

INFERENCIA DEL PERIODO FUNDAMENTAL DE MÁSTILES ARRIOSTRADOS DE BAJA ALTURA

INFERENCE OF THE FUNDAMENTAL PERIOD OF LOW-RISE GUYED MASTS

**Alberto M. Guzmán, Francisco A. Calderón, Víctor A. Roldan, Martín I. Bazán y
Leandro Y. Rodríguez**

*CeReDeTeC, Facultad Regional Mendoza, Universidad Tecnológica Nacional, Rodriguez 273, Ciudad,
Mendoza (M5502AJE), Argentina, mguzman@frm.utn.edu.ar*

Palabras clave: mástiles arriostrados, simulaciones numéricas, estudio paramétrico, periodo fundamental.

Resumen. Los mástiles arriostrados resultan ser uno de los sistemas estructurales más usados en la industria de la comunicación inalámbrica. Tanto para un análisis dinámico como estático, un parámetro requerido al momento de la evaluación es el periodo fundamental del sistema. Por ejemplo, un análisis dinámico en el tiempo utilizando como excitación registros de aceleraciones de terremotos ocurridos, requiere del escalamiento de los mismos de acuerdo a un procedimiento establecido, por ejemplo, en el código ASCE/SEI 7-16. Dicho escalamiento depende, entre otras variables, del periodo fundamental del sistema. En este trabajo se presentan los resultados de un estudio paramétrico de mástiles arriostrados evaluando el periodo fundamental de los mismos. Se analizó cómo influye en dicha respuesta dinámica la variación de distintos parámetros mecánicos del sistema. A partir de los resultados obtenidos, se presenta una expresión simplificada que permite inferir el periodo fundamental de mástiles arriostrados de baja altura. Finalmente se compararon los resultados obtenidos con la expresión propuesta con aquellos de aplicar las expresiones presentadas en la Norma ANSI-TIA 222 G. En las conclusiones se destaca la eficacia y sencillez de la nueva expresión desarrollada.

Keywords: guyed mast, numerical simulations, parametric study, fundamental period.

Abstract. Guyed masts turn out to be one of the most widely used structural systems in the wireless communication industry. For both a dynamic and static analysis, a parameter required at the time of evaluation is the fundamental period of the system. For instance, a time-history analysis (using seismic records) requires their scaling according to a procedure established (e.g. in the ASCE/SEI 7-16). Those scaling process depends, among other variables, on the fundamental period of the system. This work presents the results of a parametric study of guyed masts evaluating their fundamental period. It was analyzed how the variation of different mechanical parameters of the system influences this dynamic response. From the results obtained, a simplified expression is presented that allows inferring the fundamental periods of low-rise guyed masts. Finally, the proposed expression was compared with those two presented in the ANSI-TIA 222 G Standard. The conclusions highlight the efficacy and simplicity of the new proposed expression.

1. INTRODUCCIÓN

La predicción de la respuesta sísmica de mástiles arriostrados, al igual que en otras estructuras, requiere muchas veces la necesidad de evaluar la respuesta dinámica en el tiempo. Ello implica el tener que utilizar como excitación registros de aceleraciones de terremotos ocurridos, comúnmente llamados acelerogramas. Diversos autores ([El-Rashidy et al., 2000](#); [Amiri, 2002](#); [Hensley y Plaut, 2007](#); [Blakeborough et al., 2008](#); [Faridafshin y McClure, 2008](#); [Ghafari Oskoei y McClure, 2012](#); [Guzmán et al., 2018](#)) han analizado la respuesta sísmica de estos sistemas estructurales para comprender su complejo comportamiento. Esta necesidad está dada en poder evaluar la serviciabilidad de los dispositivos de comunicaciones los cuales resultan tan necesarios en situaciones de catástrofes, tal como lo afirmara Yoshio Utsumi, ex-Secretario General de la Unión Internacional de Telecomunicaciones ([IARP, 2005](#)).

Al respecto, un análisis dinámico en el tiempo implica la selección de una cierta cantidad de acelerogramas cuyas características deben cumplir condiciones en cuanto a su aceleración máxima y en cuanto a la media de las ordenadas de los espectros de respuestas ([ASCE/SEI-7-16, 2016](#)). El cumplimiento de dichas condiciones, hace necesario el escalamiento de los acelerogramas adoptados. Este procedimiento depende del periodo fundamental que presente el sistema estructural, resultando así un parámetro dinámico determinante en dicho proceso.

Esto último requiere poder determinar el periodo fundamental de estos sistemas estructurales, siendo necesario para ello llevar a cabo simulaciones numéricas, donde los softwares comerciales más utilizados en la modelación resultan ser [SAP2000 \(2007\)](#) y [ABAQUS \(2005\)](#).

Pero también la determinación del periodo fundamental, y tal como lo refiere la Norma [ANSI/TIA-222-G \(2006\)](#), resulta necesario cuando se desea comprobar el corte basal del sistema estructural, siendo el mismo determinado mediante un análisis menos riguroso como resulta ser el análisis estático conocido como “método 1” o “método de la fuerza lateral equivalente”.

Por lo tanto, el interés está centrado en poder encontrar metodologías que permitan inferir dicho periodo en una etapa previa a la simulación, de modo de poder llevar a cabo los ajustes necesarios y con ello, un ahorro en el costo computacional que implicaría realizar dichos ajustes en la etapa de la modelación y simulación computacional.

Al respecto, la literatura presenta sólo unos pocos casos en los cuales se ha intentado encontrar tendencias de comportamiento referidas al periodo fundamental, y con ello, metodologías que permitan inferir dicho parámetro. En ese sentido se destaca a [Amiri \(2002\)](#) quien propone una ecuación para inferir el periodo fundamental en función de la altura del mástil, recomendando su uso a sistemas con alturas de entre 150 y 350 m, y con niveles de pretensión de riostras del orden del 10 % de su capacidad última. Por su parte, [Blakeborough et al. \(2008\)](#) a partir del estudio de cuatro mástiles arriostrados de alturas aproximadas entre 100 y 314 m, propone una ecuación lineal para inferir el periodo fundamental en función de la altura del mástil, resultando ser una corrección a la ecuación propuesta por Amiri. La Norma ANSI/TIA 222-G presenta dos expresiones que permiten inferir la frecuencia fundamental del sistema, una expresión que presenta cierta complejidad en su aplicación, y frente a ello, una expresión simplificada como alternativa a la anterior.

El desarrollo de estas expresiones para inferir el periodo, implica primero poder establecer cómo influyen los distintos parámetros mecánicos del sistema en la respuesta dinámica del mismo. Al respecto, algunas investigaciones entre las que se citan a: [Amiri \(2002\)](#); [Blakeborough et al. \(2008\)](#); [Guzmán et al. \(2018\)](#); [Madugula et al. \(1998\)](#), han evaluado como influye en los periodos naturales la variación de la fuerza de pretensión de las riostras y la altura del mástil, siendo este último parámetro el más influyente en dicha propiedad dinámica.

En la presente investigación se obtienen y analizan los periodos fundamentales de tres mástiles arriostrados considerados de baja altura, de 24, 48 y 72 m de altura de mástil. Se evalúa la influencia en dicha propiedad dinámica de la variación de los parámetros mecánicos del sistema: i) pretensión de riostras (4, 8, 12 y 16 % de la capacidad última); ii) longitud de tramo de mástil entre riostras (4, 6, 12 y 24 m); iii) momento de inercia flexional (1, 2 y 4 veces el caso estándar); y iv) masa del mástil (1, 2 y 4 veces el caso estándar).

Los resultados obtenidos permiten entender el comportamiento en vibraciones libres -periodo fundamental- de los sistemas estructurales mástiles arriostrados de baja altura analizados, y cómo dicho periodo se relaciona con la variación de los parámetros mecánicos considerados del sistema. Esto último permite encontrar tendencias de comportamiento estructural a partir de las cuales se logra inferir, como estrategia previa a una simulación numérica, el periodo fundamental de mástiles arriostrados con alturas del orden a las analizadas en el presente trabajo.

2. SISTEMAS ESTRUCTURALES EVALUADOS

Se analizaron tres mástiles arriostrados (Fig. 1) de 24, 48 y 72 m de altura (H), con distintas pretensiones de riostras (P), distintas longitudes de tramos de mástil (h), y con distintos momentos de inercia flexional (I) y masa del mástil (m). En todos los casos, la distancia horizontal desde el anclaje de las riostras en su fundación hasta el eje del mástil, es de 14.44 m.

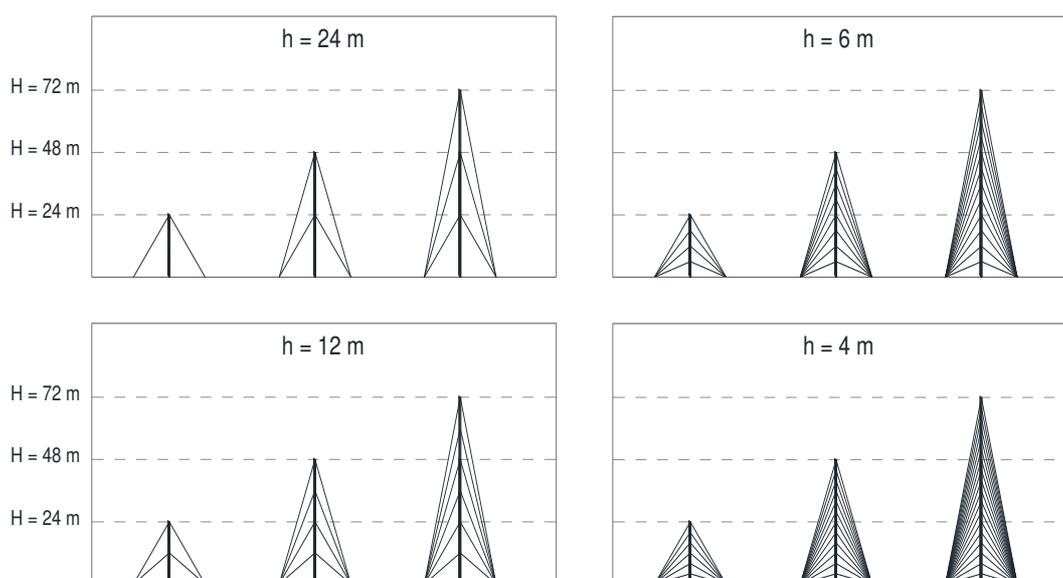


Figura 1: Mástiles arriostrados evaluados.

En cuanto al mástil reticulado, este presenta una sección transversal triangular de 0.60 m de lado, formada por largueros de $2.85e-04 \text{ m}^2$ de sección transversal y unidos entre sí por diagonales de $1.27e-04 \text{ m}^2$ de sección, dispuestas en un patrón del tipo zig-zag con un paso o separación entre diagonales de 0.40 m. El acero que forma parte de estos elementos presenta un módulo de elasticidad de $2.00e+11 \text{ N/m}^2$. Para el caso designado como estándar, la inercia flexional del mástil es de $5.20e-05 \text{ m}^4$, mientras que su masa es de $1.61e+01 \text{ kg/m}$. En cuanto a las riostras, estas presentan una sección transversal de $2.83e-05 \text{ m}^2$ y un módulo de elasticidad de $1.50e+11 \text{ N/m}^2$.

Para la identificación de cada caso analizado se utiliza la siguiente designación, donde por ejemplo el modelo identificado como 24H-4h-1I-1m representa un sistema estructural cuyas

características son: altura del mástil (H) 24 m; longitud tramo de mástil entre riostras (h) 4 m; inercia flexional (I) y masa del mástil (m), una vez la del caso estándar.

Para la modelación numérica se utilizó el software comercial de elementos finitos SAP2000. Las riostras fueron modeladas mediante el uso del elemento cable disponible en la biblioteca del software. El mástil reticulado fue modelado como viga-columna equivalente mediante el uso de elementos tipo frame, requiriendo para ello la determinación de las propiedades equivalentes. Dichas propiedades fueron obtenidas de las expresiones desarrolladas por Guzmán et al. (2019). En Tabla 1 se presenta los valores determinados para las propiedades utilizadas en la modelación del mástil reticulado como viga-columna equivalente.

Propiedad equivalente	Valor
Rigidez axial (EA)	1,73e+08 N
Rigidez flexional (EI)	1,04e+07 Nm ²
Rigidez transversal (GA)	1,08e+07 N
Rigidez torsional (GJ)	6,49e+05 Nm ²

Tabla 1: Propiedades equivalentes para la representación del mástil.

3. PERIODOS FUNDAMENTALES

La combinación de los distintos parámetros mecánicos considerados como variables en el estudio paramétrico, dieron lugar a la simulación numérica de 240 modelos. Para el análisis de vibraciones libres, el software en primer lugar determina la rigidez del sistema estructural mediante un análisis estático no lineal. Para ello, SAP2000 utiliza dos procedimientos de solución: primero se intenta la iteración de "Rigidez Constante", pero si falla la convergencia, se continúa con la iteración de "Newton-Raphson". En ambos casos la matriz de rigidez obtenida representa la rigidez tangente de la estructura. Este análisis permite activar las propiedades del elemento finito cable y representar su comportamiento geoméricamente no lineal, es decir, a través del modelo catenaria. Por lo tanto, una vez finalizado el análisis estático no lineal y determinado la rigidez del sistema, el software procede al análisis modal, obteniéndose así las distintas formas modales y sus respectivos periodos de vibración natural. En Figura 2 se presenta la forma modal correspondiente al periodo fundamental de uno de los casos analizados.

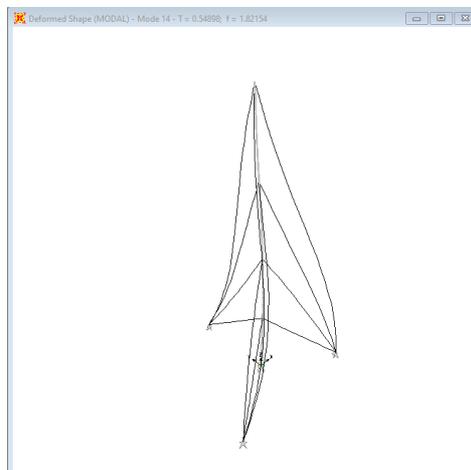


Figura 2: Forma modal de uno de los casos evaluados.

En Figura 3a se presenta la influencia en la evolución del periodo flexional del mástil debido a las distintas pretensiones de riostras consideradas en el análisis. Este análisis corresponde a los modelos con inercia flexional y masa del mástil definidos como casos estándar (1I-1m). De los resultados obtenidos se observa que para los niveles de pretensión considerados, la influencia de la variación de dicha pretensión sobre la evolución de los periodos es poco significativa, pudiéndose asumir con cierta aproximación, que los periodos se mantienen invariables. Cabe destacar que estos niveles de fuerzas de pretensión considerados en el estudio, abarcan los niveles entre el 7 y el 15 % considerado en la Norma ANSI/TIA.

En Figura 3b se presenta como influye en el periodo y para los casos estándar, las diferentes longitudes de tramo de mástil h entre riostras consideradas en el estudio. Del análisis de los resultados, se observa que hay una evolución aproximadamente lineal del periodo con respecto a la variación de la longitud de tramo de mástil. A medida que la longitud h disminuye, consecuencia de la incorporación de un nuevo nivel de riostras, el sistema se rigidiza y con ello, el periodo T disminuye. Por lo tanto, este parámetro mecánico ha de ser tenido muy en cuenta en la etapa del diseño, dado que puede influir significativamente en el comportamiento estructural.

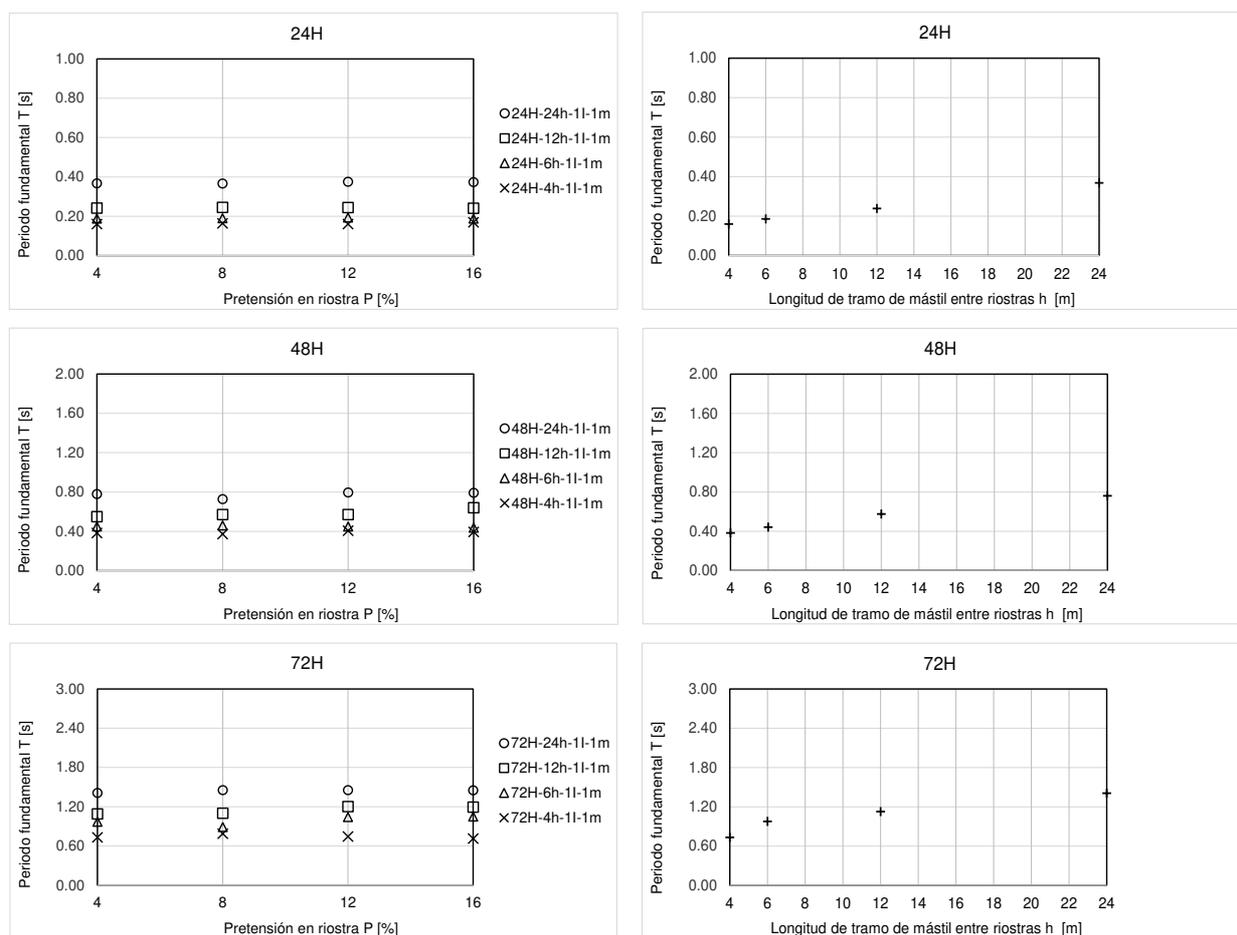


Figura 3: Caso estándar. Influencia en el periodo debido a la: a) pretensión de riostras; b) longitud de tramo entre riostras.

En Figura 4a se presenta como influye en el periodo la variación de la inercia flexional del mástil. Se observa que la influencia de dicha variación es poco significativa en los valores de los periodos obtenidos lo cual permite establecer que en general, el periodo fundamental tiende a ser aproximadamente invariable ante variaciones en la inercia flexional del mástil. Esto evidencia

que el mástil en sí mismo y dada sus características geométricas, es una estructura flexible, y que la modificación de su rigidez flexional local no modifica sustancialmente la rigidez global del sistema estructural mástil-riostras.

En Figura 4b, se presenta como influye en el periodo la variación de la masa del mástil distribuida a lo largo de su altura, resultando función de la raíz cuadrada de dicha variación.

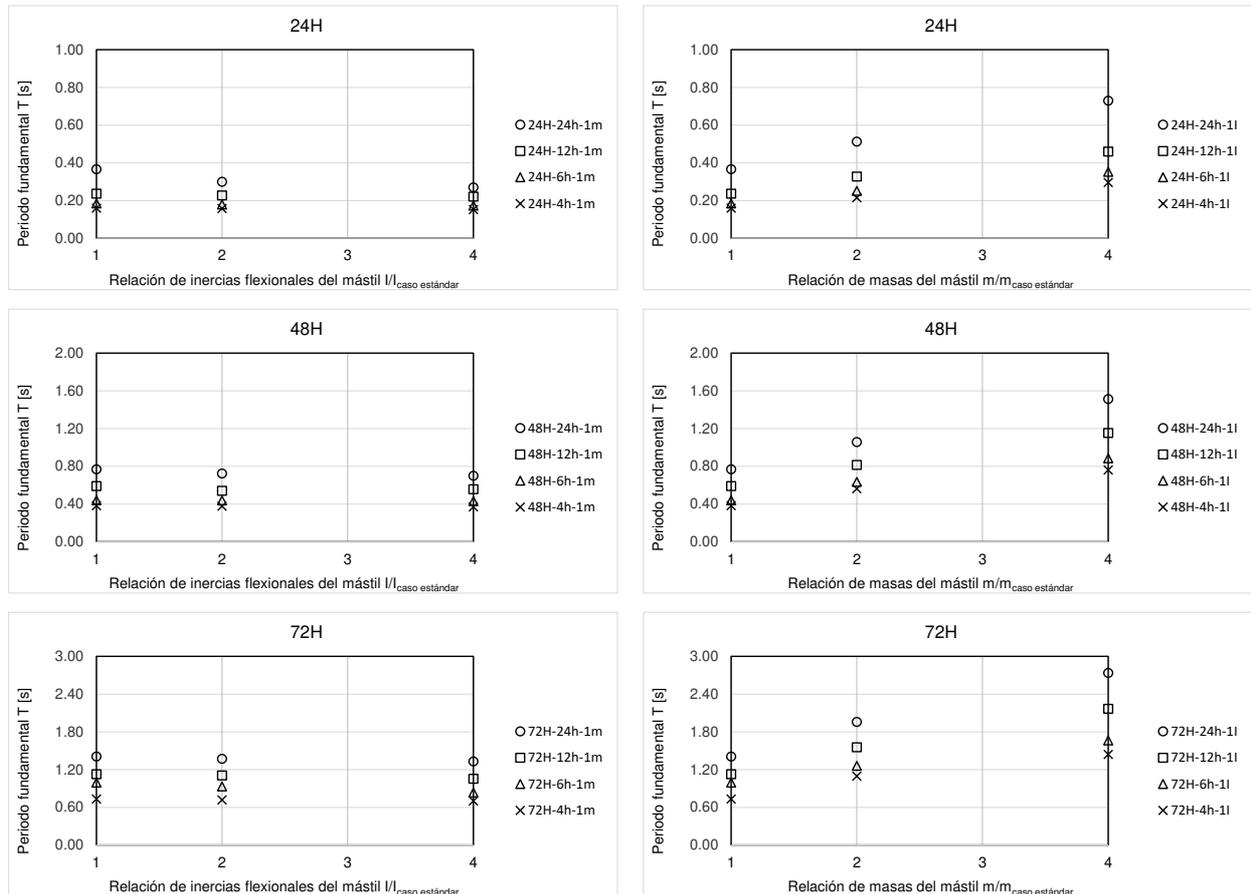


Figura 4: Caso estándar. Influencia en el periodo debido a la: a) inercia flexional del mástil; b) masa del mástil.

Por último, en Figura 5 se presenta como influye en el periodo fundamental del sistema, y para los casos estándar, la altura total H del mástil. Del análisis de los resultados, se puede indicar que el periodo flexional del sistema estructural aumenta conforme aumenta la altura del mástil, lo cual es lógico entender dado que el sistema se torna globalmente más flexible.

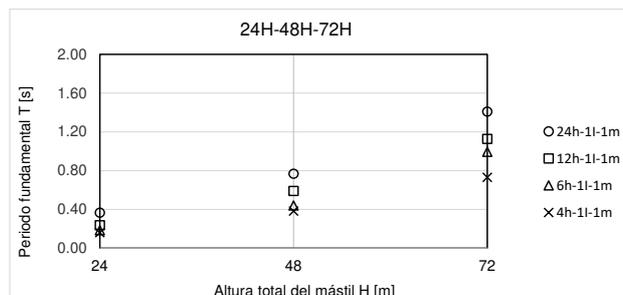


Figura 5: Influencia de la altura del mástil en el periodo.

4. PROPUESTA PARA INFERIR EL PERIODO

A partir de analizar los resultados obtenidos en las simulaciones numéricas, se pretende establecer una metodología que permita inferir de manera simple y directa, el periodo fundamental de mástiles arriostrados de baja altura, del orden a los consideradas en el presente estudio.

En ese sentido, y como una simplificación para la búsqueda de la metodología antes indicada, se prescindirá de la influencia de la pretensión de riostras, así como también, de la inercia flexional del mástil. Esta consideración se sustenta en los resultados obtenidos, donde se pudo observar la poca significancia que produce la variación de estos dos parámetros mecánicos del sistema sobre los resultados de los periodos flexionales determinados en cada uno de los casos que fueron analizados.

Por lo tanto, de los parámetros mecánicos considerados en este estudio, se pudo establecer que aquellos que influyen significativamente en la evolución del periodo fundamental resultan ser, la altura del sistema (H), la longitud de tramo entre riostras (h), y la masa del mástil (m).

Del análisis de los resultados obtenidos, se desarrolló una expresión (Ec. 1), simple en su aplicación, la cual permite inferir el periodo fundamental T en segundos del sistema, siendo m la masa del mástil expresada en kg/m, H su altura, y h la longitud de tramo entre riostras, ambas longitudes expresadas en metros.

$$T \approx \left(hH + 2H^{1,56} \right) \frac{\sqrt{m}}{9600}. \quad (1)$$

Por otra parte y como se indicó, la Norma ANSI/TIA 222-G establece dos expresiones para inferir la frecuencia fundamental del sistema (f). Una de ellas (Ec. 2) resulta:

$$f \approx C_g \sqrt{\frac{K_g}{W_t}}. \quad (2)$$

siendo C_g un factor de conversión igual a 8,7, K_g la rigidez equivalente de las riostras, y W_t el peso de la estructura incluido accesorios. La determinación del término K_g requiere conocer varios parámetros tales como, altura del sistema, niveles de arriostramientos, sección de riostras, longitud de la cuerda de cada riostra, etc. Esto último hace que la expresión (Ec. 2) presente cierta complejidad en su aplicación, razón por la cual la misma Norma propone como alternativa una expresión simplificada (Ec. 3), la cual sólo está en función de la altura del mástil (H) expresada en metros. Dicha expresión resulta:

$$f \approx K_m \sqrt{\frac{1}{H^{1,5}}}. \quad (3)$$

siendo K_m un factor de conversión igual a 50. A partir de la relación entre el periodo y la frecuencia, se infiere el periodo fundamental T del sistema analizado.

Los resultados de periodos inferidos obtenidos a partir de la aplicación de la expresión desarrollada (Ec. 1), permiten establecer un adecuado desempeño de la misma. En general, se puede establecer que la diferencia entre la simulación numérica y la inferencia, resulta del orden al 10 %.

Por otra parte, se observa que la expresión (Ec. 2) prevista en la Norma ANSI/TIA 222-G, no sólo resulta más compleja en su aplicación con respecto a la expresión (Ec. 1), sino que también, no estaría teniendo un desempeño apropiado para los mástiles más bajos (24H y 48H).

En cuanto a la expresión (Ec. 3), si bien es simple en su aplicación, esta estaría presentando diferencias muy significativas con los resultados mostrados por las simulaciones. Esto se debe a la influencia en el periodo fundamental del sistema no sólo de la altura del mástil, sino que también, de la altura de los tramos y de la masa de dicho mástil, siendo estas dos últimas variables (h y m) no consideradas en dicha expresión.

En Figura 6 se presenta una comparación de las diferencias que resultan entre los periodos determinados en el estudio paramétrico (simulaciones) con los obtenidos mediante el uso de las tres expresiones antes indicadas (Ec. 1, Ec. 2 y Ec. 3).

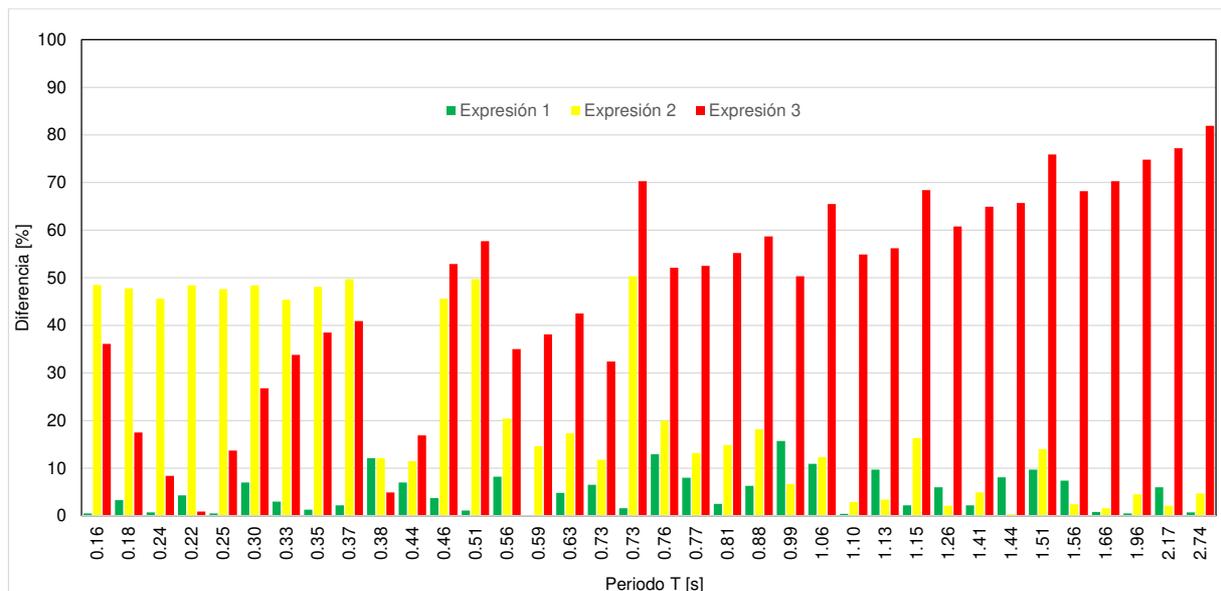


Figura 6: Diferencias de los periodos determinados mediante las expresiones con respecto a los obtenidos paramétricamente.

Por otra parte, los resultados representados en Figura 7, permiten establecer la muy buena correspondencia entre los periodos inferidos (T inferidos) mediante el uso de la expresión desarrollada (Ec. 1), con aquellos determinados en la simulación numérica (T simulación). Esto queda reflejado en la disposición de la nube de puntos (puntos verdes) que representan los periodos obtenidos, la cual describe una recta casi perfecta a 45° .

La comparación entre los periodos inferidos mediante la expresión prevista en la Norma ANSI/TIA 222-G (Ec. 2), con los obtenidos en la simulación, permite observar que la nube de puntos resultante (puntos amarillos) se acerca a la recta a 45° para el caso de los mástiles 72H, lo cual indica una buena correspondencia para sistemas estructurales con dicha altura. En tanto que para los mástiles 24H y 48H, los periodos representados con dicha expresión se apartan de la recta referida.

Por último, del análisis de los resultados obtenidos con la otra expresión también prevista en la Norma ANSI/TIA 222-G (Ec. 3), respecto de aquellos obtenidos con la simulación, se observa que la nube de puntos resultante (puntos rojos) describe una recta con una pendiente que difiere significativamente de la recta ideal a 45° , lo cual estaría indicando la no correspondencia entre los periodos comparados.

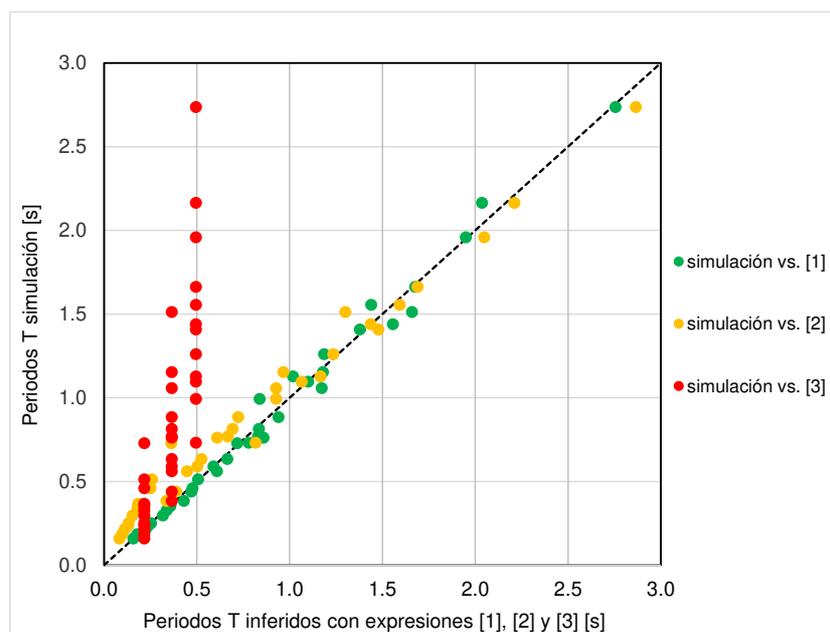


Figura 7: Representación de los periodos obtenidos mediante simulaciones numéricas e inferidos mediante las expresiones [1], [2] y [3].

5. CONCLUSIONES

En el presente trabajo de investigación, se han llevado a cabo simulaciones numéricas sobre mástiles arriostrados con diferentes parámetros mecánicos de diseño. A partir de estas simulaciones, 240 en total, se obtuvieron los periodos fundamentales lo cual permitió evaluar su relación con dichos parámetros mecánicos y presentar una expresión que de manera simple permita inferir el periodo fundamental. De lo evaluado, se permiten obtener las siguientes conclusiones:

- . La variación de la pretensión de riostras dentro del rango evaluado, entre el 4 y el 16 %, no condujo a una modificación significativa en el periodo fundamental del sistema. Estas diferencias encontradas resultaron menor al 10 %.

- . En cuanto al parámetro inercia flexional del mástil, se pudo establecer que en general no tuvo una incidencia significativa en el periodo. De los resultados obtenidos se observó que la diferencia resultó ser menor al 8 %. Sólo en uno de los casos analizados (24H-24h) la modificación de la inercia tuvo una incidencia en el periodo del orden del 15 %.

- . Los parámetros mecánicos altura, longitud de tramo y masa del mástil, inciden significativamente en la flexibilidad del sistema estructural, y con ello, en su periodo fundamental.

- . La expresión (Ec. 2) prevista en la Norma ANSI/TIA 222-G, resulta compleja en su aplicación práctica pretendida. Por otra parte, se observó que los resultados obtenidos con la misma para el caso de los mástiles de alturas más bajas, no fueron adecuados.

- . En cuanto a la expresión simplificada (Ec. 3) de dicha Norma, si bien su aplicación es simple, la misma no tuvo un desempeño apropiado en los casos evaluados. Esto se fundamenta en que el único parámetro que esta considera, es la altura del sistema.

- . Para sistemas estructurales de baja altura, del orden a los analizados en este estudio, la expresión desarrollada (Ec. 1) para inferir el periodo fundamental resultó de simple aplicación, mostrando un muy buen desempeño. Esto último permitiría en la etapa del diseño determinar con adecuada aproximación dicho parámetro dinámico. En general, la diferencia encontrada entre los periodos simulados y los inferidos resultó del orden al 10 %.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Secretaría de Ciencia y Tecnología de la Universidad Tecnológica Nacional por el financiamiento al proyecto UTI6619TC, así como también, al Centro Regional de Desarrollos Tecnológicos CeReDeTeC, Facultad Regional Mendoza, Argentina.

REFERENCIAS

- ABAQUS. *Estandar user's manual, version 6.4*. Providence (RI): ABAQUS, Inc., 2005.
- Amiri G. Seismic sensitivity indicators for tall guyed telecommunication towers. *Computers and Structures*, 80:349–364, 2002.
- ANSI/TIA-222-G. *Structural Standard for Antenna Supporting Structures and Antennas*. Telecommunications Industry Association, 2006.
- ASCE/SEI-7-16. *Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures*. Reston, VA: ASCE, 2016.
- Blakeborough A., Grey M., y Williams M. Characterizing the seismic behavior of guyed masts. *Journal of Earthquake Engineering*, 12:36–53, 2008.
- El-Rashidy H.M., El-Rakabawy M., Fayed N.M., y Zidan M.M. Response of guyed towers to simulated earthquake loading. *In Advanced Technology in Structural Engineering*, 1:1–11, 2000.
- Faridafshin F. y McClure G. Seismic response of tall guyed masts to asynchronous multiple-support and vertical ground motions. *Journal of Structural Engineering*, 134, 2008.
- Ghafari Oskoei S.A. y McClure G. New robust linearized seismic analysis method for tall guyed telecommunication masts. *Journal of Structural Engineering*, 138, 2012.
- Guzmán A., Calderón F., y Roldan V. Dynamic response of a guyed mast under seismic loadings. *International Journal of Science and Research*, 7:567–575, 2018.
- Guzmán A., Rosales M., y Filipich C. Continuous one-dimensional model of a spatial lattice deformation, vibration and buckling problems. *Engineering Structures*, 182:290–300, 2019.
- Hensley G. y Plaut R. Three-dimensional analysis of the seismic response of guyed masts. *Engineering Structures*, 29:2254–2261, 2007.
- IARP. *Inter-American Telecommunication Commission*. Organization of American States, Washington, D.C., USA, 2005.
- Madugula M., Wahba Y., y Monforton G. Dynamic response of guyed masts. *Engineering Structures*, 20, 1998.
- SAP2000. *Analysis Reference Manual v11*. Computers and Structures, Inc., CSI., Berkeley, California, USA, 2007.