

MODELADO NUMÉRICO DE PROPAGACIÓN DE ONDAS SÍSMICAS EN MEDIOS POROELÁSTICOS ACOPLADOS CON ACÚSTICOS

NUMERICAL MODELING OF SEISMIC WAVE PROPAGATION IN POROELASTIC/ACOUSTIC COUPLED MEDIA

Federico Bucher^a, Fabio I. Zyserman^a, Leonardo B. Monachesi^b y Gabriel A. Castromán^a

^aCONICET - Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas, Universidad Nacional de La Plata,
Paseo del Bosque s/n, B1900FWA La Plata, Argentina

^bCONICET - Instituto de Investigaciones Paleobiológicas y Geológicas, Universidad Nacional de Río
Negro, Av. Roca 1242, Gral. Roca, R8332, Río Negro, Argentina.

Palabras clave: Elementos finitos, medios poroelásticos y acústicos acoplados, respuesta sísmica.

Resumen. En este trabajo presentamos un código basado en el método de elementos finitos para simular la respuesta sísmica unidimensional de medios poroelásticos y acústicos acoplados. Para modelar la propagación de ondas en el medio poroelástico, consideramos las ecuaciones de la teoría de Biot en términos de los campos de desplazamiento de la matriz sólida y del fluido poral, mientras que para el medio acústico utilizamos las ecuaciones de la Mecánica clásica. Por un lado, en las interfases físicas implementamos condiciones de borde apropiadas para este tipo de contacto, y por otro lado en las fronteras computacionales implementamos condiciones absorbentes. El código cuenta con la propiedad de identificar el tipo de medio correspondiente a cada elemento y asignar las propiedades físicas del mismo, facilitando la consideración de medios heterogéneos con distribuciones arbitrarias de capas poroelásticas y acústicas. Finalmente, realizamos un análisis de sensibilidad en términos de la porosidad, tomando como referencia medios porosos saturados que se encuentran presentes en distintos problemas geofísicos, tales como sistemas glaciarios y reservorios de hidrocarburos y de agua, entre otros.

Keywords: Finite element, acoustic/poroelastic coupled media, seismic response.

Abstract. In this work we present a code based on the finite element method to simulate the one-dimensional seismic response of coupled poroelastic and acoustic media. In order to model the wave propagation in a poroelastic medium, we consider the equations of Biot's theory in terms of the solid matrix and fluid displacement fields, while for the acoustic media we used the equations of Classical Mechanics. On the one hand, appropriate boundary conditions for this type of contact were implemented at the physical interfaces. On the other hand, absorbing conditions were implemented at the computational boundaries. The code has the property of identifying the type of medium in each element and assigning its physical properties, facilitating the consideration of heterogeneous media with arbitrary distributions of poroelastic and acoustic layers. Finally, we performed a sensitivity analysis in terms of porosity, taking as a reference saturated porous media that are present in different geophysical problems such as glacial systems and reservoirs of hydrocarbons and water, among others.

1. INTRODUCCIÓN

El estudio del fenómeno de propagación de ondas en el interior de la Tierra es de gran interés en diversas áreas de la geofísica orientadas al estudio del subsuelo. Los resultados que pueden obtenerse a partir del modelado numérico de este fenómeno son de gran utilidad cuando se tiene como objeto interpretar las respuestas físicas de distintos tipos de suelos frente a excitaciones externas. En particular, conocer la respuesta sísmica teórica de un subsuelo heterogéneo compuesto por medios acústicos y poroelásticos acoplados es una herramienta valiosa para la caracterización del mismo (Schakel y Smeulders, 2010; Corredor et al., 2014). En la naturaleza existen diversos escenarios físicos de interés que involucran este tipo de subsuelos. Entre ellos se encuentran los reservorios de hidrocarburos y de agua debajo del lecho de distintos cuerpos acuosos como mares y lagos.

El objetivo propuesto en este trabajo consistió en estudiar la respuesta sísmica mediante la simulación numérica unidimensional de subsuelos heterogéneos compuestos por medios poroelásticos y acústicos en contacto. Con este objetivo, desarrollamos un código de elementos finitos basado en las ecuaciones de propagación de ondas en medios poroelásticos y acústicos, e implementamos condiciones de continuidad apropiadas en las interfases entre ellos. En primer lugar, consideramos las ecuaciones diferenciales que describen la propagación de ondas en un medio homogéneo poroelástico totalmente saturado por un fluido. En segundo lugar, realizamos lo propio con las ecuaciones correspondientes a un medio acústico y finalmente desarrollamos las ecuaciones del problema acústico/poroelástico acoplado teniendo en cuenta condiciones de borde apropiadas, tanto en las interfases como en los bordes computacionales.

2. PROBLEMA ACÚSTICO/POROELÁSTICO

Presentamos ahora las ecuaciones de propagación de ondas correspondientes a cada tipo de componente del sistema y luego describiremos las expresiones para las condiciones de borde consideradas en los bordes computacionales y en los contactos entre componentes.

2.1. Medio poroelástico

En primer lugar, las ecuaciones de onda en un medio poroelástico que describen el comportamiento de los campos de desplazamientos de la fase sólida \mathbf{u}^s y fluida relativa a la sólida \mathbf{u}^f generados por las fuerzas por unidad de volumen actuantes en la fase sólida \mathbf{F}^s y en la fluida \mathbf{F}^f son (Biot, 1956a,b)

$$-\omega^2 \rho_b \mathbf{u}^s - \omega^2 \rho_f \mathbf{u}^f - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} = \mathbf{F}^s, \quad (1)$$

$$-\omega^2 \rho_f \mathbf{u}^s + \frac{\eta}{\kappa(\omega)} i\omega \mathbf{u}^f + \nabla p_f = \mathbf{F}^f, \quad (2)$$

en las cuales se asume una dependencia temporal de la forma $e^{i\omega t}$, siendo ω la frecuencia angular. Estas ecuaciones se complementan con las relaciones constitutivas que vinculan los campos de desplazamientos con el tensor de tensiones τ_{jk} con $j, k = 1, 2, 3$ y la presión del fluido poral p_f

$$\tau_{jk} = 2G\varepsilon_{jk} + \delta_{jk}(\lambda_c \nabla \cdot \mathbf{u}^s + \alpha K_{av} \nabla \cdot \mathbf{u}^f), \quad (3)$$

$$p_f = -\alpha K_{av} \nabla \cdot \mathbf{u}^s - K_{av} \nabla \cdot \mathbf{u}^f. \quad (4)$$

En las ecuaciones (1)-(4) ρ_s, ρ_f y $\rho_b = (1-\phi)\rho_s + \phi\rho_f$, son las densidades de la matriz sólida, del fluido y del medio compuesto, respectivamente, ε_{jk} el tensor de deformaciones, η la viscosidad

dinámica del fluido y $\kappa(\omega)$ la permeabilidad dinámica del medio. Por otro lado, G es el módulo de corte de la matriz sólida y se definen los parámetros $\alpha = 1 - K_m/K_s$, $\lambda_c = K_m + \alpha^2 K_{av} - \frac{2}{3}G$ y $K_{av} = (\phi/K_f + (\alpha - \phi)/K_s)^{-1}$, donde K_m , K_s y K_f son los módulos de compresibilidad de la matriz seca, de los granos sólidos y del fluido respectivamente, y ϕ la porosidad. Siguiendo a (Pride, 2005), K_m y G pueden computarse en función de la porosidad como

$$K_m = K_s \frac{1 - \phi}{1 + C_s \phi}, \quad G = G_s \frac{1 - \phi}{1 + 3C_s \phi/2}, \quad (5)$$

donde C_s es el factor de consolidación y G_s es el módulo de corte de los granos sólidos. La permeabilidad dinámica puede ser considerada constante e igual a la permeabilidad absoluta κ_0 en el rango de frecuencias sísmicas (Johnson et al., 1987). Esta última puede ser computada mediante la fórmula de Kozeny-Carman (Carman, 1961)

$$\kappa_0 = B \frac{\phi^3}{1 - \phi^2} d^2, \quad (6)$$

donde B es una constante que involucra a la tortuosidad y d es el diámetro promedio de los granos sólidos. Por otra parte, cuando se trabaja en dicho rango de frecuencias, pueden también utilizarse las aproximaciones $\text{Re}(\eta/\kappa(\omega)) \rightarrow b_0 = \eta/\kappa_0$, $\text{Im}(\eta/\kappa(\omega))/\omega \rightarrow g_0 = \frac{3\rho_f T}{2\phi}$, donde $T = \phi^{-m+1}$ es la tortuosidad y m es el factor de consolidación de Archie (Mavko et al., 2009).

El caso de interés en este trabajo es el unidimensional. Sin pérdida de generalidad, asumimos que las ondas se propagan en la dirección z , con lo cual los campos de desplazamiento resultan

$$\mathbf{u}^s = (0, 0, u^s(z, \omega)), \quad \mathbf{u}^f = (0, 0, u^f(z, \omega)). \quad (7)$$

Así, tomando las expresiones en (7), la ec. (3) indica que el tensor de tensiones se reduce al caso escalar ya que únicamente $\tau_{33} = \tau$ es no nulo. Consecuentemente, considerando las expresiones (7) y las ecs. constitutivas, el tercer término de los miembros izquierdos de las ecuaciones (1) y (2) se reduce a

$$\tau_z = \tilde{M} u_{zz}^s + \alpha K_{av} u_{zz}^f, \quad (8)$$

$$p_{fz} = -\alpha K_{av} u_{zz}^s - K_{av} u_{zz}^f, \quad (9)$$

respectivamente, donde $\tilde{M} = (\lambda_c + 2G)$ y el subíndice z representa la derivación espacial en esta coordenada.

2.2. Medio acústico

Consideramos aquí las ecuaciones en términos de la presión p y del campo de desplazamientos \mathbf{u} . El efecto disipativo que induce la viscosidad del fluido en la propagación de las ondas acústicas es despreciable para los medios y frecuencias tratadas (Kinsler et al., 2000). Considerando un problema unidimensional y asumiendo la misma dependencia temporal que en el caso poroelástico de modo que $p = p(z, \omega)$ y $\mathbf{u} = (0, 0, u(z, \omega))$, se tiene que (Diaz y Ezziani, 2010)

$$-p_{zz} - \frac{\omega^2}{c^2} p = F(\omega, t), \quad (10)$$

$$\omega^2 u = \frac{1}{\rho} p_z. \quad (11)$$

En la ec. (10), $c = \sqrt{K_w/\rho}$ es la velocidad de la onda compresional en el medio, siendo K_w y ρ el módulo de compresibilidad y la densidad del medio y F la fuerza por unidad de volumen. Las ecs. (10) y (11) son las correspondientes a la fase acústica que se implementaron en el código de elementos finitos de este trabajo.

2.3. Medio acústico/poroelástico

Consideramos el problema acústico/poroelástico acoplado en un medio unidimensional $\Omega = [z_0, z_f]$ ubicando la interfase entre ambos medios en $z = z_d$. Es decir, el medio fue constituido por una capa acústica en $\Omega_1 = [z_0, z_d]$ y otra poroelástica en $\Omega_2 = [z_d, z_f]$. Las ecuaciones en frecuencia que describen el fenómeno de propagación de ondas en este escenario son las ya expresadas en (1), (2), (10), mientras que la ec. (11) puede utilizarse para computar el desplazamiento en el medio acústico una vez obtenida la presión. Resta entonces incorporar las condiciones de borde. Por un lado, en las fronteras computacionales z_0 y z_f , consideramos las condiciones de borde absorbentes implementadas en [Gauzellino y Santos \(2001\)](#), que reducidas al problema unidimensional resultan en

$$p_z(z_0) = -\frac{i\omega}{c}p(z_0), \quad (12)$$

$$\hat{\mathcal{G}}(z_f) = -i\omega\mathcal{D}_3\mathcal{S}_3(z_f), \quad (13)$$

donde

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{G}}(z) &= \begin{pmatrix} \tau(z) \\ -p_f(z) \end{pmatrix}, \quad \mathcal{D}_3 = [(\mathcal{S}^{-1}\mathcal{M})^T]^{1/2}\mathcal{S}, \quad \mathcal{S} = \begin{pmatrix} \rho_b & \rho_f \\ \rho_f & g_0 \end{pmatrix}, \\ \mathcal{M} &= \begin{pmatrix} \tilde{M} & \alpha K_{av} \\ \alpha K_{av} & K_{av} \end{pmatrix}, \quad \mathcal{S}_3(z) = \begin{pmatrix} u^s(z) \\ u^f(z) \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (14)$$

Luego de algunas operaciones, el miembro derecho de la igualdad (13) resulta en un vector de dos componentes que denotamos como $\mathcal{B}_1(z_f)$ y $\mathcal{B}_2(z_f)$ respectivamente. Por otro lado, consideramos que debe haber flujo libre a través de la interfase acústica/poroelástica ([Carcione, 2014](#)), lo cual conduce a ([Diaz y Ezziani, 2010](#))

$$u|_{z_d} = (u^f + u^s)|_{z_d}, \quad (15)$$

$$p|_{z_d} = p_f|_{z_d}, \quad (16)$$

$$-p|_{z_d} = \tau|_{z_d}. \quad (17)$$

3. IMPLEMENTACIÓN NUMÉRICA

El método de elementos finitos provee una solución aproximada de la solución exacta de un problema variacional. En el presente caso, para plantear este último, testeamos las ecs. (1),(2) y (10) contra funciones de prueba pertenecientes a espacios adecuados que aseguren la existencia de los campos solución del problema p , u^s y u^f , e integramos por partes los términos que involucran derivadas espaciales de segundo orden, incorporando así las condiciones de borde (12)-(13) y (15)-(17). Luego, consideramos la partición de los dominios Ω_1 y Ω_2 en una grilla uniforme de paso h_z con N elementos, siendo z_0, z_1, \dots, z_n los nodos, elegimos una base $B = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N\}$ para sendos subespacios de dimensión finita, con

$$\varphi_i(z) = \begin{cases} \frac{z - z_{i-1}}{h_z} & \text{si } z_{i-1} \leq z \leq z_i \\ \frac{z_{i+1} - z}{h_z} & \text{si } z_i \leq z \leq z_{i+1} \\ 0 & \text{si } z < z_i \text{ ó } z > z_{i+1}, \end{cases} \quad (18)$$

y propusimos que los campos aproximados \hat{p} , \hat{u}^s y \hat{u}^f (y sus derivados $\hat{\tau}$ y \hat{p}_f) pueden escribirse como combinaciones lineales de los elementos de B . Luego, la formulación de elementos finitos

consistió en resolver

$$\begin{aligned}
& -\omega^2(\hat{p}, \varphi_i)_{\Omega_1} + c^2(\hat{p}_z, \varphi_{i,z})_{\Omega_1} - c^2\omega^2\rho[\hat{u}^f(z_d) + \hat{u}^s(z_d)] + i\omega c\hat{p}(z_0) \\
& - \omega^2\rho_b(\hat{u}^s, \varphi_i)_{\Omega_2} - \omega^2\rho_f(\hat{u}^f, \varphi_i)_{\Omega_2} + (\hat{\tau}, \varphi_{i,z})_{\Omega_2} - \hat{p}(z_d) - \mathcal{B}_1(z_f) \\
& - \omega^2\rho_f(\hat{u}^s, \varphi_i)_{\Omega_2} + i\omega\frac{\eta}{\kappa}(\hat{u}^f, \varphi_{i,z})_{\Omega_2} - (\hat{p}_f, \varphi_{i,z})_{\Omega_2} - \hat{p}(z_d) - \mathcal{B}_2(z_f) \quad (19) \\
& = (F, \varphi_i)_{\Omega_1} + (F^s, \varphi_i)_{\Omega_2} + (F^f, \varphi_i)_{\Omega_2}, \quad \forall \varphi_i \in B.
\end{aligned}$$

Aquí, $(f, g)_{\Omega} = \int_{\Omega} f\bar{g}d\Omega$ representa un producto interno y \bar{g} indica el conjugado de g . La ec. (19) conduce a un sistema de ecuaciones lineales cuyas incógnitas son los coeficientes de la combinación lineal de los campos \hat{p} , \hat{u}^s y \hat{u}^f en términos de la base B . Para dotar de flexibilidad al algoritmo implementado, definimos para cada elemento una matriz elemental cuadrada de orden seis con el objetivo de contemplar la posibilidad de que el elemento represente el medio acústico o el poroelástico. Por ende, en cada elemento debemos tener en cuenta dos incógnitas de la presión en los nodos del elemento, y cuatro incógnitas (dos para el movimiento del sólido y dos para el fluido) en los extremos del elemento. Por lo tanto, el vector elemental contendrá seis elementos. Luego, en las matrices elementales de los elementos acústicos, solo serán no nulos los ocho coeficientes correspondientes a las incógnitas de la presión y los de la diagonal principal correspondientes a las incógnitas poroelásticas que serán iguales a la unidad. Análogamente, las matrices de los elementos poroelásticos tendrán no nulas únicamente las 16 entradas correspondientes a las incógnitas del problema poroelástico y las de la diagonal principal correspondientes a las incógnitas de presión que también serán iguales a la unidad. Esta estructura de las matrices elementales generales fue construida de manera que las incógnitas que corresponden a un tipo de medio sean nulas cuando el elemento se ubica en otro tipo de medio y viceversa. Así, las matrices elementales toman la forma

$$[R^e] = \begin{pmatrix} K^{2 \times 2} \mathcal{H}_1 + \mathbb{I}^{2 \times 2} \mathcal{H}_2 & 0^{2 \times 4} \\ 0^{4 \times 2} & A^{4 \times 4} \mathcal{H}_2 + \mathbb{I}^{4 \times 4} \mathcal{H}_1 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

En esta expresión, $K^{2 \times 2}$ y $A^{4 \times 4}$ representan las matrices elementales acústica y poroelástica respectivamente (ver Apéndice) y

$$\mathcal{H}_1 = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 < z < z_d \\ 0 & \text{si } z_d < z < z_f \end{cases}, \quad \mathcal{H}_2 = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 < z < z_d \\ 1 & \text{si } z_d < z < z_f \end{cases}. \quad (21)$$

Por otro lado, para los elementos de los bordes computacionales y de la interfase, adicionamos los términos asociados a las condiciones de borde en las posiciones adecuadas de las correspondientes matrices. Esta estructura de las matrices elementales nos permite representar así medios heterogéneos complejos compuestos por una cantidad arbitraria de capas. Como contrapartida, requiere de mayor esfuerzo computacional que una implementación en donde se consideren las matrices elementales correspondientes a cada medio en forma separada. Sin embargo, al ser el modelado unidimensional, esta característica no representa un inconveniente significativo.

4. EJEMPLOS NUMÉRICOS

Como caso de estudio, consideramos un sistema heterogéneo (Modelo 1) compuesto por una capa acústica y otra poroelástica, ambas de 100 m de espesor (ver Fig. 1). Es decir, $z_0 = 0$, $z_d = 100$ m y $z_f = 200$ m. Las propiedades de ambos medios se listan en la tabla 4. Se ubicó

una fuente puntual en el medio acústico en $z_s = 75$ m de la forma

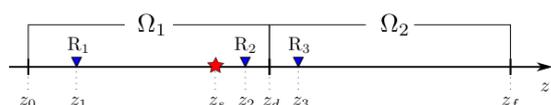
$$F(\omega, t) = \delta(z - z_s)g_s(\omega), \quad (22)$$

donde $g_s(\omega)$ es la transformada de Fourier de la ondícula de Ricker:

$$g_s(\omega) = TF\{[1 - 2\pi^2 f_0^2 (t - t_d)^2]e^{-\pi^2 f_0^2 (t - t_d)^2}\}, \quad (23)$$

siendo f_0 su frecuencia central y $t_d = f_0^{-1}$ el retardo temporal. Además, ubicamos dos receptores de presión en las posiciones $z_1 = 25$ m y $z_2 = 85$ m, y un receptor de aceleración del sólido y del fluido en $z_3 = 125$ m.

Modelo 1



Modelo 2

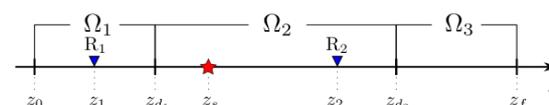


Figura 1: Representación del Modelo 1 (izquierda): capa acústica (Ω_1) entre 0 y 100 m en contacto con otra capa poroelástica (Ω_2) entre 100 m y 200 m. La presión se registró en dos receptores R_1 y R_2 en las posiciones $z_1 = 25$ m y $z_2 = 85$ m respectivamente, y la aceleración del sólido y del fluido se registró en el receptor R_3 ubicado en la posición $z_3 = 125$ m. La fuente puntual se ubicó en el medio acústico, en $z_s = 75$ m. Modelo 2 (derecha): capa acústica (Ω_1) entre $z_0 = 0$ y $z_d = 50$ m en contacto con otra capa poroelástica (Ω_2) entre 50 m y 150 m. A su vez, Ω_2 está en contacto con otra capa acústica Ω_3 con las mismas propiedades que Ω_1 . La presión se registró en R_1 en la posición $z_1 = 25$ m, y la aceleración del sólido y del fluido se registró en el receptor R_2 ubicado en la posición $z_2 = 125$ m. La fuente puntual se ubicó en el medio poroelástico, en $z_s = 75$ m.

| Parámetro (Ω_1) | Valor | Unidad |
|--------------------------|--------------------|-------------------|
| K_s | 37 | GPa |
| G_s | 15 | GPa |
| ρ_s | 2650 | kg/m ³ |
| K_f | 2.29 | GPa |
| ρ_f | 1000 | kg/m ³ |
| ϕ | 0.2 | – |
| C_s | 15 | – |
| B | 0.003 | – |
| d | 8×10^{-5} | m |
| η | 10^{-3} | Pa·s |
| m | 1.85 | – |

Tabla 1: Parámetros físicos del medio poroelástico (Ω_2) del caso de estudio. Para el medio acústico (Ω_1) se consideró $K_w = K_f$ y $\rho = \rho_f$.

Otros valores de parámetros definidos son $f_0 = 120$ Hz y $h_z = 0.5$ m. Con estas propiedades físicas, las velocidades sísmicas compresionales de Ω_1 y Ω_2 son $v_1 = 1483.24$ m/s y $v_2 = 2463.31$ m/s respectivamente. La resolución del sistema lineal se realizó con las rutinas MUMPS (Amestoy et al., 2001, 2006) considerando la simetría de la matriz global del mismo. Los registros de los receptores para este caso de estudio pueden observarse en la Figura 2, en donde las soluciones fueron normalizadas. En los registros del medio acústico se visualizaron

dos tipos de arribos que se interpretaron como la onda compresional directa P_d y la reflejada en la interfase P_r , mientras que en los registros del medio poroelástico se observó un arribo que se interpretó como la onda compresional transmitida P_t a través de la interfase. Dicha interpretación se llevó a cabo teniendo en cuenta las velocidades sísmicas compresionales de ambos medios y los tiempos de arribos de cada señal.

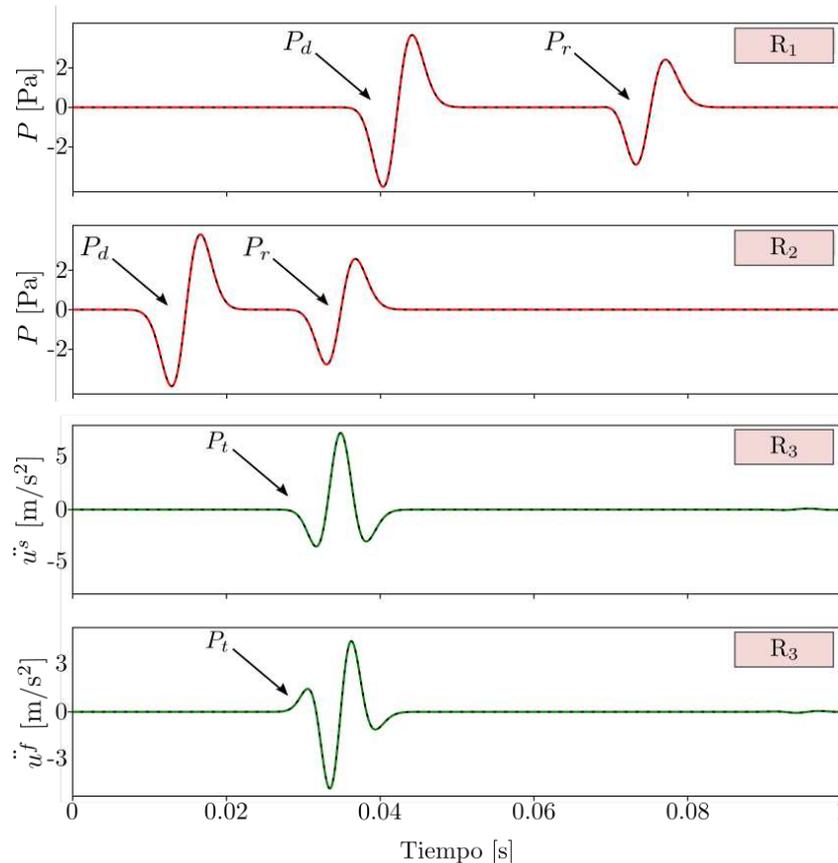


Figura 2: Registros de los receptores ubicados en el medio acústico (primer y segundo panel) y del ubicado en el poroelástico (tercer y cuarto panel) correspondientes al Modelo 1. En las trazas de presión, pueden observarse dos arribos que se interpretaron como la onda compresional directa P_d y la onda reflejada en la interfase P_r . En las trazas de aceleración del sólido y del fluido se puede observar una señal que se corresponde con la onda compresional transmitida P_t .

Con el objetivo de estudiar la sensibilidad de la amplitud de la presión reflejada en la interfase y de las aceleraciones del sólido y del fluido transmitidas a través de la interfase frente a variaciones en el medio poroelástico, modificamos la porosidad del mismo en un rango entre 0.05 y 0.25. Los resultados se observan en la Figura 3. Notamos que, al disminuir la porosidad del medio poroelástico, la densidad del mismo decrece ya que la densidad del fluido poral es menor a la de la matriz sólida. Por ende, el contraste de densidades entre los medios es menor, lo cual resulta en un mayor coeficiente de transmisión y en un menor coeficiente de reflexión. Esta es la razón por la cual se observa que el hecho de incrementar la porosidad produce que la amplitud de la onda de presión reflejada disminuya y que las amplitudes de las ondas de aceleración en el medio poroelástico aumenten. Por otra parte, como la fuente se ubicó en todos los casos en el medio acústico para el Modelo 1, no hay desfase temporal entre los arribos de las ondas de presión ya que la velocidad de este medio no varía. Contrariamente, las trazas del medio poroelástico se ven desfasadas ya que la velocidad del medio disminuye con el aumento de

la porosidad. De hecho, si las propiedades del medio acústico son lo más similares posibles a las del poroelástico (por ejemplo, tomando $\phi \rightarrow 0$, $G \rightarrow 0$, $\eta \rightarrow 0$, $K = K_f = K_s$, $\rho_s = \rho_f = \rho$), se puede observar (Figura 4) cómo la onda de presión reflejada tiene una amplitud despreciable.

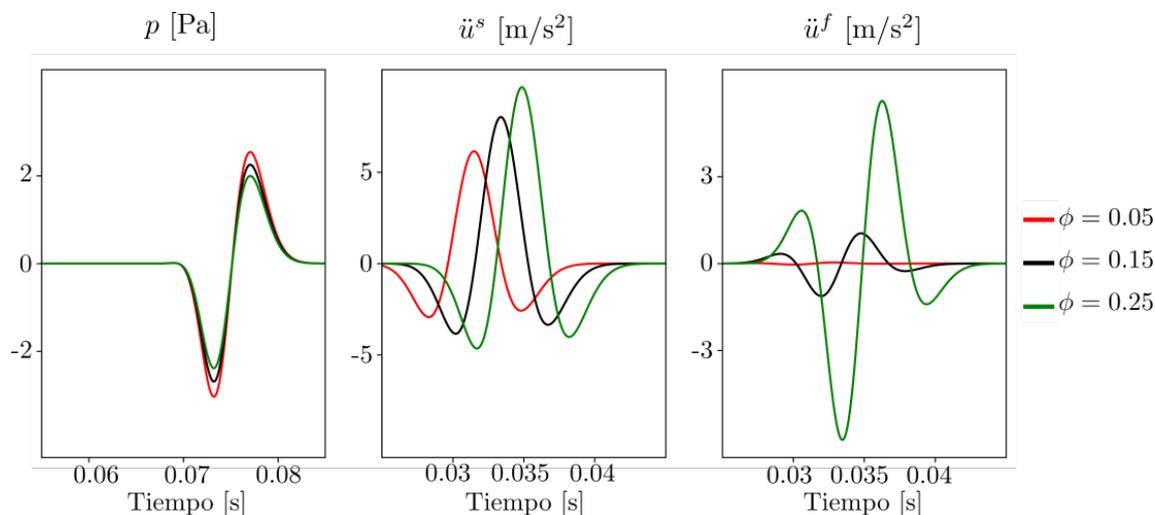


Figura 3: Trazas de presión (panel izquierdo), de aceleración del sólido (panel central) y de aceleración del fluido (panel derecho) para tres porosidades distintas: $\phi = 0.05$, 0.15 y 0.25 .

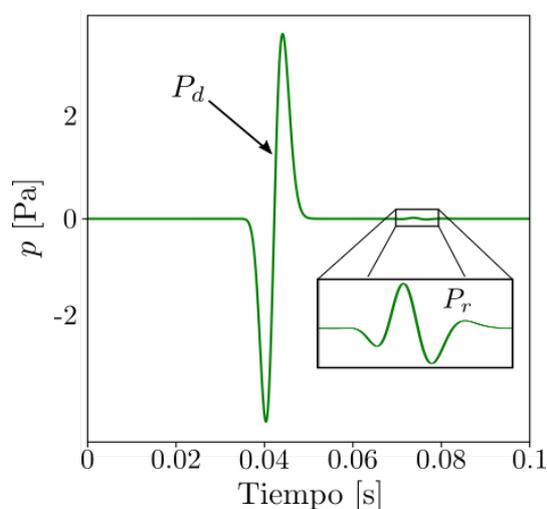


Figura 4: Registro de un receptor ubicado en el medio acústico del Modelo 1 modificado. Se observa una primera señal asociada a la onda directa P_d y una señal de amplitud despreciable frente a la primera que se atribuye a la onda reflejada P_r , la cual es ampliada en el cuadro.

Finalmente, tomando ventaja de la capacidad del código a representar modelos más complejos, propusimos un medio compuesto por una capa poroelástica de 100 m de espesor inmersa entre dos medios acústicos iguales de 50 m de espesor cada uno, denominado Modelo 2 (ver Fig. 1). La fuente puntual, ubicada en el medio poroelástico, se divide entre la actuante en la fase sólida $F^s = (1 - \phi)F$ y la actuante en la fase fluida $F^f = \phi F$, siendo $F = \frac{d\delta}{dz}(z - z_s)g_s(\omega)$. Se colocaron dos receptores R_1 y R_2 en las posiciones $z_1 = 25$ m y $z_2 = 125$ m respectivamente. Los registros de dichos receptores se pueden observar en la figura 5. Aquí, las distintas señales

que se visualizaron se interpretaron como ondas compresionales directas, y reflejadas y transmitidas en las interfases en base a las velocidades sísmicas de ambos medios y a los tiempos de arribos de las señales.

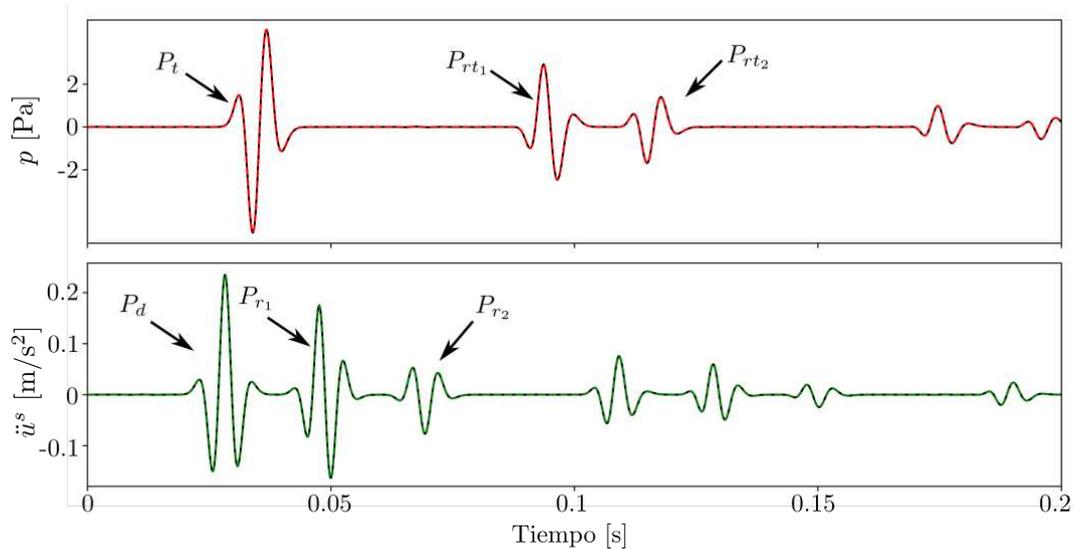


Figura 5: Registros de un receptor ubicado en la primera capa acústica (arriba) y de otro ubicado en la capa central poroelástica (abajo) del Modelo 2. En la traza de presión se observa un primer arribo correspondiente a la onda compresional transmitida a través de la interfase directamente P_t . Luego se observa un segundo arribo que se corresponde con la onda reflejada en la interfase entre Ω_2 y Ω_3 y luego transmitida a Ω_1 (P_{rt1}). Por último, el tercer arribo se interpretó como la onda que se reflejó en la interfase entre Ω_1 y Ω_2 , luego en la interfase entre Ω_2 y Ω_3 y finalmente se transmitió a Ω_1 . Para la traza del medio poroelástico se observó una onda directa P_d , una reflejada en la primera interfase P_{r1} , otra en la segunda P_{r2} consecutivamente. Al final de ambas trazas se visualizan eventos múltiples.

5. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se implementó un código de elementos finitos para aproximar la solución de las ecuaciones acústicas/poroelásticas acopladas. Como condiciones de borde se implementaron las de tipo absorbente en los bordes computacionales, y de flujo libre en las interfases entre los medios acústico y poroelástico. Diseñamos el código de manera tal de facilitar el modelado de medios altamente heterogéneos, con múltiples capas acústicas y poroelásticas a distintas profundidades. Estudiamos la sensibilidad de los campos de ondas registradas con la porosidad de dos modelos distintos y obtuvimos resultados consistentes con la teoría sísmica. Como trabajo a futuro, se propuso continuar con el modelado bidimensional del fenómeno de propagación de ondas en medios acústicos y poroelásticos, incluyendo también la consideración de medios elásticos no porosos.

REFERENCIAS

- Amestoy P.R., Duff I.S., Koster J., y L'Excellent J.Y. A fully asynchronous multifrontal solver using distributed dynamic scheduling. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 23(1):15–41, 2001.
- Amestoy P.R., Guermouche A., L'Excellent J.Y., y Pralet S. Hybrid scheduling for the parallel solution of linear systems. *Parallel Computing*, 32(2):136–156, 2006.
- Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid: I. low frequency range. *J. Acoust. Soc. Am.*, 28(2):168–178, 1956a.

- Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid: Ii. high frequency range. *J. Acoust. Soc. Am.*, 28(2):178–191, 1956b.
- Carcione J. *Wave Fields in Real Media*, 3rd. edition. Elsevier Science, 2014.
- Carman P.C. *L'écoulement des Gaz á Travers les Milieux Poreux*. Bibliothèque des Sciences et Techniques Nucléaires, Presses Universitaires de France, Paris, 1961.
- Corredor R.M., Santos J., Gauzellino P., y Carcione J. Reflection and transmission coefficients of a single layer in poroelastic media. *J. Acoust. Soc. Am.*, 135(16):3151–3162, 2014.
- Diaz J. y Ezziani A. Analytical solution for waves propagation in heterogeneous acoustic/porous media. part ii: the 3d case. *ccp*, 7(3):445–472, 2010. doi:10.4208/cicp.2009.08.149.
- Gauzellino P. y Santos J. Frequency domain wave propagation modeling in exploration seismology. *Journal of Computational Acoustics*, 9(3):941–955, 2001.
- Johnson D.L., Koplik J., y Dashen R. Theory of dynamic permeability in fluid saturated porous media. *J. Fluid. Mech.*, 176:379–402, 1987.
- Kinsler, Frey, Coppens, y Sanders. *Fundamentals of acoustics*. John Wiley Sons, 2000.
- Mavko G., Mukerji T., y Dvorkin J. *The rock physics handbook: Tools for seismic analysis of porous media*. Cambridge University Press, The Pitt Building, Trumpington Street, Cambridge CB2 1RP, United Kingdom, 2009.
- Pride S.R. Relationships between seismic and hydrological properties. En Y. Rubin y S. Hubbard, editores, *Hydrogeophysics*, capítulo 9, páginas 253–290. Springer, 2005.
- Schakel M. y Smeulders D. Seismoelectric reflection and transmission at a fluid/porous-medium interface. *J. Acoust. Soc. Am.*, 127:13–21, 2010.

6. APÉNDICE A: MATRICES ELEMENTALES

La ecuación (19) permite hallar las expresiones de los coeficientes k_{ij} de la submatriz elemental simétrica del medio acústico $K^{2 \times 2}$:

$$k_{11} = -\frac{\omega^2 h}{3} + \frac{c^2}{h}, \quad k_{12} = -\frac{\omega^2 h}{6} - \frac{c^2}{h}, \quad k_{22} = -\frac{\omega^2 h}{3} + \frac{c^2}{h}. \quad (24)$$

Por otro lado, a partir de la ec. (19) también pueden hallarse los coeficientes a_{ij} de la submatriz elemental correspondiente al medio poroelástico, también simétrica, $A^{4 \times 4}$. Integrandose, se obtienen dichos coeficientes:

$$a_{11} = a_{22} = -\frac{\tilde{M}}{h_z} - \frac{\omega^2 \rho_b h_z}{3}, \quad a_{12} = -\frac{\tilde{M}}{h_z} + \frac{\omega^2 \rho_b h_z}{6}, \quad (25)$$

$$a_{13} = \frac{\alpha K_{av}}{h_z} - \frac{\omega^2 \rho_f h_z}{3}, \quad a_{14} = \frac{\alpha K_{av}}{h_z} + \frac{\omega^2 \rho_f h_z}{6}, \quad (26)$$

$$a_{23} = \frac{\alpha K_{av}}{h_z} + \frac{\omega^2 \rho_f h_z}{6}, \quad a_{24} = \frac{\alpha K_{av}}{h_z} - \frac{\omega^2 \rho_f h_z}{3}, \quad (27)$$

$$a_{33} = a_{44} = \frac{i\omega b_0 h_z}{3} - \frac{\omega^2 g_0 h_z}{3} + \frac{K_{av}}{h_z}, \quad a_{34} = -\frac{i\omega b_0 h_z}{6} + \frac{\omega^2 g_0 h_z}{6} + \frac{K_{av}}{h_z}. \quad (28)$$