

## ESTUDO DOS MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA SIMP E BESO PARA PROBLEMAS 2D APLICADO A ESTRUTURAS DE CONTRAVENTAMENTO

### STUDY OF THE TOPOLOGY OPTIMIZATION METHODS SIMP AND BESO FOR 2D PROBLEMS APPLIED TO BRACING STRUCTURES

**Rayanne E.L. Pereira, Paulo U. Silva, Iane M.L. Leite e Gustavo Bono**

*Laboratório de Engenharia Computacional, Universidade Federal de Pernambuco, Av. Marielle Franco s/n – KM 59 – Nova PE, CEP 50104-900, rayanneex@hotmail.com, paulo.usilva@ufpe.br, ianemotal@hotmail.com, gustavobono@ufpe.br, <https://www.ufpe.br/ppgecam>*

**Palavras-chave:** Otimização topológica, SIMP, BESO, sistemas de contraventamento.

**Resumo.** Atualmente, os centros urbanos apresentam-se cada vez mais verticalizados, fazendo com que arquitetos e engenheiros busquem por ferramentas mais eficientes para analisar os efeitos do vento sobre edificações altas, haja vista que a influência das cargas do vento é um fator preponderante. A Otimização Topológica apresenta-se como uma eficiente ferramenta para o desenho de sistemas de contraventamento. No presente trabalho, são consideradas duas situações de carregamento, empregando as metodologias SIMP e BESO para otimizar as estruturas de contraventamento em domínios bidimensionais. Para obter as cargas do vento que atuam no edifício CAARC, adota-se a norma NBR 6123/1988. Os resultados mostram que o método BESO apresentou estruturas mais rígidas em comparação com o método SIMP. As estruturas de contraventamento obtidas com o método SIMP sempre apresentam padrões similares na distribuição e quantidade de barras, em contrapartida no método BESO não se observa nenhum padrão de topologia característico.

**Keywords:** Topology optimization, SIMP, BESO, bracing system.

**Abstract.** Nowadays, urban centers are increasingly vertical, making architects and engineers look for more efficient tools to analyze the effects of wind on tall buildings. Topological Optimization can be used as an efficient tool for the design of bracing systems. Therefore, in the present work two loading situations were considered, using the SIMP and BESO methodologies to optimize two-dimensional structures. To obtain the wind loads that act in the CAARC building, following the standard NBR 6123/1988. The results show that the BESO method presented more rigid structures when compared to the SIMP method. The bracing structures obtained with the SIMP method always present similar patterns in the distribution and quantity of bars, in contrast to the BESO method no characteristic topology pattern was observed.

## 1 INTRODUÇÃO

O poder econômico de uma nação pode ser estimado pelo seu mercado de construção civil. Isto acontece porque este setor da economia necessita de grandes investimentos e gera empregos diretos e indiretos graças a sua extensa cadeia produtiva. Atualmente, há uma grande demanda por edifícios cada vez mais altos e esbeltos devido a diversos fatores sociais e econômicos. Esta verticalização acentuada dos centros urbanos origina aumento do número de pavimentos dos edifícios e de sua esbeltez e, portanto, a importância dos efeitos causados pela ação do vento. Para combater os efeitos do vento em edifícios altos, os projetistas contam com modernos sistemas de contraventamento. Este tipo de estrutura deve restringir o movimento lateral de forma a garantir o conforto dos ocupantes e a estabilidade lateral da edificação.

O benefício vai além da estabilidade estrutural, despertando também o interesse por parte de arquitetos e designers, de acordo com Kodmany e Ali (2016). Hu, Feng e Dai (2014) citam o conceito de arte estrutural, em que um projeto deve atender a um princípio de elegância consistente com a economia e a eficiência estrutural. Sistemas de contraventamento são qualificados para atender tais princípios, tendo em vista que podem ficar expostos em fachadas e embelezar a paisagem urbana.

Edificações de qualquer porte estão sujeitas às forças do vento. Entretanto, no caso de prédios altos, tais forças são acentuadas, de maneira que podem ser as principais cargas a serem resistidas pelo projeto estrutural. As forças do vento podem ser quantificadas, de maneira a projetar um sistema estrutural otimizado. No Brasil, a regra normativa NBR 6123/1988 define os procedimentos para determinar as forças devidas ao vento em edificações.

Neste trabalho, empregam-se métodos de otimização topológica (OT) para gerar sistemas de contraventamento no modelo de edifício alto CAARC (*Commonwealth Advisory Aeronautical Research Council*). Os métodos de OT utilizados são o *Solid Isotropic Material with Penalization* (SIMP) e o *Bi-directional Evolutionary Structural Optimization* (BESO). Para determinar as cargas de vento na edificação, toma-se como base a norma NBR-6123.

O trabalho se organiza da seguinte forma: na Seção 2 apresenta-se o referencial teórico, que resume brevemente os principais sistemas de contraventamento, e a formulação dos métodos SIMP e BESO. Os procedimentos de determinação das cargas na estrutura apresentam-se na Seção 3. Na Seção 4, mostra-se a validação dos métodos de OT e na Seção 5 analisam-se os sistemas de contraventamento obtidos. Por fim, apresentam-se as conclusões do estudo.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 Sistema de contraventamento

Para reduzir os efeitos da ação do vento em edificações, uma das soluções é aplicar um sistema de contraventamento. A aplicação desta estrutura auxiliar é um método eficiente e econômico para resistir a esforços laterais em edificações. Isto ocorre porque o sistema fica mais rígido sem acarretar em uma variação expressiva no peso do prédio. A rigidez adicional é decorrente do fato de que geralmente estes sistemas possuem membros em diagonais que passam a trabalhar principalmente em tração ou compressão axial, em vez de flexão. A deformabilidade inerente dos pórticos é devida à flexibilidade de suas vigas. A introdução de barras diagonais causa um aumento substancial na rigidez do sistema. O esforço cortante do conjunto agora é absorvido predominantemente pelas diagonais (ao invés das vigas) e transmitido como esforço axial, como é mostrado esquematicamente na Figura 1.

Quando um edifício alto sofre deslocamentos laterais e/ou torcionais sob a ação das cargas de vento, o movimento oscilatório resultante pode induzir uma ampla gama de respostas

dinâmicas no edifício. Desse modo, a rigidez estrutural é um requisito importante na concepção de edifícios altos. Porém, a construção civil é um mercado bastante complexo, que deve levar em conta outros fatores além da performance estrutural, como materiais, sistemas construtivos, paisagismo, viabilidade econômica, cultura local, entre outros.

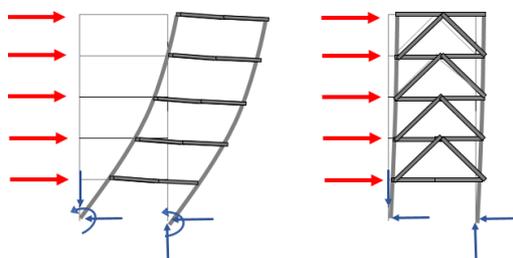


Figura 1: Efeito do sistema de contraventamento na estrutura.

As solicitações originadas pelo vento na edificação mudam significativamente com a altura e esbelteza da construção, portanto, existem vários tipos de sistema de contraventamento. Gunel e Ilgin (2007), propõem uma classificação em seis tipos de sistemas: (1) pórticos indeformáveis; (2) paredes de cortante (*shear walls*); (3) sistemas de pórticos com *outrigger*; (4) sistemas de tubo perfurado; (5) treliças de cortante; e (6) sistema de tubos. Em estudos mais recentes, Ali e Moon (2018) apresentam alguns dos sistemas de contraventamento que foram concebidos nos últimos anos. Um dos mais estudados é o sistema *diagrid*, que além de mostra-se muito eficiente possui um notável padrão estético, tornando-o potencialmente desejado no meio arquitetônico. Outro tipo de estrutura que se popularizou em prédios muito altos são as treliças espaciais, as mega colunas (*megatubes*) e os mega pórticos (*superframes*).

## 2.2 Métodos de Otimização Topológica

Tendo em vista que os métodos de otimização estrutural são excelentes ferramentas para análises de sistemas de contraventamento, pesquisas são constantemente conduzidas nesta área. O principal objetivo da Otimização Topológica (OT) é a busca pelo layout ou topologia de uma quantidade fixa de material que satisfaça determinados conjuntos de restrições do projeto estrutural, minimizando ou maximizando a função objetivo. Sendo definida a função objetivo a partir do conjunto de variáveis de projeto que descrevem o sistema estrutural.

As principais e mais difundidas técnicas de OT são os métodos SIMP e BESO. O método SIMP foi descrito pela primeira vez por Bendsoe (1989), sob o nome abordagem direta, ou densidade artificial, e o termo SIMP foi introduzido pelos autores Rozvany, Zhou e Birker (1992). O método baseia-se numa relação heurística, entre a densidade do elemento e o módulo de elasticidade, conforme apresentado na Eq. 1.

$$E_e(x_e) = x_e^p E^0 \quad (1)$$

onde,  $E_e$  é o módulo de elasticidade do elemento e,  $E^0$  é o módulo de elasticidade do material “sólido”,  $x_e$  é a densidade do elemento e  $p$  é o fator de penalização com  $p \geq 1$ . O fator de penalização,  $p$ , emprega-se para minimizar as densidades intermediárias, ou seja, as regiões que possuem difícil interpretação quanto a presença ou não de material no resultado final. Esta região também denomina-se escala de cinza, em virtude de as densidades possuírem valores intermediários, sabendo que, a densidade com valor igual a 0 representam “vazio” e identificam-se com a cor branca, e densidade com valor igual a 1, “sólido”, representam-se com a cor preta. Desse modo, valores intermediários entre 0 e 1 não se classificam em nenhuma das opções mencionadas, o que dificulta a interpretação dos resultados.

No método SIMP, o problema de minimização da flexibilidade é convexo e com uma única solução para o fator de penalização igual a  $p = 1$  (Zegard e Paulino, 2016). Entretanto, conforme Rozvany (2001), para reduzir as regiões com valores de densidade intermediárias emprega-se  $p > 1$ . Isto torna o problema não convexo, existindo vários mínimos locais. Seguindo as recomendações de Bendsoe e Sigmund (2003) no presente trabalho adota-se  $p = 3$ .

A definição formal do problema de OT, discretizado pelo Método dos Elementos Finitos (MEF), para minimização de flexibilidade pode ser escrito como:

$$\text{minimizar } C(\mathbf{x}) = \mathbf{u}^T \mathbf{K} \mathbf{u} = \sum_{e=1}^N (x_e)^p \mathbf{u}_e^T \mathbf{K}_e \mathbf{u}_e \quad (2)$$

$$\text{st.: } \frac{V(\mathbf{x})}{V_T} = f_v \quad (3)$$

$$\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (4)$$

$$0 < x_{\min} \leq \mathbf{x} \leq 1 \quad (5)$$

onde,  $C(\mathbf{x})$  é a flexibilidade média,  $\mathbf{K}$  é a matriz de rigidez,  $\mathbf{u}$  é o vetor de deslocamentos,  $V(\mathbf{x})$  é o volume,  $V_T$  é o volume total de domínio,  $f_v$  é a fração de volume,  $\mathbf{f}$  é o vetor de carga,  $\mathbf{u}_e$  é o vetor de deslocamento do elemento,  $x_e$  é a densidade do elemento e  $N$  é o número de elementos na malha. Para evitar singularidades na matriz de rigidez, adota-se um valor mínimo de densidade ( $x_{\min}$ ) ao invés do zero.

O método de otimização estrutural evolucionária BESO baseia-se em critérios heurísticos, em que é selecionada certa quantidade de material a ser removido ou adicionado gradualmente (Huang e Xie, 2010). Foi desenvolvido a partir da metodologia proposta por Xie e Steven (1996), conhecida como Evolutionary Structural Optimization (ESO). No método BESO, a estrutura é otimizada removendo e adicionando elementos, ou seja, o elemento em si, ao invés de ser associado a parâmetros físicos tratados como a variável de projeto.

O problema de OT com restrição de volume no método BESO, é apresentado nas Eqs. 6-9, no entanto, as variáveis não assumem valores intermediários dentro do intervalo  $[0,1]$ . Para o método BESO, empregam-se variáveis de carácter discreto, admitindo apenas os valores 0 e 1, configurando o material sólido e vazio, respectivamente.

$$\min \bar{C}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} C(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{K} \mathbf{u} \quad (6)$$

$$\text{st.: } V(\mathbf{x}) = f_v - \sum_{e=1}^{nele} x_e V_e \quad (7)$$

$$\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (8)$$

$$x_e = 1 \quad \text{ou} \quad x_e = x_{\min} \quad (9)$$

onde,  $\bar{C}(\mathbf{x})$  é a metade da flexibilidade definida na Eq. 2 e o restante da variáveis são as mesmas que foram definidas para o método SIMP.

Para minimizar os problemas numéricos nos códigos de OT, adota-se o filtro de sensibilidades (BOURDIN, 2001), modificando-se as sensibilidades elementares através de um esquema de ponderação com os elementos da vizinhança. O tamanho da vizinhança que pondera um elemento  $e$  é determinada pelo raio do filtro ( $r_{\min}$ ), que parte do centro de  $e$  até uma determinada distância definida pelo usuário.

### 3 EDIFICAÇÃO E CARGAS DE VENTO

No presente estudo, determinam-se através da OT os sistemas de contraventamento no modelo de edifício *Commonwealth Advisory Aeronautical Research Council - CAARC* (MELBOURNE, 1980), que tem sido uma referência recorrente em diversas pesquisas na área da Engenharia do Vento. O edifício CAARC é um prisma retangular de fachadas planas sem

detalhes geométricos de 61 pavimentos com as seguintes dimensões, base de 30,48 m x 45,72 m e altura 182,88 m.

O carregamento do vento sobre o edifício é avaliado considerando a norma NBR 6123/1988. Para o estudo considera-se que a edificação está localizada na cidade de Caruaru (PE), portanto, os valores dos parâmetros definidos na norma NBR 6123/1988 são: velocidade básica  $V_0 = 30$  m/s, fator topográfico  $S_1 = 1$ , fator estático  $S_3 = 1$  e o fator de rugosidade  $S_2$  define-se como categoria IV e classe C. Os coeficientes de arrasto necessários para o cálculo das forças através da NBR 6123/1988 foram determinados considerando o caso de baixa turbulência. De posse desses dados, é possível obter as forças devido ao vento no edifício CAARC para os ângulos de incidência  $0^\circ$  e  $90^\circ$ , conforme procedimento descrito na NBR 6123/1988.

#### 4 VALIDAÇÃO

Para a validação dos códigos implementados no MATLAB e estudo dos principais parâmetros foi utilizado o problema clássico da viga bi apoiada com carga no centro (viga Messerschmitt-Bölkow-Blohm ou MBB). Em virtude das condições de simetria apresentadas pelo problema, pode-se discretizar metade do domínio. Em todos os casos analisados sempre se consideram os seguintes dados: coeficiente de Poisson igual a 0,30, módulo de elasticidade,  $E = 1$  MPa, carga de valor unitário e tolerância de 0,01 aplicado na variável de projeto para o critério de parada. Nos exemplos, emprega-se uma malha estrutura de elementos com arestas unitárias, especificando-se a quantidade de elementos nas direções  $x$  e  $y$ . Os parâmetros que são avaliados nesta seção são o raio de influência do filtro de sensibilidades ( $r_{min}$ ) e a fração de volume ( $f_v$ ).

Na Tabela 1, apresentam-se os valores de flexibilidade média ( $C$ ) em N·m e as topologias ótimas obtidas com os métodos BESO e SIMP considerando uma fração de volume de 50%, malha de 60x20 elementos e dois raios de filtro 1,5 e 3,5. Os resultados são comparados com os obtidos por Simonetti, Almeida e Neves (2019) com o método SESO (*Smoothing Evolutionary Structural Optimization*).

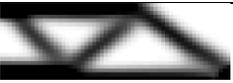
	BESO	SIMP	SESO (Simonetti, Almeida e Neves, 2019)
$r_{min} = 1,5$	 $C = 186,9072$	 $C = 203,1965$	 $C = \text{Não informado}$
$r_{min} = 3,0$	 $C = 194,2286$	 $C = 251,0149$	 $C = \text{Não informado}$

Tabela 1: Análise da variação do raio do filtro na viga MBB.

Observa-se que as topologias obtidas considerando o menor raio do filtro variam conforme o método empregado. Os métodos evolucionários (BESO e SESO) apresentam mais barras na estrutura final em comparação com o método SIMP. Por sua vez, adotando o maior raio do filtro obtém-se estruturas semelhantes independentemente do método adotado. Deve-se ressaltar que o método SIMP mostra que independente do raio adotado, a topologia obtida é a mesma, apesar do aumento da “região cinza” na interface sólido-vazio. Isto ocorre pois diferente dos métodos BESO e SESO que são métodos discretos, o SIMP é um método contínuo. Percebe-se que o método SIMP sempre apresenta os maiores valores da função objetivo, sendo 8,7 % maior com  $r_{min} = 1,5$  e 29,2 % maior com  $r_{min} = 3,5$ .

O efeito da variação da fração de volume, mostra-se na Tabela 2, considerando um domínio

discretizado em 60 x 20 elementos e três valores de  $f_v = 60\%$ ,  $50\%$  e  $40\%$ . Os resultados da topologia final e do valor da função objetivo obtidos com os métodos BESO e SIMP são comparados com os dados por Du *et al.* (2015) empregando o método SIMP com um novo esquema de interpolação.

A fração de volume tem uma alta influência na topologia final, pois é diretamente relacionada com o volume de material empregado na estrutura. Uma redução na quantidade de material origina um aumento no valor da flexibilidade, ou seja, uma diminuição da rigidez da estrutura. Pode-se observar que as estruturas finais são semelhantes, para o menor valor de fração de volume. Os valores da função objetivo são próximos entre os três métodos, sendo que o método BESO sempre apresenta os menores valores, com uma média de 8,1% menor que os resultados do SIMP.

	BESO	SIMP	SIMP (Du <i>et al.</i> , 2015)
$f_v = 60\%$	 $C = 161,3466$	 $C = 171,4229$	 $C = 183,4463$
$f_v = 50\%$	 $C = 186,9072$	 $C = 203,1965$	 $C = 207,5821$
$f_v = 40\%$	 $C = 228,1188$	 $C = 251,1118$	 $C = 255,8830$

Tabela 2: Análise da variação da fração de volume na viga MBB.

Os resultados apresentados mostram que as metodologias implementadas obtiveram soluções semelhantes às da literatura. Percebe-se que devido ao filtro de sensibilidades adotado, os problemas numéricos de tabuleiro de xadrez e dependência de malha foram contornados. Os mínimos valores da função objetivo sempre foram obtidos com o método BESO.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para determinar a estrutura de contraventamento no CAARC consideram-se: fator de penalização  $p = 3$ , fração de volume igual a 0,50, raio de influência do filtro  $r_{min} = 2,0$ , coeficiente de Poisson igual a 0,30, módulo de elasticidade  $E = 1$  GPa e tolerância de 0,01 para o critério de parada conforme empregado por Andreassen *et al.* (2011).

No estudo, analisa-se uma estrutura bidimensional na qual adotam-se dois casos de distribuição de cargas do vento sobre o edifício CAARC (Figura 2): CASO 1, carga em todos os pavimentos nas duas faces; CASO 2, carregamento a cada 3 pavimentos nas duas faces. Nas Tabelas 3 e 4 apresentam-se, respectivamente para os ângulos de ataque  $90^\circ$  e  $0^\circ$ , as estruturas de contraventamento obtidas nas faces do edifício CAARC considerando os métodos BESO e SIMP. Também se apresentam os valores da flexibilidade média ( $C$ ) em kN·m, número de iterações e tempo de processamento adimensional. Para facilitar a comparação dos tempos de processamento se adimensionaliza com relação ao tempo obtido no exemplo dado pela combinação: direção  $90^\circ$ /método BESO/Caso 1.

Pode-se observar que o material tende a concentrar-se na metade inferior da estrutura, sendo as barras mais grossas em comparação à metade superior, onde os elementos são mais finos. Ao analisar os valores de  $C$ , verifica-se que o BESO apresenta menores valores de flexibilidade média, sendo entre 2 e 8 % menor que nas estruturas obtidas com o método SIMP, independente do carregamento e do ângulo de ataque. No método SIMP, os elementos com densidades

intermediárias contribuem para aumentar a flexibilidade e, portanto, diminuir a rigidez estrutural.

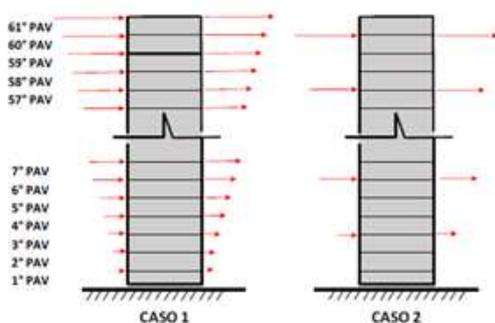


Figura 2: Casos de distribuição de carga avaliados no edifício CAARC.

	BESO		SIMP	
	Caso 1	Caso 2	Caso 1	Caso 2
$C$	793,86	2638,84	835,60	2638,90
Iterações	46	54	260	268
Tempo	1,00	1,00	6,89	4,21

Tabela 3: Resultados da OT para os casos de carregamento apresentados no ângulo de ataque 90°.

	BESO		SIMP	
	Caso 1	Caso 2	Caso 1	Caso 2
$C$	90,61	294,84	99,78	322,12
Iterações	40	40	219	161
Tempo	1,75	2,11	8,51	7,08

Tabela 4: Resultados da OT para os casos de carregamento apresentados no ângulo de ataque 0°.

Comparando os métodos SIMP e BESO, pode-se concluir que o método BESO, obteve resultados livres de escala de cinza, uma vez que esse método não possui densidades intermediárias, portanto, as estruturas são facilmente interpretadas. Em contrapartida, nas estruturas otimizadas com o método SIMP existem amplas regiões com escala de cinza,

principalmente nas partes superiores das estruturas. Na maioria dos exemplos analisados, o número de iterações e tempo de processamento é aproximadamente 5 vezes superior no método SIMP em comparação ao método BESO.

Na Tabela 5, mostram-se as estruturas de contraventamento no CAARC obtidas a partir das otimizações topológicas em cada uma das faces do mesmo, ver Tabelas 3 e 4. No caso do método SIMP, considera-se como material sólido os elementos com densidades superiores a 0,50, conforme adotado por outros autores.

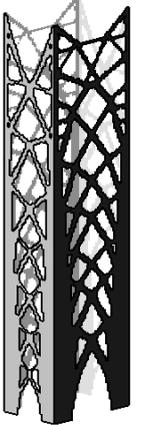
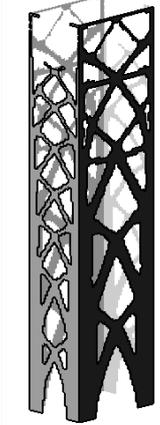
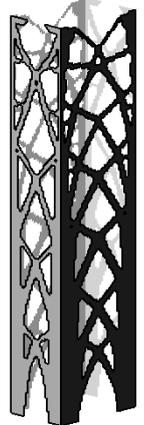
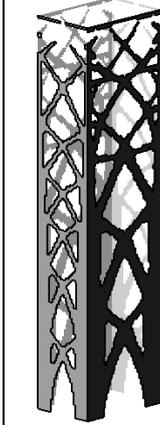
Carregamento em todos os pavimentos		Carregamento a cada 3 pavimentos	
BESO	SIMP	BESO	SIMP
			

Tabela 5: Estruturas de contraventamento no CAARC para os métodos SIMP e BESO.

Analisando os resultados, verifica-se que o método BESO apresenta um sistema de contraventamento mais complexo em virtude da quantidade de barras na estrutura otimizada. Do ponto de vista construtivo, isto pode ser uma desvantagem em comparação com a estrutura obtida empregando o método SIMP. A variação do carregamento nos pavimentos mostrou-se mais susceptível no caso do método BESO, por sua vez, as estruturas obtidas com o método SIMP mostram muita semelhança para os casos analisados.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente trabalho considera-se a otimização bidimensional do sistema de contraventamento de edifícios altos através dos métodos de Otimização Topológica, SIMP e BESO. As cargas devido ao vento no edifício CAARC foram determinadas através da norma brasileira NBR6123/1988. Em função dos exemplos analisados, foi possível identificar que o método BESO apresentou estruturas mais rígidas, menor valor da flexibilidade média, em comparação com o método SIMP, em decorrência da ausência de densidades intermediárias. O método BESO também apresentou os menores tempo de processamento e número de iterações.

Foi possível observar que os sistemas de contraventamento obtidos com cargas aplicadas em todos os pavimentos apresentaram maior rigidez (menor valor de flexibilidade) em comparação com os sistemas estruturais que consideram as cargas aplicadas a cada 3 pavimentos, independentemente do ângulo de incidência do vento e do método de otimização. Observou-se que o método SIMP foi menos susceptível ao tipo de carregamento. Por fim, pode-se observar que a Otimização Topológica é uma poderosa ferramenta para o cálculo e design de estruturas de contraventamento ótimas.

## 7 AGRADECIMENTOS

Este estudo foi financiado em parte pela Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (FACEPE) – APQ-0225-3-05/14.

## REFERÊNCIAS

- Andreassen, E., Sigmund, O., Clausen, A., Schevenels, M., Lazararov, B.S. Efficient topology optimization in MATLAB using 88 lines of code. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 43:1-16, 2011.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas. *NBR 6123*, Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988.
- Bendsoe, M.P. Optimal shape design as a material distribution problem. *Structural Optimization*, 1:193-202, 1989.
- Bendsoe, M.P., Sigmund, O. *Topology Optimization*, theory, methods and applications. Springer, 2003.
- Bourdin, B. Filters in topology optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 50:2143-2158, 2001.
- Du, Y., Yan, S., Zhang, Y., Xie, H., Tian, Q. A modified interpolation approach for topology optimization. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 28:420-430, 2015.
- Gunel, M.H., Ilgin, H.E. A proposal for the classification of structural systems of tall buildings. *Building and Environment*, 42:2667-2675, 2007.
- Hu, N., Feng, P., Dai, G.L. Structural art: Past, present and future. *Engineering Structures*, 79:407-416, 2014.
- Huang, X., Xie, Y.M. *Evolutionary topology optimization of continuum structures*, 1<sup>a</sup> ed. Wiley, 2010.
- Kodmany, K.A., Ali, M.M. An overview of structural and aesthetic developments in tall buildings using exterior bracing and diagrid systems. *International Journal of High-Rise Buildings*, 5:271-291, 2016.
- Melbourne, W.H. Comparison of measurements on the CAARC standard tall building model in simulated model wind flows. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 6:73-88, 1980.
- Rozvany, G.I.N. Aims, scope, methods, history and unified terminology of computer-aided topology optimization in structural mechanics. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 21:90-108, 2001.
- Rozvany, G.I.N., Zhou, M., Birker, T. Generalized shape optimization without homogenization. *Structural Optimization*, 4:250-252, 1992.
- Sigmund, O. A 99 line topology optimization code written in MATLAB. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 21:120-127, 2001.
- Simonetti, H.L., Almeida, V.S., Neves, F.A. Topology optimization: compliance minimization using SESO with bilinear square element. *London Journal of Engineering Research*, 19, 2019.
- Xie, Y.M., Steven, G.P. Evolutionary structural optimization for dynamic problems. *Computers & Structures*, 58:1067-1073, 1996.
- Zegard, T., Paulino, G.H. Bridging topology optimization and additive manufacturing. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 53:174-192, 2016.