

SOLUÇÃO DO ESCOAMENTO POTENCIAL EM TORNO DE DOIS OU MAIS CORPOS UTILIZANDO-SE UM GRID ESTRUTURADO

Fábio H. L. Pinto*, Bruno G. O. Silva *, Nide G. C. R. Ficcó Jr. †

*Grupo Especial de Ensaio em Vôo
Comando Geral de Tecnologia Aeroespacial, CTA
Praça Mal. Eduardo Gomes 50, Vila das Acácias, 12228-904 São José dos Campos – SP, Brasil
e-mail: lameiras@directnet.com.br, bruno_giordano@ibest.com.br

†Instituto Tecnológico de Aeronáutica
Comando Geral de Tecnologia Aeroespacial, CTA
Praça Mal. Eduardo Gomes 50, Vila das Acácias, 12228-904 São José dos Campos – SP, Brasil
e-mail: nide@ita.br

Palavras-chave: CFD, grids estruturados, grids em domínios não simplesmente conexos, Método de MacCormack.

Abstract: O presente trabalho mostra a possibilidade de se usar um grid estruturado combinado com o algoritmo de MacCormack para a solução do escoamento potencial em torno de dois ou mais corpos imersos em um escoamento.

As soluções de escoamento obtidas para as combinações de corpos mostrados mostram-se fisicamente consistentes, o que aponta para uma maneira de mais fácil programação e discretização do domínio do escoamento em torno de mais de um corpo. O problema aqui encontrado é o de tornar simplesmente conexo um domínio que originalmente não é.

As soluções de escoamentos bidimensionais têm alguma aplicação prática, como a estimativa da posição de ondas de choque em escoamentos transônicos e supersônicos e a estimativa do número de Mach crítico de corpos aerodinâmicos bidimensionais em baixos ângulos de ataque, o que pode constituir uma ferramenta de uso corrente em túneis de vento transônicos e supersônicos.

No presente trabalho, os escoamentos de ar são resolvidos numericamente por meio do algoritmo de MacCormack em um domínio físico não simplesmente conexo discretizado de forma a constituir um grid estruturado.

1 INTRODUÇÃO

A Dinâmica dos Fluidos Computacional (ou CFD) é o ramo da aerodinâmica que tem três pilares como base. O primeiro deles é a geração de malhas computacionais, o segundo é o desenvolvimento de métodos de cálculo e o terceiro é a modelagem de turbulência.

A solução do escoamento em torno de um ou mais corpos permite determinar a força e o momento aerodinâmicos que cada um dos corpos da configuração sofre. Além disso, possibilita saber *a priori* quais são as propriedades do fluido que escoam em torno desses corpos. Com isso, alguns problemas práticos encontrados por projetistas de aeronaves, operadores de túneis de vento e engenheiros de ensaios em vôo podem ser melhor abordados. Bons exemplos disso, no campo dos ensaios em vôo, são o posicionamento de tomadas de pressão estática e dinâmica em aeronaves de ensaios, a determinação das características de estol de uma aeronave protótipo e a previsão do comportamento de uma aeronave durante a expansão de seu envelope de vôo. No primeiro exemplo, a solução do escoamento em torno da aeronave permite saber quais os pontos da superfície da mesma estarão sujeitos a uma pressão estática igual àquela do escoamento não perturbado, sendo aí o local de posicionamento de uma eventual tomada de pressão estática. No segundo, pode-se fazer uma previsão da velocidade e das características de estol de um avião antes de voá-lo. Para isso é necessário conhecer o campo de pressão em torno do mesmo, o que seria obtido da solução do escoamento. No último exemplo, a solução do escoamento para sucessivos números de Mach do escoamento não perturbado permitiria determinar o número de Mach crítico de uma aeronave, o que reduziria o número de vôos de ensaio durante a expansão do envelope de vôo da mesma.

Além dos exemplos acima, alguns outros como o cálculo da posição do centro de pressão de um avião e das forças que atuam em uma carga externa cativa ao mesmo mostram a grande utilidade prática em conhecer o campo do escoamento para aplicações em ensaios de qualidades de vôo e separação de cargas externas.

Este trabalho apresenta uma malha estruturada para uma configuração de dois aerofólios NACA 0012 em tandem. Trabalhou-se, portanto, no campo do primeiro pilar da CFD. A malha criada serve de domínio discretizado para a solução de um escoamento compressível não viscoso em torno do tandem. A característica incomum desta malha é o fato de ser estruturada para um domínio do escoamento que é multiplamente conexo no plano físico.

2 DOMÍNIO DO ESCOAMENTO

O domínio do escoamento considerado neste trabalho é a região externa a dois aerofólios NACA 0012. Os aerofólios são posicionados em tandem, isto é, um atrás do outro com as suas cordas pertencendo à mesma reta. Cada aerofólio tem uma corda com comprimento unitário e a distância que os separa também é unitária. Tais distâncias foram usadas por conveniência, não havendo qualquer outra razão que imputasse alguma vantagem para uma escolha diferente. O domínio é, portanto, bidimensional.



FIGURA 1 – Domínio do escoamento.

Tal região é triplamente conexa. Isso põe uma impossibilidade para a montagem de uma malha estruturada, visto que *não é possível, em um domínio com fronteira descontínua, construir uma rede com pontos que possam ser unidos por uma só linha e numerados seqüencialmente.*

De modo a permitir que seja construída uma malha estruturada, é necessário que o domínio seja transformado em uma região simplesmente conexa. De acordo com Karamcheti¹, isso é possível por meio da introdução de fronteiras.

Definem-se as fronteiras interna e externa do escoamento, respectivamente, como sendo os aerofólios e uma circunferência que os envolve. Em seguida, introduzem-se dois segmentos de reta, o **segmento conector** e o **segmento divisor**. O segmento conector tem como extremidades o bordo de ataque (BA) do perfil a jusante e o bordo de fuga (BF) do perfil a montante. O segmento divisor tem como extremidades o BF do perfil a jusante e o ponto correspondente às três horas na circunferência que define a fronteira externa. O domínio do escoamento fica, então, com suas fronteiras interna e externa ligadas pelos segmentos conector e divisor, o que o torna simplesmente conexo considerando-se os pontos internos à fronteira contínua mostrada na figura 2.

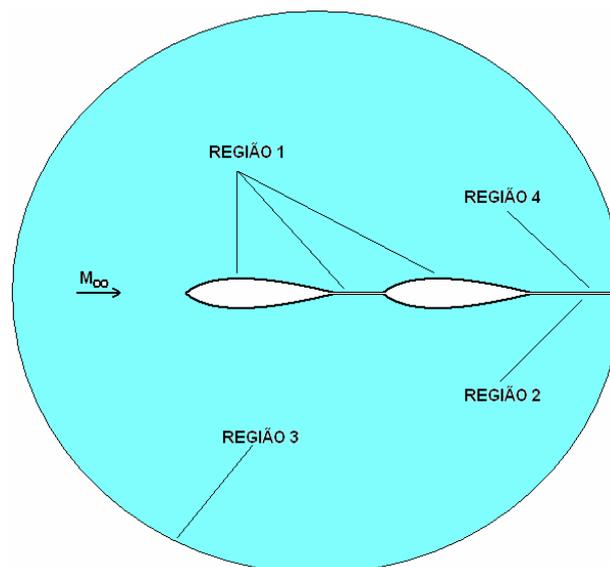


FIGURA 2 – Domínio simplesmente conexo.

É importante salientar que o domínio simplesmente conexo é tal que o escoamento cruza os segmentos conector e divisor. A inserção de tais segmentos não constitui uma barreira física ao escoamento, mas somente uma forma de estruturar a malha que discretiza tal domínio.

As fronteiras do domínio, antes descontínuas, são agora parte de uma fronteira contínua, a qual pode ser repartida em quatro regiões definidas como:

- Região 1 – aerofólios e segmento conector;
- Região 2 – segmento divisor;
- Região 3 – fronteira externa (circunferência);
- Região 4 – segmento divisor.

A região 1 é aquela onde iniciam-se as linhas de i constante. A região 2 é aquela de onde partem as linhas j constante. A região 3 caracteriza-se por ser o local onde terminam as linhas de i constante e a região 4 por ser o lugar onde terminam as linhas j constante.

3 MALHA ALGÉBRICA

Visando a resolver o escoamento no domínio citado cria-se uma malha conformada ao corpo de forma a discretizar o domínio anteriormente descrito.

Divide-se a fronteira externa em $n-1$ segmentos de reta. Da mesma forma, a fronteira interna junto com o segmento conector também são divididos em $n-1$ segmentos de reta. Assim, tanto a fronteira externa como a interna + segmento conector apresentam n pontos, depois de serem discretizadas. A partir do BF do aerofólio a jusante, iniciou-se, no sentido horário, a numeração dos pontos sobre da fronteira interna + segmento conector. Dessa forma o BF do perfil a jusante é o ponto de número 1 , o BA do perfil a montante é o ponto de número $(n+1)/2$ e o ponto de número n é, novamente, o BF do perfil a jusante. De forma idêntica, numeraram-se os pontos da fronteira externa de 1 a n iniciando no ponto 1 localizado às três horas na circunferência e terminando no ponto n , coincidente com o ponto 1 .

Cada ponto da fronteira interna + segmento conector é ligado ao ponto correspondente de mesmo número da fronteira externa para formar as linhas radiais ou linhas de i constante. Cada radial é um segmento de reta e foi dividida em $m-1$ partes iguais, possuindo um total de m pontos. Os pontos assim criados foram numerados de 1 a m a partir da fronteira interna. Um ponto k sobre uma dada radial i é então ligado aos pontos k das radiais $i-1$ e $i+1$. Forma-se então uma linha que envolve o tandem, a qual é numerada como k . O número de linhas assim formadas é igual a $m-2$. Se contarmos a região 1 e a fronteira externa (circunferência) teremos m linhas de j constante. A figura 3, a seguir, mostra a malha formada em decorrência da ligação dos pontos conforme explicado.

Neste trabalho escolheu-se $n = 119$ e $m = 201$, de forma a contruir uma malha algébrica na qual a maioria das células apresentasse alongamento menor do que 5. Tal escolha foi motivada no fato do método de MacCormack, como implementado, não apresentar boa convergência para malhas com células muito alongadas. A malha algébrica assim criada tem, consequentemente, um número total de 23919 pontos e 23800 células.

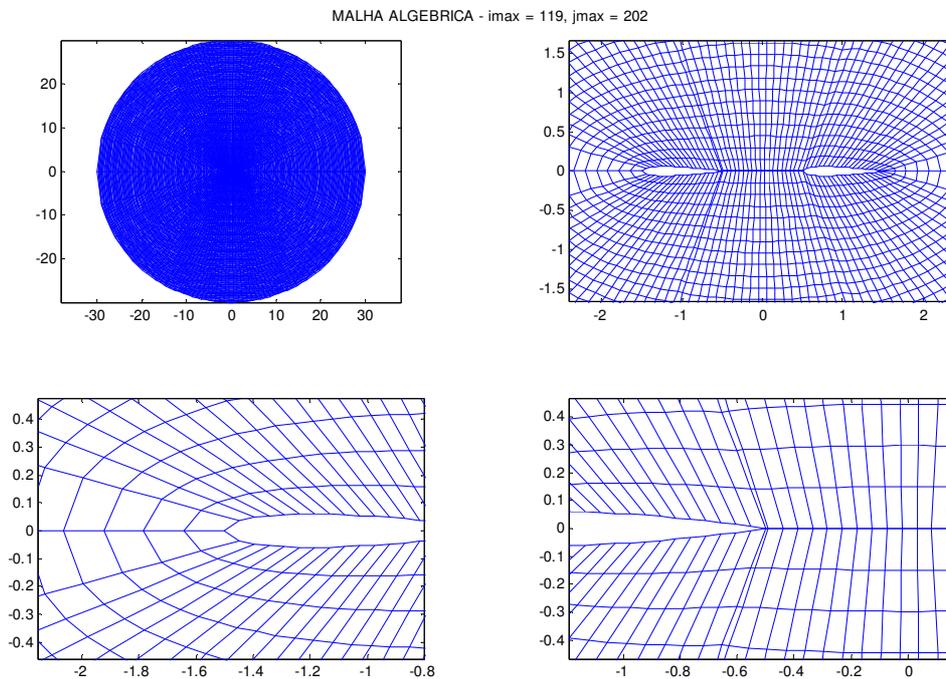


FIGURA 3 – Malha algébrica.

A malha assim formada é chamada de **malha algébrica**.

4 MALHA SUAIVIZADA

Uma vez construída a malha algébrica, procedeu-se à suavização da mesma por meio do método de geração elíptica, conforme Anderson². Esse método proporciona uma modificação das coordenadas (x_A, y_A) da malha algébrica de modo a transformá-la em uma malha com menor alongamento médio das células.

De maneira resumida, o método de geração elíptica não envolve o uso de expressões algébricas para transformar as coordenadas da malha algébrica (x_A, y_A) em coordenadas da malha suavizada (x_E, y_E) . Em vez disso, (x_A, y_A) são transformados em (x_E, y_E) por meio da solução numérica das equações (1) invertidas e discretizadas por meio de diferenças centradas.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 x_A}{\partial x_E^2} + \frac{\partial^2 x_A}{\partial y_E^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2 y_A}{\partial x_E^2} + \frac{\partial^2 y_A}{\partial y_E^2} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

O fluxograma da geração elíptica é mostrado na figura 4.

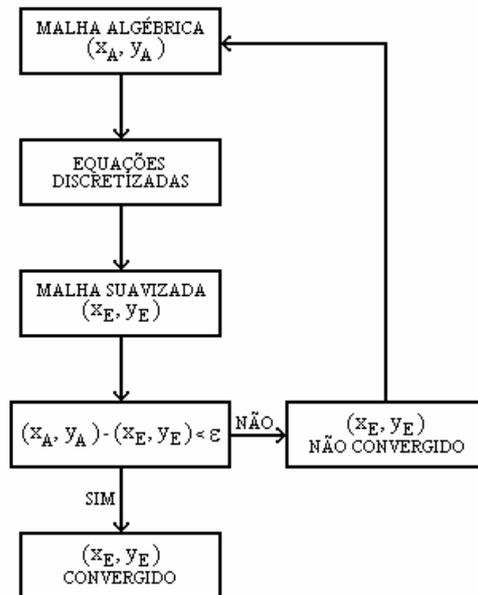


FIGURA 4 – Fluxograma da geração elíptica.

A malha resultante da solução numérica das equações (1) é chamada de **malha suavizada**. A figura 5, a seguir, mostra a malha suavizada.

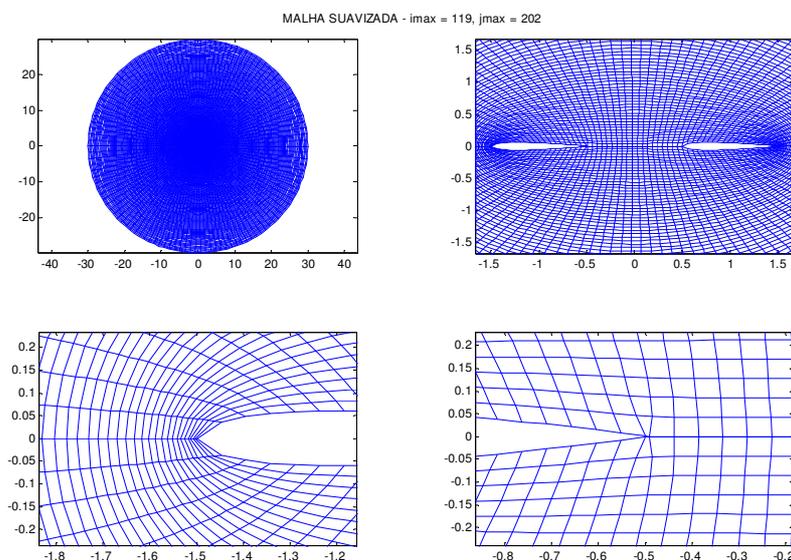


FIGURA 5 – Malha suavizada.

5 – SOLUÇÃO DO ESCOAMENTO

O método usado para resolver o escoamento no domínio discretizado foi o **Método de MacCormack**³.

As equações discretizadas usadas no algoritmo implementado para resolver o escoamento em torno do tandem são mostradas a seguir.

$$Q_{i,j}^{n+1} = Q_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{V_{i,j}} \left[(\bar{P} \cdot \bar{S})_{i+1/2,j}^n + (\bar{P} \cdot \bar{S})_{i,j+1/2}^n + (\bar{P} \cdot \bar{S})_{i-1/2,j}^n + (\bar{P} \cdot \bar{S})_{i,j-1/2}^n \right]$$

Para as etapas preditora (“predictor”) e corretora (“corrector”) as equações discretizadas são explicitadas a seguir.

$$\overline{Q}_{i,j}^{n+1} = Q_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{V_{i,j}} \left[(\bar{P}_{i+1,j}^n \cdot \bar{S}_{i+1/2,j}) + (\bar{P}_{i,j}^n \cdot \bar{S}_{i-1/2,j}) + (\bar{P}_{i,j+1}^n \cdot \bar{S}_{i,j+1/2}) + (\bar{P}_{i,j}^n \cdot \bar{S}_{i,j-1/2}) \right]$$

$$\overline{\overline{Q}}_{i,j}^{n+1} = Q_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{V_{i,j}} \left[(\overline{\overline{P}}_{i,j}^{n+1} \cdot \bar{S}_{i+1/2,j}) + (\overline{\overline{P}}_{i-1,j}^{n+1} \cdot \bar{S}_{i-1/2,j}) + (\overline{\overline{P}}_{i,j}^{n+1} \cdot \bar{S}_{i,j+1/2}) + (\overline{\overline{P}}_{i,j-1}^{n+1} \cdot \bar{S}_{i,j-1/2}) \right]$$

A viscosidade artificial foi inserida como parcela das equações discretizadas, sendo subtraída, a cada iteração da rotina, dos valores resultantes das propriedades após o cálculo da etapa de atualização (“update” onde $Q_{i,j}^{n+1} = (\overline{Q}_{i,j}^{n+1} + \overline{\overline{Q}}_{i,j}^{n+1})/2$). Foi escolhido o modelo linear de viscosidade artificial dado pela expressão a seguir e mostrado na figura 6.

$$v_{1,i,j} = Q_{1,i-2,j} - 4Q_{1,i-1,j} + 12Q_{1,i,j} - 4Q_{1,i+1,j} + Q_{1,i+2,j} + Q_{1,i,j-2} - 4Q_{1,i,j-1} - 4Q_{1,i,j+1} + Q_{1,i,j+2}$$

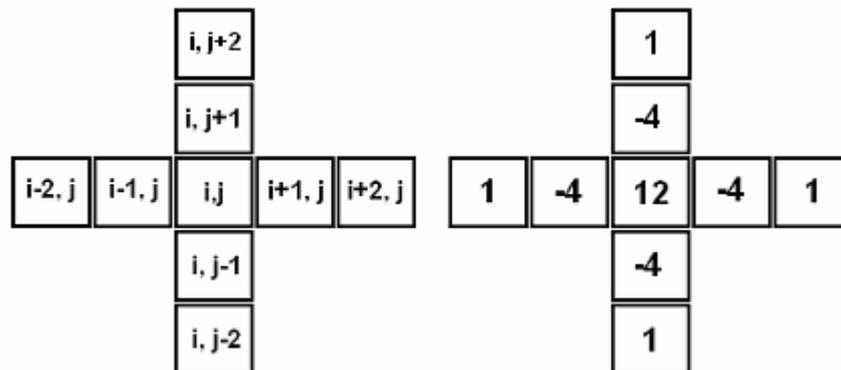


FIGURA 6 – Viscosidade artificial.

Finalmente, foi necessário estabelecer as seguintes condições de contorno:

- 1) Velocidade igual à velocidade do escoamento não perturbado na fronteira externa;
- 2) Velocidade normal nula na superfície dos perfis;
- 3) Propriedades das células-fantasma do segmento conector iguais às das células não-fantasma vizinhas.

6 – RESULTADOS

Visando a validar a solução numérica, comparou-se a mesma com um resultado do cálculo numérico realizado segundo o método de Jameson⁴, onde o escoamento considerado é aquele com $M_\infty = 0,8$ e $\alpha = 1,25^\circ$ para um único aerofólio NACA 0012. Conforme mostrado na figura 7, os resultados praticamente coincidentes comprovam a validade do algoritmo implementado.

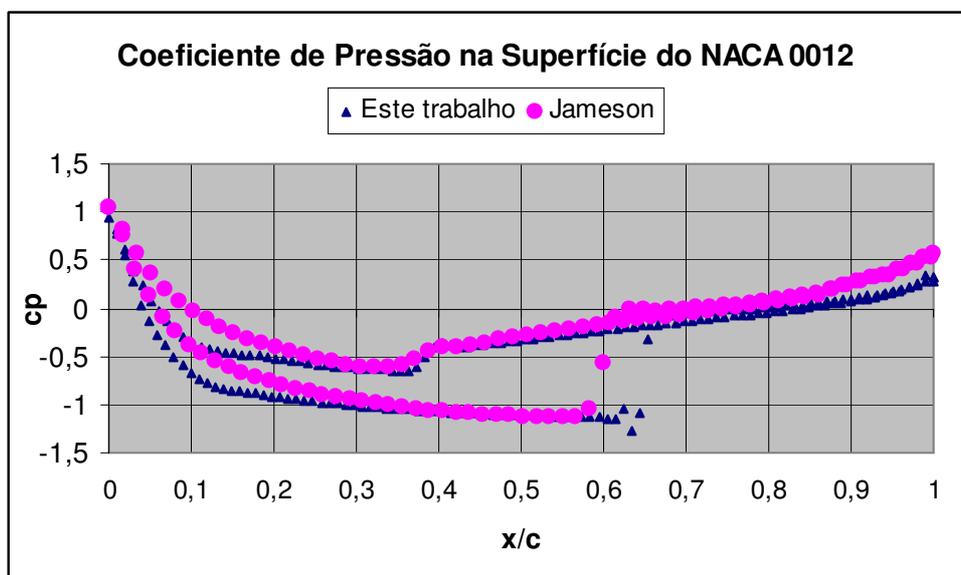
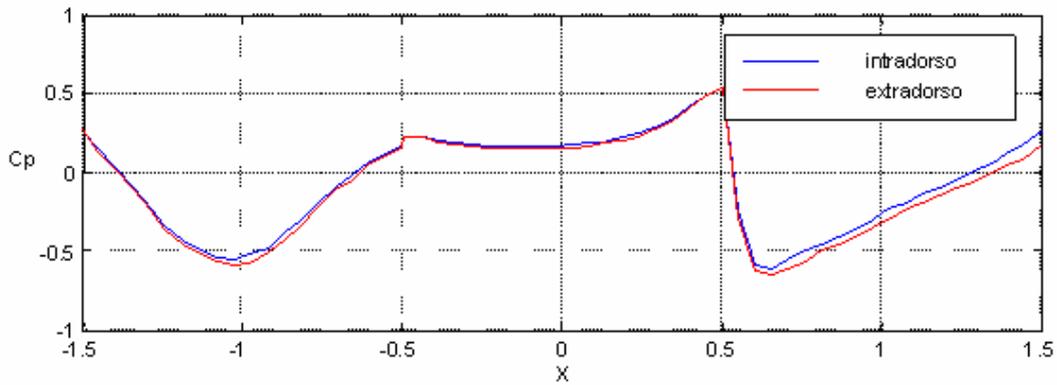
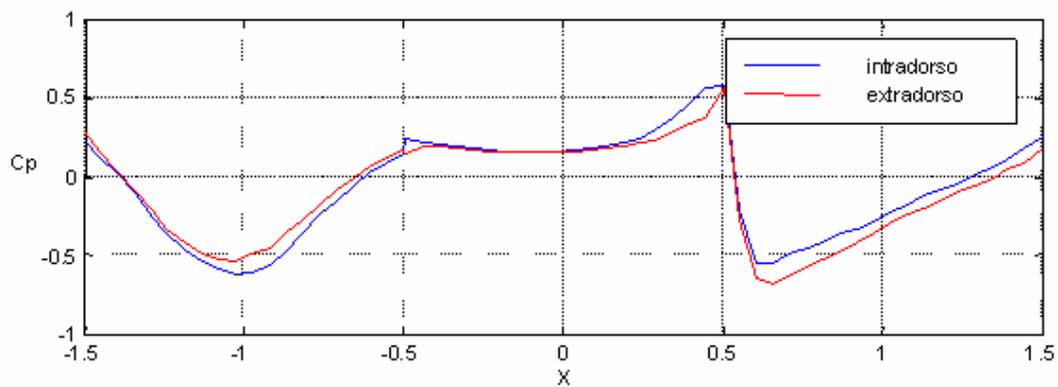


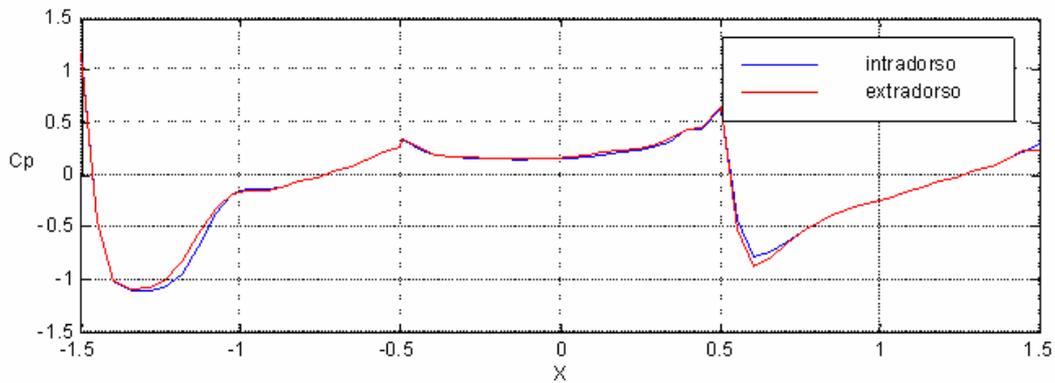
FIGURA 7 – Validação da solução numérica.

Ainda visando a validar a implementação das condições de contorno, conforme descrito no item 5 deste trabalho, utilizou-se a malha algébrica para o tandem de dois modos diferentes. Em ambos o ângulo de ataque era nulo e o número de Mach do escoamento não perturbado era 0,8. Em um deles, a condição de contorno foi de velocidade normal nula em todas as células adjacentes à linha $j = 1$. No outro, a condição de contorno foi aquela de número 3 descrita no item 5. No primeiro deles, o escoamento não cruzava o segmento conector, pois este constituía uma barreira física. No segundo, as condições de contorno permitiam que houvesse fluxo através do segmento conector, mas a simetria do escoamento ($\alpha = 0^\circ$) fazia com que não houvesse tal fluxo. Assim, ambas as soluções numéricas deveriam ser idênticas. Isso pôde ser comprovado pelos resultados mostrados nas figuras 8 e 9.

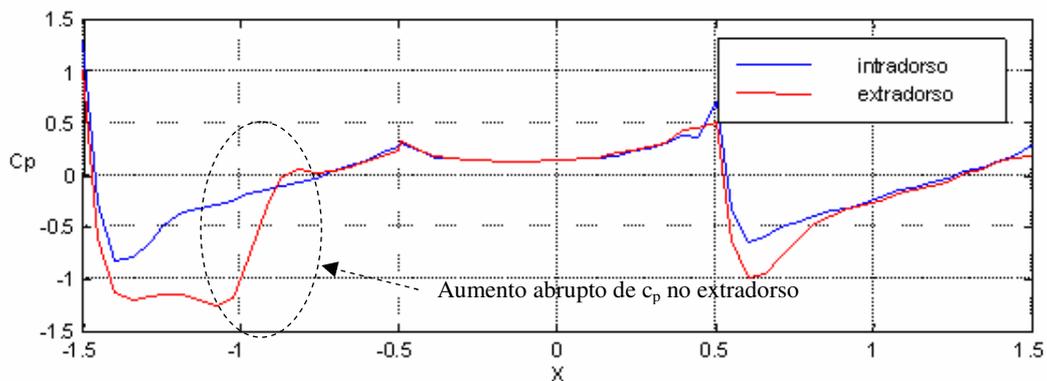
FIGURA 8 – Segmento conector servindo de barreira ($\alpha = 0^\circ$) e malha algébrica.FIGURA 9 – Tandem com $\alpha = 0^\circ$ e malha algébrica.

Novamente, os resultados praticamente coincidentes comprovam a validade do algoritmo implementado.

Dois resultados adicionais, obtidos utilizando-se as malhas algébrica e suavizada para o tandem são mostrados nas figuras 10 e 11.

FIGURA 10 – Tandem com $\alpha = 0^\circ$ e malha suavizada.

Os casos apresentados nas figuras 9 e 10 foram obtidos para um mesmo número de iterações de cálculo, 80000 em ambos. Pode-se observar que, para a figura 10, as curvas de c_p no intradorso e extradorso estão mais próximas, além disso mínimo valor de c_p está mais próximo de 13% da corda do que no caso da figura 9. Isso mostra que a malha suavizada apresentou uma solução mais próxima da solução física que a malha algébrica.

FIGURA 11 – Tandem com $\alpha = 1,25^\circ$ e malha suavizada.

Como pode ser visto na figura 11, o aumento abrupto no valor de c_p do extradorso próximo ao meio da corda do perfil a montante indica a presença de uma onda de choque. Isso não acontece no perfil a jusante, onde o α real é menor do que o do perfil a montante. Tal fato mostra a coerência da solução numérica no que diz respeito ao efeito “downwash”.

Por último, a figura 12 consiste em um diagrama em que as cores equivalem a valores de c_p nos pontos correspondentes do escoamento. Isso dá uma visão do campo de pressões de maneira pictorial, o que facilita tremendamente a visualização do escoamento.

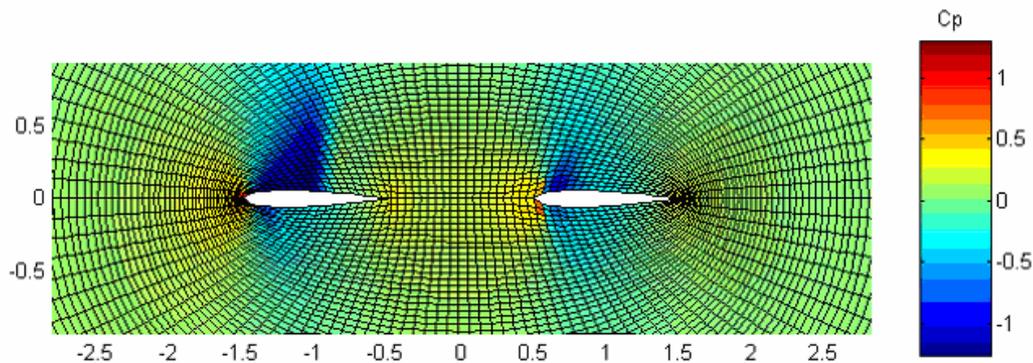


FIGURA 12 – Campo de pressões para o tandem com $\alpha = 1,25^\circ$ (malha suavizada).

7 – CONCLUSÕES

A construção de uma malha estruturada para um domínio múltiplamente conexo pode seguir um padrão de montagem de modo a definir quatro pedaços da fronteira contínua da região simplesmente conexa originada. Tais pedaços definem as regiões da fronteira onde começam e terminam as linhas de i e j constante da malha estruturada.

Malhas suavizadas, isto é, com células de alongamento baixo constituem um domínio discretizado que acelera a convergência da solução numérica.

Malhas estruturadas para domínios múltiplamente conexos fornecem uma opção para a solução do escoamento em torno de mais de um corpo, como é o caso de uma configuração asa-estabilizador, canard-asa, canard-asa-estabilizador, asa com flape simples, asa com flape de dois ou mais elementos, etc.

8 – ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

AIAA.....	American Institute of Aeronautics and Astronautics
BA.....	Bordo de Ataque
BF.....	Bordo de Fuga
CFD.....	Computational Fluid Dynamics
c_p ou cp	Coefficiente de pressão
M_∞	Número de Mach do escoamento não perturbado
NACA.....	National Advisory Committee for Aeronautics
$\bar{P}_{i,j}$	Matriz (E, F), onde E e F são vetores que completam as equações de Euler na forma conservativa
$\bar{Q}_{i,j}$	Vetor das quantidades conservadas
Q1.....	Componente 1 do vetor $\bar{Q}_{i,j}$
$\bar{S}_{i,j}$	Vetor normal à superfície (i, j), de módulo igual à área desta superfície

$\bar{V}_{i,j}$	Volume da célula (i, j)
α	Ângulo de ataque
$v1$	Componente 1 da viscosidade artificial

9 – REFERÊNCIAS

- [1] Karamcheti, K., *Principles of Ideal Fluid Aerodynamics*, John Wiley & Sons, New York, 1996.
- [2] Anderson, J. D. Jr., *Computational Fluid Dynamics – The Basics with Applications*, McGraw Hill International, 1995.
- [3] MacCormack, R. W., *The Effect of Viscosity in Hypervelocity Impact Cratering*, AIAA Paper 69-354, 1969.
- [4] Jameson, A., Schmidt, W. and Turxel, E., *Numerical Simulation of the Euler Equations by Finite Volume Methods Using Runge-Kutta Time Stepping Schemes*, AIAA Paper 81-1259, AIAA 5th Computational Fluids Conference, 1981.
- [5] Abbott, I. H., Doenhoff, A. E., *Theory of Wing Sections*, Dover Publications, New York, 1959.
- [6] Ortega, M. A., *Computational Fluid Dynamics II – Notas de aula*, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2000.