

ESTIMACIÓN DE POTENCIA DE UN AEROGENERADOR SIN ASPAS POWER ESTIMATION OF A BLADELESS WIND GENERATOR

Federico I. Luna^a y Martín A. Pucheta^b

^a*Estudiante de Ingeniería Eléctrica, Facultad Regional Córdoba, Universidad Tecnológica Nacional (UTN-FRC), Maestro López esq. Cruz Roja Argentina, X5016ZAA Córdoba, Argentina, fedeluna651@gmail.com*

^b*Centro de Investigación en Informática para la Ingeniería (CIII), UTN-FRC, y Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), mpucheta@frc.utn.edu.ar, <http://ciii.frc.utn.edu.ar>*

Palabras clave: Desprendimiento de vórtices, frecuencia natural, frecuencia de desprendimientos de vórtices, tensión inducida, imán permanente.

Resumen. La energía eólica es un recurso renovable altamente disponible en nuestro país y el aprovechamiento para la generación eléctrica es la de mayor crecimiento en todo el mundo. En el presente trabajo se evalúa el aprovechamiento de la energía del viento por desprendimiento de vórtices de Von Karmán sobre una estructura cilíndrica vertical. Esta estructura cilíndrica vertical de un material ligero que se adapta a las bajas velocidades del viento produce un momento alterno en su extremo. Se dispone en el mástil un imán permanente que genera electricidad al moverse dentro de un estator bobinado fijo que además amortigua el movimiento evitando la destrucción por resonancia. Mediante el software de elementos finitos para fluido dinámica computacional se realizan las simulaciones de estos desprendimientos de vórtices para el cálculo de las fuerzas alternantes inducidas en el mástil. Además, con el software FEMM 4.2 se obtienen las fuerzas y campos magnéticos de un generador de imanes permanentes que mediante fórmulas empíricas se los vincula a la simulación mecánica para estimar la potencia eléctrica generada.

Keywords: vortex shedding, natural frequency, vortex shedding frequency, induced stresses, permanent magnets.

Abstract. Wind energy is a highly available renewable resource in our country and its use for electricity generation is the fastest growing in the world. In the present work, the use of wind energy by Von Karmán vortex detachment on a vertical cylindrical structure is evaluated. This vertical cylindrical structure of a lightweight material that adapts to low wind speeds produces an alternating moment at its end. A permanent magnet is arranged in the mast that generates electricity by moving inside a fixed wound stator that also dampens the movement avoiding destruction by resonance. Using finite element software for computational fluid dynamics, simulations of these vortex detachments are carried out to calculate the alternating forces induced in the mast. In addition, with the FEMM 4.2 software, get the forces and magnetic fields of a permanent magnet generator are obtained, which by means of empirical formulae are linked to the mechanical simulation to estimate the electrical power generated.

1. INTRODUCCIÓN

La energía eólica es un recurso renovable altamente disponible en nuestro país y el aprovechamiento para la generación eléctrica es la de mayor crecimiento en todo el mundo. Los aerogeneradores más utilizados son los de eje horizontal instalados en tierra y en mar. Los mismos poseen tres aspas y gran tamaño, ocupan grandes áreas e impactan de manera directa e indirecta sobre la flora y la fauna. En menor medida, se utilizan generadores de eje vertical, requieren de menores emplazamientos y pueden ser instalados a bajas alturas o también volando a alturas mayores.

Una alternativa reciente a los generadores con aspas son los recolectores de vibraciones aeroelásticas que pueden agruparse según el tipo de vórtice que aprovechan. Una clase de generador de tipo mástil como la Fig. 1 utiliza las fuerzas generadas por vórtices de Von Karmán y las convierte en energía eléctrica la cuál se analiza en este trabajo y es objeto de estudio en el trabajo final de grado del primer autor.

La idea de utilizar un aerogenerador sin aspas o palas ha sido recientemente patentada por J. Jiménez (2016) con el nombre de Vortex Bladeless; su desarrollo ha sido financiado por la Comunidad Europea. Cuando el viento incide sobre una estructura tubular vertical, se produce un

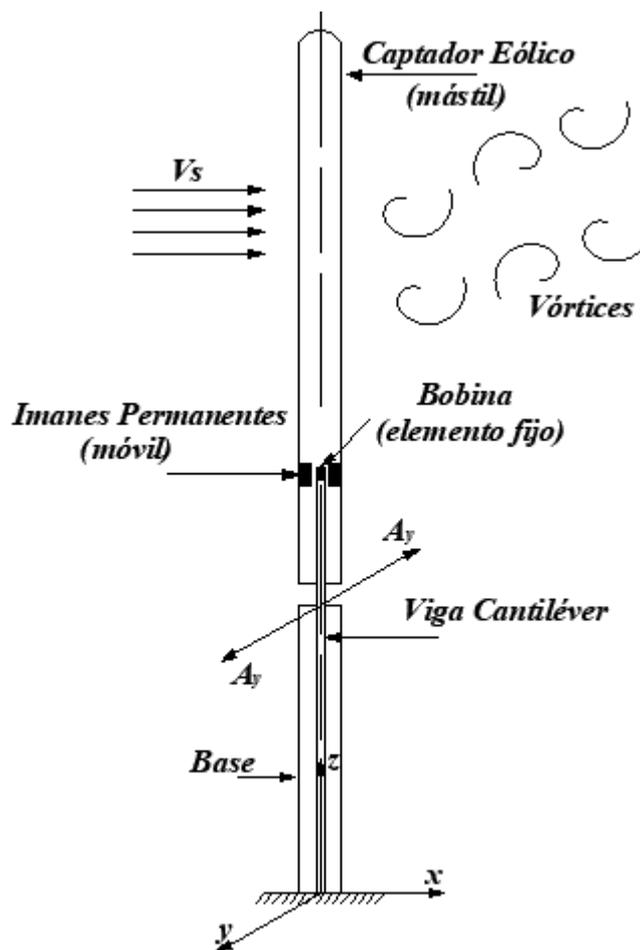


Figura 1: Diseño estructural simple del aerogenerador eólico.

desprendimiento de vórtices (Poling et al., 1989), y se establece una compleja interacción fluido–estructura que genera principalmente fuerzas transversales que hacen que el mástil ubicado

de manera vertical oscile alternadamente en forma lateral. Las fuerzas lo pueden conducir a autoexcitarlo hasta llegar a la frecuencia de resonancia y destruirlo (El-Shahat et al., 2019). La principal contribución de Jiménez fue utilizar las fuerzas electromagnéticas de un generador eléctrico como proveedor del amortiguamiento necesario para que la estructura vibrante no se destruya por resonancia. Entonces, el aerogenerador se puede analizar como una interacción fluido estructura seguida de una interacción estructura electromagnética. Realmente la interacción es una sola, con un triple acople multifísico, fluido-estructura-electromagnética. Si bien existen herramientas de mecánica computacional para realizar este estudio, no hay antecedentes de análisis de la multifísica detallada aplicados a estos generadores. En el presente trabajo, se realizará un análisis por etapas desacopladas para comprender los parámetros y variables intervinientes para realizar una estimación de la potencia generada en un aerogenerador sin palas. A futuro, se realizarán simulaciones del triple acople mencionado. El efecto de desprendimiento de vórtices alrededor de estructuras elásticas fue analizado por primera vez por el ingeniero Von Kármán en el año 1911 (von Kármán, 2004), este efecto es producido por las fuerzas laterales del viento en un objeto laminar, por ende, el flujo genera un patrón cíclico de vórtices (Poling et al., 1989). El diseño y geometría del mástil es de gran importancia ya que es el elemento captador de las distintas velocidades del viento cuyo fin es obtener el mayor rendimiento técnico, estéticamente más aceptado y reducida interferencia de ruidos. La estructura cilíndrica estará construida con fibra de vidrio tipo E, materiales ampliamente utilizados en la construcción de palas de los aerogeneradores eólicos convencionales.

La utilización de software nos ayudará a definir y comprobar parámetros de difícil obtención como son: los coeficientes aerodinámicos, campos magnéticos, entre otros, que nos proporcionarán soluciones similares a la que obtendríamos de manera experimental. Las Fuerzas inducidas en el mástil obtenidas con el método de elementos finitos, nos permitirán obtener los coeficientes de arrastre y de sustentación, aplicando las ecuaciones de la mecánica de fluidos. De manera empírica aplicar las ecuaciones para el cálculo de las amplitudes máximas a partir de los datos ya obtenidos por el programa Flow Simulation y los coeficientes aerodinámicos.

Para la generación se usará un sistema de alternador con imanes permanentes que oscilan junto con el mástil, estos van adosados a una distancia a nivel de piso coherente. Con el software FEMM 4.2 (Meeker, 2006), se obtiene el campo magnético, este será variable en toda su longitud, porque depende de las amplitudes máximas ejercidas sobre el mástil. Indudablemente se consideró importante el impacto medio ambiental y el impacto en la fauna. Incluso será un gran aporte para el ecosistema por su diseño de bajo peso dados por los materiales a utilizar, no hace falta aceites y ninguna clase de fluido de lubricación; disminución de ruidos audibles, y las interferencias podrían ser despreciables (Gámez et al., 2017).

2. ESTUDIO DE LAS VIBRACIONES AEROELÁSTICAS

Una calle de vórtices de von Kármán (2004), también conocidos como torbellinos de Von Kármán es un patrón de vórtices en remolino que se repite, causados por la separación no estacionaria de la capa de fluido al pasar sobre cuerpos sumergidos. Este desprendimiento de vórtices genera unas fuerzas verticales al eje del cuerpo u estructura cuyo sentido se va alternando y causa oscilaciones sobre la estructura (Kaneko et al., 2008).

El número adimensional de Reynolds (Re) es utilizado en la mecánica de fluidos para caracterizar el patrón de movimiento de un fluido. Su valor determinará si el fluido posee un flujo laminar o turbulento. Éste define la relación entre fuerzas inerciales y fuerzas viscosas, relaciona la viscosidad, densidad, velocidad y dimensión del fluido. Para altos números de Reynolds las perturbaciones comienzan a influir sobre el cilindro generando desprendimiento de vórti-

ces por ende las oscilaciones se desprenden a una determinada frecuencia. Se ejercen presiones sobre la estructura cuyas componentes netas en el perfil de presiones, se pueden descomponer en dos fuerzas: la llamada fuerza de arrastre en dirección del flujo y la fuerza de sustentación que tiene dirección perpendicular al flujo; están caracterizadas por el coeficiente de arrastre y sustentación. Para determinar si la carga varía en forma lenta o rápida, el valor de referencia para comparación es la frecuencia natural de la estructura f_n y depende de la masa, de la rigidez y de las condiciones de vínculo de la estructura. A medida que el fluido aumenta o disminuye la frecuencia de desprendimiento de vórtices se acerca a la frecuencia natural del cilindro, lo cual produce un acoplamiento alcanzando un fenómeno conocido como resonancia.

La velocidad reducida U_R juega un papel importante en la velocidad de desprendimiento de vórtices, relaciona la velocidad del fluido libre v_s con características mecánicas geométricas propias de la estructura que en este caso es el diámetro D del cilindro

$$U_R = \frac{v_s}{f_n D} \quad (1)$$

Con velocidades reducidas en el rango entre 3, $5 \leq U_R \leq 8$, se tiene un aumento de las vibraciones transversales 10 veces superiores en magnitud que las vibraciones paralelas al flujo que se obtienen en el rango $2, 8 \leq U_R \leq 3, 8$. En definitiva, existe una franja de velocidades del viento en el cual la frecuencia de desprendimiento de vórtices se sincroniza con la frecuencia natural del cilindro. Mediante el modelo armónico masa-amortiguador simple, podremos determinar la frecuencia natural del sistema teniendo en cuenta la masa m , la constante k del resorte que depende de la geometría (longitud L y momento de inercia I del área transversal) de la estructura y del módulo elástico E del material.

Como dato inicial de diseño del mástil, se elige su diámetro y como material a una fibra de vidrio tipo E. Se prosigue a enunciar las ecuaciones que vinculan la frecuencia natural con las características físicas de la estructura, considerando un cilindro de diámetro constante en toda su longitud, estimando que se comporta como una viga empotrada. Además, se puede calcular la frecuencia de desprendimiento de vórtices estimando un número de Strouhal que expresa la relación entre la velocidad local del fluido y la velocidad media del fluido (Kaneko et al., 2008), depende del número de Reynolds y de la rugosidad (Achenbach y Heinecke, 1981).

El diámetro externo e interno son respectivamente iguales a $D_e = 0,1 m$ y $D_i = 0,095 m$, luego el momento de inercia es

$$I = \frac{\pi(D_e^4 - D_i^4)}{64} = 9,101e^{-7} \quad m^4 \quad (2)$$

Para una densidad de la fibra igual a $\rho = 2560 \text{ Kg}/m^3$ y altura equivalente a $L = 2 m$, la masa es

$$m = \rho V_0 = \rho \left[\frac{\pi(D_e^2 - D_i^2)}{4} \right] L = 3,918 \text{ Kg} \quad (3)$$

El módulo elástico de la fibra de vidrio es igual a $E = 76 \text{ GPa}$, entonces la rigidez del cilindro empotrado en un extremo se calcula como

$$k = \frac{3EI}{L^3} = 25937,24 \text{ N}/m \quad (4)$$

Con la masa y la rigidez se obtiene la frecuencia natural del sistema

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = 12,95 \text{ Hz} \quad (5)$$

v_s (m/s)	U_R	f_s (Hz)	A_y (mm)
1,295	1	2,59	0,36
2,59	2	5,18	1,51
3,885	3	7,77	3,54
5,18	4	10,36	11,5
6,475	5	12,95	46,3
7,77	6	15,54	20,4
9,065	7	18,13	12,2
10,36	8	20,72	10,2
11,655	9	23,31	9,18
12,95	10	25,9	7,93

Tabla 1: Frecuencia de desprendimiento de vórtices f_s y amplitud del mástil A_y en dirección transversal al fluido.

La frecuencia de desprendimiento de vórtices es función de la velocidad, de una longitud característica que en este caso es el diámetro D y del número de Strouhal

$$f_s = \frac{S_t v_s}{D} \quad (6)$$

Aquí se considera $S_t = 0,2$ para números de Reynolds altos (Païdoussis et al., 2011). Con este valor y el diámetro exterior se construye la Tabla 1 para diversas velocidades de viento y se calcula la frecuencia de desprendimiento.

Para hallar las fuerzas ejercidas por los vórtices en el cilindro, se utilizan simulaciones por elementos finitos. Luego, para encontrar los coeficientes de arrastre y sustentación se utilizan las fórmulas

$$C_L = \frac{F_L}{0,5 \rho v_s^2 A_t} \quad (7)$$

y

$$C_d = \frac{F_D}{0,5 \rho v_s^2 A_t} \quad (8)$$

Con estos coeficientes y reemplazando $A_t = D L$ se obtiene la amplitud máxima del mástil en dirección transversal mediante la fórmula

$$A_y = \frac{0,5 \rho v_s^2 D L C_L}{k \sqrt{\left(1 - \left(\frac{f_s}{f_n}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi \frac{f_s}{f_n}\right)^2}} \quad (9)$$

donde ξ es el factor de amortiguamiento calculado como el cociente entre el amortiguamiento del sistema b y el amortiguamiento crítico $b_{crit} = 2\sqrt{k m}$.

Para cada velocidad del viento, se tabulan las amplitudes máximas en la última columna de la Tabla 1.

En la Fig. 2 se muestra el mallado correspondiente al cilindro expuesto a un fluido, donde el viento ingresa en la dirección de x positivo con un grado de precisión de 5, simulando así un túnel de viento. Los desprendimientos se muestran en la Fig. 3.

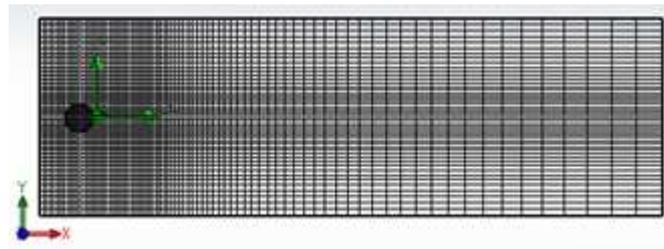


Figura 2: Mallado en Flow Simulation.

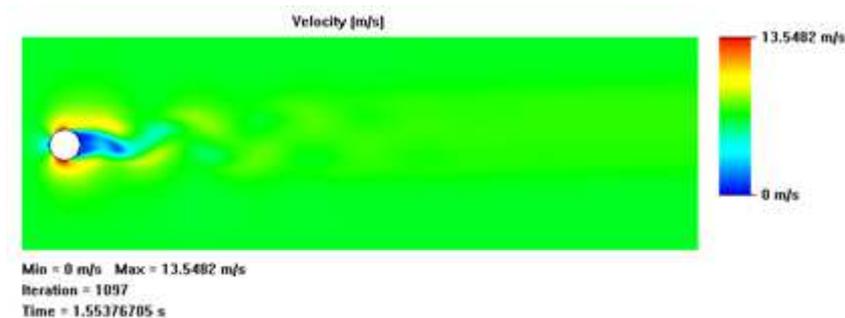


Figura 3: Desprendimiento de vórtices alrededor del cilindro.

3. ANÁLISIS DEL CAMPO MAGNÉTICO EN IMANES PERMANENTES

Hay dos grandes clasificaciones para los imanes, los electroimanes y los imanes permanentes. Para crear un electroimán se rodea un material ferromagnético con espiras conductoras esmaltadas por donde fluye una corriente eléctrica. Debido a que el imán es el elemento giratorio, en un electroimán se hace necesario el uso de escobillas para producir el campo magnético mediante una fuente eléctrica externa. Para evitar el empleo de escobillas que tienen un complejo mantenimiento debido a su desgaste por contacto, se decide utilizar imanes permanentes. De los imanes disponibles en el mercado, los imanes de Neodimio poseen una alta potencia de campo magnético (Fernow, 2016). Los imanes de Neodimio pueden tener diferentes formas y polarizaciones, para nuestro caso son de forma cilíndrica y polarización radial. Teniendo en cuenta las amplitudes y frecuencia de la Tabla 1 se calculan las tensiones inducidas en una bobina estática fija concéntrica al rotor de imán permanente móvil adosado al mástil captador eólico.

3.1. Determinación de la fuerza electromotriz inducida y factor de amortiguamiento

Un generador eléctrico típico está constituido por un rotor y un estator, el campo magnético interactúa en el espacio llamado entrehierro, siendo constante en su longitud axial cuando éste gira. En la energía eólica sin aspa no hay rotación de ningún elemento, la generación está dada por un movimiento oscilante del imán permanente anular, cuyo campo variable interactúa con las bobinas del estator fijo generando tensión inducida variable de baja frecuencia. Por medio del método de elementos finitos disponible libremente, Finite Element Method Magnetics (FEMM 4.2) (Meeker, 2006), se obtiene el campo magnético B y las fuerzas magnéticas que son utilizadas como elemento amortiguador. Se estima el amortiguamiento del sistema b mediante la relación fuerza-velocidad. Para calcular b se necesitan dos parámetros, la velocidad del sistema y la fuerza producida por el campo magnético sobre las bobinas estáticas ubicado al centro del mástil. Aplicando la ley de Faraday (Edminister y Edminister, 1992) se determina la ecuación

de la fuerza electromotriz.

$$\epsilon = N \frac{d\theta}{dt} \quad (10)$$

y

$$\theta = \int B dA_r \quad (11)$$

Donde θ es el flujo magnético por unidad de área A_r y el diferencial de área dA_r es proporcional al radio r de la bobina según

$$dA_r = 2\pi r dr \quad (12)$$

Reemplazando (12) en (11) obtenemos la expresión

$$\theta = \int B 2\pi r dr \quad (13)$$

Hallamos la fuerza electromotriz inducida ϵ reemplazando (13) en (10) y resolviendo la integral nos queda

$$\epsilon = N f_c B 2\pi^2 r (r + A) f. \quad (14)$$

Los datos iniciales de diseño son: $r = 17 \text{ mm}$ radio de la bobina, $A_r = 0,0934 \text{ m}^2$ área de la bobina del estator, f es la frecuencia de desprendimiento, f_c es un factor de corrección de área de los imanes $S_i/S_c = 0,864$, donde S_c es el área total vista en planta y $N = 20$ es el número de vueltas de bobina. El imán de Neodimio N^{40} tiene un campo magnético de $B = 12900 \text{ Gauss}$.

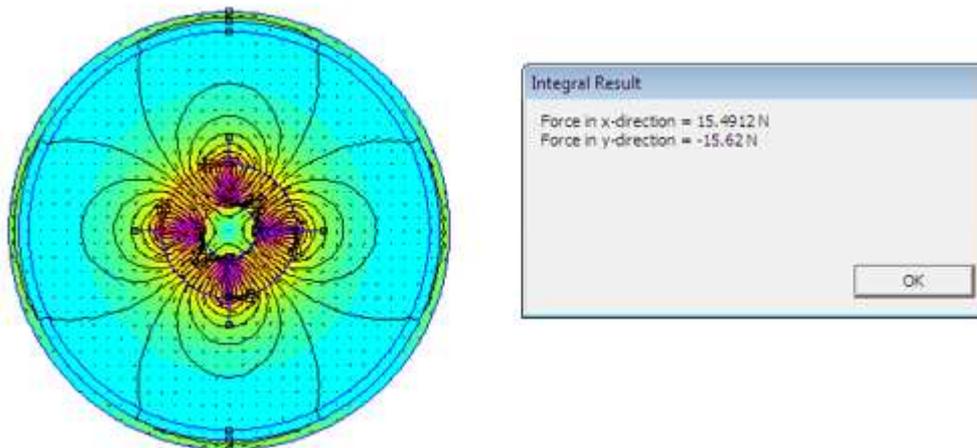


Figura 4: Fuerza estimulada por el imán de Neodimio.

En la Fig. 5 se visualiza una vista en planta de la disposición de los imanes y su polarización u orientación del campo magnético con sus respectivos ejes de coordenadas x (abscisa) e y (ordenada).

La fuerza promedio obtenida se muestra en la Fig. 4, con este valor se obtiene un amortiguamiento igual a $b = 47,849 \text{ N s/m}$ y un factor de amortiguamiento igual a $\xi = 0,0745$. Este valor se lo introduce en la ecuación (9), vinculando así la interacción fluido-estructura-magnética de manera desacoplada y hallar las amplitudes A_y aparentes máximas.

En la Fig. 6 se plasma el cálculo del campo magnético, cuyos valores se insertan en la ecuación (14) para hallar la fuerza electromotriz inducida ϵ vinculando los valores de amplitud A_y mostrados en la Tabla 1.

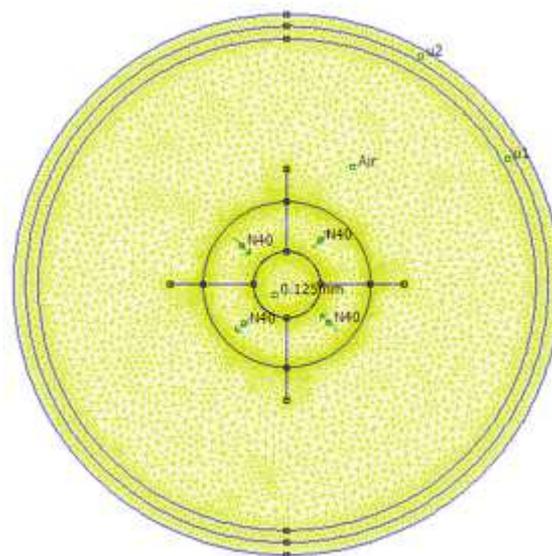
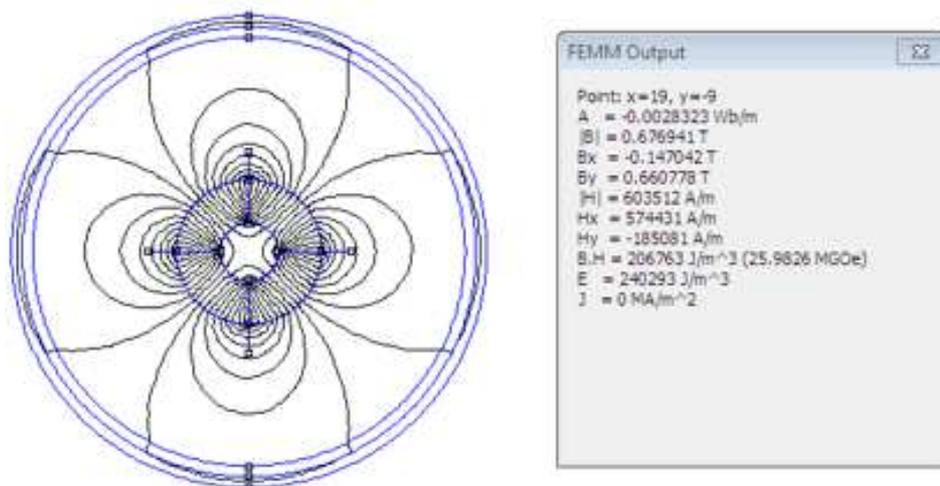


Figura 5: Orientación del campo magnético de los imanes de Neodimio.

Figura 6: Campo magnético B obtenido con FEMM 4.2.

3.2. Estimación de la potencia de un aerogenerador sin palas

Para estimar la potencia de salida del generador se procede a calcular la resistencia R de la bobina y la corriente I en función de los parámetros ya analizados aplicando las ecuaciones (16) y (17) respectivamente. Determinados los valores de R e I se aplica la ecuación

$$P = R.I \quad (15)$$

donde la resistencia se calcula como

$$R = \frac{8\rho N r}{d^2} \quad (16)$$

y la intensidad de corriente eléctrica como

$$I = (d^2/2\rho).(B[r + A]\rho\pi^2) \quad (17)$$

La bobina de hilo esmaltado tiene un diámetro de $d = 0,3 \text{ mm}$, sección de $S = 0,07069 \text{ mm}^2$ y una resistividad eléctrica de $\rho = 0,0171 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$. La resistencia por metro es $R/l = 0,2506 \Omega/\text{m}$; todos estos parámetros son de catálogo.

Con estas fórmulas se calculan los valores máximos de potencia P que se muestran en la Tabla 2.

U_R	E (V)	I (A)	P (W)
1	0,246	0,084	0,021
2	0,781	0,265	0,207
3	1,317	0,448	0,589
4	2,603	0,885	2,302
5	7,259	2,468	17,910
6	3,495	1,188	4,152
7	2,210	0,751	1,66
8	2,005	0,682	1,367
9	1,500	0,510	0,765
10	1,357	0,461	0,626

Tabla 2: Potencia de salida del generador sin aspas.

4. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Los desprendimientos de vórtices en la estructura provoca movimientos oscilantes alternos y fuerzas transversales que son aprovechados para la generación eléctrica de microescala. El proceso de cálculo de las variables aerodinámicas consideró un cilindro estático en la simulación Fig.3, por lo tanto las fuerzas inducidas por estos desprendimientos resultan inferiores teniendo en cuenta el sistema empotrado en uno de los extremos.

Se observa que el aprovechamiento de los vientos para determinados valores de velocidad reducida U_R no es del todo útil según muestra la Tabla 1, lo que explica la baja posibilidad de generación eléctrica en un amplio rango de velocidad del fluido. Se generan tensiones inducidas importantes en la cercanías a la frecuencia de resonancia obteniéndose un máximo de potencia pico para cuando $U_R = 5$ como se plasma en la Tabla 2. Esto involucra mejorar el acople magnético para una sincronización del sistema de captación para un rango de velocidad más amplio.

Otro aspecto importante es el factor de amortiguamiento estimado constante, cuando el mismo varía de manera no lineal con el tiempo y la distancia. No obstante existen fuerzas magnéticas Fig. 4 que inducen un grado de amortiguamiento para que la estructura no se dañe cuando se alcanza la resonancia. Asimismo, en la simulación por elementos finitos mostrada en la Fig.6, estima en determinados puntos la magnitud del campo magnético B , considerando la estática del imán y no se realiza un cálculo de carga variable en el tiempo.

5. CONCLUSIÓN

En este trabajo se evaluó un modelo matemático de un aerogenerador sin aspa para estimar su potencia de generación. Mediante el análisis computacional de elementos finitos se evaluaron campos de fluidos y campos magnéticos para comprobar que por medio de la interacción fluido-estructura de una geometría circular como elemento captador del fluido, se pueden obtener

movimientos oscilantes alternos transversales a una determinada frecuencia de desprendimiento de vórtices.

SolidWorks Flow Simulation es una mecánica de fluidos computacional, que nos facilitó obtener los coeficientes aerodinámicos de sustentación y de arrastre. Estos coeficientes se aplicaron para determinar las amplitudes máximas directamente proporcional a la longitud del mástil, a mayor altura mayor amplitud. Se corroboró que las fuerzas en dirección del fluido no ejercen grandes movimientos aleatorios y no se tuvieron en cuenta para el análisis.

La interacción magnética caracterizada por movimientos relativos entre los imanes de Neodimio y el estator fue fundamental para entender el fenómeno de amortiguamiento magnético para evitar la rotura del sistema por resonancia, además de las tensiones inducidas dadas por un campo magnético variable. Este modelo simple permitirá realizar un estudio más exhaustivo del rango de trabajo del generador eólico para buscar de aprovechar una gama de velocidad más amplia para un uso más continuo de generación sin que el cilindro se dañe cuando este trabaja en la zona de resonancia. A futuro se buscará resolver numéricamente la triple interacción fluido–estructura–magnética y vincular la mecánica computacional de manera eficiente en cuanto a recursos informáticos. Esto permitirá definir prototipo para futuras pruebas experimentales.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al departamento de Ingeniería Mecánica de la UTN-FRC por permitirnos el uso del software SolidWorks.

REFERENCIAS

- Achenbach E. y Heinecke E. On vortex shedding from smooth and rough cylinders in the range of reynolds numbers 6×10^3 to 5×10^6 . *Journal of Fluid Mechanics*, 109:239–251, 1981. doi:10.1017/S002211208100102X.
- Edminister J.A. y Edminister J.A. *Electromagnetismo*. McGraw-Hill, 1992.
- El-Shahat A., Keys D., Ajala L., y Haddad R.J. Bladeless wind turbine (case study). En *IEEE SoutheastCon 2019*, páginas 1–5. Huntsville, AL, USA, 2019. doi:10.1109/SoutheastCon42311.2019.9020510.
- Fernow R.C. *Principles of magnetostatics*. Cambridge University Press, 2016.
- Gámez M.R., Pérez A.V., Será A.S., y Ronquillo Z.M. Renewable energy sources and local development. *International Journal of Social Sciences and Humanities (IJSSH)*, 1(2):10–19, 2017.
- Kaneko S., Nakamura T., Inada F., y Kato M. *Flow-Induced Vibrations Classifications and Lessons from Practical Experiences*. Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, 2008. Technical Section on Flow-Induced Vibrations, JSME DMC Division, English Translation Editor, Njuki W. Mureithi.
- Meeker D. FEMM 4.2 Electrostatics Tutorial. 2006.
- Païdoussis M.P., Price S.J., y de Langre E. *Fluid-Structure Interactions: Cross-Flow-Induced Instabilities*. Cambridge University Press, New York, 2011.
- Poling D.R., Dadone L., y Telionis D.P. Blade-vortex interaction. *AIAA journal*, 27(6):694–699, 1989.
- von Kármán T. *Aerodynamics: Selected Topics in the Light of Their Historical Development*. Dover Books on Aeronautical Engineering. Dover Publications, New York, 2004. Reimpresión de la segunda edición de 1957 publicada por Cornell University Press, Ithaca, New York; la primera edición es de 1954.