

PARÂMETROS DOS ALGORITMOS GENÉTICOS NA OTIMIZAÇÃO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO SIMPLEMENTE APOIADAS: UMA REVISÃO CRÍTICA

GENETIC ALGORITHM PARAMETERS IN THE OPTIMIZATION OF SIMPLY SUPPORTED REINFORCED CONCRETE BEAMS: A CRITICAL REVIEW

Rubens S. Correia^a, Giuliana F. F. Bono^a, Charlei M. Paliga^b

^aLaboratório de Engenharia Computacional (LECOM), Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Rodovia BR 104, KM 59, s/n, Nova Caruaru, Caruaru-PE, Brasil, rubens.correia@ufpe.br, giuliana.franca@ufpe.br, <https://www.ufpe.br/ppgecam>

^bDepartamento de Tecnologia da Construção, Faculdade de Arquitetura e Urbanismo, Universidade Federal de Pelotas (UFPel), Rua Benjamin Constant, 1359, Pelotas-RS, Brasil, charlei.paliga@ufpel.edu.br

Palavras-chave: otimização de vigas de concreto armado, parâmetros dos algoritmos genéticos, ajuste de parâmetros.

Resumo. A presente pesquisa apresenta uma análise dos valores adotados para os parâmetros dos algoritmos genéticos em estudos de minimização do custo de vigas de concreto armado simplesmente apoiadas. Foram analisados o tamanho da população, a taxa de cruzamento e de mutação. Foi verificado que não há uma tendência para os valores desses parâmetros. Dessa forma, em novas pesquisas, a escolha desses valores não deve ser feita a partir de outros estudos, mas através de um ajuste de parâmetros. O ajuste pode ser feito com projetos de experimentos e testes estatísticos.

Keywords: reinforced concrete beam optimization, genetic algorithms parameters, parameter tuning.

Abstract. The present research presents an analysis of the values adopted for the genetic algorithm parameters in studies of minimization of the cost of simply supported reinforced concrete beams. The population size, crossover and mutation rate were analyzed. It was verified that there is no trend for the values of these parameters. Thus, in new research, the choice of these values should not be based on other studies, but through a parameter tuning. Tuning can be done with design of experiments and statistical tests.

1 INTRODUÇÃO

O número de pesquisas sobre otimização estrutural na engenharia civil tem crescido ao longo dos anos (Mei e Wang, 2021). Existe uma tendência de considerar as restrições encontradas em situações reais, tais como as relacionadas ao detalhamento das estruturas (Afzal et al., 2020). Ao considerar projetos reais, os problemas de otimização envolvem funções que não são contínuas e diferenciáveis. Nesses casos, os métodos estocásticos de otimização desempenham um grande papel pois os métodos determinísticos podem ser ineficazes (Yang, Bekdaş e Nigdeli, 2006).

Os Algoritmos Genéticos (AG) fazem parte dos métodos estocásticos e são amplamente utilizados na otimização estrutural. São baseados em conceitos da genética e da evolução e foram introduzidos em 1975 por Holland (Sivanandam e Deepa, 2008). Basicamente, a ideia é começar com uma população de possíveis soluções que são geradas aleatoriamente. Em cada iteração, uma nova população é gerada a partir da seleção dos melhores indivíduos, onde aplicam-se os operadores de cruzamento e mutação. Dessa forma, à medida que as iterações avançam, o algoritmo converge para as melhores soluções.

Ao utilizar os AG para resolver um problema de otimização, é necessário definir os valores adequados para alguns parâmetros do algoritmo, como o tamanho da população, taxas de cruzamento e de mutação, já que o seu desempenho depende principalmente dos seus parâmetros. O tamanho da população especifica o número de indivíduos que estão sendo avaliados nas iterações. A taxa de cruzamento especifica a frequência do cruzamento. A taxa de mutação especifica a frequência da mutação dos indivíduos, diversificando a população (Mitchell, 1996). Se os parâmetros não forem escolhidos adequadamente, os AG podem resultar em uma solução ótima local e não global.

Os AG são comumente utilizados na otimização de vigas de concreto armado (Correia, Bono e Paliga, 2022). Nesse contexto, o objetivo da presente pesquisa é analisar os valores adotados para os parâmetros dos AG em estudos sobre otimização de vigas de concreto armado, de modo a identificar se existem padrões para esses parâmetros nesse problema específico de otimização. Foram analisados o tamanho da população e as taxas de cruzamento e de mutação.

Na seção 2 é apresentada a metodologia para coletar os estudos relacionados. Na seção 3 são apresentados os problemas de otimização selecionados com os respectivos valores dos parâmetros dos AG. É feita a análise dos parâmetros para identificar padrões. Em seguida, na seção 4, é apresentado um procedimento para ajustar os parâmetros dos AG que pode ser útil em pesquisas de otimização de vigas de concreto armado.

2 METODOLOGIA PARA SELECIONAR A LITERATURA

Inicialmente, foi realizada uma busca nas bases de dados bibliográficos [Google Scholar](#), [Science Direct](#) e [Springer link](#). Diversas palavras-chave, incluindo *reinforced concrete beam optimization*, *rc beam optimization* e *rc beam genetic algorithm*, foram utilizadas para facilitar a busca.

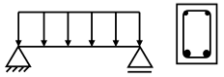
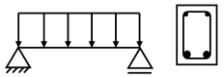
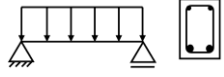
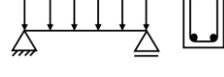
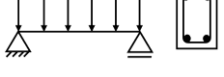
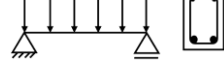
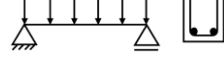
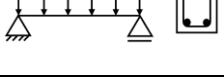
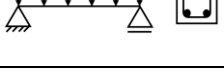
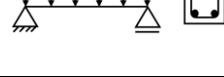
Dos estudos encontrados, foram selecionados apenas os que realizaram a minimização do custo de fabricação de vigas de concreto armado com os AG, sendo as vigas simplesmente apoiadas com seção transversal retangular. Isso foi feito para selecionar os estudos com o mesmo problema de otimização: minimizar o custo de uma viga de concreto armado, simplesmente apoiada, com seção transversal retangular. Ressalta-se que alguns dos estudos selecionados tem como objetivo otimizar vigas contínuas, porém, em alguma parte da pesquisa otimizaram vigas simplesmente apoiadas.

Após a seleção dos estudos, foram excluídos aqueles que não apresentavam informações sobre os valores adotados para os parâmetros dos AG utilizados na otimização. Ao final da

exclusão, restaram 10 estudos.

3 ANÁLISE DA LITERATURA SELECIONADA

No **Quadro 1** são apresentados os 10 estudos selecionados com a formulação dos problemas de otimização.

Pesquisa	Viga de concreto armado otimizada	Variáveis de projeto	Função objetivo	Restrições
Camp, Pezeshk e Hansson (2003)		Largura, altura, número de barras, número de barras por camada e número de camadas.	Minimizar o custo da viga, considerando o custo do concreto, do aço e das fôrmas.	ELU, ELS e limites para as variáveis de projeto.
Govindaraj e Ramasamy (2005)		Altura.	Minimizar o custo da viga, considerando o custo do concreto, do aço e das fôrmas.	ELU, ELS, detalhamento e limites para as variáveis de projeto.
Ismail (2007)		Largura, altura útil, número de barras e diâmetro das barras.	Minimizar o custo da viga, considerando o custo do concreto e do aço.	ELU, ELS, detalhamento e limites para as variáveis de projeto.
Lima (2011)		Altura útil e área de aço.	Minimizar o custo da viga, considerando o custo do concreto, do aço e das fôrmas.	ELU, ELS e limites para as variáveis de projeto.
Oliveira (2014)		Largura, altura, taxa de armadura, posição relativa da linha neutra e variável de ativação de armadura dupla.	Minimizar o custo da viga, considerando o custo do concreto, do aço e das fôrmas.	ELU, ELS, detalhamento e limites para as variáveis de projeto.
Bezerra (2017)		Largura, altura útil, áreas de aço e quantidade de estribos.	Minimizar o custo da viga, considerando o custo do concreto, do aço e das fôrmas.	ELU, ELS e limites para as variáveis de projeto.
Correia, Bono e Bono (2019)		Largura e altura.	Minimizar o custo da viga, considerando o custo do concreto, do aço e das fôrmas.	ELU, ELS, detalhamento e limites para as variáveis de projeto.
Pierott et al. (2021)		Largura, altura, área de aço e resistência à compressão do concreto.	Minimizar o custo da viga, considerando o custo do concreto, do aço e das fôrmas.	ELU, ELS, detalhamento e limites para as variáveis de projeto.
Azam et al. (2022)		Largura, altura útil e área de aço.	Minimizar o custo da viga, considerando o custo do concreto e do aço.	ELU, ELS e limites para as variáveis de projeto.
Correia, Bono e Paliga (2022)		Largura, altura, número de barras e diâmetro das barras tracionadas e comprimidas.	Minimizar o custo da viga, considerando o custo do concreto, do aço e das fôrmas.	ELU, ELS, detalhamento e limites para as variáveis de projeto.

Quadro 1: Formulação dos problemas de otimização dos estudos selecionados.

Verifica-se que os estudos selecionados, basicamente, apresentam o mesmo problema de otimização para minimizar o custo de uma viga de concreto armado simplesmente apoiada, com seção transversal retangular. As variáveis de projeto são características relacionadas a seção transversal. A função objetivo é minimizar o custo de fabricação da viga, considerando, em sua maioria, o custo do concreto, do aço e das fôrmas. As restrições são critérios relacionados ao estado-limite último (ELU), estado-limite de serviço (ELS), limites para as variáveis de projeto e, em alguns casos, critérios de detalhamento das armaduras. Porém, as formulações não são idênticas, já que existem variações na escolha das variáveis de projeto, na composição do custo da função objetivo e nas restrições.

Na [Tabela 1](#) são apresentados os valores adotados para o tamanho da população, taxa de mutação e de cruzamento dos AG nos estudos do [Quadro 1](#). Alguns valores não são apresentados pois não foram informados no estudo ou foram definidos automaticamente no algoritmo. Em alguns casos, os autores implementaram os AG, em outros, utilizaram os softwares BIOS ([Oliveira, 2014](#)), MATLAB ([MathWorks, 2020](#)) e Excel Solver ([Frontline Solvers, 2022](#)).

Pesquisa	Método de otimização	População	Taxa de mutação	Taxa de cruzamento
Camp, Pezeshk e Hansson (2003)	AG implementado.	100	0,01	0,5 a 0,7
Govindaraj e Ramasamy (2005)	AG implementado.	10	0,005	1
Ismail (2007)	AG implementado.	100 e 200	0,1	-
Lima (2011)	AG implementado.	1000	0,001	-
Oliveira (2014)	AG do BIOS.	1500	0,15	-
Bezerra (2017)	AG do MATLAB.	50	-	0,8
Correia, Bono e Bono (2019)	AG do Evolutionary (Excel Solver).	100	0,075	-
Pierott et al. (2021)	AG do MATLAB.	100	-	0,85
Azam et al. (2022)	AG do Evolutionary (Excel Solver).	100	0,1	0,5
Correia, Bono e Paliga (2022)	AG do MATLAB.	1000	-	0,7

Tabela 1: Valores dos parâmetros dos AG nos estudos selecionados.

O tamanho da população varia de 10 a 1500, sendo que 50% dos estudos adotaram uma população com 100 indivíduos. [Bezerra \(2017\)](#), [Pierott et al. \(2021\)](#) e [Correia, Bono e Paliga \(2022\)](#) utilizaram os AG do MATLAB com uma população de 50, 100 e 1000, respectivamente. Nesse caso, apesar de utilizarem o mesmo algoritmo, foram considerados diferentes tamanhos de população.

A taxa de mutação varia de 0,001 a 0,15. [Correia, Bono e Bono \(2019\)](#) e [Azam et al. \(2022\)](#) utilizaram os AG do Excel Solver, porém, com diferentes taxas de mutação.

A taxa de cruzamento varia de 0,5 a 1. [Bezerra \(2017\)](#), [Pierott et al. \(2021\)](#) e [Correia, Bono](#)

e Paliga (2022), apesar de utilizarem o mesmo algoritmo, adotaram diferentes taxas de cruzamento.

A partir das informações anteriores, é evidente que não há uniformidade no tamanho da população, na taxa de cruzamento e de mutação dos AG em diferentes estudos para resolver o problema de otimização que consiste em minimizar o custo de uma viga de concreto armado simplesmente apoiada, com seção transversal retangular. Apesar de 50% dos estudos utilizarem um tamanho de população igual a 100, a variação é significativa, já que os valores vão de 10 a 1500, e são divergentes quando se utiliza o mesmo algoritmo. O mesmo acontece com as taxas de cruzamento e mutação.

Em relação ao procedimento utilizado para determinar os parâmetros dos AG, também não há uniformidade. Govindaraj e Ramasamy (2005) e Oliveira (2014) definiram os parâmetros e executaram os AG várias vezes, chegando a mesma solução ótima. Lima (2011) definiu um intervalo de valores para os parâmetros, executou os AG e selecionou os valores que resultaram na solução com a melhor função objetivo. Bezerra (2017) realizou o mesmo procedimento de Lima (2011), porém, também considerou o tempo de processamento para escolher os valores dos parâmetros. Correia, Bono e Bono (2019) utilizaram os valores *default* do software. Já Correia, Bono e Paliga (2022) definiram um intervalo de valores para os parâmetros e utilizaram uma estratégia de ajuste baseada em projeto de experimentos fatoriais completo. Cada experimento foi executado várias vezes e foi calculado o coeficiente de variação da função objetivo otimizada. Através de gráficos de efeitos principais e de interação para o coeficiente de variação, foram escolhidos os valores dos parâmetros. Esse procedimento está detalhado em Correia (2020).

Em novos estudos de minimização do custo de vigas de concreto armado simplesmente apoiadas com seção transversal retangular, a escolha dos valores dos parâmetros dos AG não deve ser feita a partir dos valores de outros estudos, já que não existe uma tendência clara para esses parâmetros. Então, o procedimento correto é executar algum método de ajuste dos parâmetros.

É interessante comentar que, caso houvesse uma tendência bem definida, talvez, o mais indicado também seria realizar um ajuste de parâmetros para o problema formulado, pois não se sabe se as diferenças nas formulações, como apresentadas no Quadro 1, causam uma mudança significativa na forma da função objetivo e das restrições. Essas diferenças não são apenas em relação a escolha das variáveis de projeto, da função objetivo e das restrições, mas também em relação as considerações do detalhamento das armaduras. Assim, os valores dos parâmetros de um estudo podem ser inadequados para um outro estudo com, basicamente, o mesmo problema de otimização. Essa é uma questão que pode ser explorada em outras pesquisas.

4 AJUSTE DOS PARÂMETROS DOS AG

Existem duas formas principais de definir os valores dos parâmetros dos algoritmos evolucionários: “ajuste de parâmetros” e “controle de parâmetros”. O ajuste de parâmetros é uma abordagem comum, que consiste em encontrar bons valores para os parâmetros antes da execução do algoritmo e, em seguida, executar o algoritmo usando esses valores, que permanecem fixos durante a execução. Já no controle de parâmetros, os valores são alterados durante a execução (Eiben et al., 2007).

Na abordagem do ajuste de parâmetros, é possível utilizar estratégias baseadas em projeto de experimentos (*design of experiments* – DOE) e testes estatísticos (Boyabatli e Sabuncuoglu, 2004; Petrovski, Brownlee e McCall, 2005; Pinho, Montevechi e Marins, 2007; Dao, Abhary e Marian, 2016; Mosayebi e Sodhi, 2020). A utilização de testes estatísticos é considerada uma boa prática, já que possibilita, por exemplo, analisar as diferenças observadas na medida de

desempenho ou investigar os efeitos de dois ou mais parâmetros (Eiben e Smith, 2015).

Petrovski, Brownlee e McCall (2005) utilizaram DOE e uma análise de variância (ANOVA) para ajustar os parâmetros dos AG em um problema de otimização. No DOE, os fatores considerados foram alguns dos parâmetros, cada um com dois níveis. A variável de resposta foi o número de gerações. Inicialmente, após a geração dos experimentos, foi realizada a ANOVA para saber quais fatores eram significativos na variável de resposta. Com os fatores significativos, foi construída uma superfície de resposta. A partir dessa função, foram encontrados os valores ótimos para os parâmetros dos AG. Pinho, Montevechi e Marins (2007) utilizaram uma abordagem parecida com a do estudo anterior, porém, o valor ótimo da função objetivo foi considerado como a variável de resposta. Os autores utilizaram o software Minitab para realizar os testes estatísticos. Dao, Abhary e Marian (2016) utilizaram o projeto de experimentos de Taguchi para ajustar os parâmetros dos AG do MATLAB (MathWorks, 2020). Os fatores foram alguns dos parâmetros, com diferentes níveis, e a variável de resposta foi o valor ótimo da função objetivo. O procedimento consistiu em gerar os experimentos, realizar a ANOVA para identificar os fatores que são significativos e, através de gráficos de efeitos principais, selecionar os valores dos fatores. O Minitab também foi utilizado para realizar a ANOVA. Através de exemplos, os autores comprovaram a eficiência do procedimento para maximizar o desempenho dos AG.

Conforme as exposições anteriores, é possível afirmar que é adequado utilizar DOE e testes estatísticos no ajuste de parâmetros dos AG. A seguir, é apresentada uma abordagem de ajuste através de projetos de experimentos e testes estatísticos, baseada na metodologia de Dao, Abhary e Marian (2016). O procedimento é prático e aplicável em estudos sobre otimização de vigas de concreto armado. Ressalta-se que o propósito não é apresentar uma nova abordagem, mas expor, de forma sistemática, um procedimento baseado no estudo citado. Os passos são os seguintes:

1. Selecionar os parâmetros dos AG que serão os fatores do DOE, e definir os níveis para cada fator. Um exemplo é apresentado na Tabela 2. Os fatores serão o tamanho da população (P), a taxa de cruzamento (C) e de mutação (M). Cada fator terá dois níveis, sendo P1, P2, C1, C2, M1 e M2 os valores dos parâmetros dos AG que serão avaliados.

Parâmetros dos AG (Fator)	Níveis	
População (P)	P1	P2
Taxa de cruzamento (C)	C1	C2
Taxa de mutação (M)	M1	M2

Tabela 2: Fatores e níveis do DOE no ajuste dos parâmetros dos AG.

2. Construir a matriz de planejamento com cada experimento. Pode-se utilizar o DOE fatorial completo (Pinho, Montevechi e Marins, 2007; Correia, 2020), fracionado (Petrovski, Brownlee e McCall, 2005) ou outro tipo de projeto de experimentos (Dao, Abhary e Marian, 2016). Na Tabela 3 são apresentados os experimentos do exemplo anterior. Foi utilizado o DOE fatorial completo. Os níveis de cada fator são combinados em cada experimento. Assim, no experimento 1, o tamanho da população será igual a P1, a taxa de cruzamento igual a C1, e de mutação igual a M1.

Experimento	Factores		
	P	C	M
1	P1	C1	M1
2	P2	C1	M1
3	P1	C2	M1
4	P2	C2	M1
5	P1	C1	M2
6	P2	C1	M2
7	P1	C2	M2
8	P2	C2	M2

Tabela 3: Experimentos do DOE no ajuste dos parâmetros dos AG.

- Para cada experimento, executar a otimização e registrar a variável de resposta. Essa variável deve ser uma medida de desempenho do algoritmo, que pode ser a qualidade da solução ou o esforço computacional (Pais et al., 2014). Um exemplo é o valor da função objetivo obtida na otimização. Cada experimento pode ser executado várias vezes e a variável de resposta será o valor médio, como mostrado na Tabela 4 para o exemplo anterior.

Experimento	Execução 1	...	Execução N	Média
1	V11	...	V1N	V1
...
8	V81	...	V8N	V8

Tabela 4: Variável de resposta dos experimentos no ajuste dos parâmetros dos AG.

- Com os resultados de cada experimento, realizar um teste estatístico para verificar quais fatores e interações são estatisticamente significativos na variável de resposta. A ANOVA pode ser utilizada por ser um procedimento robusto, e mesmo quando algumas das suas hipóteses são violadas, o seu desempenho não é seriamente alterado, porém, se não for possível a sua utilização, pode-se aplicar os testes não paramétricos (Johnson e Bhattacharyya, 2010). A Tabela 5, referente ao exemplo anterior, representa uma típica tabela ANOVA, onde a análise pode ser feita com base no valor- p . Se esse valor for suficientemente pequeno, geralmente menor que 0,05 (Martinez e Cho, 2014), o fator ou a interação é estatisticamente significativo na variável de resposta.

Fonte de variação	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Média dos quadrados	F	Valor- p
P	$p1$
C	$p2$
M	$p3$
P - C	$p4$
P - M	$p5$
C - M	$p6$
Erro	-	-
Total	-	-	-

Tabela 5: Tabela ANOVA no ajuste dos parâmetros dos AG.

Além do teste estatístico, com os resultados dos experimentos, deve-se construir os gráficos de efeitos principais e de interação para observar a influência dos fatores na variável de resposta e selecionar os níveis mais adequados. Nesses gráficos, são representados os valores médios da variável de resposta, agrupados por nível de cada fator. Na Figura 1 são apresentados os gráficos de efeitos principais e de interação para o exemplo anterior. Nos gráficos, quanto maior for a inclinação das linhas, maior será o efeito do fator ou interação entre os fatores na variável de resposta. É pertinente comentar que, tanto no teste estatístico quanto no gráfico de interações, deve ser feita a análise das interações dos parâmetros, já que eles geralmente interagem entre si de forma não linear, de modo que não podem ser otimizados um de cada vez (Mitchell, 1996).

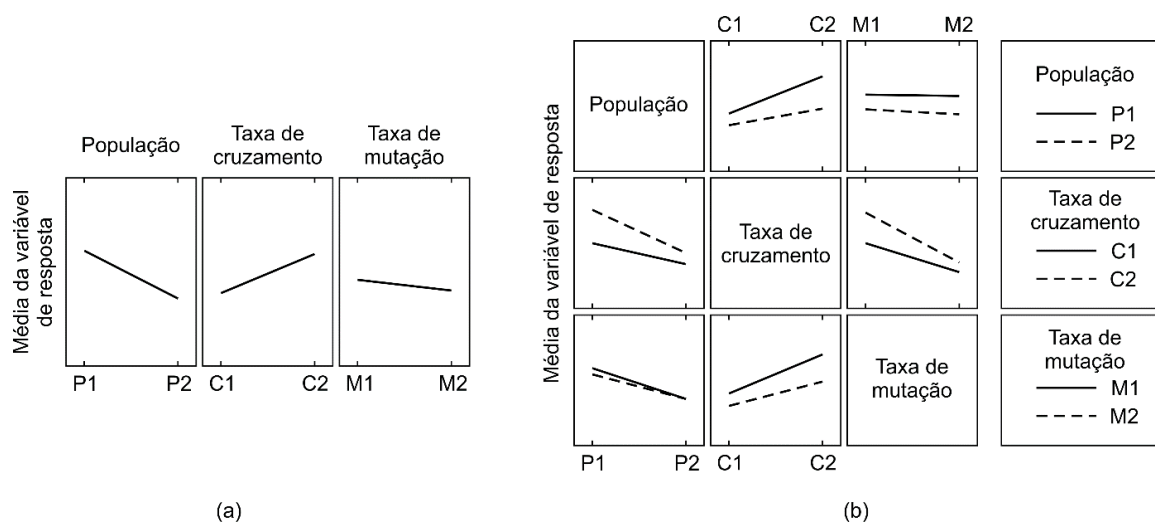


Figura 1: Gráfico de efeitos principais (a) e de interação (b) no ajuste dos parâmetros dos AG.

5. Selecionar os valores dos parâmetros dos AG com base nas análises do passo 4.
6. Verificar se os valores selecionados são, de fato, adequados. Isso pode ser feito através da comparação entre os resultados da otimização com e sem os parâmetros dos AG ajustados. A otimização pode ser executada várias vezes para os dois casos, e os resultados podem ser ilustrados através de um diagrama de caixa (Figura 2). Se os parâmetros ajustados conduzirem aos menores valores da função objetivo (minimização) sem uma variação expressiva, então, possivelmente, estão ajustados.

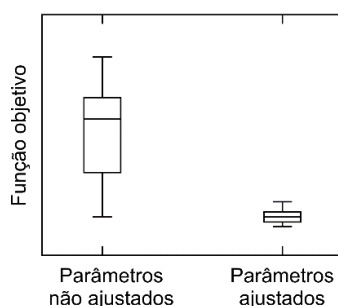


Figura 2: Diagrama de caixa.

A aplicação do procedimento apresentado anteriormente pode ser facilitada com a utilização de softwares como Minitab, MATLAB, Excel, entre outros.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

De acordo com as exposições anteriores, em relação aos parâmetros dos AG na minimização do custo de vigas de concreto armado simplesmente apoiadas, com seção transversal retangular, é possível concluir que:

- Não há uma tendência para os valores do tamanho da população, da taxa de cruzamento e de mutação. Dessa forma, em novas pesquisas, a escolha desses valores não deve ser feita a partir dos valores de outros estudos.
- Esses valores podem ser selecionados através de um ajuste de parâmetros. O ajuste pode ser feito com projetos de experimentos e testes estatísticos.

Para dar continuidade a esta pesquisa, sugere-se investigar os parâmetros dos AG em estudos de otimização de outros elementos de concreto, como vigas contínuas e pilares, por exemplo.

REFERÊNCIAS

- Afzal, M. et al. Reinforced concrete structural design optimization: A critical review. *Journal of Cleaner Production*, v. 260, 120623, 2020.
- Azam, R. et al. Optimization-Based Economical Flexural Design of Singly Reinforced Concrete Beams: A Parametric Study. *Materials*, 15, 3223, 2022.
- Bezerra, L.A. *Emprego de Algoritmos Genéticos para Otimização de Vigas de Concreto Armado*. 2017. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – PPGECAM, Centro Acadêmico do Agreste, Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2017.
- Boyabatli, O.; Sabuncuoglu, I. Parameter Selection in Genetic Algorithms. *Journal of Systemics, Cybernetics and Informatics*, v. 2, n. 4, p. 78-83, 2004. Research Collection Lee Kong Chian School of Business.
- Camp, C.V.; Pezeshk, S.; Hansson, H. Flexural Design of Reinforced Concrete Frames Using a Genetic Algorithm. *Journal of Structural Engineering*, v. 129, n. 1, p. 105-115, 2003.
- Correia, R.S. *Avaliação da confiabilidade de vigas otimizadas de concreto armado*. 2020. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – PPGECAM, Centro Acadêmico do Agreste, Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2020.
- Correia, R.S.; Bono, G.F.F., Bono, G. Optimization of reinforced concrete beams using Solver tool. *IBRACON Structures and Materials Journal*, v. 12, n. 4, p. 910-931, 2019.
- Correia, R.S.; Bono, G.F.F., Paliga, C.M. Evaluation of the reliability of optimized reinforced concrete beams. *IBRACON Structures and Materials Journal*, v. 15, n. 4, e15409, 2022.
- Dao, S.D., Abhary, K., Marian, R. Maximising performance of genetic algorithm solver in Matlab. *Engineering Letters*, v. 24, n. 1, p. 75–83, 2016.
- Eiben, A.E.; Smith, J.E. *Introduction to Evolutionary Computing*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2015.
- Eiben, A.E. et al. *Parameter Control in Evolutionary Algorithms*. Fernando G. Lobo, Cláudio F. Lima e Zbigniew Michalewicz. Parameter Setting in Evolutionary Algorithms, 54 (54), Springer Verlag, p. 19-46, 2007, Studies in Computational Intelligence, 978-3-540-69431-1. 10.1007/978-3-540-69432-8. inria-0014054.
- Frontline Solvers. *Use Genetic Algorithms Easily for Optimization in Excel: Evolutionary Solver Works with Existing Solver Models, Handles Any Excel Formula, Finds Global Solutions*. Disponível em <https://www.solver.com/genetic-algorithms-excel?utm_source=Google&utm_medium=PPC&utm_campaign=Tier1ExcelSolver&utm_term=excel%20solver&gclid=CjwKCAjwpKyYBhB7EiwAU2Hn2VMetC5r0468h18_IBHlga4-RUDpxT9aFREXJPzTGyJ2cCYGDFalLxoCh5gQAvD_BwE>. Acesso em

20/06/2022.

- Govindaraj, V.; Ramasamy, J.V. Detailed design of reinforced concrete continuous beams using genetic algorithms. *Computers & Structures*, v. 84, p. 34-48, 2005.
- Ismail, M.A. *Design Optimization of Structural Concrete Beams Using Genetic Algorithms*. 2007. Thesis (Master of Science in Civil Engineering), Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Islamic University of Gaza, 2007.
- Johnson, R.A.; Bhattacharyya, G.K. *Statistics - Principles and Methods*. 6 ed. John Wiley & Sons, 2010.
- Lima, M.L.R. *Otimização topológica e paramétrica de vigas de concreto armado utilizando Algoritmos Genéticos*. Dissertação (Mestrado em Engenharia), Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.
- Martinez, W.L.; Cho, M. *STATISTICS IN MATLAB®: A PRIMER*. CRC Press, 2014.
- Mathworks Inc. *Global Optimization Toolbox User's Guide*. Release 2020a (Versão 4.3), 2020.
- Mei, L.; Wang, Q. Structural Optimization in Civil Engineering: A Literature Review. *Buildings*, v. 11, n. 2, 66, 2021.
- Mitchell, M. *An Introduction to Genetic Algorithms*. Cambridge: MIT Press, 1996.
- Mosayebi, M.; Sodhi, M. *Tuning genetic algorithm parameters using design of experiments*. In: Proceedings of the 2020 Genetic and Evolutionary Computation Conference Companion (GECCO '20), 2020.
- Oliveira, L.F. *Otimização multinível de vigas de concreto armado via Algoritmos Genéticos*. 2014. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – PEC, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2014.
- Pais, M.S. et al. Factorial design analysis applied to the performance of parallel evolutionary algorithms. *Journal of the Brazilian Computer Society*, 20, 6, 2014.
- Petrovski, A.; Brownlee, A.; McCall, J. *Statistical optimisation and tuning of GA factors*. In: 2005 IEEE Congress on Evolutionary Computation, 2005, p. 758-764 v. 1.
- Pierott, R. et al. A mathematical optimisation model for the design and detailing of reinforced concrete beams. *Engineering Structures*, v. 245, 112861, 2021.
- Pinho, A.F.; Montevechi, J.A.B; Marins, F.A.S. Análise da aplicação de projeto de experimentos nos parâmetros dos algoritmos genéticos. *SISTEMAS & GESTÃO*, v. 2, n. 3, p. 314-325, 2007.
- Sivanandam S.N.; Deepa, S.N. *Introduction to Genetic Algorithms*. Springer-Verlag, 2008.
- Yang, X.S.; Bekdaş, G.; Nigdeli. *Metaheuristics and Optimization in Civil Engineering*. Modeling and Optimization in Science and Technologies, Springer, 2006.