I y ψ_n^{II} , se reducen al siguiente sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias:

$$\begin{cases} \frac{d\tau_n^I}{dt} = \xi_n^I \\ \frac{d\xi_n^I}{dt} = -\beta_I \xi_n^I - (\omega_n^I)^2 \tau_n^I + \int_B (\dot{q}_B^I + \beta_I q_B^I) \psi_n^I d\Gamma - \int_{A_I} \psi_n^I dA (\ddot{\eta}_0 + \beta_I \dot{\eta}_0) \\ \frac{d\tau_n^{II}}{dt} = \xi_n^{II} \\ \frac{d\xi_n^{II}}{dt} = -\beta_{II} \xi_n^{II} - (\omega_n^{II})^2 \tau_n^{II} + \int_B (\dot{q}_B^{II} + \beta_{II} q_B^{II}) \psi_n^{II} d\Gamma \end{cases} \quad (8)$$

El sistema anterior está sujeto a condiciones iniciales apropiadas. Sin embargo, el interés está concentrado en la condición estacionaria (periódica).

Debe recordarse que la expresión del flujo por unidad de longitud en la barra q_B depende de $\Delta\eta$ que en esta formulación se escribe de la siguiente manera:

$$\Delta\eta = \eta_0(s, t) + \sum_n \tau_n^I(t) \psi_n^I(x_B^I, y_B^I) - \sum_m \tau_m^{II}(t) \psi_m^{II}(x_B^{II}, y_B^{II}), \quad n = 1, 2, \dots \quad m = 1, 2, \dots \quad (9)$$

donde $x_B^I, y_B^I, x_B^{II}, y_B^{II}$ son las coordenadas a un lado y otro de las compuertas y/o turbinas.

El sistema anterior puede ser resuelto en el tiempo hasta alcanzar el estado estacionario para diferentes elecciones de las funciones temporales periódicas de apertura de compuertas y de turbinas χ_S y χ_T . Para cada una de estas políticas de operación a partir de la solución del sistema anterior es posible calcular la energía extraída en cada período mareal T mediante la expresión:

$$E = \int_0^T C(t) \chi_T(t) G(\Delta\eta) dt \quad (10)$$

El integrando de la expresión (10) define la potencia instantánea generada por el flujo en la turbina y la diferencia de carga a través de la barrera. $C(t)$ corresponde a un arancel y $G(\Delta\eta)$ es una función característica de la energía que genera la turbina. Expresiones específicas de tales funciones se presentan en los ejemplos.

2.3 Problema de control óptimo

El problema de control óptimo se basa en obtener las funciones temporales χ_S y χ_T que rigen el comportamiento de las compuertas y turbinas, para lograr la máxima generación de energía dada por la ecuación (10):

$$\mathbf{x}_{opt} = \max E(\mathbf{x}) \quad (11)$$

s.a.

$$\mathbf{x}^I \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^S \quad (12)$$

donde \mathbf{x} es el vector de variables de control (valores de χ_S y χ_T en diferentes instantes de tiempo en el período mareal), siendo \mathbf{x}^I y \mathbf{x}^S las cotas inferiores y superiores de las mismas.

3 EJEMPLOS NUMÉRICOS

3.1 Comparación entre el modelo de Elementos Finitos y el Modelo Reducido

Como paso preliminar es necesario determinar la cantidad de autofunciones adecuadas para que el modelo reducido presente una aceptable precisión. Esto se puede realizar comparando la solución simplificada con una solución del problema forzado (transitorio o en el dominio de frecuencias) bidimensional resuelto mediante el MEF para el estuario completo. A manera de ejemplo se realiza tal tipo de comparación para un estuario simplificado típico con forma de embudo sin barra (Figura 2), de 120 km de longitud, 20 km de ancho en el borde abierto al océano, 2 km en el borde más alejado y 10 m de profundidad (H). Se asume que la excitación de marea corresponde a una componente semidiurna $M2$ (período: 12,4 hs.) de 5 metros de amplitud (η_0). El coeficiente de fricción se calcula con $\beta = 8Cd\hat{u}/(3\pi H)$, donde la velocidad media característica en la dirección de x es $\hat{u} = 2\text{ m/s}$ y el coeficiente de dispersión $Cd = 0,0025$.

La Figura 2 muestra que una expansión modal utilizando 5 autofunciones compara favorablemente con la solución estacionaria calculada mediante el MEF. La Figura 3 muestra una comparación similar aunque utilizando un cálculo transitorio tanto para el modelo simplificado como para el correspondiente cálculo por elementos finitos. En ambos casos los tiempos de cálculo son tres órdenes de magnitud menores con el enfoque simplificado.

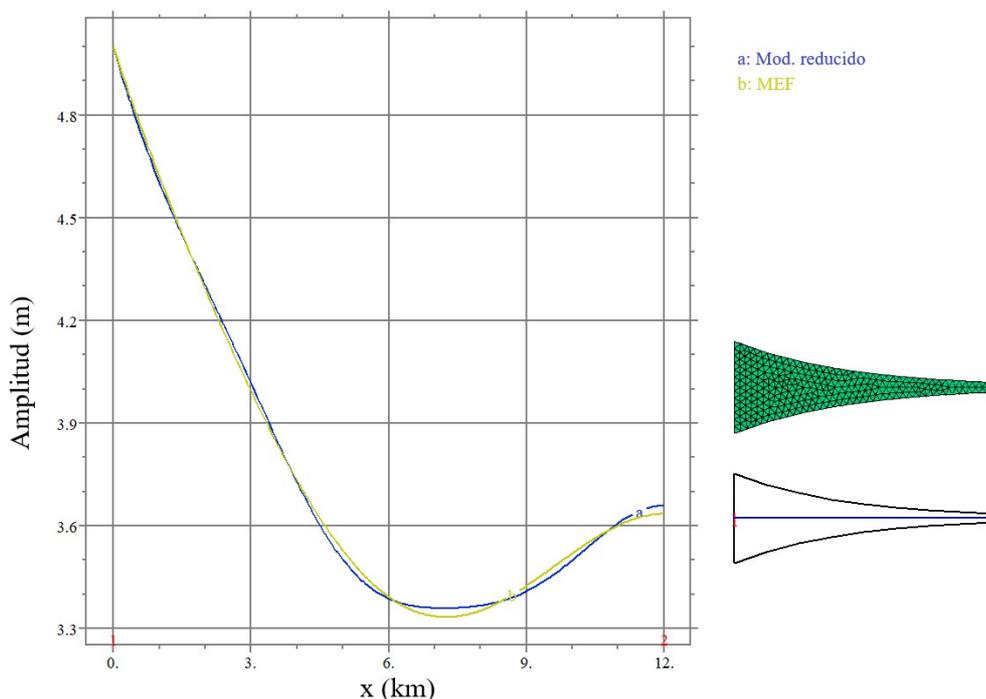


Figura 2: Comparación entre el modelo reducido y el MEF para el estado estacionario.

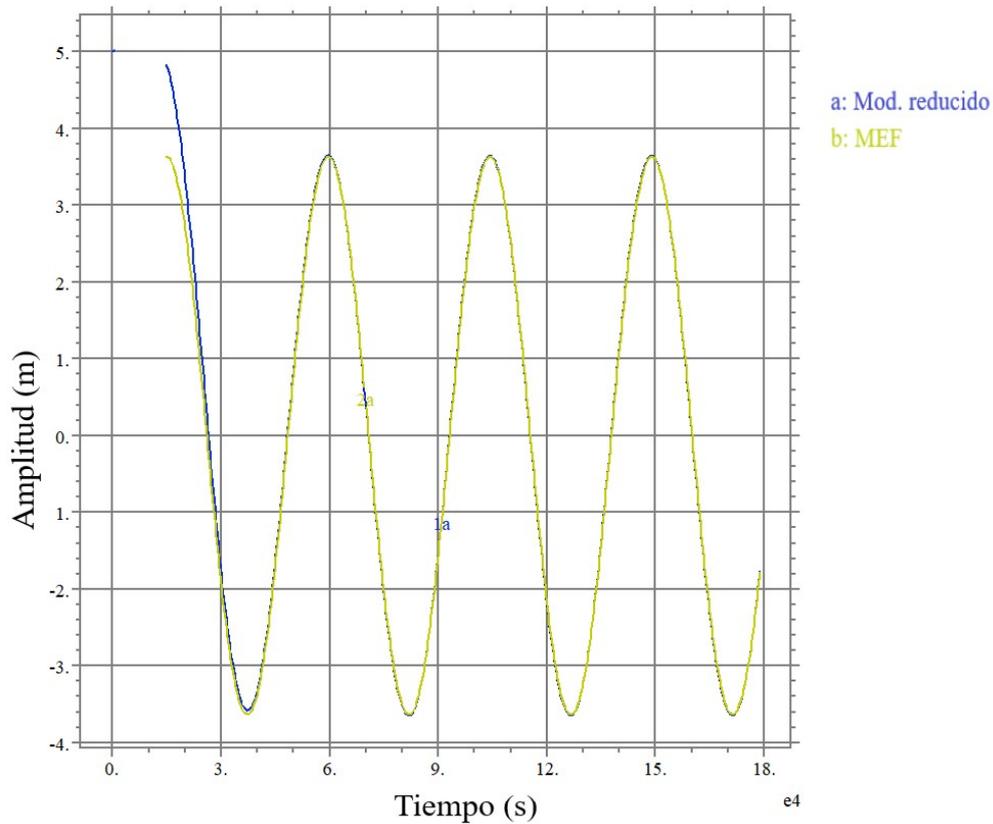


Figura 3: Comparación entre el modelo reducido y el MEF para el estado estacionario.

3.2 Operación de una planta mareomotriz bidireccional

A continuación, se estudia un estuario con la forma y batimetría que se muestra en la Figura 4, de 120 km de longitud, 40 km de ancho sobre el mar, profundidad máxima de 25 m y mínima de 4 m. En el borde abierto al mar, la excitación de la marea corresponde a una componente semidiurna M_2 (período: 12,4 hs.) de 4 m de amplitud (η_0). A 42,35 km del borde sobre el mar abierto se instala una barrera con una planta mereomotriz formada por un conjunto de 140 turbinas y 160 compuertas trabajando según una configuración de operación en dos direcciones (“two way”). Se han considerado los siguientes datos (Xu y Nichols, 1991):

$$Q_T = 140 \times 390 (1 + \text{tgh}(10(|\Delta\eta| - 2.27)))$$

$$Q_S = 160 \times 259.2 \sqrt{2g|\Delta\eta|}$$

$$C(t) = 1$$

$$G(\Delta\eta) = \begin{cases} 0 & |\Delta\eta| < 2.27 \\ 0.039671|\Delta\eta|^3 - 0.91158|\Delta\eta|^2 + 14.113|\Delta\eta| - 23.79 & 2.27 \leq |\Delta\eta| \leq 8.82 \\ 57 & |\Delta\eta| > 8.82 \end{cases}$$

En este ejemplo, la variación temporal de χ_s y χ_T se realizó dividiendo el período mareal T en 4 intervalos, en cada uno de los cuales los valores se mantuvieron constantes:

$\chi_S = (0,1; 0,2; 0,3; 0,1)$ y $\chi_T = (0,2; 0,3; 0,4; 0,8)$. En las figuras 5 y 6 se muestran la variación de $\Delta\eta$ en la barra que atraviesa el estuario y la potencia instantánea que se genera por el flujo en las turbinas, respectivamente. En este ejemplo, la energía generada fue de $6.184973E04 J$, mucho menor que los valores obtenidos mediante optimización en el ejemplo siguiente.

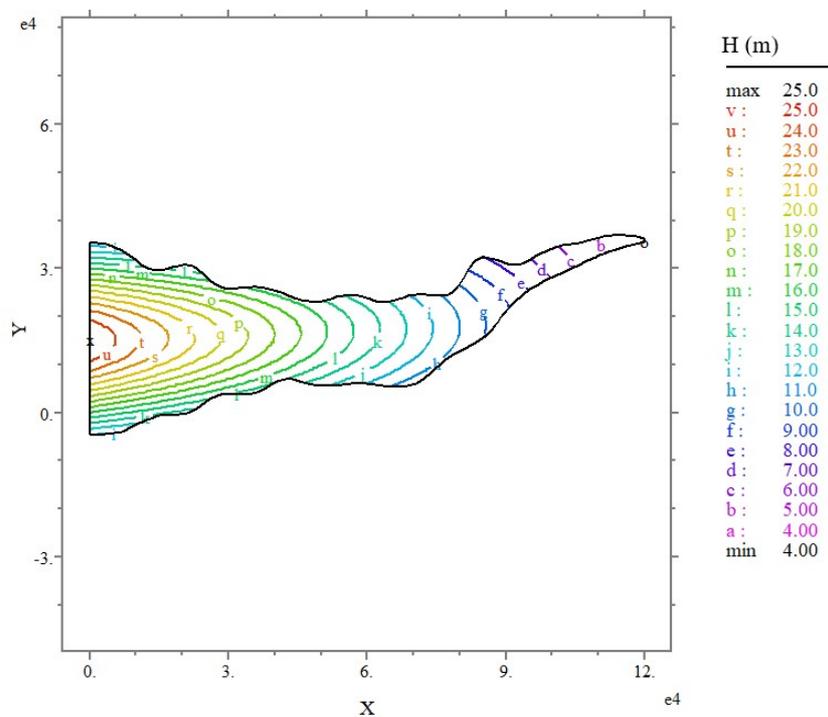


Figura 4: Batimetría del estuario.

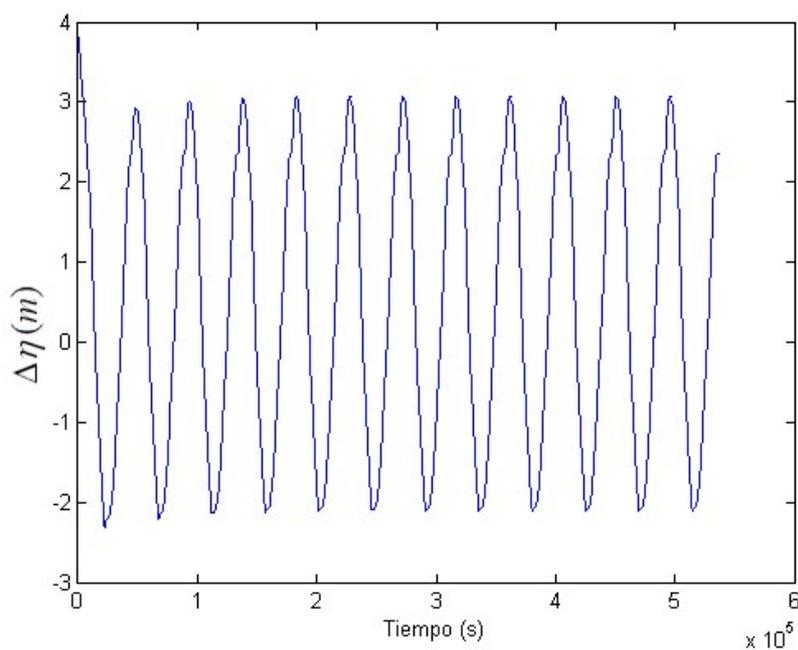


Figura 5: Variación temporal $\Delta\eta$ (m) en la barrera.

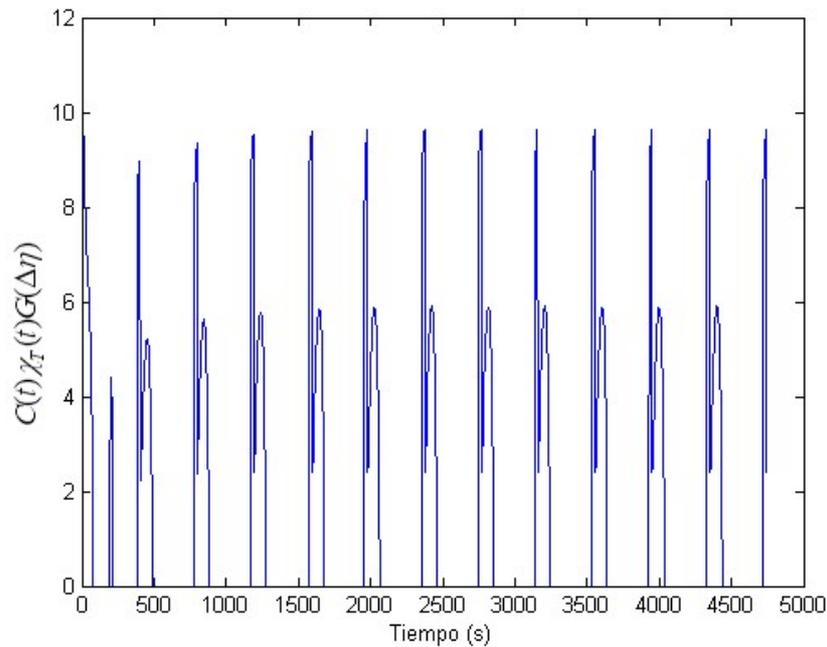


Figura 6: Variación temporal de la potencia $C(t)\chi_T(t)G(\Delta\eta)$ (W).

3.3 Problema de control óptimo de manejo de compuertas y turbinas

En este ejemplo se pretende maximizar la energía generada por las turbinas de acuerdo a la ecuación (10) y a las funciones definidas en el problema anterior, variando los valores de χ_S y χ_T de manera tal que se mantengan constantes en cada uno de los intervalos en los que se subdivide el período marea T , y sujetos a la condición de que todos ellos deben encontrarse entre el límite inferior 0 y el superior 1.

El problema de optimización se resuelve utilizando el método de Recocido Simulado a partir de valores iniciales $\chi_T = \chi_S = 0,5$ en todos los intervalos. Para la generación de nuevas soluciones, se definen variaciones aleatorias entre 0 y 0,15, cada 0,05, para cada una de las variables en cada intervalo. El algoritmo se detiene cuando a partir de las 400 soluciones factibles aceptadas, en las últimas 100 de ellas no se producen mejoras en la solución.

Se presentan 2 casos. En el Caso 1, el período marea se divide en 4 intervalos obteniéndose los resultados que se muestran en la Tabla 1, luego de evaluar alrededor de 700 configuraciones en 9 minutos. En el Caso 2, el período se divide en 6 intervalos y el resultado que se muestra en la segunda fila de la misma tabla se obtuvo tras evaluar 1740 iteraciones en 26 minutos. En ambos casos se utilizó $\beta = 0,0013$.

	χ_T						χ_S						E
Interv.	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	
Caso 1	0,45	0,025	0,725	0,1	---	---	0,85	0	0	0	---	---	3,8943E5
Caso 2	0,225	0,1	0	0,8	0,45	0,275	0,85	0,025	0	0	0,025	0,725	4,1569E5

Tabla 1: Valores de χ_T y χ_S que maximizan la energía generada en los Casos 1 y 2.

Por otra parte, en la figuras 7a y 7b se muestran la evolución de la función objetivo y el valor óptimo en cada iteración respectivamente, para el Caso 2.

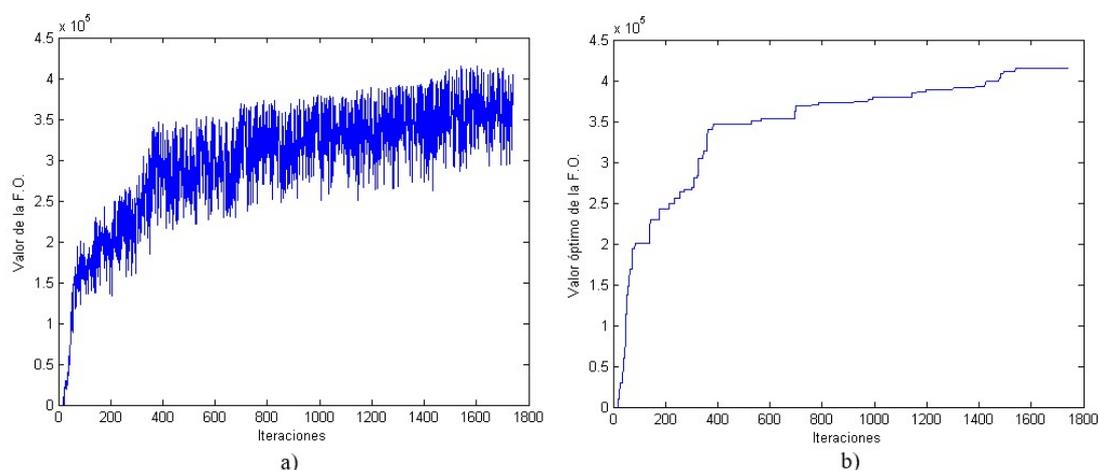


Figura 7: a) Valores de la función objetivo a lo largo de las iteraciones y b) Valores óptimos de la F.O. (Caso 2).

4 CONCLUSIONES

Se ha presentado un modelo reducido para la operación de plantas mareomotrices que considera la física del problema de manera más completa que el modelo 0-dimensional, con una simplicidad computacional comparable. El presente modelo solamente requiere utilizar el Método de Elementos Finitos una sola vez para obtener las autofunciones asociadas. El modelo desarrollado se empleó para estudiar el problema de control óptimo de dichas plantas, es decir maximizar la energía extraída mediante la selección adecuada de las funciones $\chi_S(t)$ y $\chi_T(t)$ correspondientes al manejo de compuertas y turbinas respectivamente. La metodología puede ser adaptada fácilmente para tener en cuenta la hidrodinámica no lineal en el estuario.

Agradecimientos

El presente trabajo es parte del proyecto “Modelos matemáticos en ingeniería ambiental” (PID-5436TC, Secyt, Universidad Tecnológica Nacional) y del proyecto “Problemas de optimización en Ingeniería Civil. Parte III”, Departamento de Ingeniería, Universidad Nacional del Sur).

REFERENCIAS

- Waters, S. y Aggidis, G., Tidal range technologies and state of the art in review, *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 59: 514-529, 2016.
- Xu, Z. G. y Nichols N. K., Hydrodynamic modelling and optimal control of tidal power schemes in long estuaries, *Numerical Analysis Report 6/91*, Department of Mathematics, University of Readings, 1991.
- Angeloudis, A., Cramer, S., Avdis, A. y Piggott, M., Optimizing tidal range power plant operation, *Applied Energy* 212: 680-690, 2018.
- Lisboa, A. C., Vieira, T. L., Guedes, L. S., Vieira, A. A. y Saldanha, R. R., Optimal analytic dispatch for tidal energy generation, *Renewable Energy* 108: 371-379, 2017.
- Angeloudis, A., Piggott, M., Cramer, S., Avdis, A., Coles, D. y Christou, M., Comparison of 0-D, 1-D and 2-D model capabilities for tidal range energy resource assessments. *European Wave and Tidal Energy Conference 2017*, Cork, Ireland, 2017.