

FORMACIÓN DE CORDILLERAS Y DELAMINACIÓN LITOSFÉRICA. UN MODELO ELASTO-VISCO-PLÁSTICO MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS.

Javier Quinteros^{a,b}, Pablo M. Jacovkis^{b,c} y Víctor A. Ramos^a

^aLaboratorio de Tectónica Andina - Facultad de Cs. Exactas y Naturales - UBA, Buenos Aires, Argentina

^bDepartamento de Computación - Facultad de Cs. Exactas y Naturales - UBA, Buenos Aires, Argentina

^cInstituto de Cálculo - Facultad de Cs. Exactas y Naturales - UBA, Buenos Aires, Argentina

Palabras clave: Tectónica de placas, Modelos Elasto-visco-plásticos, Elementos Finitos, Delaminación.

Resumen. En la formación de cordones montañosos como la Cordillera de los Andes entran en juego un sinnúmero de procesos, que suelen tener mayor o menor influencia según la escala espacial y temporal que se desee investigar. Este tipo de procesos de deformación en gran escala suele involucrar extensiones de varios cientos de kilómetros tanto en profundidad como en superficie.

En este trabajo se presenta un nuevo modelo numérico que permite simular la evolución tectónica de la corteza y el manto terrestres bajo muy diversas condiciones. El comportamiento mecánico de la corteza y el manto fue modelado por medio del Método de Elementos Finitos (FEM) para resolver las ecuaciones diferenciales que determinan el mismo. Al usarse una aproximación lagrangeana, se implementa también una técnica de remallado para los casos en que la malla supera un umbral de distorsión. También se toman en cuenta los cambios mineralógicos de las rocas que pueden llegar a producirse bajo ciertas condiciones de presión y temperatura.

El modelo desarrollado es capaz de representar tanto comportamiento **elástico** como **plástico** y **viscoso** dentro del mismo dominio. Asimismo, se pueden simular fenómenos a escalas de tiempo y espacio muy disímiles. Para validar el modelo se corrieron diversos casos de prueba con soluciones conocidas.

Aparte de la descripción formal del modelo y su validación, éste se aplica a un caso real en el que se ha propuesto un fenómeno de “delaminación”. La delaminación es un proceso que puede durar varios millones de años y se produce a gran profundidad, aunque sus consecuencias pueden ser visibles en superficie. En este momento, las investigaciones sobre el proceso de delaminación, sus causas y sus efectos se encuentran en la frontera del conocimiento de la Geología.

1. OBJETIVOS

Durante las últimas dos décadas, el modelado de los procesos relacionados con la Tectónica de Placas ha cobrado cada vez más importancia en búsqueda de herramientas confiables que permitan lograr una correcta comprensión de los mismos.

Por un lado, las deformaciones y la evolución de la corteza a pequeña escala han sido analizadas con resultados muy satisfactorios mediante diversas técnicas numéricas (ver por ejemplo [Cristallini y Allmendinger \(2001\)](#); [Strayer y Suppe \(2002\)](#)). El modelado a pequeña escala cuenta, además, con una ventaja intrínseca, que es el poder cotejar algunos resultados con mayor facilidad, ya sea mediante modelos analógicos e incluso, en algunos casos, con la observación en el terreno.

Por otro lado, el modelado a gran escala puede ser contrastado con otro tipo de evidencia, aunque de menor verosimilitud. Es más complicado reproducir mediante modelos analógicos los fenómenos que se producen a cientos de kilómetros de profundidad, donde las condiciones de presión y temperatura juegan un papel fundamental. En los últimos años, los estudios magnetoteléurico y de sísmica de refracción profunda, entre otros, ayudan cada vez más a conocer ciertas características de la corteza y el manto terrestre.

En la última década, varios trabajos propusieron variantes del modelo originalmente presentado por [Fullsack \(1995\)](#) (ver por ejemplo [Willet \(1999\)](#); [Pysklywec \(2001\)](#); [Quinteros et al. \(2006\)](#)) el cual estaba basado en ecuaciones de fluido para modelar el comportamiento de la corteza. Sin embargo, en los últimos años comenzaron a utilizarse modelos basados en ecuaciones que caracterizan el comportamiento de sólidos ([Sobolev y Babeyko \(2005\)](#); [Babeyko et al. \(2002\)](#)). Su complejidad estará dada por la cantidad de procesos que se deseen incluir y el detalle con el cual se definan.

Mediante el desarrollo del modelo presentado en este trabajo se busca poder analizar el comportamiento en los primeros cientos de kilómetros de profundidad ante diversas condiciones a las que se ven sometidas la corteza y el manto. Para esto, el modelo respeta las principales leyes que describen el comportamiento termo-mecánico del dominio a modelar.

2. MODELO NUMÉRICO

El modelo presentado en este trabajo es capaz de predecir la respuesta mecánica de la corteza bajo condiciones diversas como compresión, extensión o también en casos en que actúa sólo la compensación isostática.

Las distintas capas tienen comportamientos mecánicos muy distintos entre sí, e incluso entre distintas partes compuestas por el mismo material. En la parte superior de la corteza, la temperatura y la presión son relativamente bajas, por lo que el comportamiento mecánico está relacionado con las fracturas y la fricción en los deslizamientos. Este tipo de comportamiento es conocido como “régimen frágil” y podría equipararse al comportamiento plástico.

En profundidad, cuando la presión y temperatura son muy elevadas, el material adquiere un comportamiento viscoso, lo que es denominado “régimen dúctil”.

En el medio se encuentra la zona de “transición frágil-dúctil” cuyo comportamiento mecánico tiene un alto componente elástico.

El modelo reológico puede verse esquemáticamente en la figura 1. La descomposición de la parte desviadora de la tasa de deformación puede expresarse como

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^v + \dot{\epsilon}^p = \frac{1}{2G}\dot{\hat{s}} + \frac{1}{2\mu}\dot{s} + \dot{\gamma}\frac{\partial g}{\partial s} \quad , \quad (1)$$

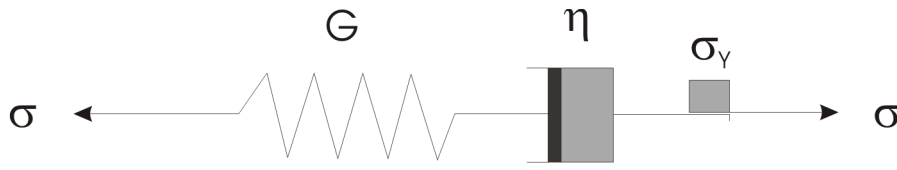


Figura 1: Representación esquemática del modelo elasto-visco-plástico.

donde s es el tensor desviador de tensiones de Cauchy, G es el módulo elástico de corte, μ es la viscosidad, $\dot{\gamma}$ es la tasa de deformación plástica y g es la función de potencial plástico.

Se implementa un umbral de tensión f definido por

$$f = \|s\| - \sigma_Y(k) , \quad (2)$$

donde $\|(\cdot)\|$ es la norma Euclídea y k es la deformación plástica acumulada. El flujo plástico en este modelo se asume asociativo y la función de potencial plástico igual al umbral de tensión ($g = f$). En caso de plasticidad se cumple que $f = 0$.

La parte volumétrica es considerada puramente elástica, y la presión se expresa como

$$P = K\Phi , \quad (3)$$

donde K es el módulo elástico bruto y Φ es el cambio de volumen.

Se define el tiempo de relajación de Maxwell como

$$\tau_m = \frac{\mu}{G} \quad (4)$$

y el coeficiente de relajación de tensión viscosa del paso de tiempo anterior como

$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{\Delta t}{\tau_m}} , \quad (5)$$

donde Δt es el paso de tiempo.

También se calcula el módulo visco-elástico efectivo como

$$G^{ve} = \alpha G . \quad (6)$$

De esta manera, el algoritmo de predicción-corrección de actualización de tensión se expresa como

$$s_{n+1} = 2G^{ve} \Delta e_{n+1} + \alpha s_n - 2G^{ve} \Delta \gamma_{n+1} n_{n+1} , \quad (7)$$

donde s_{n+1} son las tensiones desviadoras en el paso de tiempo $n + 1$, Δe_{n+1} es el incremento de deformación en el paso de tiempo $n + 1$ y $\Delta \gamma_{n+1}$ es el incremento de deformación plástica efectiva en tiempo $n + 1$, la cual está definida como

$$\Delta \gamma_{n+1} = \frac{\|s_{n+1}^{pr} - \sigma_y\|}{2G^{ve}} , \quad (8)$$

donde la tensión visco-elástica predicha es

$$s_{n+1}^{pr} = 2G^{ve} \Delta e_{n+1} + \alpha s_n . \quad (9)$$

Parámetro	1	2	3/4	5
ρ / Densidad (kg m ⁻³)	2800	2900	3340/3220	3850
K / Módulo elástico (GPa)	55	55	122	63
G / Módulo elástico de corte (GPa)	36	36	74	40
A / Rigidez del material (MPa ⁻¹ s ⁻¹)	10 ⁻²⁸	10 ⁻²⁸	10 ^{-14,3}	10 ^{-15,4}
Q / Energía de activación molar (kJ mol ⁻¹)	223	300	515	356
n / Exponente de ley de potencia	4,0	4,0	3,5	3,0
$\dot{\varepsilon}_o$ / Tasa de deformación de referencia (s ⁻¹)	10 ⁻¹⁵	10 ⁻¹⁵	10 ⁻¹⁵	10 ⁻¹⁵
σ_0 / Fuerza de cohesión (MPa)	20	20	40	40
Θ / Angulo de fricción interno (°)	30	30	30	30
Δt / Paso de tiempo (años)	10 ³	10 ³	10 ³	10 ³
R / Constante universal del gas (J mol ⁻¹ K ⁻¹)	8,3144	8,3144	8,3144	8,3144

Tabla 1: Parámetros del modelo. 1) Corteza Superior / 2) Corteza Inferior / 3) Manto litosférico / 4) Manto astenosférico / 5) Eclogita.

Es fundamental, para obtener una alta convergencia del algoritmo de Newton-Raphson, una apropiada linealización del algoritmo de actualización de las tensiones. En este modelo se implementa un operador tangencial consistente propuesto por [Simo y Taylor \(1985\)](#) y que se define como

$$C_{ijkl}^{tg} = K\delta_{ij}\delta_{kl} + A \left[\frac{1}{2} (\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) - \frac{1}{3}\delta_{ij}\delta_{kl} \right] - B (n_{n+1}^{pr})_{ij} (n_{n+1}^{pr})_{kl} \quad , \quad (10)$$

$$A = 2G^{ve} \left(1 - \frac{G^{ve} \Delta\gamma_{n+1}}{\|s_{n+1}^{pr}\|} \right) \quad , \quad (11)$$

$$B = 2G^{ve} \left(\frac{G^{ve}}{G^*} - \frac{G^{ve} \Delta\gamma_{n+1}}{\|s_{n+1}^{pr}\|} \right) \quad . \quad (12)$$

2.1. Reología de los materiales

Varios autores han investigado el comportamiento de las diferentes rocas bajo diversas condiciones de presión y temperatura ([Jaoul et al. \(1984\)](#); [Mackwell et al. \(1998\)](#)). Usualmente se considera a la viscosidad como dependiente de diversas variables. En particular, el coeficiente de rigidez del material (A), la tasa de deformación ($\dot{\varepsilon}$), la temperatura (T), el coeficiente de activación de energía (Q) y un exponente de ley de potencia (n) entre otros (Ec. 13). Algunas de estas constantes pueden verse en el cuadro 1.

Se define a la viscosidad como

$$\mu = A^{-\frac{1}{n}} \cdot \dot{\varepsilon}_{II}^{\frac{1-n}{n}} \cdot e^{\frac{Q}{nRT}} \quad , \quad (13)$$

donde $\dot{\varepsilon}_{II}$ es el segundo invariante del tensor de la tasa de deformación y R es la constante universal del gas ([Tsenn y Carter \(1987\)](#)).

Para ser consistente con el *régimen frágil*, la tensión de corte en cualquier punto no puede ser superior a la máxima calculada para las rocas en profundidad (σ_y) ([Byerlee \(1978\)](#)), que puede ser expresada como

$$\sigma_y = \sigma_0 + \frac{\Phi - 1}{\Phi} \cdot \rho g z \quad , \quad (14)$$

donde σ_0 es la fuerza de cohesión, $\frac{\Phi-1}{\Phi}$ es el coeficiente de fricción,

$$\Phi = \left[(1 + \eta^2)^{\frac{1}{2}} - \eta \right]^{-2} \quad (15)$$

y

$$\eta = \tan(\theta) , \quad (16)$$

siendo θ el ángulo interno de fricción considerado.

2.2. Formulación del elemento

Para la utilización con elementos finitos se implementó un elemento cuadrilátero bidimensional de 4 nodos ($NN = 4$) propuesto por Liu et al. (1994). Como características fundamentales se puede señalar que utiliza la técnica de integración reducida para evitar el bloqueo volumétrico y de corte, así como también para disminuir el costo computacional. A su vez, proponen una aproximación para el control de los modos de *hourglass* de manera tal que el operador de estabilización se obtiene simplemente tomando derivadas parciales del vector de tasa de deformación generalizado con respecto a las coordenadas naturales.

Las funciones de forma (h) son las usuales para un elemento de 4 nodos. Las coordenadas espaciales (x), así como las velocidades (v), son aproximadas por las combinaciones lineales

$$x_i = \sum_{a=1}^{NN} h_a(r, s) x_{ia} \quad (17)$$

y

$$v_i = \sum_{a=1}^{NN} h_a(r, s) v_{ia} , \quad (18)$$

donde los subíndices i y a representan la dimensión y el número de elemento, respectivamente.

La tasa de deformación se aproxima usualmente por

$$\dot{\epsilon}(r, s) = \sum_{a=1}^{NN} B_a(r, s) v_a , \quad (19)$$

donde B_a es la matriz gradiente que contiene las derivadas de las funciones de forma.

Si expandimos $\dot{\epsilon}$ en una serie de Taylor centrada en las coordenadas naturales (0,0) del elemento tendremos

$$\dot{\epsilon}(r, s) = \dot{\epsilon}(0, 0) + \dot{\epsilon}_{,r}(0, 0)r + \dot{\epsilon}_{,s}(0, 0)s , \quad (20)$$

por lo que se puede aproximar como

$$\dot{\epsilon}(r, s) = \sum_{a=1}^{NN} \bar{B}_a(r, s) v_a , \quad (21)$$

donde

$$\bar{B}_a(r, s) = B_a(0, 0) + B_{a,r}(0, 0)r + B_{a,s}(0, 0)s . \quad (22)$$

Para aliviar el bloqueo volumétrico se utiliza integración reducida/selectiva (Hughes (1980)). $\bar{B}_a(r, s)$ se separa en su parte desviadora y volumétrica

$$\bar{B}_a(r, s) = \bar{B}_a^{vol}(0, 0) + \bar{B}_a^{dev}(r, s) \quad (23)$$

La parte volumétrica de la matriz se evalúa solamente en el punto (0,0) para evitar el bloqueo volumétrico. Si se expande \bar{B}_a^{dev} tal como en la ecuación 22, puede reescribirse como

$$\bar{B}_a(r, s) = B_a(0, 0) + B_{a,r}^{dev}(0, 0)r + B_{a,s}^{dev}(0, 0)s , \quad (24)$$

donde $B_a(0, 0)$ es la matriz gradiente evaluada en el (0,0) con su parte volumétrica y desviadora.

Más allá de la formulación elemental, la cual asegura el alivio del bloqueo volumétrico aunque se integre utilizando un punto de Gauss, esto suele no ser suficiente en el caso en que se quieran detectar con precisión frentes de deformación plástica en problemas elasto-plásticos. Es por eso que para integrar se utilizan dos puntos de Gauss (Ec. 25):

$$\text{Punto 1 : } \left(+\frac{1}{\sqrt{3}}, +\frac{1}{\sqrt{3}} \right) \quad \text{Punto 2 : } \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}} \right) . \quad (25)$$

2.3. Modelo térmico

Una característica fundamental de la que dependen varias características de los materiales es su temperatura. Para ello, se las modela para el dominio estudiado (Ω) mediante la ecuación de calor (Ec. 26), considerando la capacidad conductiva del material (κ) y la generación de calor (q):

$$\kappa \nabla^2 T = -q(x, y) . \quad (26)$$

Se parte del siguiente principio variacional (Bathe (1996)):

$$\Phi = \int_{\Omega} \frac{1}{2} \kappa \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] - qT \partial \Omega - \int_{S_q} \hat{q} T \partial S_q , \quad (27)$$

a partir del cual, luego de discretizar, se obtiene la siguiente expresión:

$$\sum_{e=1}^{NELEM} \int_{\Omega_e} B^T \kappa B \partial \Omega_e \cdot U_T = \sum_{e=1}^{NELEM} \int_{\Omega_e} q H^T \partial \Omega_e + \sum_{e=1}^{NELEM} \int_{S_{q_e}} \hat{q} H^T \partial S_{q_e} , \quad (28)$$

en donde H es la matriz interpoladora con las funciones de forma del elemento (ver punto 2.2) en una dimensión, B es la matriz gradiente correspondiente a esas funciones de forma, U_T es el vector con los valores puntuales de temperatura en cada nodo y \hat{q} es el flujo térmico impuesto en el borde S_q .

3. REMALLADO

En las aproximaciones Lagrangeanas, la malla utilizada es distorsionada a cada paso de tiempo acompañando los desplazamientos del cuerpo modelado. Por esta razón, si el cuerpo modelado acumula grandes deformaciones durante la evolución del experimento, la malla utilizada como discretización del problema también.

El principal problema al trabajar sobre una malla distorsionada es la lentitud en la convergencia a la solución, o incluso la no convergencia. Ante estos casos, se debe generar una nueva malla que sea apta para seguir adelante con los cálculos. En los casos donde los bordes son fijos y la deformación es interna, se podrá volver a la malla original, lo cual ahorra tiempo de cálculo. Sin embargo, en los problemas geológicos se suele tener por lo menos un borde que no está fijo y que representa la topografía (elevaciones y depresiones del relieve en la parte superior de la corteza).

Como el dominio está definido por la posición de los nodos en el borde, las posiciones de éstos serán fijas, para el proceso de "remallado", debiendo reubicarse los nodos internos de manera que los elementos estén lo menos deformado posible.

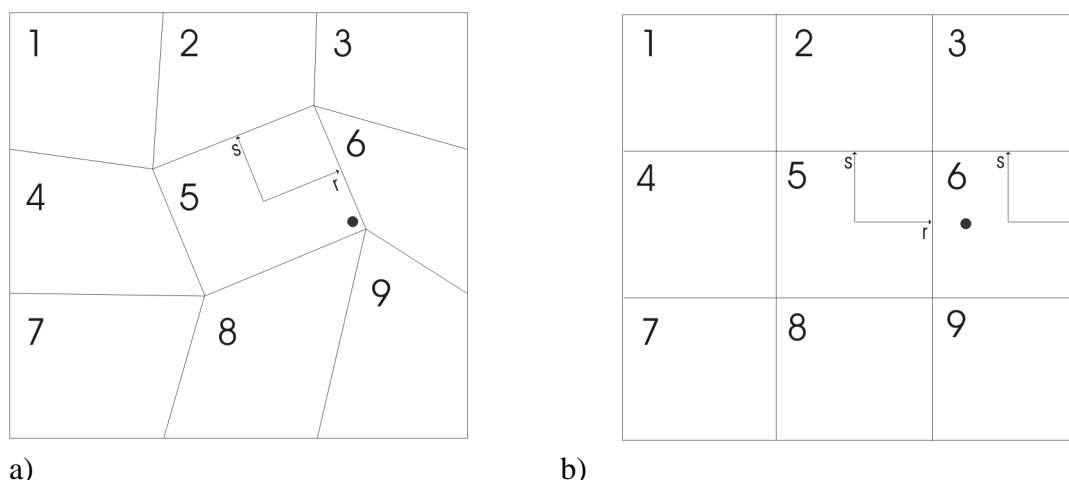


Figura 2: Posición de una partícula antes y después del remallado. a) Dentro del elemento 5 en la malla deformada. b) Dentro del elemento 6 en la nueva malla.

Así, definimos un cierto umbral de deformación, el cual es comparado contra la deformación de los elementos a cada paso de tiempo. En el caso en que algunos de los elementos supere este umbral, se procede a remallar el dominio.

Se considera una malla simple (en general, la malla inicial) desde la que se intenta construir un mapeo que permita adaptarla a posiciones arbitrarias de los nodos en el borde ($\partial\Omega$). El problema es planteado como

$$\Delta\phi = 0 \quad \text{in } \Omega \quad , \quad (29)$$

sujeto a las condiciones de Dirichlet por las que $\Phi = x$ en $\partial\Omega$ y luego sujetas a $\Phi = y$ en $\partial\Omega$ (Carey y Oden (1984)).

De esta manera, se genera la matriz de rigidez (K) correspondiente al laplaciano de la primer malla y, cuando la deformación supera el límite permitido, se resuelve este sistema de ecuaciones dos veces, una para cada coordenada, usando como condiciones de Dirichlet la posición actual de los nodos en el borde.

En la figura 2.a puede verse un gráfico esquemático de una malla deformada, luego de algunos pasos de tiempo, y la nueva malla, que resulta de la aplicación del algoritmo de remallado (Fig. 2.b).

Sin embargo, existe otro problema luego del remallado. Todas las variables que describen el estado del dominio están asociadas a un elemento de la antigua malla, lo cual no tiene por qué ser válido para la nueva malla. A fin de solucionar esto, se incorporan al modelo partículas que acarrean información sobre cada una de las variables que describen el estado del dominio. Estas servirán para reconstruir el mismo estado transfiriendo la información a cada elemento de la nueva malla (Moresi et al. (2003)).

La posición de estas partículas es actualizada en cada paso de tiempo en función de los desplazamientos resultantes del modelo de elementos finitos. Para esto se utilizan las funciones de forma h_n evaluadas en la posición de la partícula dentro del elemento y los desplazamientos de los nodos en los vértices del elemento. Por ejemplo, para un elemento de cuatro lados, se expresa como

$$u_{i,p} = \sum_{n=1}^4 h_n(r, s) \cdot x_{i,n} \quad , \quad (30)$$

donde u es el desplazamiento, i es la dirección, n es el número de nodo y p es la partícula.

Cada partícula conserva, además, información sobre el elemento al que pertenecía anteriormente (en la vieja malla). Si bien esto podría obviarse, ya que se deberá encontrar a qué elemento pertenece en la nueva malla, el elemento antiguo es un buen punto de partida para la búsqueda. Es decir que en vez de buscar en todos los elementos, que implicaría chequear una cantidad de elementos del orden de $\Omega(n_{elem} * n_{markers})$, se requerirá un orden $\Omega(n_{markers})$, siendo n_{elem} la cantidad de elementos y $n_{markers}$ la cantidad de partículas en el dominio.

La pertenencia o no al elemento propuesto es verificada mediante la inversa de la transformada afín utilizada para la conversión entre coordenadas locales (r, s) y globales (x, y) . En el caso de que la partícula siga perteneciendo al elemento, se cumplirá que $|r| \leq 1$ y $|s| \leq 1$.

En el caso que no se cumpla, se implementó un algoritmo mejorado de búsqueda basado en el propuesto por Novoselov et al. (2002) que aprovecha el valor calculado de las coordenadas locales.

Puede verse en la figura 2.a la posición de una partícula que, previamente al remallado, pertenece al elemento 5. Luego del algoritmo de remallado, la partícula puede o no pertenecer al mismo elemento. Para verificarlo, se recalculan cuáles serían las coordenadas (r, s) del elemento que corresponderían a la partícula. Es claro que ambas coordenadas deben ser menores o iguales a uno en valor absoluto para que pertenezcan al elemento. Por la posición que ocupa la partícula, resulta que $|s| \leq 1$, pero no así la coordenada r , la cual será mayor a 1 (ver Fig. 2.b). En ese caso, se optará por buscar en el elemento vecino que comparta el eje donde $r = 1$ para el elemento chequeado. Teniendo la tabla de conectividades de nodos y elementos, esto resulta una tarea relativamente eficiente. Que la partícula se encuentre muy lejos del antiguo elemento, el cual fue reubicado en otra posición, querría decir que la malla ha sufrido probablemente una gran distorsión. Sin embargo, sabemos que eso hubiera afectado la convergencia a la solución, por lo que la cantidad de partículas que deben ser reasignadas más allá de uno o dos elementos debería ser marginal.

Este reagrupamiento de partículas cada vez que se produce un remallado hará que la cantidad de partículas por elemento pueda variar a lo largo de la simulación. Como son éstas las que deben transmitir la información completa a la nueva malla, no es conveniente que la cantidad de partículas por elemento descienda de un determinado límite. Para solucionarlo, en el caso que la cantidad de partículas sea menor a un umbral determinado, se vuelven a introducir partículas en ese elemento como en el momento inicial de la simulación. Las variables de estas nuevas partículas son calculadas a partir de las que ya estaban en el elemento.

4. VALIDACIÓN DEL MODELO

Para asegurar la correcta formulación en cada una de las partes del modelo, así como también su implementación, se ejecutaron una serie de tests cuyos resultados son conocidos. Se detallan aquí como ejemplo, un caso para validar cada uno de los tipos de comportamiento simulado (elástico, viscoso y plástico).

4.1. Elasticidad

Se corrieron diversos tests, de los cuales mostramos uno como ejemplo.

En una viga empotrada en su extremo izquierdo, se ejerce una fuerza hacia abajo en el extremo derecho de manera que la viga se flexione. Puede verse en la figura 3 el resultado de la comparación entre la solución analítica para vigas delgadas y la solución calculada por el modelo desarrollado.

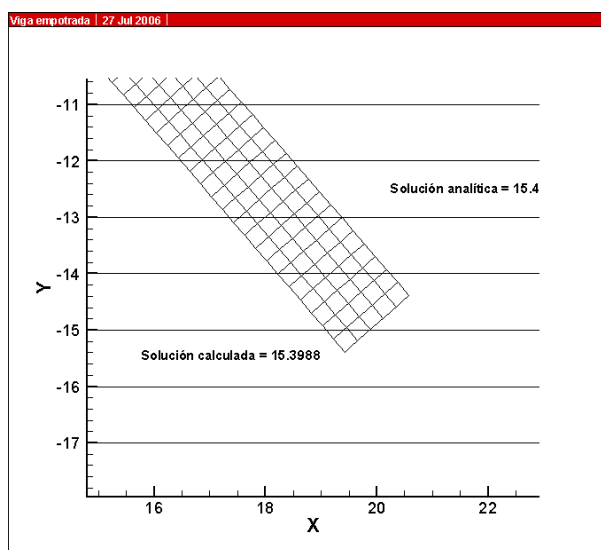


Figura 3: Ejemplo de uno de los tests corridos para validar el comportamiento elástico.

4.2. Viscosidad

Para validar el comportamiento viscoso se eligió el test propuesto por [van Keken et al. \(1997\)](#). En este test se sigue la evolución de un fluido cuya convección está inducida por la gravedad. La base del dominio mide 0,9241 m y su altura es de 1m. En el mismo se ubican dos fases de un fluido con igual viscosidad pero con diferente densidad (Δd). La fase menos densa va desde la base del dominio hasta 0,2m de altura, mientras que la fase de mayor densidad se encuentra por encima de ésta hasta la parte superior del dominio. La frontera entre las dos fases no se define exactamente en 0,2m sino que se introduce una deflexión inicial definida por la función

$$w = 0,02 \cos(\pi x/\lambda) \quad (31)$$

donde λ es el ancho del dominio.

Las condiciones de borde tanto en la parte superior como inferior del dominio son de tipo *non-slip* (posición fija). En los bordes laterales se permite el desplazamiento vertical pero no el horizontal. De esta manera, el movimiento es provocado estrictamente por la aceleración de gravedad, la cual se considera igual a 1m s^{-2} .

Puede verse en la figura 4 la evolución del fluido. Debido a la geometría de la frontera entre ambas fases, la columna de fluido a la izquierda del dominio es la que pesa menos (4.a). Eso determina que el material menos denso comience a subir por allí, favorecido también por las condiciones de borde laterales, que le permiten ascender sin ningún tipo de fricción (4.b). El fluido incrementa su velocidad a medida que sube por el borde izquierdo. Sin embargo, debido a las condiciones de borde *non-slip* en la parte superior del dominio, el fluido se detiene y comienza a moverse hacia la derecha mucho más lentamente (4.c). Cuando el fluido alcanza el borde derecho, se detiene (4.d) y se forma una segunda columna de fluido ascendente, aunque esta vez más pequeña y por el lado derecho (4.e). El comportamiento será similar a la primera hasta alcanzar la parte superior. Una vez que eso sucede, una cierta cantidad de fluido más denso trata de desprenderse de la parte superior hacia la parte inferior (4.f).

Los distintos estados de la evolución del dominio que pueden verse en la figura 4 fueron comparados con los publicados por [van Keken et al. \(1997\)](#). Los gráficos indican que la comparación entre la configuración de ambas fases en los distintos pasos de tiempo pueden considerarse

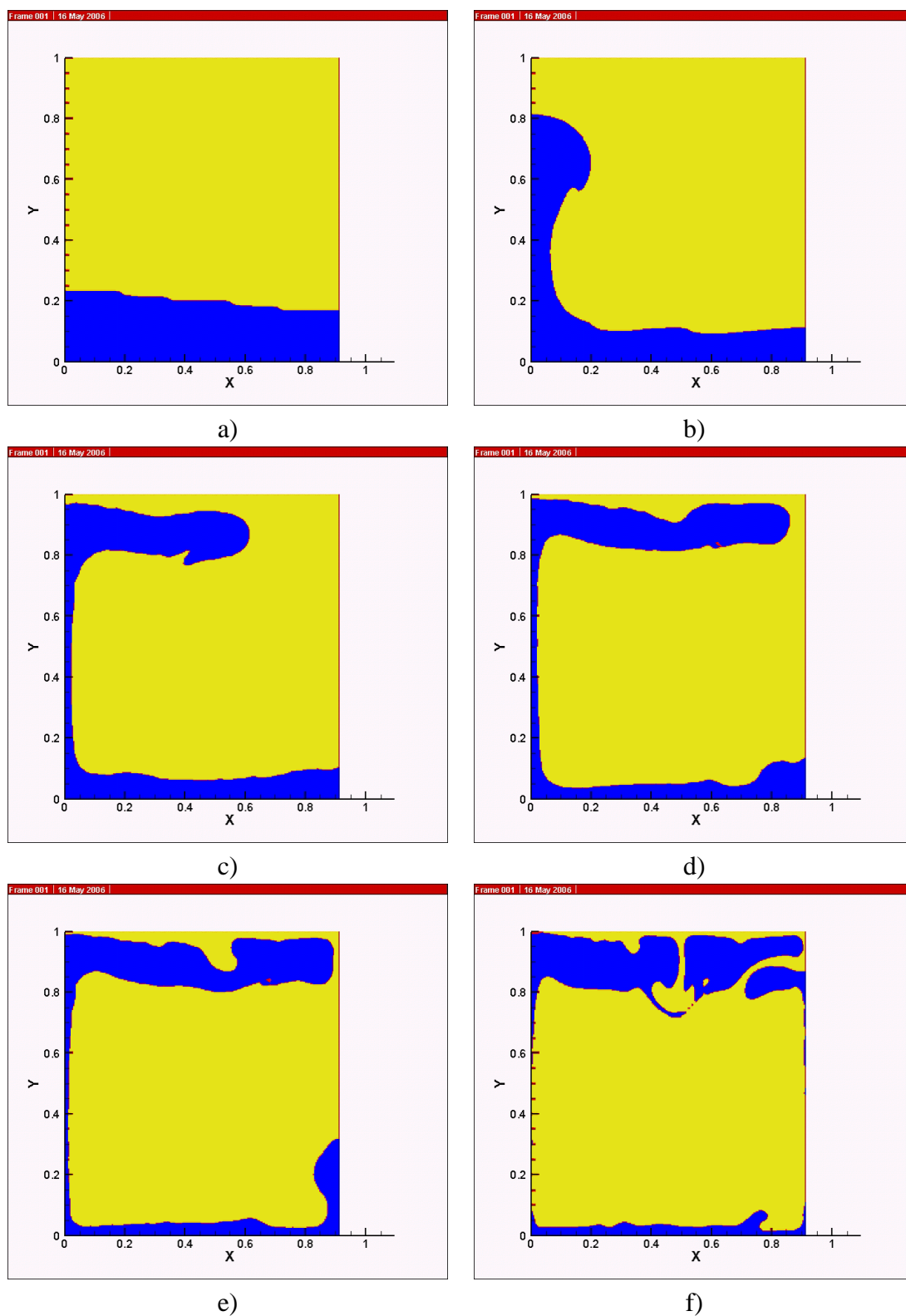


Figura 4: Validación del comportamiento viscoso según el test propuesto por van Keken et al. (1997)

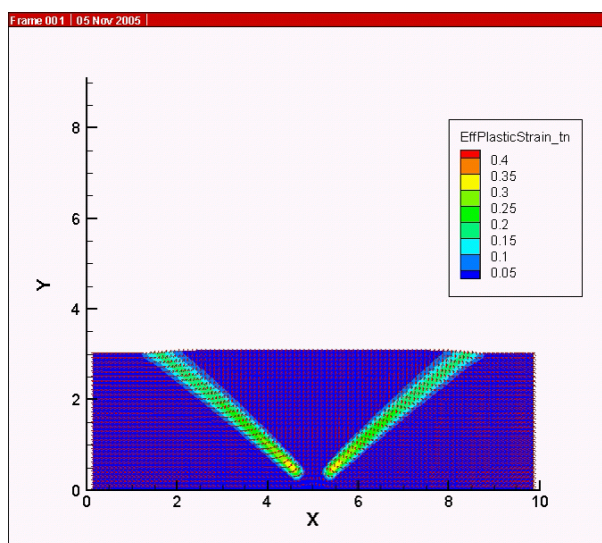


Figura 5: Concentración de la deformación plástica ante la fractura en un punto de debilidad provocada por la compresión.

iguales. Las únicas diferencias menores que llegaron a notarse es en la forma de la frontera que separa las dos fases en la parte inferior. En nuestra simulación no llega a ser tan suave como en el paper de [van Keken et al. \(1997\)](#), pero esto es producto de que las condiciones iniciales en la frontera (función coseno) tampoco fueron tan suaves pues se la aproximó mediante una grilla uniforme de cuadriláteros.

Es importante destacar que, debido a la gran deformación inherente al caso considerado, mediante este test no sólo se están validando los resultados obtenidos, sino también las implementaciones de los algoritmos de remallado y transferencia de tensiones entre mallas, los cuales son usados intensivamente.

4.3. Plasticidad

En el comportamiento plástico es importante tener la mejor localización posible de las deformaciones plásticas. Es decir, que la concentración de la deformación plástica ante la presencia de fracturas sea del orden del tamaño del elemento.

En el siguiente test, se comprime un sólido isótropo con excepción de un punto de “debilidad”, el cual se logra mediante la inclusión de unos pocos elementos cuyo módulo de corte es dos órdenes de magnitud menor que el resto del material. Se desactivó el algoritmo de remallado para verificar que la deformación plástica se concentraba de la manera esperada.

En la figura 5 puede verse cómo, para el último paso de tiempo, la deformación está completamente concentrada sobre ambas fallas, provocando un desacople casi total en tres bloques rígidos, por el cual el bloque ubicado entre ambas fallas sólo se mueve hacia arriba sin sufrir deformación interna.

5. DELAMINACIÓN LITOSFÉRICA: UN EJEMPLO GEOLÓGICO

Una característica común a todos los orógenos es la presencia de raíces corticales. El apilamiento que se produce en la corteza a causa de la intensa compresión debe ser compensado isostáticamente engrosándola también en profundidad. Se denomina “raíz cortical” a la parte más profunda de la corteza que compensa la alta topografía que se observa en el orógeno.

De forma simplificada, en un ciclo orogénico podríamos encontrar las siguientes etapas:

compresión y engrosamiento de la corteza; cambios mineralógicos en las raíces corticales; colapso extensional del orógeno y nuevo equilibrio (Leech (2001)).

Cuando el apilamiento tectónico supera un cierto límite, que impone en profundidad condiciones de alta presión y temperatura, se producen cambios mineralógicos en las raíces corticales (Austrheim (1998)). Básicamente, bajo esas condiciones y ante la presencia de fluidos, las rocas de la corteza inferior se transforman en materiales cada vez más densos hasta llegar a una roca denominada "eclogita". Como resultado, la dinámica del sistema puede sufrir un cambio abrupto, pues la eclogita posee una densidad bastante mayor a la del material original.

Se denomina "delaminación" al proceso por el cual la eclogita se desprende de la corteza a causa de su mayor densidad, sumergiéndose en el manto astenosférico. Las causas para la delaminación cortical son tanto termales como de composición y por cambios de fase (densidad) (Kay y Kay (1993)). Se supone que todos los orógenos pasaron o pasarán en algún momento por esta etapa (Leech (2001)).

Los detalles sobre este proceso son conocidos desde lo conceptual, aunque suelen ser bastante difíciles de cuantificar.

6. CONFIGURACIÓN DEL MODELO Y CONDICIONES DE BORDE

El dominio se extiende hasta 150 km de profundidad y a 150 km a cada lado del orógeno. Se comienza con una corteza de entre 36 y 60 km de espesor, dividida entre corteza superior e inferior. Por debajo de ella, se encuentra el manto, el cual puede ser dividido en manto litosférico y astenosférico. La diferencia entre ambos no es de composición, sino que es puramente térmica. Cuando el manto litosférico sobrepasa el umbral de 1250°C pasa a ser astenosférico y viceversa. La separación entre los dos tipos de manto es calculada por el modelo mediante el acoplamiento entre el modelo térmico y el tectónico.

Inicialmente, se comienza con la totalidad del manto como litosférico y luego de algunos pasos de tiempo, cuando las isotermas se estabilizan, se obtiene una configuración de manto litosférico y astenosférico completamente compatible con los valores reales. Durante esos pasos de tiempo también se estabiliza el dominio, el cual se comprime levemente por el efecto de la gravedad.

Las condiciones de borde para la ecuación del calor son de: 20°C en superficie y 1350°C en el borde inferior. En los bordes laterales no se imponen condiciones de borde de Dirichlet.

Para el modelo de deformación tectónica no se permiten los desplazamientos en la dirección vertical para el borde inferior, ni en la horizontal para los bordes laterales.

7. RESULTADOS

Se modeló una sección vertical de 300 km de ancho y 150 km de profundidad, que incluye un orógeno en su parte media. La idea principal fue modelar cuáles son los efectos de la eclogitización en la base del orógeno. Para esto, se consideró un orógeno con profundas raíces corticales y presencia de fluidos para favorecer la transformación a eclogita durante 3,5 Ma.

En primera instancia, se calcularon algunos pasos de tiempo para que el dominio se estabilice. Una vez que el orógeno queda estable, se considera que existe un aporte de fluidos durante 3,5 Ma, por lo que todo material perteneciente a la corteza inferior que soporta el peso de más de 55 km de corteza es transformado en eclogita. Puede verse en la figura 6 la evolución del dominio a lo largo de todo el período considerado.

La transformación de las raíces corticales en un material mucho más denso provoca que el orógeno pierda altura debido a su mayor peso. Al mismo tiempo, a causa de la diferencia de

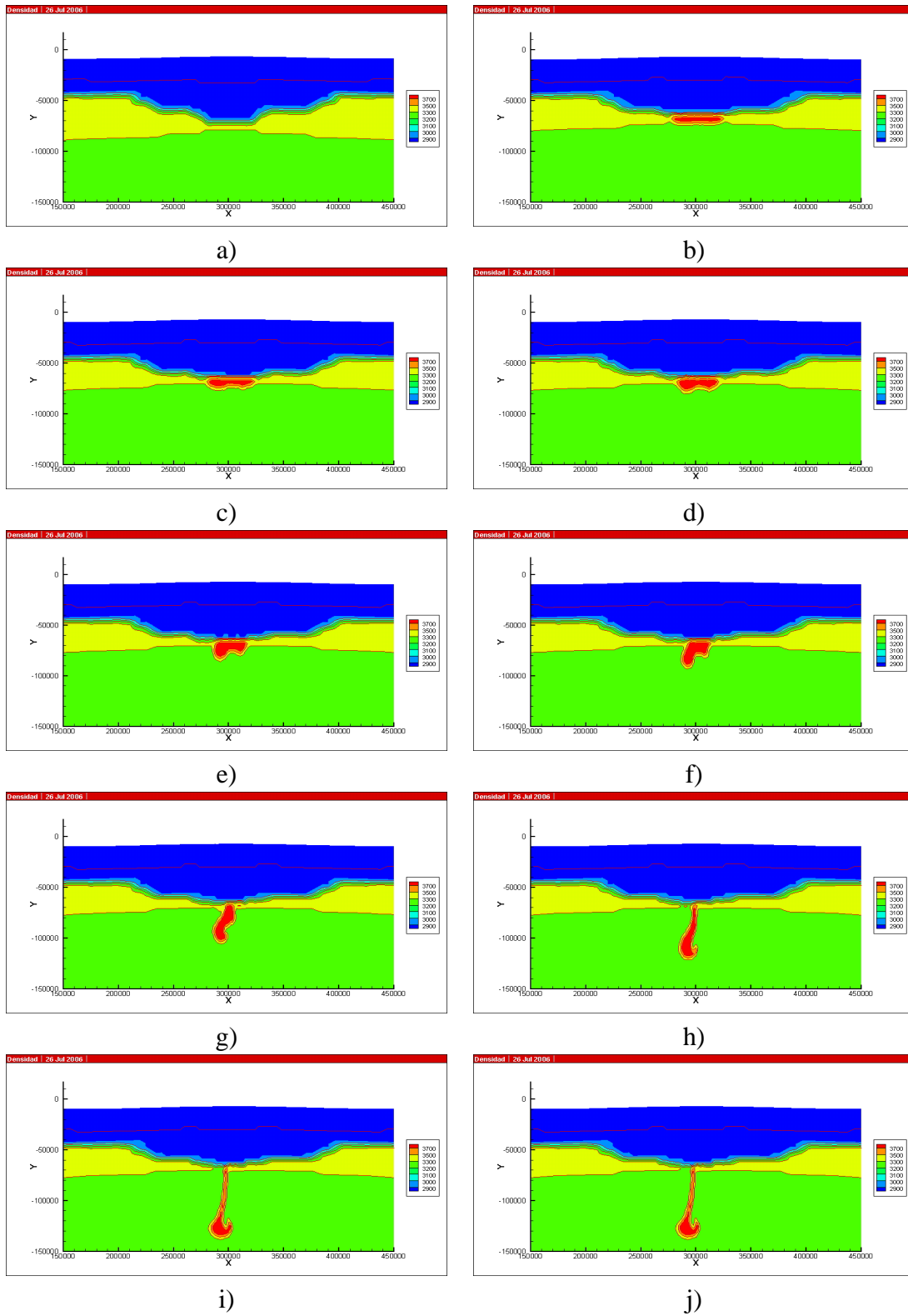


Figura 6: Evolución de la distribución de densidades en el dominio ante la *eclogitización* de parte de la corteza inferior a los: a) 0Ma; b) 1Ma; c) 2Ma; d) 3Ma; e) 4Ma; f) 5Ma; g) 6Ma; h) 7Ma; i) 8Ma; j) 9Ma

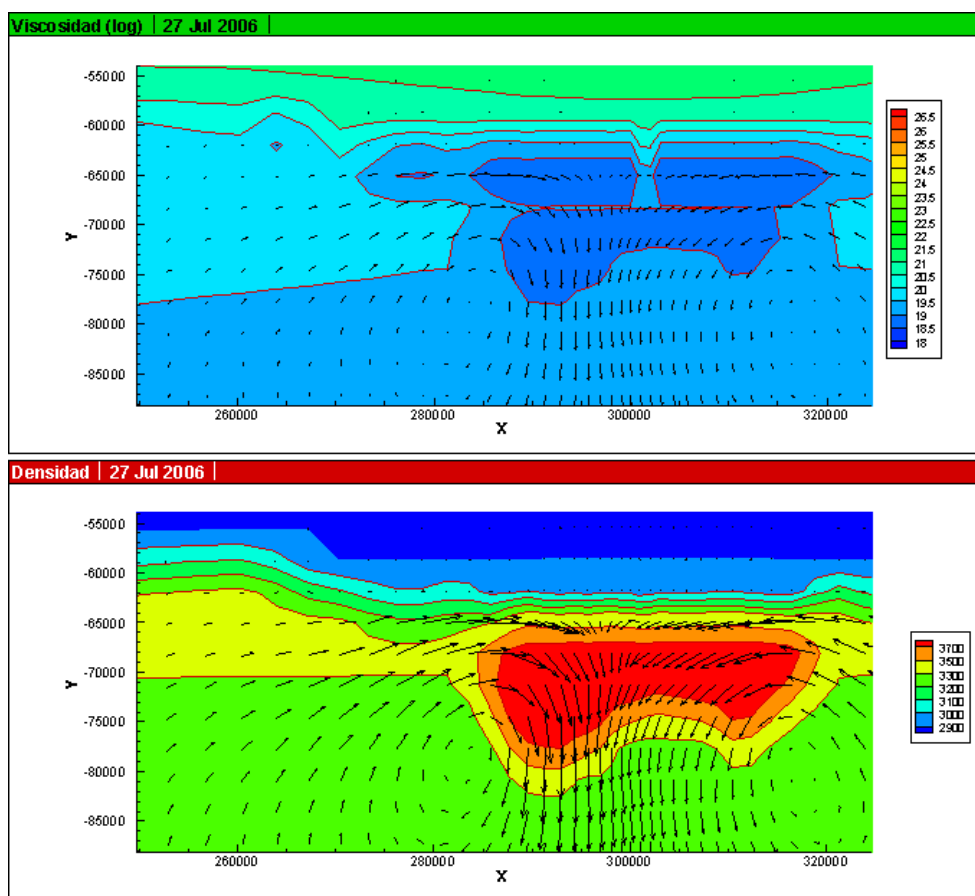


Figura 7: Detalle de la zona de contacto entre la eclogita y la corteza inferior.

densidad entre la eclogita y el manto (litosférico y astenosférico), la eclogita trata de descender aunque no resulte sencillo al principio, pues se encuentra adherida a la corteza, la cual es muy rígida.

La fuerza descendente que ejerce la eclogita y la rigidez de la corteza hacen que en el contacto entre ambas haya menos presión, lo que permitirá que material del manto comience a ocupar ese lugar desde los costados.

Algunos investigadores suponían que la eclogita, por su condición de material mucho más denso que el resto de las rocas, debía ser muy resistente a la deformación a esas profundidades y se delaminaría sin sufrir una gran deformación interna. Sin embargo, según los estudios de laboratorio de Leech (2001), se sabe que la eclogita es “dúctil” y menos resistente, en comparación a la roca original, a los esfuerzos a los que se la somete. También según Leech el otro punto de debilidad del sistema sería el contacto entre eclogita y corteza.

Los resultados de la figura 7 se encuentran en completo acuerdo con los de Leech, ya que muestran que la zona de menor viscosidad, y por tanto más débil, se encuentra exactamente en la eclogita y su contacto con la base de la corteza.

El empuje del manto desde los costados, la ductilidad de la eclogita y la fuerza descendente debido a su alta densidad, dan por resultado la formación de una especie de pluma descendente, arrastrada por dos celdas convectivas del manto astenosférico (figura 8).

Luego de 3,5 Ma se considera que cesa el aporte de fluidos, por lo que la generación de grandes volúmenes de eclogita se detiene. El proceso de delaminación continúa su curso, hasta que finalmente, entre 7 y 8 Ma luego de comenzado el proceso, la eclogita se desprende por

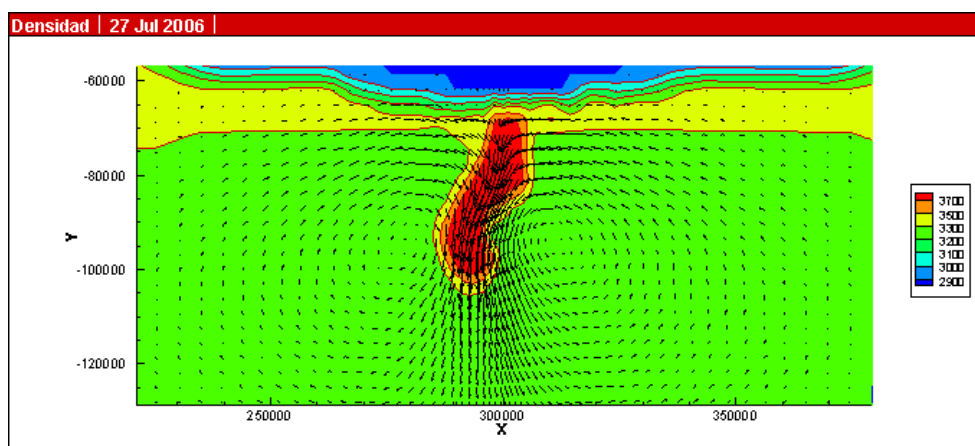


Figura 8: Celdas convectivas actuantes durante la delaminación.

completo de la corteza y se hunde en el manto astenosférico.

Otro de los fenómenos que se asocian a la delaminación es el *rebote isostático*. Este se produce por el desprendimiento de la raíz eclogitizada de la corteza continental, por lo que la corteza ya no soporta su peso y vuelve a elevarse hasta estabilizarse. La evolución de la topografía según el estado de la eclogitización y delaminación puede observarse en la figura 9.

Allí puede verse que la topografía del orógeno se reduce cada vez más desde la eclogitización de sus raíces corticales. A medida que el orógeno se hunde para compensar el peso extra provocado por la aparición de la eclogita, se sigue generando más eclogita, debido al engrosamiento de la corteza y a la presencia de fluidos. Una vez que el sistema deja de recibir aporte de fluidos, comienza a estabilizarse lentamente.

Sin embargo, el sistema vuelve a ser inestable en el momento en que la raíz comienza a desprenderse de la corteza. A partir de entonces, la fuerza descendente que se ejercía sobre la corteza tiene cada vez menos efecto, por lo que el orógeno tiende a subir debido a que el peso total es menor por la falta de sus raíces.

8. CONCLUSIONES

Se presenta en este trabajo un modelo que permite representar los comportamientos elástico, viscoso y plástico en la distintas partes de la litósfera. Se adopta una formulación que utiliza:

- elementos de 4 nodos: requiere un menor costo computacional para su resolución,
- integración reducida: evita el bloqueo volumétrico y tiene menor costo computacional,
- una matriz gradiente modificada: evita el efecto de *hourglass* provocado por la integración reducida.

Se resuelve la ecuación de calor de Poisson para el dominio utilizando la misma formulación del elemento.

Se permite que el dominio a estudiar esté compuesto por distintos materiales, cuyas características son parametrizadas y por lo tanto independientes del modelo.

Asimismo, se implementa un algoritmo de remallado basado en la resolución de una ecuación de Laplace para cada variable. La posición de los nodos pertenecientes al borde es impuesta como condición de borde de Dirichlet. Los valores de las variables de cada elemento en la nueva

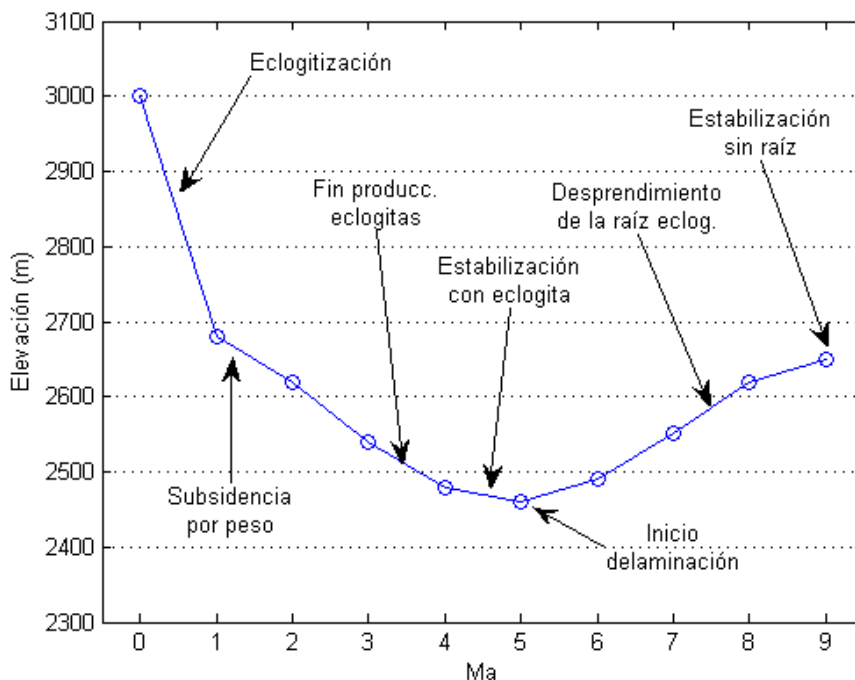


Figura 9: Evolución de la altura máxima del orógeno desde el inicio de la simulación hasta los 9 Ma.

mallas son recalculados a partir de una serie de partículas marcadoras, que acarrean la información sobre tensiones y características propias de cada tipo de material, entre otras.

Los distintos tipos de comportamiento fueron validados mediante casos de prueba conocidos y que aseguran la confiabilidad de los resultados. Mediante los mismos se asegura también el buen desempeño del algoritmo de remallado y del de la transferencia de las variables que determinan el estado del sistema a la nueva malla.

Como ejemplo, se realizó la simulación de una sección de litósfera de 150 km de profundidad y 300 km de ancho a lo largo de más de 8 Ma, en la que un orógeno pierde la parte inferior de su corteza a partir de la formación de “eclogita”.

La utilización de modelos numéricos para comprender estos procesos que se dan en profundidad es de gran importancia, ya que la falta de evidencias y mediciones directas tornan muy difícil la posibilidad de cuantificarlos.

AGRADECIMIENTOS

Gran parte de este trabajo ha sido posible gracias a los valiosos consejos aportados por el Dr. Stephan Sobolev y el Ing. Anton Popov del GeoForschungsZentrum (GFZ) de Potsdam, Alemania. Esta investigación ha sido parcialmente financiada por el subsidio I056 de la Universidad de Buenos Aires. Javier Quinteros quiere agradecer el apoyo recibido como becario del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas de Argentina (CONICET).

REFERENCIAS

- H. Austrheim. Influence of fluid and deformation on metamorphism of the deep crust and consequences for the geodynamics of collision zones. In B. R. Hacker y J. G. Liou, editors, *When Continents Collide: Geodynamics and Geochemistry of Ultrahigh-Pressure Rocks*, pages 297–323. Kluwer Academic Publishers, 1998.
- Andrey Y. Babeyko, Stephan V. Sobolev, R. B. Trumbull, Onno Oncken, y L. L. Lavier. Numerical models of crustal scale convection and partial melting beneath the Altiplano - Puna plateau. *Earth and Planetary Science Letters*, 199:373–388, 2002.
- Klaus-Jurgen Bathe. *Finite Element Procedures*. Prentice Hall, New Jersey, 1996.
- J. Byerlee. Friction of rocks. *Pure and Applied Geophysics*, 116:615–626, 1978.
- Graham F. Carey y J. Tinsley Oden. *Finite Elements - Computational Aspects - Volume III*. Prentice-Hall, Inc., New Jersey, first edition, 1984.
- Ernesto O. Cristallini y Richard W. Allmendinger. Pseudo 3-D modeling of trishear fault-propagation folding. *Journal of Structural Geology*, 23:1883–1899, 2001.
- Philippe Fullsack. An arbitrary Lagrangian-Eulerian formulation for creeping flows and its application in tectonic models. *Geophysics Journal International*, 120:1–23, 1995.
- T. J. R. Hughes. Generalization of selective integration procedures to anisotropic and nonlinear media. *International Journal of Numerical Methods for Engineering*, 15:1413–1418, 1980.
- Olivier Jaoul, Jan Tullis, y Andreas Kronenberg. The effect of varying water contents on the creep behavior of heavytree quartzite. *Journal of Geophysical Research*, 89(B6):4298–4312, 1984.
- Robert W. Kay y Suzanne M. Kay. Delamination and delamination magmatism. *Tectonophysics*, 219:177–189, 1993.
- Mary L. Leech. Arrested orogenic development: eclogitization, delamination, and tectonic collapse. *Earth and Planetary Science Letters*, 185:149–159, 2001.
- Wing Kam Liu, Yu-Kan Hu, y Ted Belytschko. Multiple Quadrature underintegrated finite elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 37:3263–3289, 1994.
- S. J. Mackwell, M. E. Zimmerman, y D. L. Kohlstedt. High temperature deformation of dry diabase with application to tectonics on Venus. *Journal of Geophysical Research*, 103(B1): 975–984, 1998.
- L.Ñ. Moresi, F. Dufour, y H. B. Mühlhaus. A Lagrangian integration point finite element method for large deformation modeling of viscoelastic geomaterials. *Journal of Computational Physics*, 184:476–497, 2003.
- Roman Y. Novoselov, Dale A. Lawrence, y Lucy Y. Pao. Haptic rendering of data on unstructured tetrahedral grids. In *Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems*, pages 193–200, 2002.
- Russell N. Pysklywec. Evolution of subducting mantle lithosphere at a continental plate boundary. *Geophysical Research Letters*, 28(23):4399–4402, 2001.
- Javier Quinteros, Pablo M. Jacovkis, y Víctor A. Ramos. Evolution of the Upper Crustal Deformation in Subduction Zones. *Journal of Applied Mechanics*, 73:In Press, 2006.
- J. C. Simo y R. L. Taylor. Consistent tangent operators for rate-independent elasto-plasticity. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 48:101–118, 1985.
- Stephan V. Sobolev y Andrey Y. Babeyko. What drives orogeny in the andes? *Geology*, 33: 617–620, 2005.
- Luther M. Strayer y John Suppe. Out-of-plane motion of a thrust sheet during along-strike propagation of a thrust ramp: a distinct-element approach. *Journal of Structural Geology*,

24:637–650, 2002.

M. C. Tsenn y N. L. Carter. Upper limits of power law creep of rocks. *Tectonophysics*, 136: 1–26, 1987.

P. E. van Keken, S. D. King, H. Schmeling, U. R. Christensen, D. Neumeister, y M. P. Doin. A comparison of methods for the modeling of thermochemical convection. *Journal of Geophysical Research*, 102:22477–22495, 1997.

Sean D. Willett. Orogeny and orography: The effects of erosion on the structure of mountain belts. *Journal of Geophysical Research*, 104(B12):28957–28981, 1999.