

ENERGIA UTIL EN UNA BICICLETA: MODELADO Y VALIDACION EXPERIMENTAL DE UN RECOLECTOR DE ENERGIA PIEZOELECTRICO

USABLE ENERGY IN A BIKE: MODEL AND EXPERIMENTAL VALIDATION OF A PIEZOELECTRIC ENERGY HARVESTER

Matías Ortiz^a, Mariano Febbo^b, Sebastián P. Machado^a

^aGrupo de Investigacion en Multifisica Aplicada, Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Bahía Blanca, 11 de abril 461, 8000 Bahía Blanca, Buenos Aires, Argentina, smachado@frbb.utn.edu.ar, <https://www.frbb.utn.edu.ar>

^bInstituto de Física del Sur (IFISUR), Departamento de Física, Universidad Nacional del Sur (UNS), Avda. Alem 1253, B8000CPB- Bahía Blanca, Argentina, mfebbo@uns.edu.ar; <http://www.uns.edu.ar>

Palabras clave: Energía útil, Bicicleta, Modelado, Validación Experimental.

Resumen. En este trabajo se estudia e implementa un recolector de energía piezoeléctrico en una bicicleta. Para ello se miden las aceleraciones de sus diferentes partes y se obtienen las posiciones en donde se registra la mayor aceleración. Luego se diseña el recolector de energía piezoeléctrico para aprovechar las aceleraciones máximas. La tensión saliente del piezoeléctrico (alterna) es rectificadora con un puente de diodos y un capacitor para alimentar a una resistencia de carga en forma de energía útil (tensión continua). Las ecuaciones diferenciales, tanto del recolector como del circuito rectificador (diodos, capacitor y resistencia), son presentadas y resueltas numéricamente. Los resultados son comparados favorablemente con la implementación del recolector en una bicicleta, donde la aceleración medida es la excitación para la resolución numérica.

Keywords: Usable Energy, Bicycle, Model, Experimental validation.

Abstract. In this work, a piezoelectric energy harvester is studied and implemented on a bike. For this, the accelerations of its different parts are measured and the positions where the the greatest acceleration are obtained. The piezoelectric energy harvester is then designed to take advantage of the maximum accelerations. The output voltage of the piezoelectric (AC voltage) is rectified with a diode bridge and a capacitor, to supply a load resistance in the form of useful energy (DC voltage). The differential equations of both the harvester and the rectifier circuit (diodes, capacitor and resistance) are presented and solved numerically. The results are compared favorably with the implementation of the harvester on a bike, where the measured acceleration is the input for the numerical solution.

1 INTRODUCCIÓN

La necesidad de nuevas fuentes de energía limpias y amigables con el medio ambiente está adquiriendo una relevancia cada vez mayor en las últimas décadas. La captación de energía o técnica conocida como “energy harvesting” en inglés, es una de las alternativas más prometedoras al uso de combustibles fósiles para la generación de energía eléctrica. La energía obtenida a partir de las vibraciones mecánicas es una de las principales soluciones para aprovechar la energía cinética del movimiento del ambiente cuando se necesita alimentar eléctricamente dispositivos electrónicos de pequeña potencia. Estos dispositivos son particularmente atractivos para sistemas de monitorización, transmisión y sensores alimentados en tiempo real (Harb, 2010; Erturk y Inman, 2009). Existen diferentes mecanismos para realizar la conversión mecánica a eléctrica utilizando esta técnica: mecanismos de transducción electrostáticos (Peano y Tambosso, 2005), electromagnéticos (Saravia et al. 2017), magnetostrictivos (Mori et al. 2015), triboeléctricos (Fan et al. 2016) o piezoeléctricos (Gatti et al. 2018).

De todos ellos, la conversión piezoeléctrica ha ganado mucho interés por su fácil implementación, alta durabilidad y buena potencia eléctrica de salida. Erturk e Inman (2009) han realizado contribuciones fundamentales desarrollando un marco teórico para estudiar los recolectores de energía piezoeléctrica (REP) (Erturk y Inman, 2009) que se pueden encontrar en un sin número de aplicaciones desde entonces (Ramírez et al. 2019, Gu y Livermore, 2010; Shahab et al. 2018).

Para utilizar la corriente eléctrica alterna (CA) generada por el sistema piezoeléctrico más simple cuando se excita con vibraciones mecánicas, es necesario convertir dicha corriente en corriente continua (CC) de forma de que pueda ser usada con el objetivo de alimentar circuitos o componentes electrónicos. La técnica más común para llevarlo a cabo es introducir en el sistema un puente rectificador de onda completa. A pesar de que se han desarrollado expresiones analíticas de forma cerrada para la tensión continua de un REP en estado estacionario excitado por una onda senoidal (Shu y Lien, 2006), no existe una expresión similar para el caso transitorio, ni tampoco existe bibliografía específica abocada a estudiar el problema. Por esta razón, el presente trabajo aborda la significativa propuesta de encontrar las ecuaciones electromecánicas para predecir numéricamente la corriente continua (CC) de un sistema REP cargado con un puente rectificador de onda completa bajo una excitación general (aperiódica).

El artículo está organizado de la siguiente manera. Después de la introducción, se presenta la medición de aceleración en la bicicleta en la Sección 2. La Sección 3 trata sobre la selección del recolector de energía utilizado para el estudio. La sección 4 desarrolla el modelo matemático del REP con el circuito rectificador de onda completa. La sección 5 presenta los resultados de la aceleración de una bicicleta a partir de un recorrido real, aplicada al REP para validar las predicciones teóricas. Finalmente, la Sección 6 presenta las conclusiones.

2 MEDICION DE ACELERACION

Para analizar en detalle la aceleración provista por el uso de una bicicleta se midió la aceleración en los tres ejes en el marco de la misma. La ubicación del elemento de medición, una caja portátil de diseño propio conformada por un acelerómetro triaxial y una tarjeta SD que graba los datos, así como los ejes de referencia se muestran en la Fig. 1(a).

La posición del marco fue seleccionada debido a la facilidad encontrada en esta posición para montar el acelerómetro y la viga piezoeléctrica (recolector piezoeléctrico). Sumado a esto, el marco ofrece el espacio más amplio para el montaje sin riesgo a que el recolector interfiera con otros elementos de la bicicleta o de que la viga impacte contra

otra pieza.

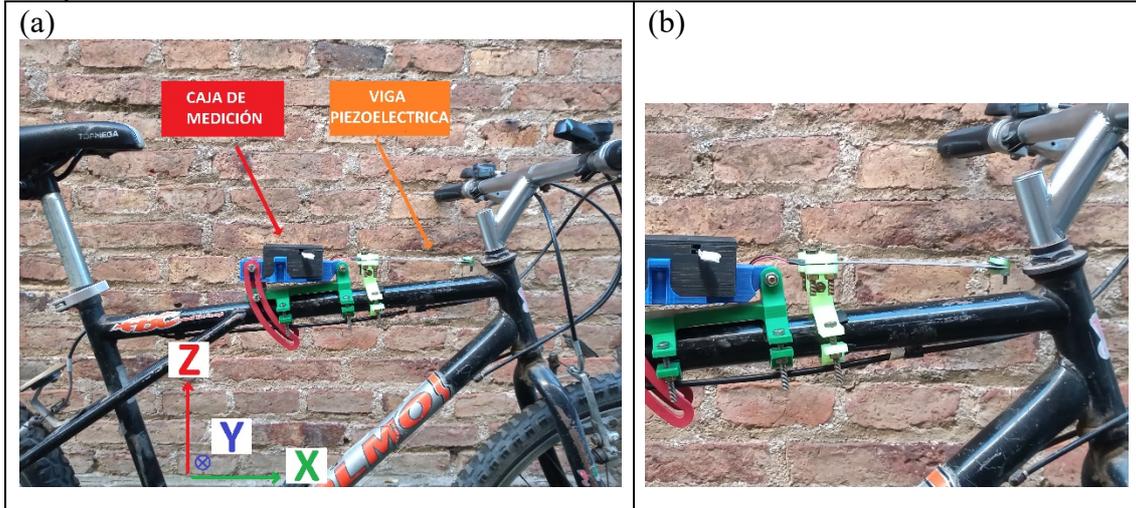


Figura 1: (a) posición del dispositivo de medición y ejes de referencia, (b) Detalle del recolector utilizado

La caja de medición (dimensiones 6 cm largo x 4 cm ancho x 3 cm profundidad) consta de una memoria SD, un microcontrolador AT Mega 328 y un acelerómetro triaxial MPU 6050 con un muestreo 500 muestras por segundo, ver Fig. 1(a).

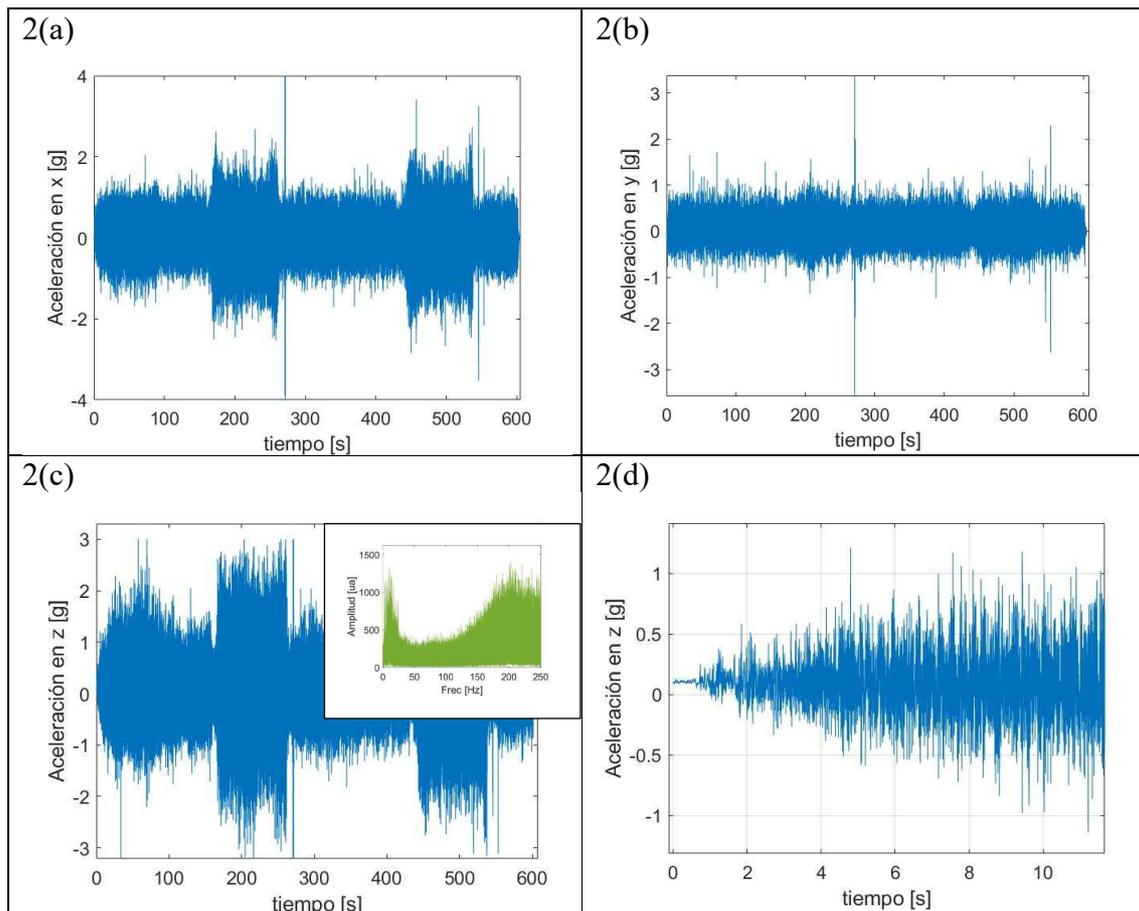


Figura 2: (a) Aceleración en el eje “x” en una medición de 10 minutos; (b) aceleración en el eje “y”; (c) aceleración en el eje “z”, espectro de la aceleración (extremo superior derecho); (d) misma aceleración de (c) durante los primeros 10 segundos

Los resultados obtenidos para cada una de las direcciones coordenadas, “x”, “y”, “z” se observan en las Figs. 2(a)-(c), respectivamente. Como generalidad de las mediciones

es posible establecer el carácter aperiódico de la aceleración medida, lo cual resulta esperado debido a la aleatoriedad del terreno recorrido por la bicicleta junto con el pedaleo inconstante del ciclista imposibilitado de proporcionar un movimiento a velocidad constante. En cuanto los niveles de aceleración se puede observar que la dirección “z”, [Figura 2\(c\)](#), es la que presenta mayores niveles de aceleración en promedio, lo cual se ve reflejado en el mayor nivel de RMS ($a_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i^2}$ siendo N el número total de mediciones a_i) observado en la [Tabla 1](#), utilizando para el cálculo 10 minutos de recorrido, a 500 muestras por segundo.

En la [Fig. 2\(d\)](#) se observa con detalle la medición de los primeros 10 segundos de recorrido en la dirección “z”, afirmándose el concepto de aleatoriedad de la solución por el carácter de la excitación. En este sentido, dentro de la [Fig. 2 \(c\)](#) puede observarse el espectro de la aceleración en “z” (extremo superior derecho) utilizando la transformada rápida de Fourier, implementada por el programa Matlab, con su función `fft`. A partir de observar este resultado no es posible identificar una frecuencia característica a partir de un pico definido, sino una continuo de frecuencias ondulado hacia los extremos con preponderancia de bajas (0-20 Hz) y altas frecuencias (100-250 Hz). Se recuerda que la máxima frecuencia muestreada con la caja de medición disponible es de 250 Hz, establecida a partir del criterio de Nyquist de muestreo de una señal, en este caso 500 muestras por segundo.

Eje	Valor RMS Aceleración [$g=9.8 \text{ m/s}^2$]
X	0,4274
Y	0,2293
Z	0,569

Tabla 1: Aceleración RMS registrada

En base a lo dicho anteriormente, resulta evidente que la mejor orientación de la viga para maximizar la generación será aquella en la que el eje longitudinal de las láminas piezoeléctricas se encuentre perpendicular a este eje, es decir el eje “z”. Dicha orientación se muestra en la [Fig. 1b](#).

3 RECOLECTOR ELEGIDO

El recolector de energía elegido fue una viga manufacturada por ADVANCED CERAMETRICS modelo PFCB-W24 compuesta por fibras piezoeléctricas sobre una matriz polimérica, bimórfica, y electrodos tipo zig-zag a lo largo de toda su longitud.

Esta elección obedece a un criterio de selección de la mejor opción disponible dentro de nuestro laboratorio, comparada con otras vigas piezoeléctricas de menor área, longitud, constante piezoeléctrica y flexibilidad. Las constantes geométricas y materiales del recolector elegido se pueden ver en la [Tabla 2](#).

Advanced Cerametrics modelo PFCB-W24	
Módulo de Young	66.00 Gpa

Densidad	7500 [kg/m ³]
Constante piezoelec. d ₃₃	380 [m/V]
Constante piezoelec. d ₃₁	-173 [m/V]
Capacidad C _p	49.48 nF
Largo	132 [mm]
Ancho	24 [mm]
Espesor	1.3 [mm]

Tabla 2: Constantes físicas y geométricas de la viga piezoeléctrica utilizada.

4 ENERGIA EN EL RECOLECTOR

Para calcular la energía generada por la viga piezoeléctrica se emplea un modelo de parámetros distribuidos, calculados utilizando la teoría de vigas delgadas de Euler-Bernoulli y un modelo del continuo (Machado et. al. 2020). Como es bien sabido, la energía generada por la viga piezoeléctrica se obtiene en forma de potencia de corriente alterna (CA) sobre la carga. Sin embargo, para poder ser utilizada en un circuito electrónico y convertirse en energía útil debe ser rectificadora, es decir debe pasar por un circuito rectificador de manera de obtenerse una corriente continua CC.

En este trabajo, modelaremos no solo la viga piezoeléctrica sino también al circuito rectificador mediante las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\ddot{q}(t) + \mu\dot{q}(t) + \omega_0^2 q(t) - \vartheta v(t) + c_n \dot{q}^2(t) \text{sign}(\dot{q}(t)) = \Gamma a(t) \quad (1)$$

$$C_p \frac{dv(t)}{dt} + \vartheta \beta \dot{q}(t) = -I_s \quad (2)$$

$$v(t) = L \frac{dI_s}{dt} + R_s I_s + (2U_d + U_c) \text{sign}(I_s) \quad (3)$$

$$C \frac{dU_c}{dt} + \frac{U_c}{R} = |I_s| \quad (4)$$

Las Ecs. (1-4) representan el circuito esquemático de la Fig. 3, donde se observa al piezoeléctrico representado por una fuente de corriente $I_p = \vartheta \dot{q}(t)$, y un capacitor en paralelo C_p , en serie con una resistencia R_s y una inductancia L , utilizadas para evitar los picos abruptos de corriente sobre el circuito. A continuación se halla el puente de diodos cuya caída de tensión está representada por $2U_d$ y luego la impedancia de carga representada por un capacitor C en paralelo con una resistencia de carga R .

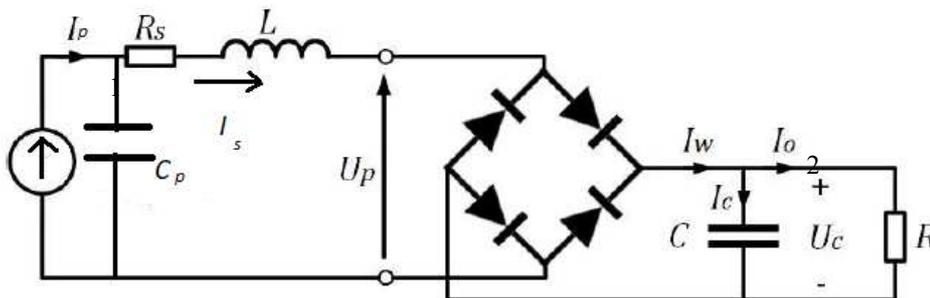


Figura 3: Circuito esquemático de la viga piezoeléctrica con el circuito rectificador puente de diodos con una carga en paralelo formada por un capacitor y una resistencia.

La Ec. (1) modela el piezoeléctrico sometido una aceleración en la base $a(t)$ siendo Γ un parámetro modal resultante de modelar el piezoeléctrico como una viga en voladizo como se expone en (Machado et. al. 2020), siendo μ el coeficiente de amortiguamiento mecánico, ω_0 su frecuencia de resonancia en corto circuito, ϑ el acoplamiento electromecánico, c_n un coeficiente de amortiguamiento no-lineal y $q(t)$ la amplitud de

desplazamiento del primer modo de vibración de la viga en voladizo. La segunda ecuación representa la ley de Kirchhoff de corrientes aplicada al nodo 1, donde β es un parámetro que da cuenta de la geometría del electrodo en la viga piezoeléctrica PFCB-W24 (Machado et. al. 2020), la tercera ecuación representa la ley de Kirchhoff de voltaje aplicada a la malla completa del circuito, siendo $v(t)$ el voltaje del piezoeléctrico y U_c el voltaje rectificado, medido sobre la resistencia de carga R . Por último, la ecuación 4 represente la ley de Kirchhoff de corrientes aplicada al nodo 2.

4.1 Elección empírica del valor de los parámetros del modelo del rectificador

Los valores de los parámetros desconocidos del circuito R_S y L son fundamentales para determinar el comportamiento físico del sistema en estudio. Dado que L y R_S cuentan solo para propósitos del modelo y no se pueden encontrar como elementos físicos en el circuito real, sus valores se determinaron en relación a ajustarse a pruebas experimentales (Febbo et. al. 2021), en base a un criterio de convergencia de la solución numérica.

El criterio de convergencia empleado consistió en aplicar repentinamente al circuito real una onda senoidal de frecuencia ω_0 y amplitud 0.1 m/s^2 y medir su respuesta. Luego, se variaron L y R_S en las Ecs. (1-4) monitoreando la solución, hasta llegar a unos valores en donde no se observaban más cambios. Ellos fueron:

$$L = 1 \text{ Hy} ; R_S = 0.3 \Omega .$$

Estos valores serán utilizados en el resto del artículo.

5 IMPLEMENTACION DEL RECOLECTOR EN LA BICICLETA

Para la implementación del recolector en la bicicleta, la viga piezoeléctrica fue orientada en dirección “z” como puede verse en la figura 3a (ver sección 2). Para la medición del voltaje generado, se adicionó a la caja de medición un puente rectificador con una resistencia de carga de valor $R = 37.5 \text{ k}\Omega$ y un capacitor $C = 10 \mu\text{F}$. La salida de tensión fue conectada directamente al pin analógico de entrada del microcontrolador AT Mega 328, como se muestra en la Fig. 3(b).

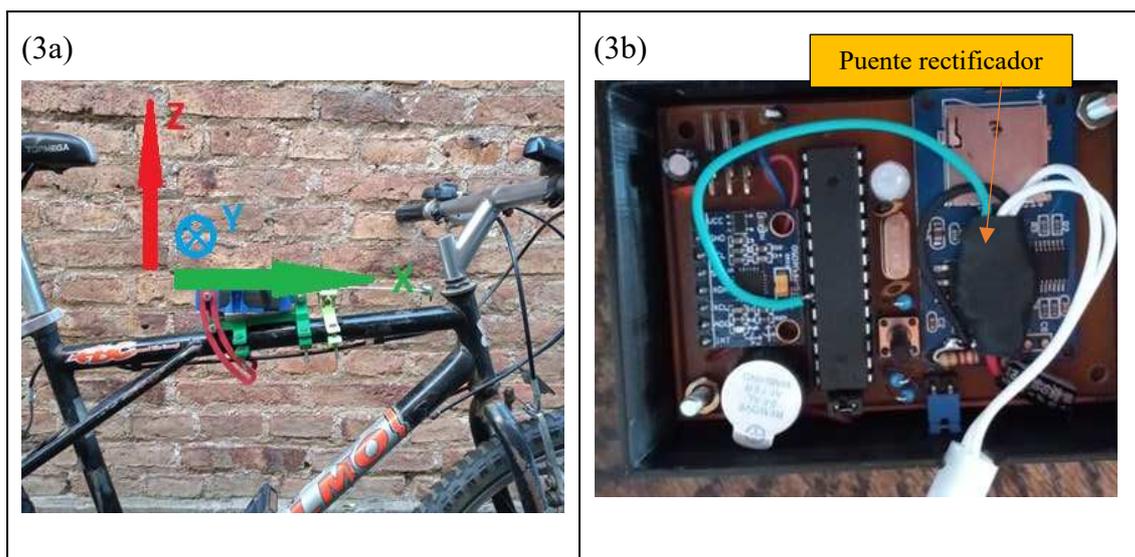


Figura 3: Dispositivos de medición (a) detalle general (b) detalle del puente rectificador dentro de la caja de medición.

Los resultados de las mediciones junto con la predicción teórica, que resultó de

resolver las ecuaciones diferenciales Ecs. (1-4) presentadas en la sección 4, para los primeros 10 segundos puede verse en las Figs. 4(a) y 4(b). Para la resolución numérica de las ecuaciones se utilizó el programa Matlab, con su rutina ODE45, cuyo método de resolución se basa en el algoritmo de resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias Dormand-Prince con paso adaptativo. Los valores de los parámetros utilizados para resolver las Ecs. (1-4) pueden verse en la Tabla 3.

Parámetro	Valor
Γ	0.10406 [adim]
μ	2.05 [/s]
ω_0	147.07 [rad/s]
f_0	23.40 [Hz]
ϑ	0,00961[m/s ² V]
c_n	13,56 [m ⁻¹]
β	0,6 [adim]
U_d	0,543 [V]

Tabla 3: Parámetros de las Ecs. 1-4

En la Fig. 4(a), se muestra la aceleración durante los primeros 10 segundos de medición. En la Fig. 4 (b) se compara el voltaje medido (línea naranja) con el calculado (línea azul) también para el mismo tiempo. Dada la complejidad del modelo, los errores experimentales asociados a cada una de las mediciones y la no-linealidad del sistema puede verse una muy buena correlación entre la predicción teórica y la medición de voltaje rectificado.

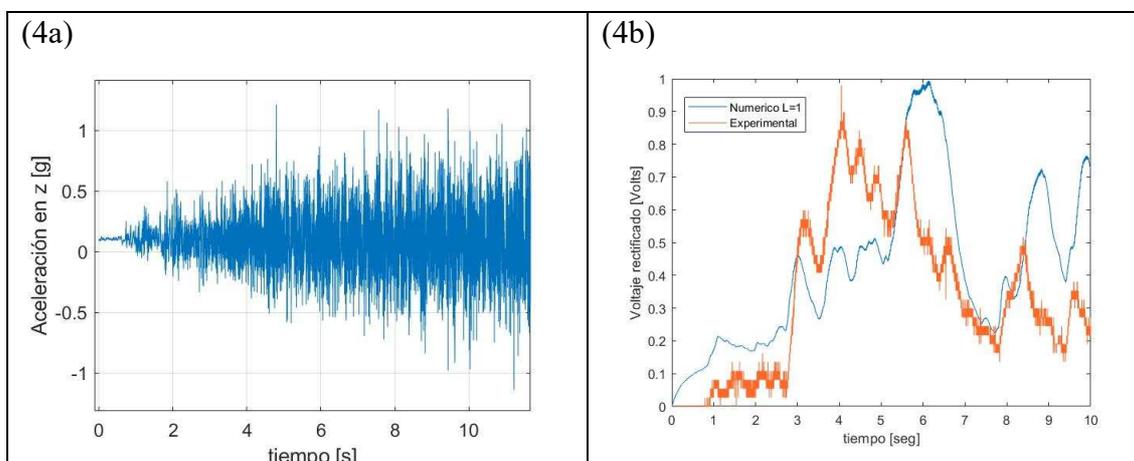


Figura 4: (a) Aceleración durante los primeros 10 segundos; (b) comparación entre el voltaje medido y calculado mediante la resolución de las ecuaciones 1-4

La Tabla 4 muestra la energía calculada y medida a partir de la ecuación de energía

$$E = \int_0^{t_f} \frac{V(t)^2}{R} dt$$

Donde $t_f = 10$ s y la resistencia de carga es de $R = 37.5$ k Ω .

También se muestra la energía calculada para un tiempo de 400 segundos (6,66 minutos) que representa el tiempo final de la medición.

Energía	Tiempo 10 segundos	Tiempo 400 segundos
Modelo	64.14 [μ J]	-----
Medición	47.09 [μ J]	5.88 [mJ]

Tabla 4: Comparación entre la energía calculada y medida para diferentes tiempos

Los resultados de energía arrojan una muy buena correlación entre el cálculo y el modelo, en concordancia con la buena aproximación obtenida para el voltaje, siendo que los errores sobre la potencia involucran a los errores sobre el voltaje elevados al cuadrado.

Respecto de la generación de potencia del dispositivo, es de destacar que en todo el recorrido realizado por la bicicleta, durante el cual se realizaron las mediciones de aceleración y voltaje, la viga piezoeléctrica experimentó una excitación aleatoria, por ende alejada de su frecuencia de resonancia $f_0=23.40$ Hz, salvo durante períodos cortos de tiempo, lo que implica que la viga es excitada fuera de resonancia durante la mayor parte del recorrido.

6 CONCLUSIONES

En este trabajo se estudió la posibilidad de generar energía en una bicicleta por medio de la aceleración experimentada en el marco de la misma durante un recorrido de 10 minutos de duración. Se seleccionó una viga piezoeléctrica del tipo bimórfica del tipo PFCB-W24 por sus características elásticas y de generación, dispuesta según el eje vertical, donde la aceleración era máxima, de manera de hacer más beneficiosa la conversión de las vibraciones en energía eléctrica.

Para poder modelar el problema y predecir la generación de energía en forma de corriente continua, se presentó un modelo completo que no solo presenta las ecuaciones electromecánicas para la viga piezoeléctrica sino también para un circuito rectificador del tipo puente de diodos. De esta manera se pudo determinar la energía útil de corriente continua generada. Esto representa una de las mayores contribuciones del presente estudio ya que no se conocen antecedentes en la literatura de la predicción de la energía de corriente continua en caso de excitación general (aperiódica). A partir de la comparación entre las mediciones y las predicciones teóricas para un caso real de medición de 6 minutos aproximadamente, se comprobó que el modelo logra una muy buena aproximación a la energía generada. Respecto de la generación de energía sobre esa misma trayectoria, extrapolando a una hora de duración, se puede determinar una generación de casi 60 mJ (por hora), lo cual representa la suficiente energía para alimentar dispositivos de bajo consumo como por ejemplo un cuentakilómetros digital adosado a la bicicleta (consumo aproximado de 30μ W en estado de funcionamiento pleno y 6μ W en stand by), dando una lectura completa de un segundo cada 10 segundos de carga en un dispositivo de acumulación como por ejemplo un supercapacitor.

AGRADECIMIENTOS

Los autores de este trabajo desean agradecer el auspicio de CONICET, la secretaría general de Ciencia y Tecnología de la Universidad Nacional del Sur (UNS) a través del proyecto PGI 24/F077 y a la Universidad Tecnológica Nacional (UTN), facultad regional Bahía Blanca (FRBB). Valga mencionar un especial agradecimiento al técnico del IFISUR Leandro Marezi, encargado de la fabricación de la caja de mediciones.

REFERENCIAS

Anton SR, Sodano HA. A review of power harvesting using piezoelectric materials (2003-2006). *Smart Materials and Structures* ;16, 2007. doi:10.1088/0964-

- 1726/16/3/R01.
- Beeby SP, Tudor MJ, White NM. Energy harvesting vibration sources for microsystems applications. *Measurement Science and Technology* ;17, 2006. doi:10.1088/0957-0233/17/12/R01.
- Chen, C-D, Wu Y-H, Su P-W. Dynamic modeling and experimental validation of an impact-driven piezoelectric energy harvester in magnetic field. *Sensors (Switzerland)*, 20(21),6170, pp. 1-19, 2020.
- Erturk A, Inman DJ. A Distributed Parameter Electromechanical Model for Cantilevered Piezoelectric Energy Harvesters. *Journal of Vibration and Acoustics*;130:041002, 2008. doi:10.1115/1.2890402.
- Erturk A, Inman DJ. An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations. *Smart Materials and Structures* ;18:025009, 2009. doi:10.1088/0964-1726/18/2/025009.
- Erturk A, Inman DJ. Piezoelectric Energy Harvesting. 2011. doi:10.1002/9781119991151.
- Fan FR, Tang W, Wang ZL. Flexible Nanogenerators for Energy Harvesting and Self-Powered Electronics. *Advanced Materials*; 28:4283–305, 2016. doi:10.1002/adma.201504299.
- Febbo M, Machado SP, Ortiz M. General equations of a piezoelectric beam with a full-bridge rectifier: modelling and experimental validation. Enviada a *Extreme Mechanics Letters*, 2021.
- Gatti CD, Ramírez JM, Febbo M, Machado SP. Multimodal piezoelectric device for energy harvesting from engine vibration. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*;13, 2018. doi:10.2140/jomms.2018.13.17.
- Gu L, Livermore C. Passive self-tuning energy harvester for extracting energy from rotational motion. *Applied Physics Letters* ;97,2010. doi:10.1063/1.3481689.
- Harb A. Energy harvesting: State-of-the-art. *Renewable Energy* ;36:2641–54, 2011. doi:10.1016/j.renene.2010.06.014.
- Machado SP, Febbo M, Gatti CD, Osinaga SM, A piezoelectric beam model with geometric, material and damping nonlinearities for energy harvesting. *Smart Materials and Structures* ;29, 095009, 2020.
- Mori K, Horibe T, Ishikawa S, Shindo Y, Narita F. Characteristics of vibration energy harvesting using giant magnetostrictive cantilevers with resonant tuning. *Smart Materials and Structures*;24, 2015. doi:10.1088/0964-1726/24/12/125032.
- Peano F, Tambosso T. Design and optimization of a MEMS electret-based capacitive energy scavenger. *Journal of Microelectromechanical Systems* ;14:429–35, 2005. doi:10.1109/JMEMS.2005.844803.
- Ramírez JM, Gatti CD, Machado SP, Febbo M. An experimentally validated finite element formulation for modeling 3D rotational energy harvesters. *Engineering Structures* ;153, 2017. doi:10.1016/j.engstruct.2017.10.027.
- Ramírez JM, Gatti CD, Machado SP, Febbo M. A piezoelectric energy harvester for rotating environment using a linked E-shape multi-beam. *Extreme Mechanics Letters* ; 27, 8-19, 2019.
- Saravia CM, Ramírez JM, Gatti CD. A hybrid numerical-analytical approach for modeling levitation based vibration energy harvesters. *Sensors and Actuators A: Physical* ;257:20–9, 2017. doi:10.1016/j.sna.2017.01.023.
- Shahab S, Zhao S, Erturk A. Soft and hard piezoelectric ceramics and single crystals for random vibration energy harvesting. *Energy Technology* ; 6 (5), 935-942, 2018.
- Shu YC, Lien IC, Analysis of power output for piezoelectric energy harvesting systems *Smart Materials and Structures*. ;15, ;1499–1512, 2006. doi:10.1088/0964-

1726/15/6/001

Upadrashta D, Yang Y. Experimental investigation of performance reliability of macro fiber composite for piezoelectric energy harvesting applications. *Sensors and Actuators, A: Physical*;244:223–32, 2016. doi:10.1016/j.sna.2016.04.043.