

AERODINÁMICA DE FLUJOS BIDIMENSIONALES E INESTACIONARIOS DOMINADOS POR VORTICIDAD

Marcelo F. Valdez^a, Sergio Preidikman^{a,b} y Julio C. Massa^{a,b}

^a *Departamento de Estructuras, Facultad de C. E. F. y N., Universidad Nacional de Córdoba, Casilla de Correo 916, 5000 Córdoba, Argentina, jmassa@efn.uncor.edu, <http://www.efn.uncor.edu>*

^b *Departamento de Mecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Río Cuarto, Ruta Nacional 36 Km. 601, 5800 Río Cuarto, Argentina, spreidik@vt.edu, <http://www.ing.unrc.edu.ar>*

Palabras Clave: flujos dominados por vorticidad, flujos bidimensionales, aerodinámica inestacionaria y no-lineal, alas batientes, micro-vehículos aéreos inspirados en la biología.

Resumen. En este trabajo se simulan numéricamente algunos de los mecanismos aerodinámicos inestacionarios que le permiten mantenerse en vuelo a algunos insectos y aves pequeñas. Estos mecanismos de vuelo son inherentemente no-lineales e inestacionarios y no pueden ser captados por una formulación basada en las hipótesis de la aerodinámica lineal y estacionaria. Si bien una característica de estos fenómenos es su relativamente bajo número de Reynolds, el mismo es lo suficientemente alto como para avalar la hipótesis de que los efectos viscosos están confinados, únicamente, a la capa límite y a las estelas vorticosas. Esta última hipótesis permite predecir las cargas aerodinámicas mediante el uso del método de red de vórtices no-lineal e inestacionario. El modelo aerodinámico desarrollado incluye la posibilidad de separación del flujo en el borde de ataque cuando el perfil alcanza un determinado ángulo de ataque efectivo y permite además incorporar variaciones, preestablecidas en el tiempo, de la combadura y de la cuerda de la sección alar en estudio. Para mejorar la representación de la evolución espacio-temporal de las estelas se realiza un suavizado (“splitting”) de la distribución espacial y de la intensidad de vorticidad en las mismas. Con el fin de cotejar los resultados provenientes de las simulaciones numéricas con resultados experimentales se desarrolla un algoritmo de pre-procesamiento de datos, y otro de visualización y post-procesamiento de las variables que caracterizan la evolución espacial y temporal del flujo. Se estudian, entre otras, las características del vuelo conocido como “hovering”, en el cual el insecto se mantiene suspendido en el aire, aleteando y sin avanzar. El fin último de este trabajo es el desarrollo de una herramienta numérica que permita evaluar las cargas aerodinámicas asociadas a los diversos mecanismos empleados por algunos insectos para mantenerse en vuelo, con el objeto de inspirar el desarrollo de micro-vehículos aéreos súper-maniobrables, no tripulados de alas batientes.

1 INTRODUCCIÓN

En la naturaleza, todas las criaturas capaces de mantenerse en vuelo poseen alas batientes. Esto puede atribuirse en parte a las restricciones impuestas por el uso de músculos. Dicha restricción es de origen biológico y no necesariamente afecta a los micro-vehículos aéreos fabricados por el hombre. Sin embargo, existe evidencia que a pequeñas escalas, los efectos aerodinámicos no estacionarios producidos por las alas en batimiento ofrecen ventajas únicas respecto de las alas y rotores convencionales (Ellington, 1999). Entre estas ventajas se encuentra la generación de sustentación y empuje, manteniendo una economía en el peso.

La comprobación experimental de la importancia de los fenómenos inestacionarios en el vuelo de los insectos ha promovido el desarrollo de mejores herramientas computacionales y experimentales para investigar las fuerzas inestacionarias provenientes de flujos vorticosos alrededor de un ala batiente. En particular se han desarrollado robots dinámicamente escalados (Dickinson et al., 1999; Wang et al., 2004) para realizar mediciones controladas del flujo y las fuerzas.

Dada la complejidad de un modelo en tres dimensiones, es interesante investigar si un modelo sencillo bidimensional provee resultados consistentes con los obtenidos en los experimentos. Obviamente, un modelo en dos dimensiones no puede predecir los fenómenos inherentemente tridimensionales, como ser el flujo axial que estabiliza el vórtice desprendido del borde de ataque; pero por otro lado, resulta difícil evaluar la importancia de estos fenómenos tridimensionales sin conocer lo que ocurre en dos dimensiones.

Los insectos fueron los primeros animales en desarrollar el vuelo activo y además, llevan ventaja en cuanto a performances aerodinámicas y maniobrabilidad. El mayor interrogante, sin embargo, es cómo las alas batientes pueden generar las fuerzas necesarias para propulsar y mantener en el aire un insecto. Como se ha demostrado en numerosas investigaciones, los insectos se sirven de mecanismos inherentemente inestacionarios y no-lineales para la producción de la fuerza sustentadora, los cuales no pueden ser captados por la teoría aerodinámica lineal y estacionaria. Entre estos mecanismos, pueden mencionarse la captura de estela, la sustentación rotacional y el retraso de la pérdida aerodinámica.

En el presente trabajo se desarrolla un modelo numérico bi-dimensional para simular el movimiento de batimiento de una sección alar. Además, se desarrollan algoritmos de post-procesamiento que permiten llevar a cabo visualizaciones de las estelas y de los campos de velocidades. Si bien, el número de Reynolds que caracteriza el flujo real en los insectos es relativamente bajo, puede considerarse que tiene un valor lo suficiente alto como para asumir que los efectos viscosos están confinados, únicamente, a la capa límite y las estelas. Este hecho permite utilizar un modelo basado en el método de red de vórtices inestacionario y no lineal (unsteady vortex lattice method). Para la evaluación de las cargas aerodinámicas se emplea la versión inestacionaria de la ecuación de Bernoulli.

2 CINEMÁTICA DEL VUELO “NORMAL” DE LOS INSECTOS

Los patrones de movimiento utilizados para volar, son comunes a casi todos los insectos. Éstos constituyen lo que se conoce como el vuelo “normal” y es, probablemente, un buen punto de partida para el diseño de micro-vehículos aéreos inspirados en la biología. Otros movimientos, no comunes a todos los insectos, ofrecen ventajas especiales que pueden ser útiles para ciertos propósitos.

El mecanismo fundamental del batimiento fue descrito por primera vez por Osborne (1951). Este investigador introdujo el concepto de “plano de aleteo o de batimiento” (stroke plane). Este concepto fue posteriormente utilizado por Azuma (1992) y Azuma et al (2001). Este plano posee una orientación respecto al cuerpo del insecto prácticamente constante en la mayoría de los casos (Ellington, 1999).

En este trabajo, como es habitual en la literatura, se adoptan las siguientes definiciones: (i) “downstroke” es el movimiento por el cual el ala se traslada desde arriba hacia la parte ventral del cuerpo; (ii) “upstroke”, el movimiento en el sentido contrario; (iii) por “halfstroke” se entiende cualquiera de los movimientos anteriores, ya que constituyen la mitad de un aleteo completo.

2.1 Mecanismos del vuelo

Algunos resultados experimentales muestran que ciertos insectos producen hasta dos y tres veces más sustentación que la predicha por métodos de la aerodinámica estacionaria convencional (Ellington, 1999). Más de dos décadas de investigación ayudaron a entender como los insectos y los pájaros pequeños hacen uso de mecanismos aerodinámicos no convencionales que explotan el flujo inestacionario y no-lineal resultante del batimiento de sus alas. Entre los mecanismos más importantes pueden mencionarse: (i) retraso de la pérdida aerodinámica, (ii) circulación adicional generada por la rotación del ala o “circulación rotacional”, (iii) captura de estela y (iv) efecto de adición de masa (Dickinson, 2001; Sane, 2003; Azuma et al., 2001).

La ausencia de pérdida (i) está asociada a la estabilización de la vorticidad desprendida en el borde de ataque, evitando de este modo la formación de la calle de Von Karman bidimensional, que se desestabilizaría y llevaría finalmente a la pérdida aerodinámica. Como resultado se forma cerca del borde de ataque un vórtice cuasi-estacionario, que se extiende en toda la envergadura. La estabilización del vórtice del borde de ataque es atribuida al flujo a lo largo de la envergadura, el cual remueve el exceso de vorticidad haciendo que el vórtice se desplace hacia la puntera en forma espiral (Dickinson et al., 1999). Este vórtice produce una sustentación extra como puede mostrarse por la teoría potencial. La rotación también es un mecanismo que contribuye a retrasar la pérdida de un perfil en traslación. El retraso de la pérdida es el único mecanismo inestacionario convencional que puede producir circulación adicional con respecto a la máxima observada en el movimiento estacionario. La pérdida retrasada permite a las alas operar con grandes incidencias a lo largo de la corta distancia viajada en cada “halfstroke”, generando circulación adicional (Ellington, 1984).

La sustentación rotacional (ii) está relacionada con el aumento de la sustentación total debido al incremento de circulación producido por la rotación del ala alrededor de su eje longitudinal. Los investigadores del vuelo de los insectos concuerdan en los siguientes principios: durante el “downstroke” el ala gira alrededor de un eje determinado de manera que su borde de ataque se mueve efectivamente hacia abajo (pronación); durante el “upstroke”, el ala es girada en el sentido contrario (supinación) (Weis-Fogh and Jensen, 1956). La circulación rotacional puede calcularse a través de la teoría de perfiles delgados, estos resultados han sido confirmados por numerosos experimentos (Dickinson et al., 1999 ; Sane and Dickinson, 2001).

La captura de la estela (iii) ocurre durante un pequeño tiempo después del final de cada “halfstroke”, cuando el ala cambia el sentido de su movimiento y se mueve dentro de la estela previamente generada. Con el ala convenientemente orientada, el aire en movimiento, producto de la vorticidad presente en la estela, efectivamente contribuye a la sustentación.

Finalmente, el efecto de la adición de masa o efecto de inercia (iv), efecto causado por la aceleración del fluido que circunda el ala, es especialmente importante cerca de la reversión del aleteo cuando la sustentación cuasi-estacionaria debida a la velocidad es muy pequeña y también en los momentos en que la velocidad de rotación del ala respecto a su eje cambia rápidamente (gran aceleración angular).

Tal como explica Shyy et al. (1999), mediante sus alas batientes y flexibles y utilizando los mecanismos no estacionarios recién comentados, las aves pequeñas superan las performances aerodinámicas estacionarias que se deteriorarían al caer el número de Reynolds (Re). Además, se conoce que las deformaciones elásticas de las superficies sustentadoras producen un aumento de la eficiencia aerodinámica.

Algunos mecanismos de incremento de eficiencia aerodinámica basados en la elasticidad de las superficies sustentadoras usados por mariposas y polillas son, entre otros: (i) modificación e inversión de la combadura del perfil entre batimientos hacia arriba y hacia abajo; (ii) torsión del ala durante ciertas maniobras; (iii) contracción y expansión del superficie alar; y (iv) flexión transversal de las superficies sustentadoras. Por todo lo discutido anteriormente, basado en observaciones realizadas sobre criaturas voladoras, se puede afirmar que el batimiento de las alas y la flexibilidad de las mismas son dos atributos claves para el vuelo controlado a bajos números de Reynolds (Re).

3 SISTEMAS DE REFERENCIA PARA EL ANÁLISIS DEL VUELO DE INSECTOS

A continuación se describen los sistemas de referencia empleados para estudiar el movimiento del ala de algunos insectos voladores. En esta sección, el análisis se realiza únicamente para el ala izquierda del insecto, siendo para el ala derecha enteramente similar.

3.1 Sistema referencia fijo al cuerpo o sistema (x, y, z)

El origen de este sistema se sitúa en la raíz del ala izquierda, coincidente con la articulación ala/abdomen. El eje “x” se define horizontal y positivo según la dirección mostrada en la Figura 1. El eje “y” está contenido en el plano horizontal y es perpendicular al eje “x”. El eje “z” es perpendicular a los ejes anteriores.

La velocidad de avance \vec{V} es positiva cuando el insecto se mueve hacia la izquierda del papel. El ángulo entre la trayectoria de vuelo y el eje horizontal “x” es denotado por α y es positivo cuando el insecto asciende. El ángulo χ es el que forman el eje longitudinal del cuerpo del insecto y el eje horizontal “x”. Las definiciones y signos de estos parámetros pueden observarse en la Figura 1. El “plano de aleteo” está inclinado un ángulo β respecto al eje horizontal “x” y pasa a través de la raíz del ala (“stroke plane” en la Figura 1).

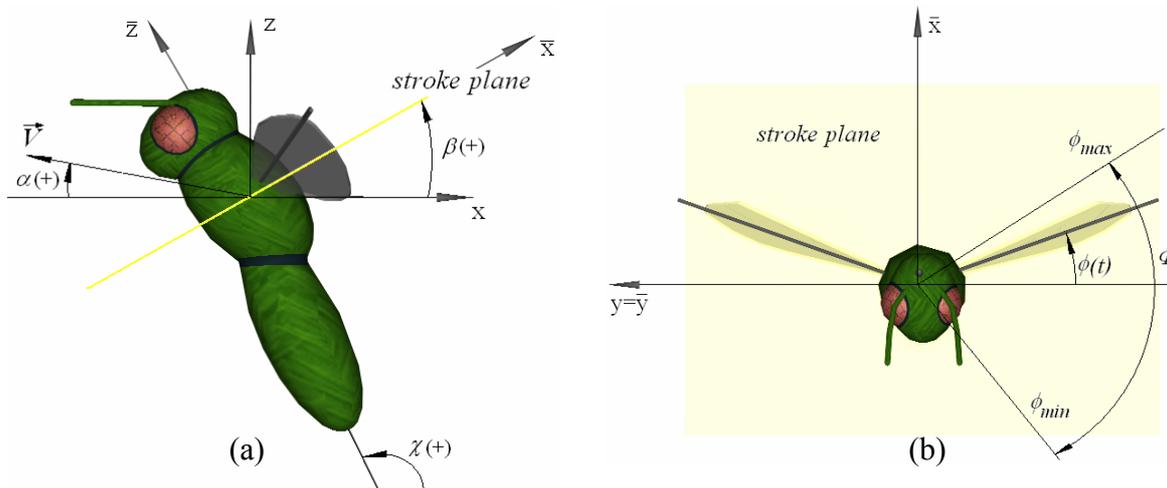


Figura 1: (a): Definición de los ángulos α , β y χ ; (b) Definición del ángulo de aleteo ϕ

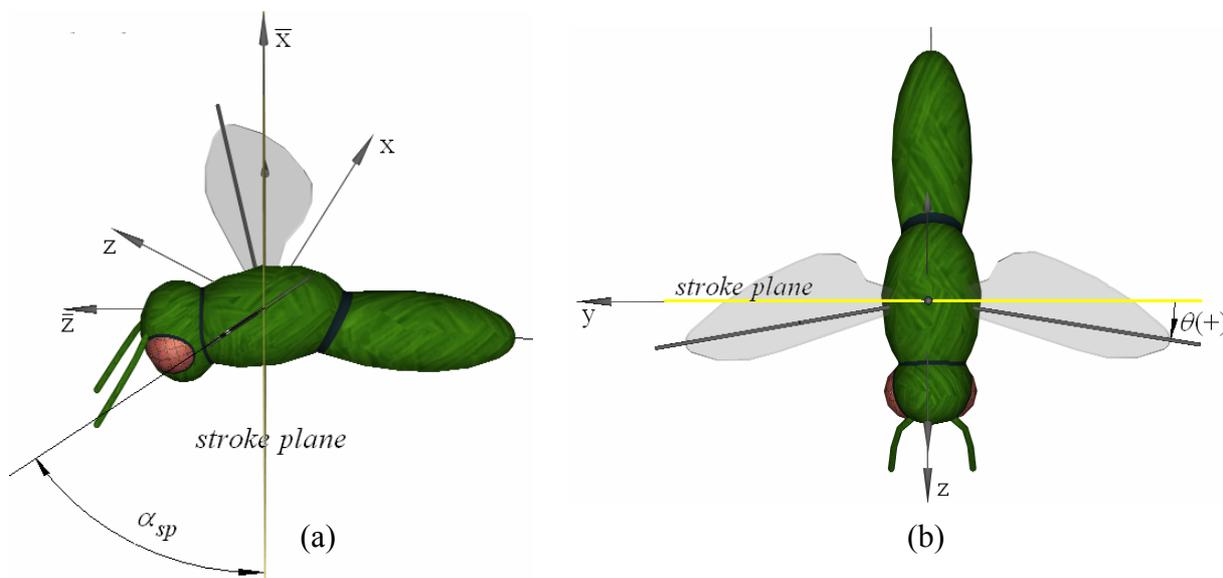


Figura 2: (a) Definición del ángulo de rotación α_{sp} ; (b) Definición del ángulo de elevación θ

3.2 Sistema de referencia fijo al plano de aleteo o $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$

Este segundo sistema de referencia, fijo en el plano de aleteo, fue utilizado por varios investigadores para facilitar la descripción de la cinemática del ala. Los nuevos ejes $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ se obtienen mediante una rotación de magnitud β alrededor del eje “y” del sistema de ejes fijos al cuerpo del insecto. En este sistema, la configuración del ala se describe utilizando coordenadas esféricas (ver Figura 1 y Figura 2).

El ángulo de posición o de aleteo, ϕ , se define como el ángulo que forman la proyección del eje longitudinal del ala sobre el plano de aleteo y la dirección negativa del eje “y” (o dirección positiva para el ala derecha). Este ángulo es positivo cuando el ala se encuentra en la posición dorsal (mostrada en las figuras antes mencionadas), y es negativo cuando el ala se encuentra en la posición ventral.

El ángulo de elevación, θ , es el que forman el eje longitudinal del ala y el plano de aleteo, y es positivo cuando el ala se encuentra por encima del plano de aleteo tal como se indica en la Figura 1.

Para indicar la orientación del ala con respecto al plano de aleteo se introduce el llamado ángulo de rotación, α_{sp} . Este tercer ángulo es el que forman la línea de cuerda del perfil y el plano de aleteo.

3.3 Sistemas de referencia empleados en el trabajo

Se emplean para este estudio cuatro sistemas de referencia: (i) un sistema fijo o sistema inercial o Newtoniano (N); (ii) un sistema fijo al cuerpo del insecto (B); (iii) un sistema fijo al plano de aleteo (C); y, con el fin de simplificar la discretización espacial del perfil alar, (iv) un sistema solidario al mismo (A).

En la Figura 3 se pueden observar los diferentes sistemas de referencia antes mencionados. El sistema (A) es la proyección en el plano del sistema solidario a la sección del ala a analizar. El origen de dicho sistema está ubicado en el centro de rotación del perfil.

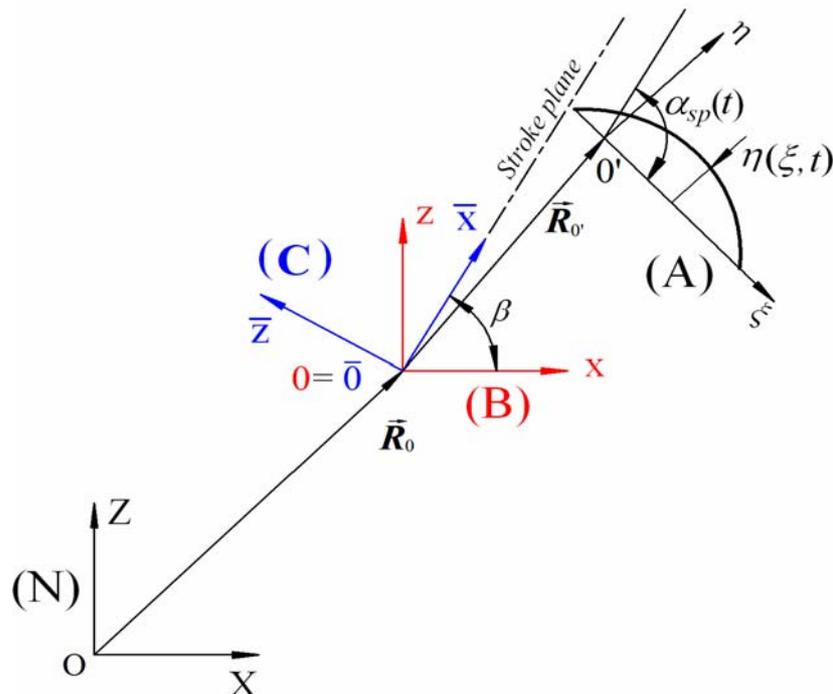


Figura 3: Sistemas de referencia empleados en el trabajo

4 EL MODELO AERODINÁMICO

En el presente estudio se adopta la versión bi-dimensional del método de red de vórtices inestacionario. Se considera que el perfil alar es muy delgado (representado por una línea) y puede tener combadura y ser rígido o deformable. Las deformaciones del perfil alar, tanto en la longitud de su cuerda como en su combadura, se determinan de manera preestablecida.

El perfil se mueve a través del aire en reposo. Como resultado del movimiento relativo entre el perfil y el aire, se generan gradientes de velocidad que dan origen a vorticidad concentrada en una pequeñísima región sobre la superficie del perfil (capa límite). Además, esta vorticidad generada sobre el perfil, se separa del mismo en los bordes de fuga y de ataque y es convectada lejos del mismo para formar la estela. En el modelo, propuesto se restringe toda la vorticidad del flujo a una delgada región alrededor del perfil y a sus estelas, y el flujo se considera irrotacional fuera de estas regiones. Este modelo es el resultado de la aproximación asintótica de las ecuaciones de Navier-Stokes para un número de Reynolds que tiende a infinito. En el caso de los insectos, si bien el número de Reynolds es “relativamente bajo”, es lo suficientemente alto como para avalar las hipótesis mencionadas mas arriba.

Como el perfil es muy delgado, una única sábana vorticiosa adherida representará la capa límite en ambas superficie del perfil. La posición de la sábana vorticiosa adherida es especificada; en consecuencia, se produce a través de esta, un salto finito de presiones.

Las estelas se representarán mediante sábanas vorticosas libres. Sus posiciones no son especificadas ya que pueden deformarse libremente hasta adoptar configuraciones libres de fuerzas; esto es, no se produce a través de éstas ningún salto de presiones. Los dos tipos de sábanas vorticosas (adherida y libres) están unidas en el borde de fuga afilado donde se separan, y donde es impuesta la condición de Kutta para flujo inestacionario. En caso que el perfil alcance un determinado ángulo de ataque efectivo, tiene lugar una separación adicional del flujo desde el borde de ataque. En este caso, se emplea también una sábana vorticiosa libre para simular esta estela producto de la separación.

El problema en consideración consiste en el flujo de un fluido incompresible, caracterizado por un número de Reynolds alto. Se denota mediante $\vec{V}(\vec{R}, t)$ a la velocidad absoluta de una partícula de fluido que ocupa, en el tiempo t , la posición \vec{R} en el dominio fluido, $p(\vec{R}, t)$ es la presión del fluido en ese punto \vec{R} , y ρ a la densidad “constante” del fluido. Si el número de Reynolds es lo suficientemente alto y la densidad es considerada constante, las ecuaciones generales de Navier-Stokes se reducen a las conocidas ecuaciones de movimiento de Euler:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla p \quad (1)$$

donde $\nabla \doteq \nabla_{\vec{R}} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right)$. Esta ecuación es complementada por la ecuación de continuidad:

$$\nabla \cdot \vec{V}(\vec{R}, t) = 0 \quad (2)$$

En la ecuación (1) todas las fuerzas másicas como la gravedad se asumen conservativas y sus potenciales han sido incluidos en la presión. Las ecuaciones (1) y (2) son válidas en el flujo exterior, es decir, fuera de la capa límite y las estelas.

En un flujo incompresible e irrotacional el campo de velocidades puede ser obtenido resolviendo la ecuación de continuidad (2). Sin embargo, la ecuación de continuidad incompresible no incluye directamente términos dependientes del tiempo, y la dependencia explícita del mismo debe ser introducida a través de las condiciones de contorno (Katz and Plotkin, 1991).

El campo de velocidades $\vec{V}(\vec{R}, t)$ está relacionado con el campo de vorticidad de las sábanas vorticosas que simulan la capa límite y las estelas. En cualquier punto fuera de estas sábanas este campo es irrotacional, y en consecuencia, puede ser expresado como el gradiente de una función potencial de velocidades $\Psi(\vec{R}, t)$:

$$\vec{V}(\vec{R}, t) = \nabla \Psi(\vec{R}, t) \quad (3)$$

Sustituyendo (3) en (2), se obtiene la siguiente ecuación diferencial que gobierna la evolución espacio/temporal del potencial de velocidades:

$$\nabla^2 \Psi(\vec{R}, t) = 0 \quad (4)$$

que es la conocida ecuación de Laplace que expresa la condición de continuidad para un fluido irrotacional e incompresible. La primera condición de contorno requerida es la comúnmente llamada “condición de no penetración”. Esta condición estipula que, sobre las paredes del sólido, la componente normal de la velocidad de una partícula de fluido relativa al sólido debe ser nula. Matemáticamente se expresa como sigue:

$$\hat{n} \cdot (\vec{V} - \vec{V}_B) = \hat{n} \cdot (\nabla \Psi - \vec{V}_B) = 0 \quad \text{en la superficie sólida} \quad (5)$$

donde \vec{V}_B es la velocidad con que se mueve el sólido y \hat{n} es el versor normal a la superficie del cuerpo. En general, \vec{V}_B y \hat{n} varían en el tiempo y en el espacio.

Para el flujo exterior debe imponerse una condición en el infinito. En el infinito las perturbaciones \vec{V} debidas al cuerpo moviéndose a través del fluido que estaba inicialmente en reposo se anulan. En un sistema de referencia inercial, la velocidad de ese fluido es en consecuencia cero en el infinito (lejos de los contornos sólidos del cuerpo). Esta condición es frecuentemente conocida como “condición de regularidad en el infinito” y puede expresarse como:

$$\lim_{\|\vec{R}\| \rightarrow \infty} \|\vec{V}\| = \lim_{\|\vec{R}\| \rightarrow \infty} \|\nabla \Psi\| = 0 \quad (6)$$

El campo de velocidades en cualquier punto del espacio está dado por la ley de Biot y Savart, por lo tanto, la ecuación (6) es siempre satisfecha. La ley de Biot y Savart para flujos bidimensionales se expresa como sigue:

$$\vec{V}(\vec{R}, t) = \frac{1}{2\pi} \iint_{S(\vec{R}_0, t)} \frac{\vec{\Omega}(\vec{R}_0, t) \times (\vec{R} - \vec{R}_0)}{\|\vec{R} - \vec{R}_0\|^2} dS(\vec{R}_0) + \vec{V}_\infty \quad (7)$$

donde: $S(\vec{R}_0, t)$ es una región del dominio fluido.

\vec{R}_0 es el vector posición que define la región del dominio fluido $S(\vec{R}_0, t)$.

\vec{R} es el vector posición del punto donde se calcula la velocidad asociada $\vec{V}(\vec{R}, t)$ al campo de vorticidad.

$\vec{\Omega}(\vec{R}_0, t)$ es el vector vorticidad en el punto \vec{R}_0 .

\vec{V}_∞ es la velocidad de la corriente libre.

El integrando en la integral de superficie de (7) es cero donde quiera que $\vec{\Omega}(\vec{R}_0, t)$ sea nulo. Por lo tanto, la región donde el flujo es irrotacional no contribuye para nada al campo de velocidades $\vec{V}(\vec{R}, t)$ y este puede ser determinado tanto en la región viscosa como en la no viscosa a través de la distribución de vorticidad en la región viscosa únicamente.

En el análisis que se sigue se considera un arranque impulsivo del perfil; esto es, el perfil empieza repentinamente a moverse con una determinada velocidad en $t=0$, a través de un fluido que de otra forma se encontraría en reposo. Antes de que el movimiento comience ($t < 0$), se asume que todas las circulaciones son iguales a cero. En $t=0$ el movimiento comienza y la circulación de la porción adherida de la red de vórtices cambia instantáneamente. Un vórtice se forma en el borde de fuga. Éste representa al vórtice de arranque observado experimentalmente

Para satisfacer la condición de Kutta, el vórtice ubicado en el borde de fuga es convectado hacia el seno del fluido con velocidad local de la partícula fluida en ese punto para, así, formar la estela. En el momento en que el movimiento comienza, no se convecta vorticidad y por lo tanto, no hay estela.

4.1 Discretización de las sábanas vorticosas

En el método de red de vórtices inestacionario y bidimensional, se reemplazan las sábanas vorticosas adheridas continuas por una red de pequeños segmentos rectos (o paneles) con un único vórtice de circulación $\Gamma_i(t)$. Como se observa en la Figura 4, cada vórtice está ubicado en el cuarto de la longitud de cada panel. El modelo se completa mediante una discretización similar de las sábanas vorticosas libres o estelas.

Debido a que las sábanas vorticosas continuas son reemplazadas por un conjunto discreto de vórtices, la condición de no-penetración, dada por la ecuación (5), puede ser satisfecha sólo en un número finito de puntos. Estos son los llamados puntos de control de la malla adherida. Los puntos de control están situados a tres cuartos de la cuerda de cada elemento.

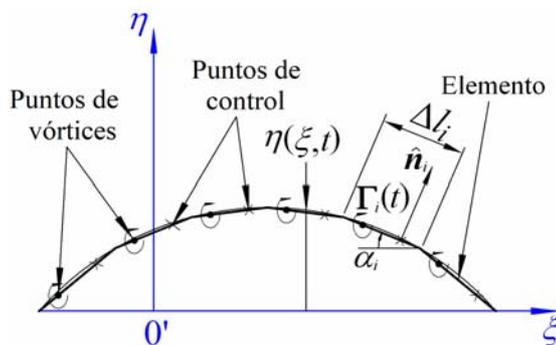


Figura 4: Discretización de la sábana vorticosa adherida al perfil

El tratamiento de las singularidades introducidas (vórtices) merece algunos cuidados especiales. Cuando la distancia entre un vórtice, ya sea perteneciente a la red adherida o a la estela, y una partícula fluida se vuelve muy pequeña, resulta por (7) una velocidad asociada excesivamente elevada e incluso infinita. Estas grandes velocidades pueden hacer divergente la solución del problema. Como consecuencia, todos los métodos de red de vórtices emplean algún tipo de distancia mínima o “cutoff” que limita la influencia de los segmentos vorticosos.

La determinación del “cutoff” se basa en consideraciones empíricas y no posee base o fundamentos teóricos. Como resultado, la solución no es única y depende del valor seleccionado de este parámetro. En este trabajo, el “cutoff” empleado consiste simplemente en ignorar la contribución de un vórtice cuando su distancia al punto en consideración es más pequeña que una distancia mínima prefijada.

4.2 Solución numérica del problema

Para resolver numéricamente el problema se debe seguir una secuencia ordenada de pasos (Valdez, 2006). Éstos son: (i) definición de la geometría del perfil; (ii) determinación de velocidades, posiciones angulares, etc. (esto es, imponer la cinemática de la sección alar); (iii) cálculo de los coeficientes de influencia aerodinámicos e imposición de la condición de no-penetración; (iv) resolución del sistema de ecuaciones algebraicas lineales para determinar la intensidad de la vorticidad sobre la sábana adherida; (v) determinación del campo de movimiento (velocidades asociadas) y cálculo de presiones; y, (vi) convección de las estelas.

4.3 Definición de la geometría

La geometría del perfil se define en el sistema de referencia (A). A este sistema se le asocia un sistema de coordenadas cartesianas (ξ, η) (ver Figura 3). La geometría del perfil se determina solo una vez, fuera del lazo de cálculo, en el caso de un perfil rígido, o en cada instante de tiempo, si se trata de un perfil deformable. En el caso general, se asume que el perfil alar tiene una forma parabólica representada por la siguiente expresión:

$$\eta(\xi, t) = \frac{4 \mathcal{G}(t)}{c} (\xi - c) \xi \quad (8)$$

donde c es la cuerda del perfil y $\mathcal{G}(t)$, es la combadura del perfil y en el caso deformable es una función especificada en el tiempo, generalmente, una función periódica.

El perfil puede, además, sufrir acortamientos y alargamientos de su cuerda. En este caso, la cuerda tiene una variación periódica en el tiempo dada por una función senoidal o cosenoidal. La frecuencia a la que se deforma el perfil es, en general, diferente de la frecuencia de aleteo. La geometría de las estelas se define en el sistema Newtoniano (N) por mayor simplicidad.

4.4 Cinemática

Una vez definido el perfil en el sistema (A), es necesario conocer la posición, en el sistema (C), del origen de dicho sistema, así como su orientación.

$$\bar{x}_{0'}(\phi(t), \theta(t)) = R r \cos(\theta) \operatorname{sen}(\phi) \quad \bar{z}_{0'}(\theta(t)) = R r \operatorname{sen}(\theta) \quad \alpha_{sp} = \alpha_{sp}(t) \quad (9)$$

Las velocidades instantáneas del origen y de rotación del sistema (A) alrededor O' se obtienen derivando respecto del tiempo las expresiones anteriores, lo que resulta en:

$$\dot{\bar{x}}_{0'} = \dot{\bar{x}}_{0'}(\phi(t), \theta(t), \dot{\phi}(t), \dot{\theta}(t)) \quad \dot{\bar{z}}_{0'} = \dot{\bar{z}}_{0'}(\theta(t), \dot{\theta}(t)) \quad \dot{\alpha}_{sp} = \dot{\alpha}_{sp}(t) \quad (10)$$

Es necesario expresar estas coordenadas y velocidades en el sistema Newtoniano (N), por lo que debe efectuarse una transformación de coordenadas. La transformación del sistema de referencia (A) al sistema de referencia (N) se obtiene a partir de la matriz de rotación $[\mathbf{T}_{NA}]$ como sigue (Valdez, 2006):

$$\begin{bmatrix} X \\ Z \end{bmatrix}_N = \begin{bmatrix} \cos(\beta - \alpha_{sp}) & -\operatorname{sen}(\beta - \alpha_{sp}) \\ \operatorname{sen}(\beta - \alpha_{sp}) & \cos(\beta - \alpha_{sp}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix}_A + \begin{bmatrix} \cos\beta & -\operatorname{sen}\beta \\ \operatorname{sen}\beta & \cos\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_{0'} \\ \bar{z}_{0'} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Z \end{bmatrix}_N = [\mathbf{T}_{NA}] \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix}_A + [\mathbf{T}_{BC}] \begin{bmatrix} \bar{x}_{0'} \\ \bar{z}_{0'} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

donde: $[\mathbf{T}_{BC}]$ es la matriz de transformación del sistema (C) al sistema (B),

$\bar{x}_{0'}$ y $\bar{z}_{0'}$ son las coordenadas del origen del sistema (A) en el sistema (C) dadas por (9),

X_0 y Z_0 son las coordenadas en el sistema (N) del origen del sistema (B) y

ξ y η son las coordenadas de un punto cualquiera del perfil en el sistema (A).

Los dos últimos términos de la ecuación (12) corresponden a traslaciones de los orígenes del sistema (A) y del sistema (B) respectivamente.

4.5 Coeficientes de influencia aerodinámicos

Una vez discretizada la sábana vorticosa adherida, el paso siguiente es imponer la condición de no penetración sobre la superficie sólida.

En general, la componente normal de la velocidad de una partícula de fluido en un punto de control relativa al sólido depende de: (i) la velocidad asociada a los vórtices ubicados en la sábana adherida; (ii) la velocidad asociada a los vórtices ubicados en las estelas; (iii) la velocidad de la corriente libre; y (iv) la velocidad debida al movimiento del cuerpo (cinemática).

La componente asociada a los vórtices ubicados en la sábana adherida, discretizada en paneles, puede ser representada como una combinación lineal de coeficientes de influencia aerodinámicos. Si la forma del perfil permanece invariante en el tiempo, estos coeficientes de influencia aerodinámicos se evalúan una única vez, caso contrario, deberán evaluarse en cada paso de cálculo. La componente normal de velocidad debida al movimiento del perfil es conocida. La velocidad asociada al vórtice más recientemente convectado para formar parte de la estela es desconocida y se resuelve agregando una ecuación adicional (Teorema de Kelvin). La intensidad de todos los otros vórtices que componen la estela es conocida de los pasos de cálculo anteriores.

Para formular las ecuaciones de contorno instantáneas se emplea la ecuación (5). Es

conveniente dividir el potencial Ψ en un potencial Ψ_B asociado al perfil, un potencial Ψ_W asociado a la estela proveniente del borde de fuga y un potencial Ψ_{SW} debido a la estela proveniente del flujo separado en la región próxima al borde de ataque. Tanto el perfil como las dos estelas antes mencionadas se modelan mediante elementos o paneles con vórtices discretos. En consecuencia, en todos los puntos de control la condición de contorno puede describirse como:

$$\left(\nabla \Psi_B + \nabla \Psi_W + \nabla \Psi_{SW} - \vec{V}_0 - \vec{v}_{rel} - \vec{\omega} \times \vec{r} \right) \cdot \hat{n} = 0 \quad (13)$$

donde: $\vec{V}_0 = (\dot{X}_{0'}, 0, \dot{Z}_{0'})$: Velocidad del origen del sistema (A) en el sistema (N),

$$\vec{v}_{rel} = \left(\frac{dc}{dt}, 0, \frac{d\eta(t)}{dt} \right): \text{Velocidad del punto de control relativa al sistema de referencia (A),}$$

$$\vec{r} = (\xi, 0, \eta): \text{Vector posición del punto de control en el sistema (A),}$$

$$\vec{\omega} = (0, \dot{\alpha}_{sp}, 0): \text{Velocidad de rotación del sistema de referencia (A) respecto de } 0',$$

\hat{n} : Versor normal a la superficie en el punto de control considerado.

Se define el coeficiente de influencia aerodinámico a_{ij} como la componente normal a la superficie del sólido en el punto de control del panel “ i ” de la velocidad asociada al vórtice adherido de intensidad unitaria ubicado en el panel “ j ”. Matemáticamente se expresa como:

$$a_{ij} = (u, w)_{ij} \cdot \hat{n} \quad (14)$$

donde u y w son las componentes de la velocidad asociada en el punto de control “ i ” y \hat{n} , el versor normal a la superficie en este punto de control.

El cumplimiento de las condiciones de contorno en la superficie requiere que en cada punto de control la componente normal, V_{ni} , de la velocidad relativa fluido/sólido sea nula. La especificación de esta condición en el punto de control “ i ” se materializa como sigue:

$$V_{ni} = \sum_{j=1}^N a_{ij} \Gamma_j + a_{iW} \Gamma_{Wt} + a_{iLW} \Gamma_{SWt} + [U(t) + u_w, W(t) + w_w]_i \cdot \hat{n} = 0 \quad (15)$$

donde: Γ_j es la intensidad del vórtice adherido ubicado en el panel “ j ”; Γ_{Wt} y Γ_{SWt} son las intensidades de los últimos vórtices desprendidos del borde de fuga y de ataque respectivamente; $[U(t), W(t)]_i$ son las componentes de la velocidad del perfil; y, $(u_w, w_w)_i$ son las componentes de la velocidad asociada a los vórtices de la estela (excepto los últimos vórtices desprendidos). La influencia de la estela puede ser calculada ya que la ubicación e intensidad de todos los vórtices sobre la misma es conocida.

$$(U(t), W(t)) = -[\vec{V}_0 + \vec{v}_{rel} + \vec{\omega} \times \vec{r}] \quad (u_w, w_w) = \nabla \Psi_W + \nabla \Psi_{SW} \quad (16)$$

Debido a que estos términos son conocidos en cada paso de cálculo, pueden ser transferidos al lado derecho (right-hand side o RHS) de la ecuación (15). En consecuencia puede escribirse:

$$RHS_i = -[U(t) + u_w, W(t) + w_w]_i \cdot \hat{n}_i \quad (17)$$

La especificación de las condiciones de contorno para cada punto de control resulta en el siguiente sistema de ecuaciones algebraicas lineales, en general con coeficientes variables:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1N} & a_{1W} & a_{1LW} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2N} & a_{2W} & a_{2LW} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \cdots & a_{NN} & a_{NW} & a_{NLW} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \cdots \\ \Gamma_N \\ \Gamma_{Wt} \\ \Gamma_{SWt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} RHS_1 \\ RHS_2 \\ \cdots \\ RHS_N \\ RHS_S \\ \Gamma_B(t - \Delta t) \end{bmatrix} \quad (18)$$

donde la última ecuación representa la condición de Kelvin. Ésta establece que en un flujo potencial el momento angular no puede cambiar y en consecuencia la circulación Γ alrededor de una curva formada por partículas de fluido encerrando al perfil y a sus estelas se conserva (Katz and Plotkin, 1991). Con Γ_B se denota la circulación adherida total, definida como sigue:

$$\Gamma_B(t) = \sum_{j=1}^N \Gamma_j \quad (19)$$

La circulación del último vórtice de la estela separada, Γ_{SWt} , está dada por el elemento RHS_S . Para obtener este valor, se emplea el modelo desarrollado por Katz (1981 y 1991) que consiste en evaluar la variación temporal de la circulación en una región cercana al punto de separación donde se supone se encuentra la estela separada. Esta evaluación permite determinar la velocidad de corte (“shear velocity”) en esa región. Se omiten aquí mayores detalles sobre el modelo por falta de espacio, remitiéndose al lector a las referencias citadas.

4.6 Cálculo de presiones

Una vez calculadas las circulaciones de todos los vórtices adheridos y de los últimos vórtices desprendidos del borde de ataque y de fuga, a través del sistema de ecuaciones (18), se procede a calcular las diferencias de presiones en cada panel. Se emplea para ello la versión inestacionaria de la ecuación de Bernoulli (Katz and Plotkin, 1991; Preidikman, 1998; Valdez, 2006). La diferencia de presiones para el panel “ i ”, en forma adimensional, se expresa a través del coeficiente de presiones como sigue:

$$(\Delta C_p)_i = [(C_p)_L - (C_p)_U]_i = \frac{(V_U^2 - V_L^2)_i}{V_\infty^2} + \frac{2}{V_\infty^2} \left(\left. \frac{\partial \Psi}{\partial t} \right|_U - \left. \frac{\partial \Psi}{\partial t} \right|_L \right)_i \quad (20)$$

donde Ψ es el potencial de velocidades; V_∞ es la velocidad de la corriente libre; V es la velocidad de una partícula fluida; y, C_p es el coeficiente de presiones definido según (21). Los subíndices “ U ” y “ L ” indican un punto por encima y por debajo del punto de control “ i ”, respectivamente.

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{1/2 \rho V_\infty^2} \quad (21)$$

donde p es la presión en el punto considerado; p_∞ es la presión del flujo no perturbado; y ρ es la densidad (constante) del medio fluido. En los casos en que $V_\infty = 0$, es conveniente trabajar con la diferencia de presiones dimensional de la siguiente manera:

$$(\Delta p)_i = (p_L - p_U)_i = \frac{1}{2} \rho (V_U^2 - V_L^2)_i + \rho \left(\left. \frac{\partial \Psi}{\partial t} \right|_U - \left. \frac{\partial \Psi}{\partial t} \right|_L \right)_i \quad (22)$$

La deducción de cada uno de los términos que aparecen en la ecuación (22) se encuentra en Preidikman (1998) y Valdez (2006).

El término $(V_U^2 - V_L^2)$ se obtiene teniendo en cuenta que a través de una sábana vorticiosa existe un salto finito en la velocidad tangencial $\Delta \vec{V}$, igual a la intensidad de la sábana o a la circulación por unidad de longitud. Para el panel “ i ” se tiene entonces:

$$(V_U^2 - V_L^2)_i = 2 (\vec{V}_m \cdot \Delta \vec{V})_i \quad \Delta \vec{V}_i = \frac{\Gamma_i}{l_i} \hat{t}_i \quad (23)$$

donde \hat{t}_i es el versor tangente al panel “ i ” y \vec{V}_m es la velocidad media en el mismo.

Para la evaluación de $\left(\frac{\partial \Psi}{\partial t} \Big|_U - \frac{\partial \Psi}{\partial t} \Big|_L \right)$ se realiza una expansión en serie de Taylor de $\Psi(\vec{R}, t)$ alrededor de \vec{R} y t , como sigue:

$$\Psi(\vec{R} + \Delta \vec{R}, t + \Delta t) = \Psi(\vec{R}, t) + \nabla \Psi(\vec{R}, t) \cdot \Delta \vec{R} + \frac{\partial \Psi}{\partial t}(\vec{R}, t) \Delta t + \text{T.O.S.} \quad (24)$$

donde T.O.S. son los Términos de Orden Superior que se desprecian. De (24) se obtiene:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t}(\vec{R}, t) = \frac{\Psi(\vec{R} + \Delta \vec{R}, t + \Delta t) - \Psi(\vec{R}, t)}{\Delta t} - \nabla \Psi(\vec{R}, t) \cdot \frac{\Delta \vec{R}}{\Delta t} \quad (25)$$

Tomando el límite cuando $\Delta t \rightarrow 0$ en la ecuación (25) se obtiene:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t}(\vec{R}, t) = \frac{D\Psi}{Dt} \Big|_P - \nabla \Psi(\vec{R}, t) \cdot {}^N \vec{V}^P(t) \quad (26)$$

donde el primer término en el lado derecho de (26) es la “derivada sustancial” de $\Psi(\vec{R}, t)$ siguiendo a un punto “ P ” fijo a la red en movimiento (no a una partícula fluida como usualmente se entiende éste término), y ${}^N \vec{V}^P(t)$ es la velocidad del punto P fijo a la red y sus componentes $U(t)$ y $W(t)$ pueden obtenerse de la ecuación (16).

Empleando la ecuación (26) se calcula el segundo término de (22) como sigue:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} \Big|_U - \frac{\partial \Psi}{\partial t} \Big|_L = \left[\frac{D\Psi}{Dt} \Big|_U - \frac{D\Psi}{Dt} \Big|_L \right] - \left[\nabla \Psi \Big|_U - \nabla \Psi \Big|_L \right] \cdot {}^N \vec{V}^{CP}(t) \quad (27)$$

sin embargo,

$$\nabla \Psi \Big|_U - \nabla \Psi \Big|_L = \Delta \vec{V} \quad (28)$$

Según se observa en la Figura 5, el lado derecho de (27), $(\Psi \Big|_U - \Psi \Big|_L)$ puede ser calculado como:

$$\Psi(\vec{R}_U, t) - \Psi(\vec{R}_L, t) = \oint_{C(t)} \vec{V} \cdot d\vec{R} = \Gamma(t) \quad (29)$$

donde $C(t)$ es la trayectoria que va desde un punto inmediatamente debajo de la superficie, “ L ”, encierra a toda la estela desprendida del borde de ataque y llega finalmente a un punto ubicado inmediatamente por encima de la superficie, “ U ”. Se deriva del teorema de Stokes que la circulación $\Gamma(t)$ tiene el mismo valor que la circulación $G(t)$ en el contorno que encierra al punto de control; por lo tanto, en el punto de control “ i ” se tiene:

$$\left[\frac{\partial \Psi}{\partial t}(\vec{R}_U, t) - \frac{\partial \Psi}{\partial t}(\vec{R}_L, t) \right]_i = \frac{DG_i(t)}{Dt} - \Delta \vec{V}_i \cdot {}^N \vec{V}_i^{CP_i}(t) \quad (30)$$

En el procedimiento numérico, la “derivada sustancial” $\frac{DG_i(t)}{Dt}$ es aproximada por una

diferencia finita hacia atrás de primer orden dada por (31). Debido a que la circulación de los vórtices de la estela no varía en el tiempo, su contribución a esta derivada está dada únicamente por el vórtice que se desprende del borde de ataque en el tiempo “t”.

$$\frac{DG_i(t)}{Dt} \simeq \frac{G_i(t) - G_i(t - \Delta t)}{\Delta t} = \sum_{j=1}^i \frac{\Gamma_j(t) - \Gamma_j(t - \Delta t)}{\Delta t} + \frac{\Gamma_{SWt}}{\Delta t} \quad (31)$$

donde Δt es el paso de cálculo usado para obtener la solución numérica; Γ_j es la circulación del vórtice discreto “j”; y, Γ_{SWt} es la circulación del último vórtice desprendido del borde de ataque.

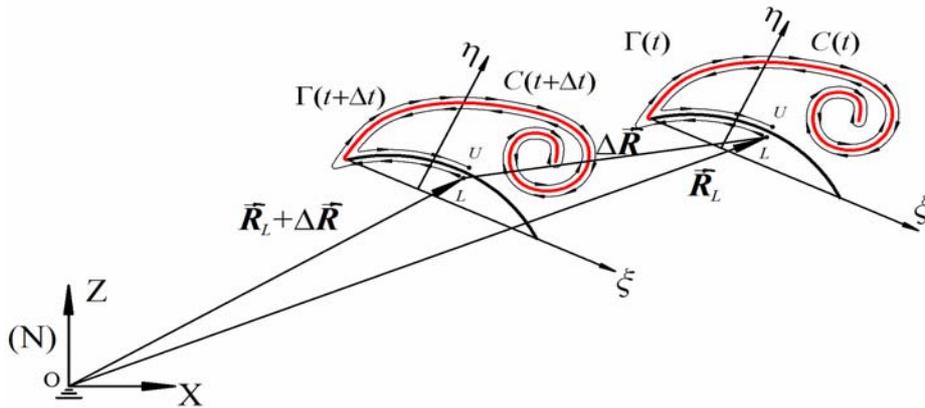


Figura 5: Cálculo de $\Psi(\vec{R}_u, t) - \Psi(\vec{R}_L, t)$

A partir de estas diferencias de presiones se calcula la fuerza que actúa sobre cada elemento del perfil de longitud Δl_i . Las componentes de la fuerza resultante en la dirección del eje “ η ” y del eje “ ξ ” del sistema de coordenadas (A) se calculan como sigue:

$$F_\eta = \sum_{i=1}^{NP} \Delta p_i \Delta l_i \cos \alpha_i, \quad F_\xi = \sum_{i=1}^{NP} \Delta p_i \Delta l_i \sen \alpha_i \quad (32)$$

Aplicando la transformación dada por la ecuación (12) se obtienen las componentes de la fuerza sobre el perfil en coordenadas Newtonianas (N), es decir:

$$\begin{bmatrix} F_X \\ F_Z \end{bmatrix}_N = \begin{bmatrix} \cos(\beta - \alpha_{sp}) & -\sen(\beta - \alpha_{sp}) \\ \sen(\beta - \alpha_{sp}) & \cos(\beta - \alpha_{sp}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_\eta \\ F_\xi \end{bmatrix}_A \quad (33)$$

Teniendo en cuenta que, por definición, la sustentación (L) es la fuerza cuya dirección es perpendicular a la velocidad local de la corriente y que la resistencia (D) es la fuerza que tiene la dirección de la velocidad local, llegamos a las siguientes expresiones para D y L :

$$\begin{bmatrix} D \\ L \end{bmatrix}_N = \begin{bmatrix} -\sen(\alpha_{AR}) & \cos(\alpha_{AR}) \\ \cos(\alpha_{AR}) & \sen(\alpha_{AR}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_\eta \\ F_\xi \end{bmatrix}_A \quad (34)$$

El ángulo de ataque α_{AR} es el que forma la velocidad local al 75% de la cuerda, con la línea de cuerda del perfil. Esta elección tiene sus fundamentos en la teoría cuasi-estacionaria.

Una vez realizados los cálculos anteriores, se inicia el proceso de convección de las estelas. En primer lugar debe calcularse la velocidad local de las partículas de fluido que se encuentran en los puntos donde se ubican los vórtices que conforman las estelas. Esta velocidad es la suma vectorial de la velocidad asociada a todos los vórtices presentes en el seno del fluido (adheridos y libres) y la velocidad de la corriente libre. Esta velocidad multiplicada por el paso de tiempo elegido, Δt , da lugar a un vector “desplazamiento” que permite actualizar la posición de cada uno de los vórtices libres. Debido a que la estela se encuentra libre de fuerzas, la intensidad de los vórtices libres permanece constante.

5 IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL

La descripción detallada de la herramienta computacional utilizada en este trabajo puede obtenerse en Valdez (2006). Una de las facilidades que presenta es la de poder ingresar funciones, en forma discreta para representar la variación temporal de las variables cinemáticas (α_{sp} , ϕ y θ). Para poder emplear estos datos, el programa cuenta con una subrutina de pre-procesamiento que interpola los datos discretos mediante series de Fourier de una determinada cantidad de términos, ajustando los coeficientes por medio de una regresión lineal por mínimos cuadrados. Esto se aplica, claramente, cuando las variables cinemáticas son periódicas.

En cuanto al post-procesamiento de datos, el programa permite: obtener visualizaciones de la evolución temporal de las estelas, del campo de velocidades y de partículas ubicadas arbitrariamente por el usuario en el seno del fluido, y obtener gráficos de los coeficientes aerodinámicos en función del tiempo.

5.1 Suavización de la distribución espacial y la vorticidad de las estelas (“splitting”)

Durante la generación de la estela, tal cual fue descrita anteriormente, pueden aparecer regiones en las que los vórtices estén concentrados y regiones en donde los mismos estén separados. La generación de la estela puede ser notablemente mejorada agregando vórtices adicionales en aquellas zonas en donde la separación entre los mismos es mayor que una distancia preestablecida.

Cuando dos vórtices están separados una distancia mayor a un valor preestablecido, llamada distancia crítica, se introduce un nuevo vórtice discreto entre los dos anteriores. La circulación que antes estaba distribuida entre dos vórtices se reparte, ahora, entre tres. El nuevo vórtice toma la tercera parte de la circulación total (suma de la circulación de los dos vórtices originales), quedando cada uno de los dos vórtices originales con las dos terceras partes de su circulación inicial. De esta manera no se altera la circulación total. Este proceso, llamado “splitting”, se repite hasta que la distancia entre los vórtices sea menor que la crítica.

5.2 Campo de movimiento y visualización de partículas

Con el objeto de representar el campo de movimiento, se genera una grilla Euleriana cuya dimensión es fija en el tiempo y es tal que encierra, durante el período de tiempo en que se lleva a cabo la simulación numérica, al perfil y a sus estelas. La densidad de la grilla es definida por el usuario. El campo de movimiento en cada instante se obtiene calculando la velocidad local, en cada nudo de la grilla, mediante el uso de la ley de Biot y Savart dada por (7). Visualizaciones de este tipo se muestran en la Figura 11.

Una alternativa interesante que presenta la herramienta computacional desarrollada es la de introducir en $t=0$, una gran cantidad de partículas cuya densidad en las direcciones “X” y “Z” es definida por el usuario. Luego, en cada instante, siguiendo el mismo procedimiento empleado para obtener el campo de movimiento, se calcula la velocidad de cada partícula, la cual multiplicada por el intervalo de tiempo Δt genera un vector desplazamiento que permite actualizar la posición de las mismas. Debido a que las partículas bajo observación son siempre las mismas, se puede evidenciar con estas visualizaciones la deformación del volumen fluido producto del movimiento de la sección alar. Este tipo de visualizaciones puede observarse en la Figura 12.

6 RESULTADOS

A continuación se presentan algunos resultados obtenidos con la herramienta computacional presentada en este trabajo y el contraste entre los resultados numéricos obtenidos con los correspondientes a mediciones experimentales.

6.1 Caso 1: Perfil indeformable

En primer lugar se analiza a una placa plana realizando un movimiento de traslación alternativo combinado con una rotación alrededor de su eje, en fase con la traslación. Este caso fue estudiado previamente por Wang (2004). Los resultados numéricos obtenidos se contrastan con las mediciones experimentales, también presentadas por Wang (2004), obtenidas mediante un robot dinámicamente escalado que realiza el movimiento mencionado. A través de sensores bidimensionales se midieron las componentes normal y tangente a la planta alar de la fuerza aerodinámica. El robot tiene la forma de la planta alar del insecto “Drosophila”. Mayores detalles sobre el experimento pueden obtenerse en Wang (2004) y Dickinson et al. (1999).

El movimiento del perfil, para nuestro análisis bidimensional, está dado por (35):

$$X(t) = \frac{A_0}{2} \cos(2\pi nt) \quad \alpha_{sp}(t) = \alpha_0 + \kappa \sin(2\pi nt + \varphi) \quad (35)$$

donde $X(t)$ es la coordenada global del centro de rotación del perfil, $\alpha_{sp}(t)$ es el ángulo de rotación medido con respecto al eje horizontal, φ es el ángulo de fase entre la rotación y la traslación, n es la frecuencia de aleteo, A_0 la amplitud del movimiento en la dirección X , α_0 y κ son constantes.

Por tratarse de una rotación simétrica, el ángulo de fase φ entre la rotación y el avance es de 0° . La amplitud del movimiento en relación a la cuerda del perfil (A_0/c) es de 2.8; correspondiendo a una amplitud de $\Phi=60^\circ$. La frecuencia n es de 0.25 Hz. La cuerda del perfil se considera unitaria y se emplean 50 paneles para discretizar la sábana vorticosa adherida.

El movimiento en la dirección X dado por (35) se logra introduciendo una variación sinusoidal del ángulo de aleteo ϕ con frecuencia n y amplitud $\Phi=60^\circ$. La selección del paso de cálculo empleado puede encontrarse en Valdez (2006):

$$\Delta t = 0.01364 \text{ seg} \quad (36)$$

Para el cálculo de los coeficientes aerodinámicos el programa se corre una cantidad de pasos equivalentes a 4 ciclos completos de aleteo. Para la comparación de los resultados se emplea la adimensionalización propuesta por Wang (2004), en la cual las fuerzas son normalizadas con respecto a la máxima fuerza cuasi-estacionaria obtenida en los 4 ciclos. Esta normalización se indica en la ecuación (37):

$$C_l = \frac{l_{calculada}}{l_{qsmax}} \quad C_d = \frac{d_{calculada}}{d_{qsmax}} \quad (37)$$

donde l_{qsmax} y d_{qsmax} son, la máxima sustentación y resistencia cuasi-estacionaria durante los cuatro ciclos, y $l_{calculada}$ y $d_{calculada}$ son las fuerzas calculadas en cada instante. En la Figura 6 se muestra, en trazos rojo y azul, los coeficientes aerodinámicos estacionarios obtenidos con la herramienta desarrollada en este trabajo para una placa plana moviéndose con velocidad constante y ángulo de ataque fijo, α . En trazos verde y negro, se presentan los valores de los mismos coeficientes obtenidos por el modelo de Wang (2004).

La variación temporal de los coeficientes aerodinámicos calculados, contrastada con los resultados experimentales pueden observarse en la Figura 7. En ésta, el tiempo se adimensionaliza multiplicándolo por la frecuencia de aleteo, lo que implica que en $t=0$ comienza el “downstroke” y en $t=0.5$ comienza el “upstroke”, repitiéndose esto en los ciclos sucesivos. En trazo rojo se muestran los resultados experimentales, en azul, los obtenidos con nuestra herramienta y en trazos verdes, las estimaciones de la teoría cuasi-estacionaria. Como se observa, los cálculos realizados con la herramienta computacional ajustan aceptablemente los resultados experimentales del C_l y del C_d . En el caso del C_d , sin embargo, los picos al inicio de cada “halfstroke” no son copiados fielmente por nuestro modelo.

En la Figura 8 puede observarse el perfil en distintas posiciones, y superpuesto a este el vector fuerza resultante, y en la Figura 9 se presentan los resultados experimentales obtenidos por

Wang (2004). De la comparación de los gráficos se advierte la buena representación conseguida mediante el uso de la técnica aquí desarrollada.

Para obtener la evolución espacial y temporal de las estelas, se emplea el método de suavización antes mencionado, pero debido al gran tiempo computacional que requiere este proceso, solo se calculará el primer ciclo de aleteo. Los resultados obtenidos pueden observarse en la Figura 10. En ésta, se representa en rojo la estela separada del borde de ataque, y en azul la del borde de fuga. Allí puede observarse la captura de estela que se produce en los extremos del movimiento. En la última subfigura se indica: el valor del parámetro “cutoff” empleado, la longitud máxima para la realización del “splitting” y por último la cantidad de vórtices empleados tanto en la estela separada (NCORESSEPW) como en la proveniente del borde de fuga (NCORESW).

La Figura 11 muestra la evolución del campo de movimiento para dos ciclos completos. Para obtener estas visualizaciones no se emplea el “splitting”. La grilla posee un total de 10000 nudos: 100 nudos en la dirección X y 100 nudos en Z. En esta figura puede observarse el fenómeno de la captura de estela cada vez que el perfil alcanza una posición extrema. También puede observarse como las nubes de vórtices son convectadas hacia abajo, lo que pone de manifiesto la generación de sustentación.

La Figura 12 muestra la visualización, antes mencionada, de partículas, para dos ciclos completos de aleteo. Se coloca un total de 62500: 250 partículas en la dirección X y 250 en la dirección Z. Como rasgo sobresaliente de esta figura debe mencionarse la deformación que sufre el volumen, asemejándose al flujo generado por una hélice convencional.

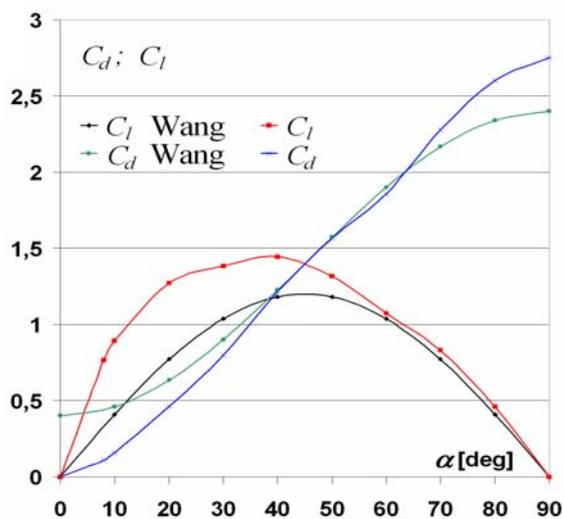


Figura 6: Coeficientes aerodinámicos estacionarios

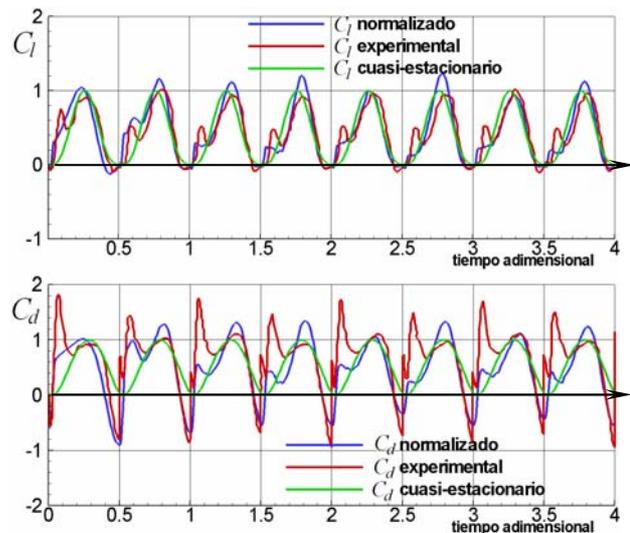


Figura 7: Coeficientes aerodinámicos inestacionarios

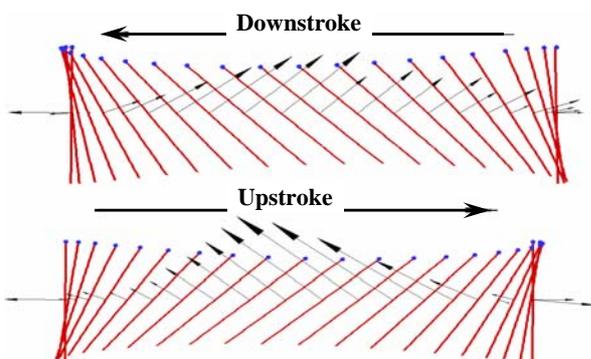


Figura 8: Perfil y fuerza resultante en distintos instantes

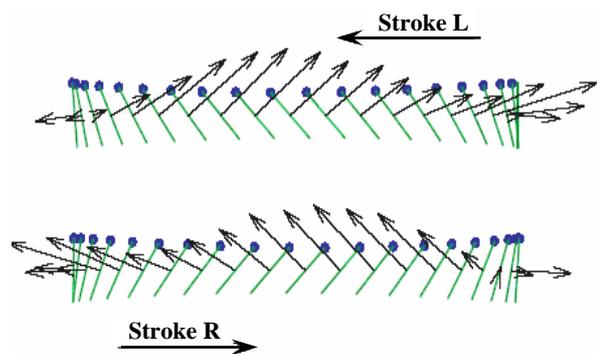


Figura 9: Resultados experimentales [Wang (2004)]

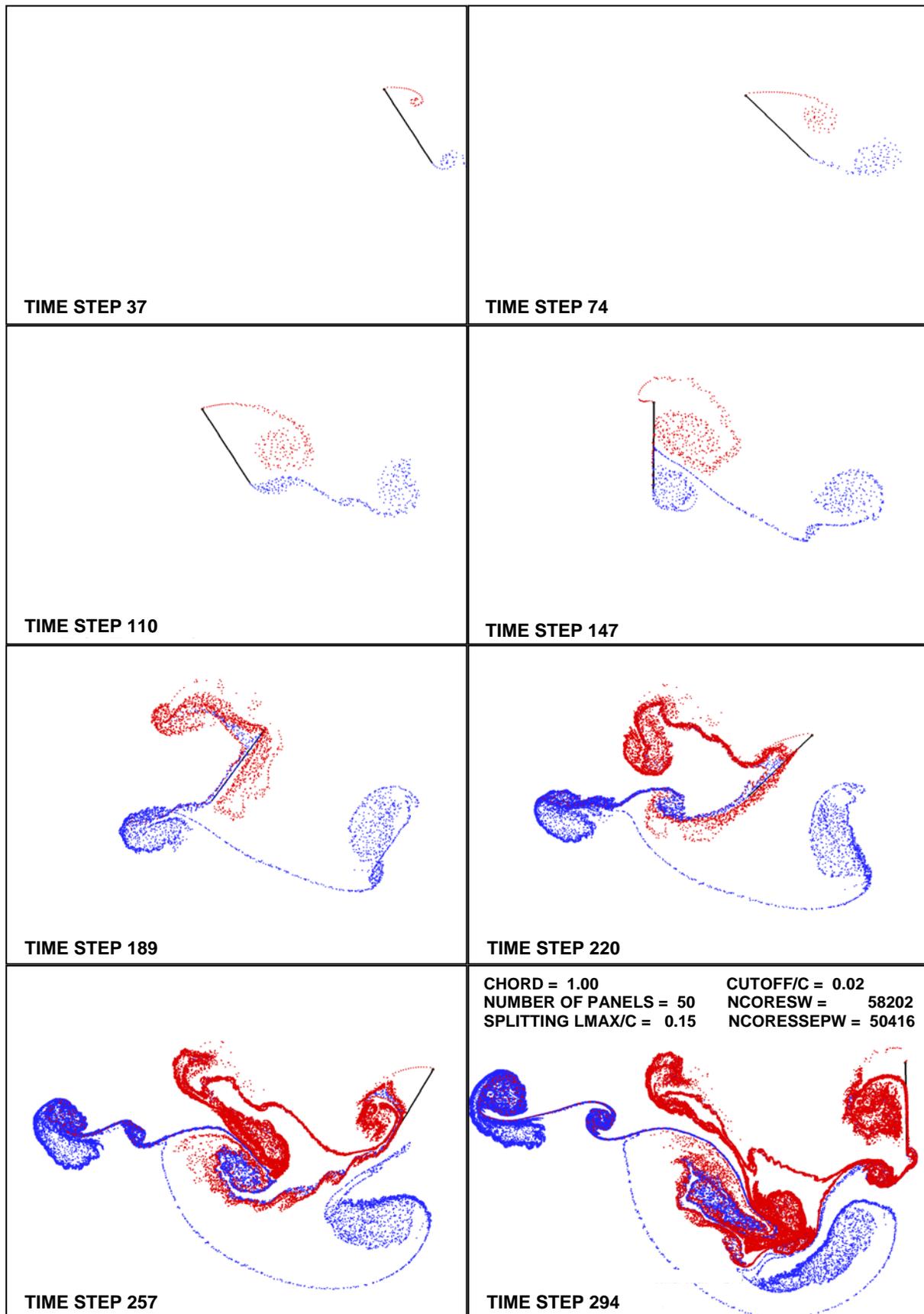


Figura 10: Evolución temporal de la estela

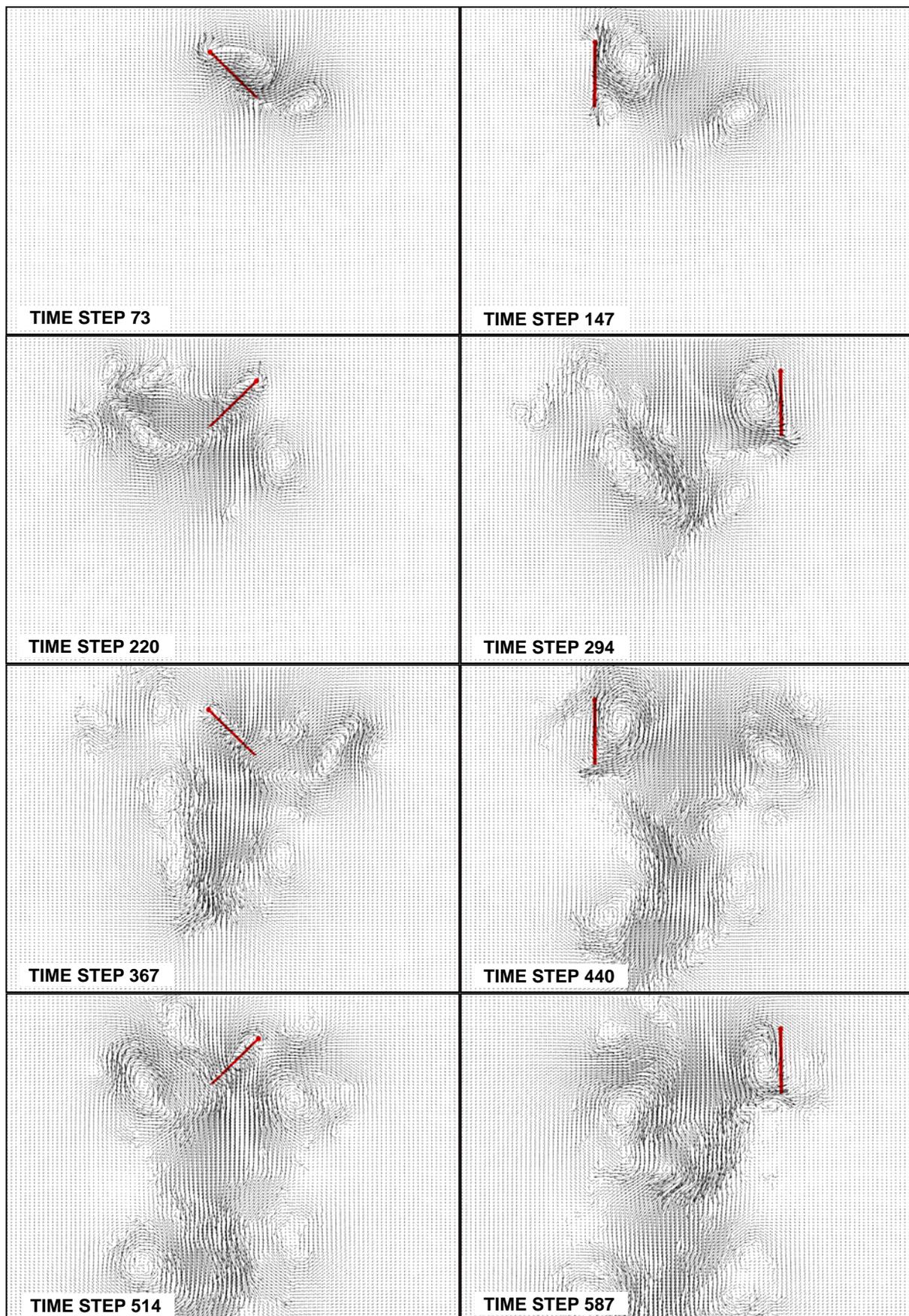


Figura 11: Evolución del campo de movimiento

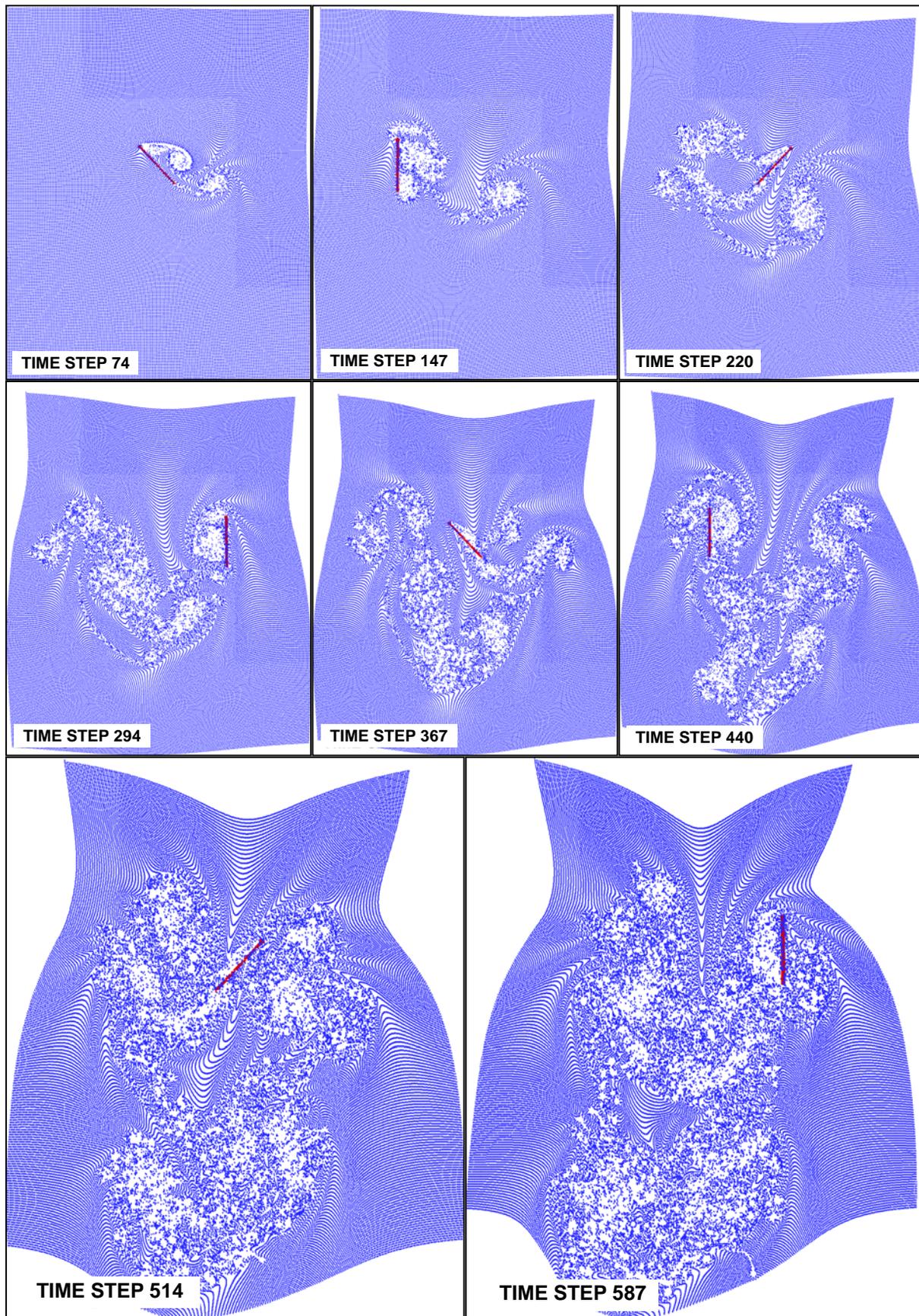


Figura 12: Visualización de partículas

6.2 Caso 2: Perfil deformable

En segundo lugar, con fines mayormente cualitativos y para mostrar las opciones de la herramienta computacional, se presenta un caso con la misma cinemática del analizado anteriormente, pero ahora el perfil sufre una deformación prefijada tanto en su combadura como en la longitud de su cuerda. La cuerda sufre un acortamiento y alargamiento máximo del 15% de la cuerda media, que es unitaria, y la combadura instantánea varía entre el -15% y el 15%. La frecuencia de deformación (n_{def}) es 0.25 Hz. Las expresiones de la cuerda y combadura instantáneas están dadas por:

$$c(t) = 0.15 \operatorname{sen}(2\pi n_{def} t) + 1, \quad \vartheta(t) = -0.15 \operatorname{sen}(2\pi n_{def} t) \quad (38)$$

En la [Figura 13](#) se puede observar la evolución temporal de los coeficientes aerodinámicos, contrastados con los correspondientes al caso no deformable. En esta figura se emplea la misma adimensionalización utilizada para generar la [Figura 9](#). En la [Figura 14](#) se puede observar el perfil en distintas posiciones, con el vector fuerza resultante superpuesto a este. Algo interesante que se observa en las figuras anteriores es que durante el “downstroke”, en el cual la cuerda del perfil se alarga, la fuerza generada es predominantemente horizontal, mientras que durante el “upstroke”, cuando la cuerda se acorta, la fuerza es predominantemente vertical. Esto podría responder a la pregunta de por qué algunos insectos deforman sus perfiles alares con la finalidad de hacer más eficiente la generación de fuerzas aerodinámicas durante el aleteo. Comparándolo con el caso rígido, existen algunas diferencias en cuanto a los picos máximos alcanzados en la mitad de cada “halfstroke”, sobre todo en el “downstroke” para el C_d y en el “upstroke” para el C_l . En la [Figura 15](#) se muestra la evolución temporal y espacial de las estelas.

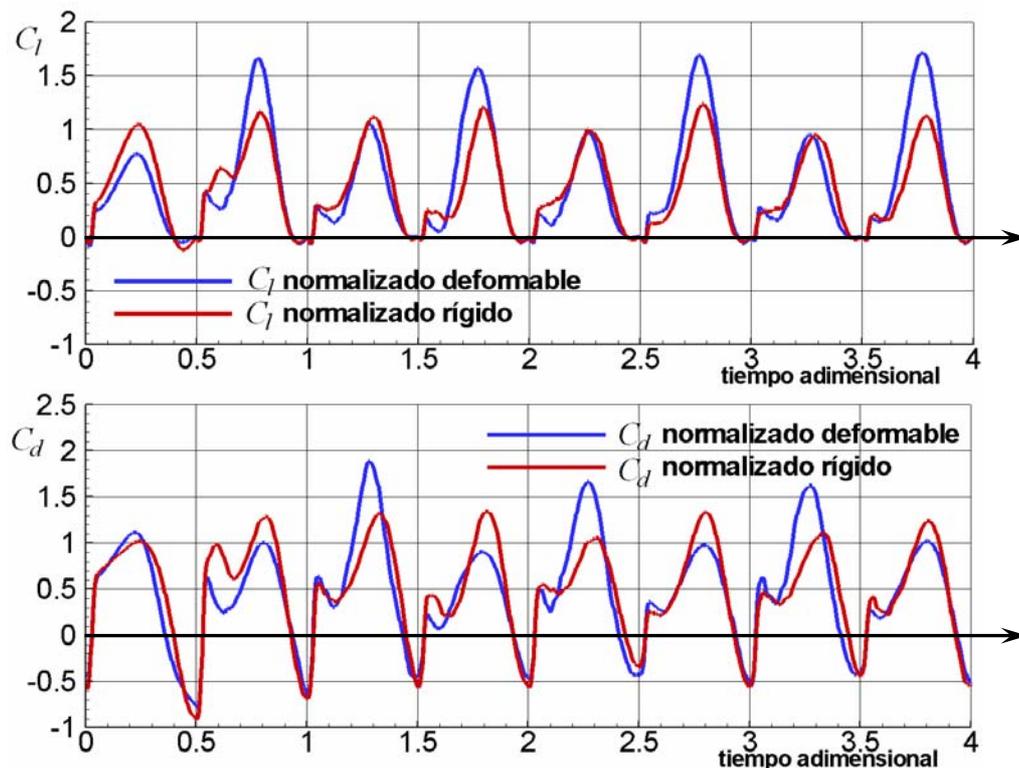


Figura 13: Variación temporal de los coeficientes aerodinámicos (perfil deformable)

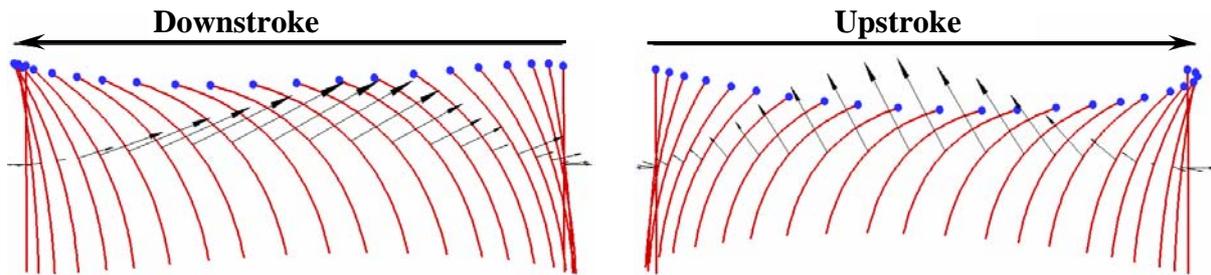


Figura 14: Perfil deformable en distintas posiciones con el vector fuerza superpuesto

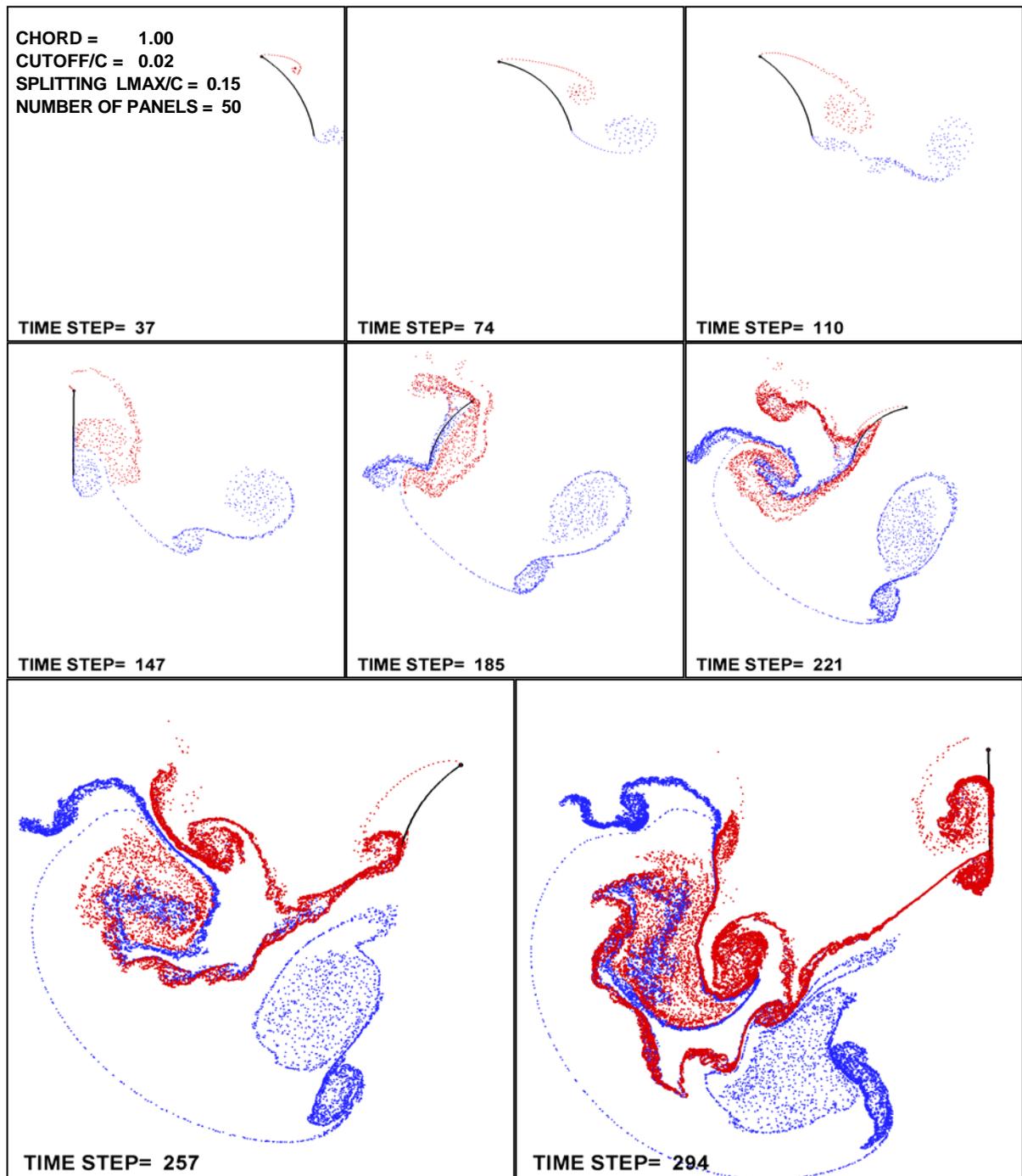


Figura 15: Evolución de las estelas para un perfil deformable

6.3 Caso 3: Cinemática real de un insecto

Por último, para mostrar la aptitudes del pre-procesamiento de datos mencionado anteriormente, se corrió el programa empleando datos cinemáticos reales obtenidos por Willmott and Ellington (1997a,b) en ensayos experimentales con polillas “hawkmoth manduca”. Los datos cinemáticos empleados corresponden al “hover” de una polilla macho identificada en los ensayos como M1. La longitud del ala de esta polilla es $R=48.5$ mm; la cuerda media es de $c=18.4$ mm; el eje de rotación del ala se considera ubicado a la mitad de la cuerda y la sección alar que se analiza se ubica la 70% de la longitud del ala. La frecuencia de aleteo es $n=26.1$ Hz y la inclinación β del plano de aleteo es de 15° . La cinemática analizada es bastante más compleja que la presentada en los dos ejemplos anteriores, ya que en este caso también se incluye variación temporal del ángulo de elevación θ .

En la Figura 16 se puede observar el ajuste de los datos cinemáticos α_{sp} , ϕ y θ empleando series de Fourier de 3, 4 y 8 términos, respectivamente. Los puntos representan datos experimentales obtenidos por Willmott and Ellington (1997a) y las líneas continuas rojas el ajuste mencionado. Como puede apreciarse, el ajuste logrado es más que satisfactorio. El tiempo se adimensionalizó multiplicándolo por la frecuencia de aleteo. Se puede observar claramente en esta figura que el “downstroke” tiene mayor duración que el “upstroke”, siendo ésta aproximadamente el 60% del total del ciclo.

La Figura 17 muestra el movimiento del perfil, así como la variación temporal y espacial de las estelas. En rojo se representa la estela emergente del borde de ataque y en azul la estela de borde de fuga. En cada subfigura se indica el paso de cálculo, correspondiendo 193 pasos a un ciclo completo. El intervalo de tiempo empleado en estas simulaciones es:

$$\Delta t = 0.000198 \text{ seg} \quad (39)$$

La Figura 18 muestra el perfil en distintas posiciones y superpuesto a éste el vector fuerza resultante. En la Figura 19 se puede observar la variación temporal de los coeficientes aerodinámicos medios C_x y C_z definidos de manera genérica como sigue:

$$C_A = \frac{2F_A}{\rho \left(\sum_{i=1}^{NP} c_i V_i^2 \right)} \quad \text{donde: } A = X \text{ o } Z \quad (40)$$

donde c_i y V_i son, la cuerda y la velocidad en el punto de control de cada panel y NP es el número de paneles adheridos empleados en la discretización. Se emplean estos coeficientes en lugar de los de sustentación y resistencia debido a que la dirección de la velocidad cambia constantemente. Los pronunciados picos que se observan en la Figura 19 se deben a que la velocidad en esos instantes es muy pequeña y en consecuencia, por (40), resultan coeficientes muy elevados.

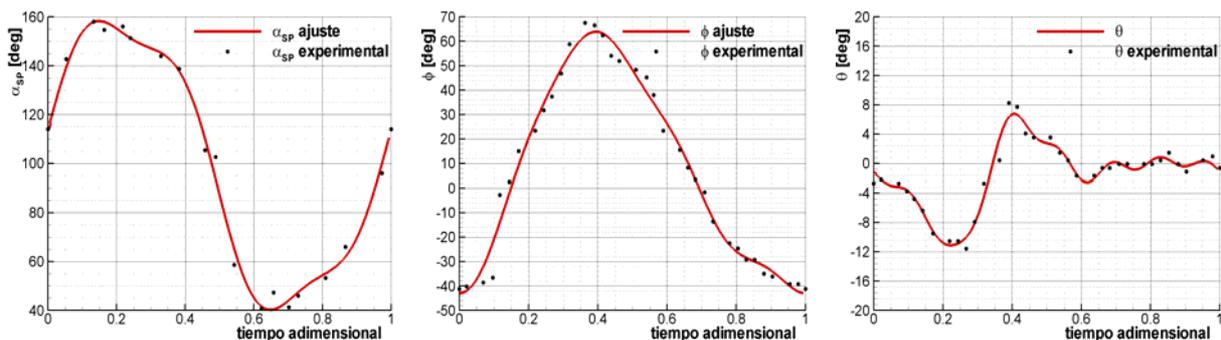


Figura 16: Variación temporal de α_{sp} , ϕ y θ .

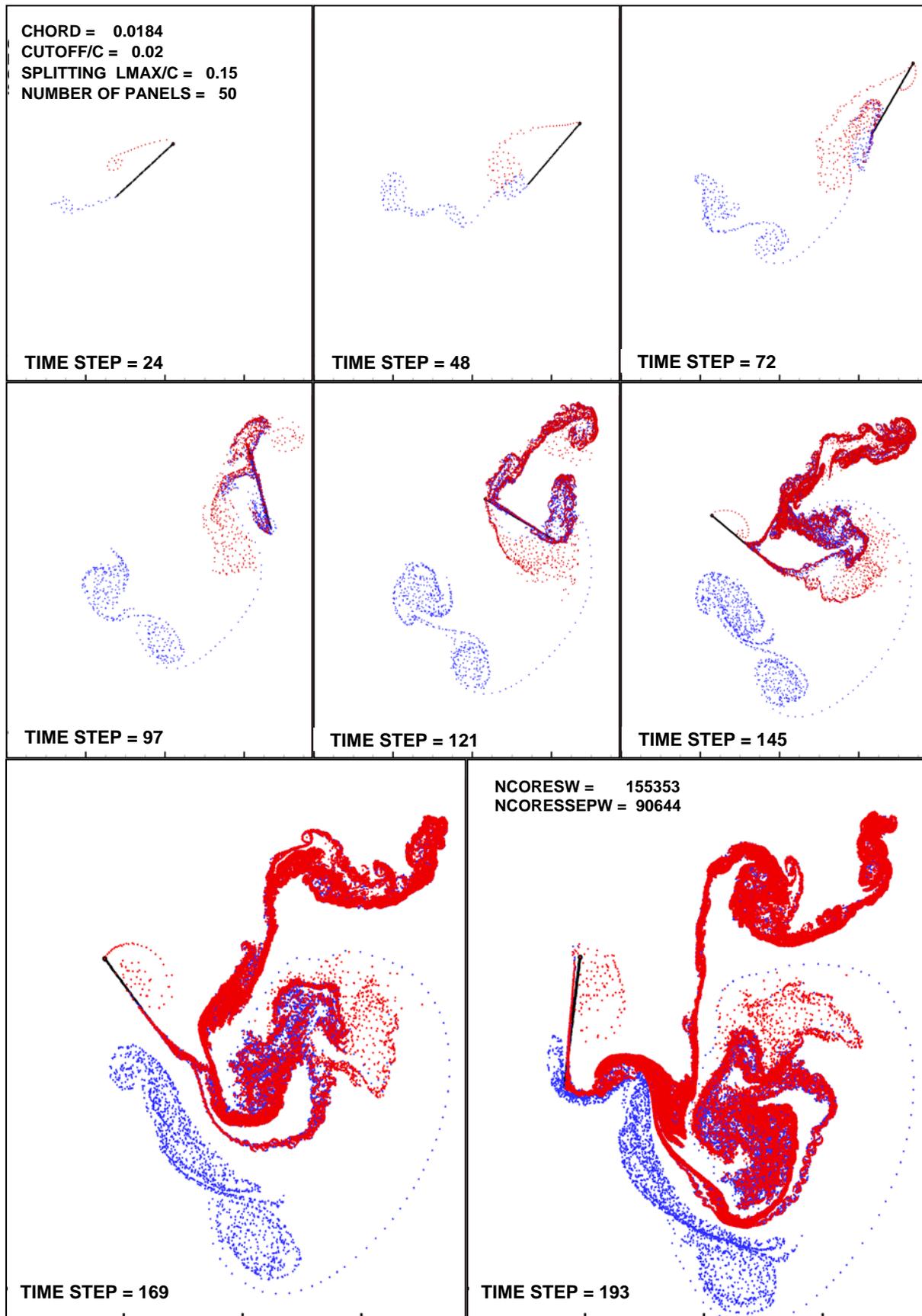


Figura 17: Variación temporal de las estelas

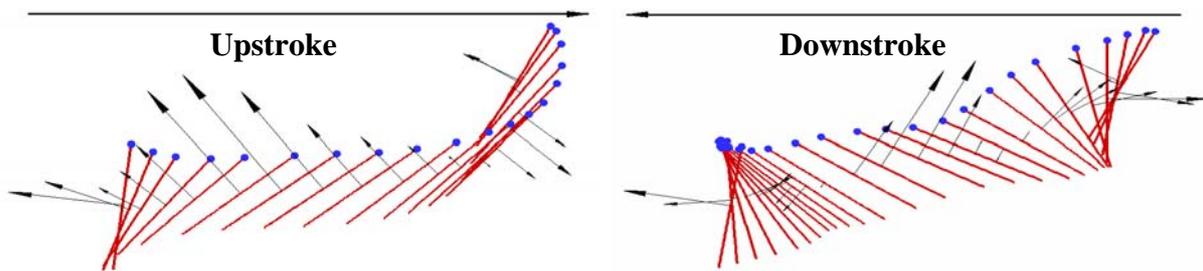


Figura 18: Perfil en distintas posiciones con el vector fuerza superpuesto

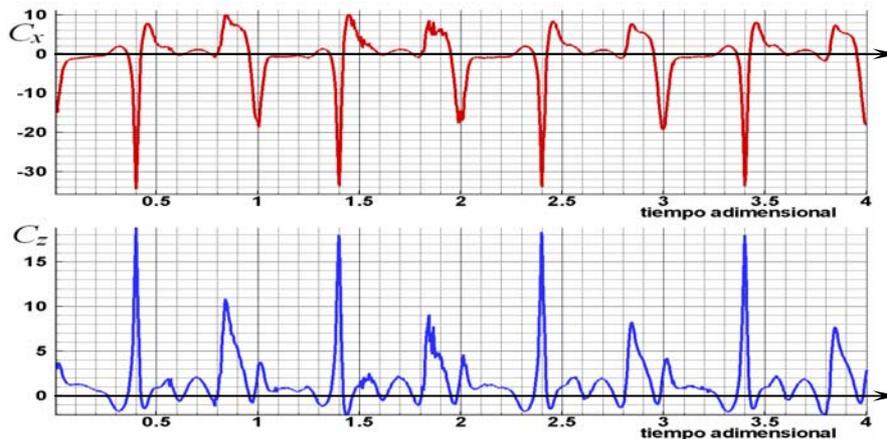


Figura 19: Variación temporal de los coeficientes aerodinámicos medios

7 Conclusiones

En el presente trabajo, se desarrolló una herramienta computacional muy versátil, basada en un modelo reducido bidimensional que emplea el método de red de vórtices inestacionario y no-lineal. Más allá de la valoración que merezca, sobre bases cuantitativas, la herramienta ha demostrado ser muy útil al momento de captar cualitativamente los mecanismos de vuelo inestacionarios de los que hacen uso algunos insectos y aves pequeñas para propulsarse y mantenerse en el aire. Además, cuenta con una poderosa interfase visual que permite el mejor y más fácil entendimiento de estos mecanismos.

El contraste entre los resultados numéricos aquí obtenidos con los correspondientes a mediciones experimentales demostró las potencialidades del modelo desarrollado. Se extendió el alcance del mismo a: (i) casos en que el perfil alar tiene una forma arbitraria (por ejemplo, un perfil corrugado); y (ii) casos en que, además de los movimientos de aleteo, el perfil avanza en el medio fluido con una determinada velocidad, etc.

En lo que hace a los aspectos cuantitativos, debido a que no se ha realizado una “validación” exhaustiva del modelo, no es posible concluir sobre las bondades del mismo. Sin embargo, los resultados presentados en el ejemplo denominado **caso 1** son más que alentadores. Quizás las mayores diferencias encontradas con respecto a los resultados experimentales derivan del hecho de que en este esfuerzo se han despreciado completamente los efectos viscosos fuera de la capa límite y las estelas.

Si bien, el análisis es bidimensional, este modelo reducido constituye buen punto de partida para llegar a comprender de forma definitiva los mecanismos del vuelo de los insectos (que en realidad son tridimensionales), como así también para llevar a cabo simulaciones numéricas combinándolo con modelos de la dinámica estructural y con esquemas de control. Todo esto con el fin último de plasmar el desarrollo de micro-vehículos aéreos súper-maniobrables, no tripulados de alas batientes.

REFERENCIAS

- A. Azuma. *The biokinetics of flying and swimming*. Springer-Verlag, Tokyo, 1992.
- A. Azuma, M. Okamoto and K. Yasuda. Aerodynamics characteristics of wings at low Reynolds number. *Progress in Astronautics and Aeronautics*, 195:341-398, 2001.
- M.H. Dickinson, F.O. Lehmann, S.P. Sane. Wing rotation and the aerodynamics basics of insects flight. *Science*. 284(5422):1954-1960, 1999.
- M. Dickinson. Solving the mystery of insect flight. *Scientific American*, 284(6):48-57, 2001.
- C.P. Ellington. The aerodynamic of hovering insect flight IV. Aerodynamics mechanisms. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, 305(1122):79-113, 1984.
- C. Ellington. The novel aerodynamics of insect flight: Applications to micro-air vehicles. *The Journal of Experimental Biology*, 202:3439-3448, 1999.
- J. Katz. A discrete vortex method for the non-steady separated flow over an airfoil. *Journal of Fluid Mechanics*, 102:315-328, 1981.
- J. Katz and A. Plotkin. *Low-speed aerodynamics: From wing theory to panel methods*. McGraw-Hill, New York, 1991.
- M. F. Osborne. Aerodynamics of flapping flight with application to insects. *Journal of Experimental Biology*, 28:221-245, 1951.
- S. Preidikman. *Numerical simulations of interactions among aerodynamics, structural dynamics, and control systems*. Ph.D. Dissertation, Department of Engineering Science and Mechanics, Virginia Tech, 1998.
- S. Sane and M.H. Dickinson. The control of flight fore by a flapping wing: Lift and drag production. *The Journal of Experimental Biology*, 204:2607-2626, 2001.
- S.P. Sane. The aerodynamics of insect flight. *The Journal of Experimental Biology*, 206:4191-4208, 2003.
- W. Shyy, M. Berg and D. Ljungqvist. Flapping and flexible wings for biological and micro air vehicles. *Progress in Aerospace Sciences*, 35:455-505, 1999.
- M.F. Valdez. *Análisis aerodinámico de flujos bidimensionales e inestacionarios dominados por vorticidad aplicado a micro-vehículos aéreos inspirados en la biología*. Trabajo Final de grado, Universidad Nacional de Córdoba, 2006.
- Z. J. Wang, J. M. Birch and M. H. Dickinson. Unsteady forces and flows in low Reynolds number hovering flight: Two-dimensional computations vs. robotic wing experiments. *The Journal of Experimental Biology*, 207:449-460, 2004.
- T. Weis-Fogh, M. Jensen. Biology and physics of locust flight: I. Basics principles in insects flight. A critical review. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, 239:415-458, 1956.
- A. Willmott and C. P. Ellington. The mechanics of flight in the hawkmoth *manduca sexta*. I. Kinematics of hovering and forward flight. *The Journal of Experimental Biology*, 200:2705-2722, 1997a.
- A. Willmott and C.P. Ellington. The mechanics of flight in the hawkmoth *manduca sexta*. II. Aerodynamic consequences of kinematic and morphological variation. *The Journal of Experimental Biology*, 200:2723-2745, 1997b.