

## OPTIMIZACIÓN DE UN AUTOMÓVIL DE COMPETICIÓN INTEGRANDO HERRAMIENTAS DE LA DINÁMICA VEHICULAR CON DATOS EXPERIMENTALES

### OPTIMIZATION OF A RACING CAR BY INTEGRATING VEHICLE DYNAMICS TOOLS WITH EXPERIMENTAL DATA

Facundo Sassaroli<sup>a</sup> y Horacio J. Aguerre<sup>b</sup>

<sup>a</sup>*Escuela de Ingeniería Mecánica, Universidad Nacional de Rosario, Berutti 2109, 2000 Rosario, Argentina, mecanica@fceia.unr.edu.ar, <https://web.fceia.unr.edu.ar/es/>*

<sup>b</sup>*CIMEC UNL-CONICET, Colectora Ruta Nacional 168 s/n, Predio Conicet "Dr Alberto Cassano", 3000 Santa Fe, Argentina, <https://cimec.conicet.gov.ar/>*

**Palabras clave:** Dinámica de sistemas, Automóvil, Bond-Graphs, Optimización, Simulación computacional, Super TC2000.

**Resumen.** El automovilismo abre camino a la promoción de modelos comerciales. Es natural que se busque el mejor desempeño del vehículo en pos de lograr los más altos resultados deportivos, favoreciendo el desarrollo de la industria automotriz. En este trabajo se estudia el modelado dinámico y aerodinámico de un automóvil de competición. Para ello, se generan modelos Bond-Graphs de “medio auto”, aprovechando la programación orientada a objetos como herramienta de simulación numérica, para la validación de propuestas contrastables con datos obtenidos experimentalmente. Así, se optimizan los desplazamientos verticales de las masas suspendidas, o el grip en el parche de contacto (interfaz neumático-suelo) al actuar sobre los espirales de amortiguación; buscando maximizar el grip mecánico y, de forma simultánea, minimizar los movimientos de la carrocería para favorecer las prestaciones aerodinámicas. Debido a que son objetivos contrapuestos, se genera un frente de Pareto buscando óptimos que ponderan de distinta manera a cada objetivo.

**Keywords:** System dynamics, Automobile, Bond-Graphs, Optimization, Computational simulation, Super TC2000.

**Abstract.** Motorsport opens the way for the promotion of commercial models. It is natural to seek the best performance of the vehicle in order to achieve the highest sporting results, favoring the development of the automotive industry. This work studies the dynamic and aerodynamic modeling of a racing car. For this purpose, Bond-Graphs models of “half car” are generated, taking advantage of object-oriented programming as a numerical simulation tool, for the validation of proposals contrastable with experimentally obtained data. Thus, the vertical displacements of the suspended masses, or the grip in the contact patch (tire-ground interface) are optimized by acting on the damping coils; seeking to maximize the mechanical grip and, simultaneously, to minimize the movements of the bodywork to favor the aerodynamic performance. Since these are conflicting objectives, a Pareto front is generated by searching for optimums that weight each objective differently.

## 1. INTRODUCCIÓN

### 1.1. Antecedentes

#### Categoría Súper Turismo Competición 2000

El Súper Turismo Competición 2000 es una categoría de automóviles de turismo siendo, a la fecha, la más sofisticada y con mayor desarrollo tecnológico en América Latina. El campeonato surge en el año 2012 como evolución de, y en forma paralela, al TC2000 que dió inicio en el año 1979.

La importancia de la revolución tecnológica que supuso la aparición del Súper TC2000 radica en el equipamiento de los automóviles, que incorporaban motores con 8 cilindros en V, capaces de entregar 430 HP de potencia a 11.000 RPM. Ésta configuración se mantuvo hasta el año 2019, decidiendo a continuación utilizar motores de 4 cilindros en línea turboalimentados. Otro de los puntos distintivos de la categoría es la incorporación de un sistema de transmisión que reemplaza la clásica palanca de cambios al piso, por dos levas de contacto en el volante, siguiendo la línea de lo implementado en la categoría de Fórmula 1. [Crettaz \(2012\)](#)

### 1.2. Metodología

Mediante la solución a las ecuaciones que definen el modelo puede predecirse su comportamiento y evolución a través del tiempo, a partir del análisis de los resultados obtenidos para sus diferentes variables.

Sin embargo, estos modelos de sistemas dinámicos a menudo están representados por ecuaciones diferenciales. Para estas ecuaciones no siempre se conoce una solución analítica, y en caso de hallarse solución mediante esta vía, es acotado el número de variables que pueden resolverse, por lo tanto, la complejidad del modelo a implementar.

Cuando se analiza la dinámica de sistemas físicos multicuerpos, es imprescindible el manejo de herramientas de simulación numérica que permitan soluciones aproximadas. Es mejor tener una solución numéricamente aproximada, a esperar hallar una solución exacta mediante un camino analítico, a veces inviable para la envergadura de ciertos modelos. Por otro lado, tener un control preciso y cuantificable de la calidad de la aproximación de la solución, permite que los resultados sean confiables; máxime cuando el modelo y la solución propuesta están suficientemente desarrollados para contrastar con la realidad y obtener la validación correspondiente.

### 1.3. Herramientas utilizadas

Se aborda mediante la técnica de *Bond-Graphs*, en adelante BG, el modelado de sistemas multicuerpos que, en su conjunto, representarán el esquema dinámico de un automóvil de competición de la categoría Súper Turismo Competición 2000, en adelante STC2000.

El modelo en cuestión se resuelve numéricamente con el software 20Sim y es contrastado y validado con datos de adquisición.

Se generan estrategias de optimización, abordando la propuesta y replanteo de elementos como los espirales de amortiguación, para optimizar los desplazamientos verticales y el *grip* en el parche de contacto, en adelante PC.

## 2. MODELO COMPUTACIONAL

### Modelo dinámico de medio auto

Este modelo representa la mitad del vehículo. Tomando como guía su eje longitudinal, permite modelar independientemente los ejes delantero y trasero, considerando además, la rotación de la masa suspendida (en adelante MS) alrededor de su centro de gravedad (CG). Gráficamente puede verse en la figura 1.

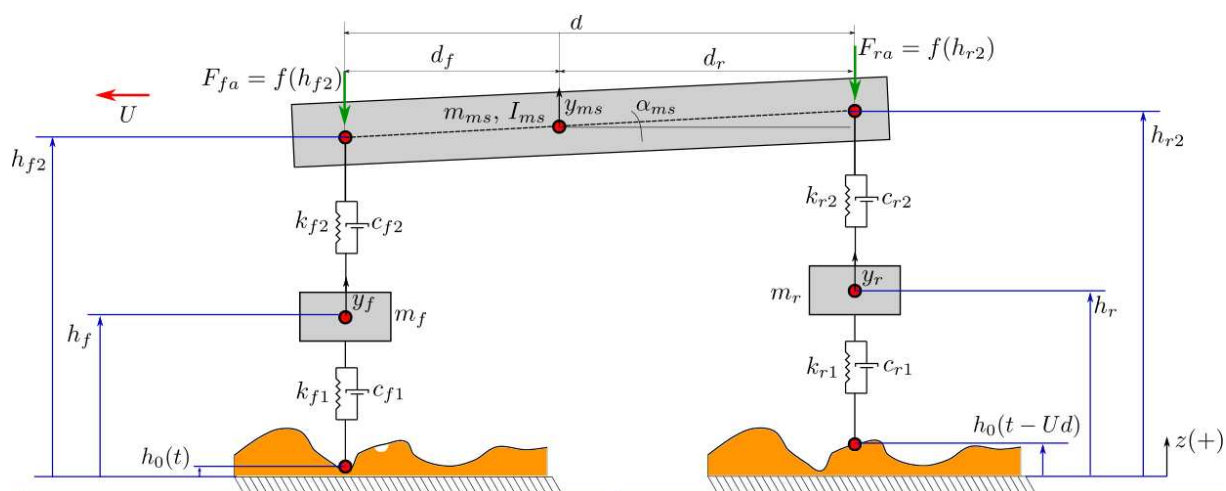


Figura 1: Modelo de medio auto

Los aspectos diferenciadores del modelo de medio auto simulado, respecto a los modelos de medio auto “estándar”, son aquellos concernientes a:

- Incorporación de amortiguación no lineal, a través de tablas de amortiguadores progresivos.
- Incorporación de espirales de amortiguación no lineales, mediante el complemento por topes de goma, o *bumpstops*.
- Incorporación de los efectos de la anti-geometría.
- Adquisición de datos, información fundamental obtenida por medición del comportamiento del automóvil en pista, incluyendo la **entrada de datos de**:
  - Medición del perfil del terreno.
  - Medición de la carga aerodinámica diferenciada en los ejes delanteros y traseros.
  - Medición de la velocidad del automóvil.
  - Medición del tiempo transcurrido.
- Otras mediciones, como esfuerzo en la amortiguación, utilizada para validar el modelo por contraste de resultados simulados vs. valores medidos.

El modelo final BG utilizado e implementado en 20Sim es el mostrado en la figura 2.

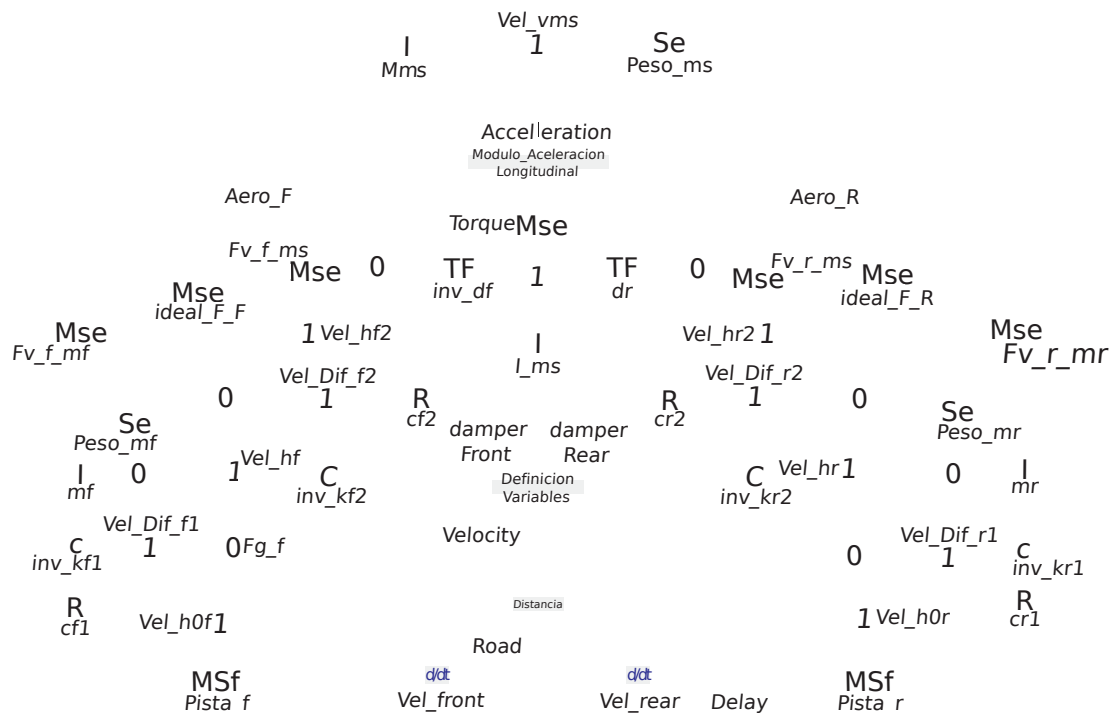


Figura 2: Modelo BG final de medio auto

### 3. OPTIMIZACIÓN

#### 3.1. Objetivos contrapuestos: Frente de Pareto

Plantear el objetivo individual de la maximización del grip en el PC no es un concepto erróneo en sí mismo, pero la optimización de un único objetivo presenta inherentemente un sesgo respecto de una visión mas global del comportamiento del vehículo. Si se plantea la optimización para el objetivo del grip en el PC, tomando como variables las rigideces de los espirales de amortiguación delantera y trasera, los valores obtenidos puede que estén afectando negativamente otras áreas del vehículo, a costa de lograr el grip óptimo.

Surge así la propuesta de abordar un problema de optimización multiobjetivos. En este sentido, es útil el concepto de **eficiencia de Pareto**, también conocido como **óptimo de Pareto**, el cual tiene aplicaciones múltiples en toma de decisiones en entornos de optimización con objetivos múltiples, como el análisis de costo-beneficio.

Desde este punto de vista, el concepto se utiliza a fin de analizar las posibles opciones óptimas de un individuo, dada una variedad de objetivos o deseos, y uno o varios criterios de evaluación. Dado un “universo” de alternativas, se busca determinar el conjunto de alternativas que son eficientes de acuerdo con Pareto; es decir, aquellas que satisfacen la condición de “no poder satisfacer mejor uno de esos deseos u objetivos sin empeorar algún otro”. Ese conjunto de alternativas óptimas establece la **Frontera de Pareto**. El estudio de las soluciones en la frontera permite analizar las opciones dentro de los parámetros establecidos, sin tener que analizar la totalidad de posibles soluciones.

No puede señalarse que una solución es mejor que las otras; todas son correctas, y la selección de un punto de operación para el sistema recae en una decisión de compromiso, según sean las necesidades a satisfacer. [Nelly Silva y Negrín Hernández \(2018\)](#)

### 3.2. Planteo matemático y selección de funciones objetivo

Si se optimiza individualmente el grip en el PC, y luego el desplazamiento de la MS, pueden conocerse sus valores óptimos individuales  $Grip^{OPT}$  y  $Despl^{OPT}$ , respectivamente, como funciones de las rigideces de espirales de amortiguación en los ejes delantero y trasero,  $k_{f2}$  y  $k_{r2}$ . Entonces, conocidos estos valores, pueden construirse diferentes funciones objetivos, que minimicen la suma ponderada de los errores relativos porcentuales de antiguas funciones objetivo (el grip en el PC y el desplazamiento de la MS) respecto de su máximo conocido:

$$OBJ_i(k_{f2}, k_{r2}) = (\psi_i \left| \frac{Grip(k_{f2}, k_{r2}) - Grip^{OPT}}{Grip^{OPT}} \right| + \beta_i \left| \frac{Despl(k_{f2}, k_{r2}) - Despl^{OPT}}{Despl^{OPT}} \right|) 100 \quad (1)$$

Así, variando el peso de la ponderación  $\psi_i$  y  $\beta_i$  en la ecuación 1, se generan las diferentes funciones objetivo, cuyos resultados de la optimización construyen el frente de Pareto<sup>1</sup>.

#### Funciones objetivo

Una media o promedio es una medida de tendencia central. Existen distintos tipos de medias, aunque la elemental de todas ellas es el término que se refiere generalmente a la media aritmética, representada en la ecuación 2, donde  $\bar{x}$  es la media,  $N$  el tamaño de la muestra, y  $x_i$  cada elemento de ella.

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (2)$$

Por su parte, la raíz cuadrática media, o RMS, es una medida estadística de la magnitud de una cantidad variable, según se define en la ecuación 3.

$$x_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2} \quad (3)$$

Con estos conceptos se construye parcialmente la función objetivo global. Debe elegirse qué tratamiento darles a las funciones que la componen, es decir, la función para el grip en el PC, y la función para el desplazamiento de la MS. Así, se define a cada una de ellas con las ecuaciones 4 y 5.

$$Grip(k_{f2}, k_{r2}) = -\frac{(\bar{x}_f - x_{RMS:f}) + (\bar{x}_r - x_{RMS:r})}{2} \quad (4)$$

$$Despl(k_{f2}, k_{r2}) = x_{RMS:f} + x_{RMS:r} \quad (5)$$

Donde los subíndices  $f$  y  $r$  hacen referencia a los ejes delantero y trasero, respectivamente; y la media y RMS están calculadas para los valores de grip en el PC o desplazamiento de la MS, según corresponda en cada función.

<sup>1</sup>La velocidad con la que se recorre el circuito es la verdadera variable a optimizar. Si el vehículo se mueve más rápido, termina la vuelta en un tiempo menor y, por lo tanto, tiene mayor competitividad deportiva. La selección del grip en el PC como una de las variables de optimización se basa en el hecho de que un mayor grip implica una mayor capacidad de transferencia de esfuerzos de aceleración y frenado, y consecuentemente mayor velocidad.

### 3.3. Algoritmos genéticos: el método de optimización

Estos algoritmos se inspiran en la mecánica de la selección natural y la genética (supervivencia del más apto), para evolucionar sucesivamente una población inicial de puntos hacia mejores regiones del espacio de búsqueda. La evolución de la población se realiza mediante la aplicación de operadores genéticos probabilísticos de selección, recombinación y mutación. En cada paso, el algoritmo genético selecciona individuos de la población actual aleatoriamente y los utiliza como “padres” para producir los “hijos” de la siguiente generación. Tras varias generaciones sucesivas, la población “evoluciona” hacia una solución óptima. Los algoritmos genéticos requieren conocer solamente el valor de la función objetivo en la población de puntos, y no sus derivadas. Esto último permite abordar una gran variedad de problemas de optimización no tratables mediante métodos basados en gradientes. Valencia (1997) Kuri et al. (2002)

## 4. RESULTADOS Y ANÁLISIS

Al simular el modelo presentado en la figura 2, se plantea una situación de validación, comparando lo mencionado en los puntos a y b siguientes:

- a. Desplazamiento de los amortiguadores en el modelo de medio auto, simulado en 20-Sim, alimentado con los datos de adquisición del software MoTeC (datos de entrada del modelo), por medición en pista de:
  - Carga aerodinámica diferenciada en eje delantero y trasero.
  - Perfil del terreno.
  - Velocidad del automóvil y su aceleración (como post-proceso de la velocidad).
- b. Desplazamiento de los amortiguadores medidos con el software MoTeC en pista.

La figura 3 presenta las **gráficas de comparación entre los resultados de la simulación y la adquisición de desplazamientos de los amortiguadores**. Las simulaciones se efectuaron con un paso de integración de 0.001 s, equivalente al paso de tiempo con el que se discretiza la adquisición de datos.

Allí mismo se realiza un acercamiento, acotando el tiempo mostrado a un intervalo comprendido entre los 50 y 55 segundos.

### 4.1. Optimización

Se optimiza con algoritmo genético la ecuación 1, en los 83 s del tiempo de vuelta, definiendo los parámetros  $\psi_i$  y  $\beta_i$  como:

- $\psi_i = \frac{i}{n}$
- $\beta_i = 1 - \psi_i$

Siendo  $i = 0, 1, 2, \dots, n$ , con  $n = 20$ . Quedan así definidas las distintas combinaciones para las funciones objetivo  $OBJ_i$ , a partir del peso de la ponderación determinado por  $\psi_i$  y  $\beta_i$ .

Por otro lado, se limita el espacio de búsqueda entre dos límites de rigideces posibles: uno inferior y otro superior. Los mismos se fijan como sigue:

- Límite de rigidez posible inferior:  $100 \left[ \frac{lb_f}{in^2} \right]$
- Límite de rigidez posible superior:  $10000 \left[ \frac{lb_f}{in^2} \right]$

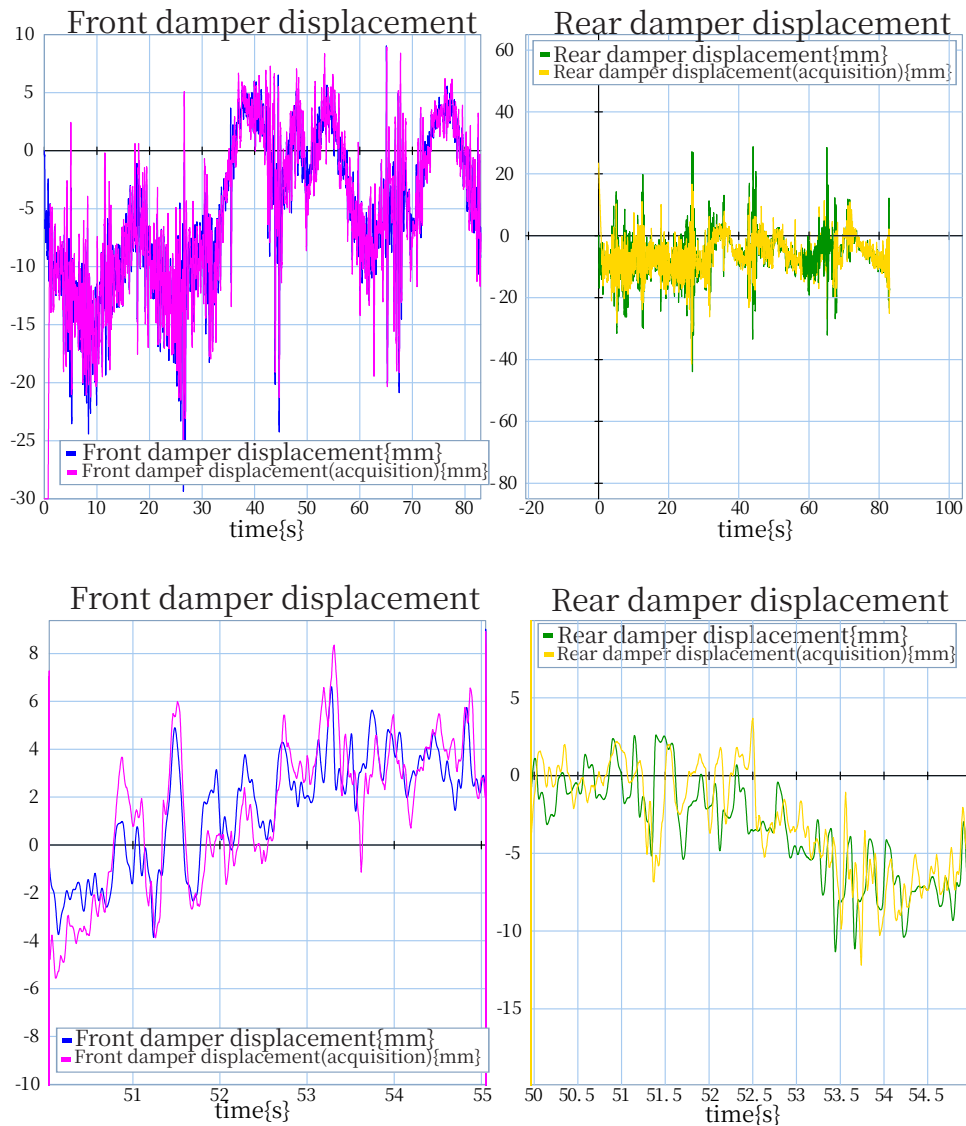


Figura 3: Desplazamientos de los amortiguadores - Resultados del modelo vs adquisición

#### 4.2. Resultados

La figura 4 muestra los resultados de la optimización de manera gráfica. Como muchos datos se acumulan en el sector superior izquierdo de la curva, en la figura 5 se hace un acercamiento de esta zona.

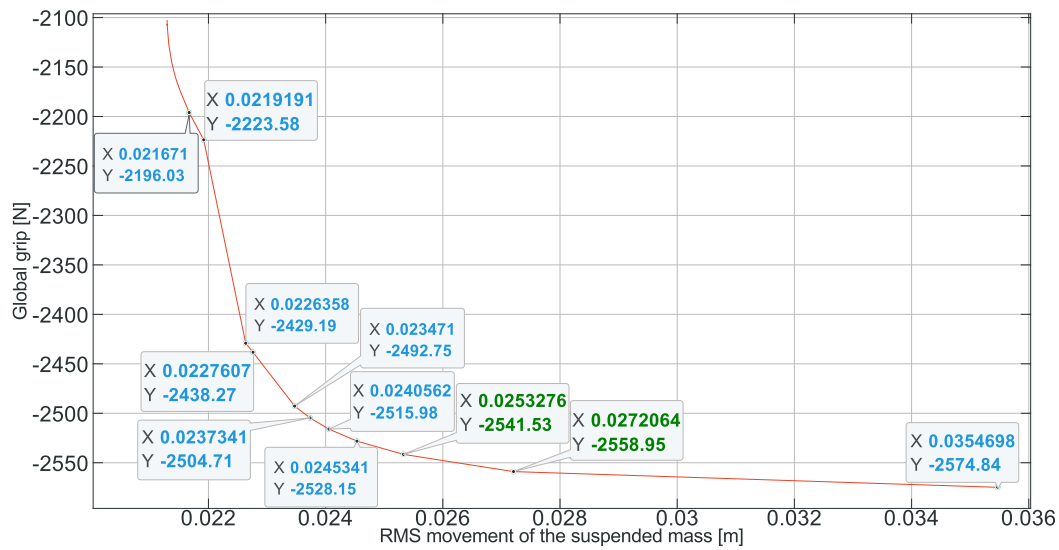


Figura 4: Curva de optimización Grip vs RMS

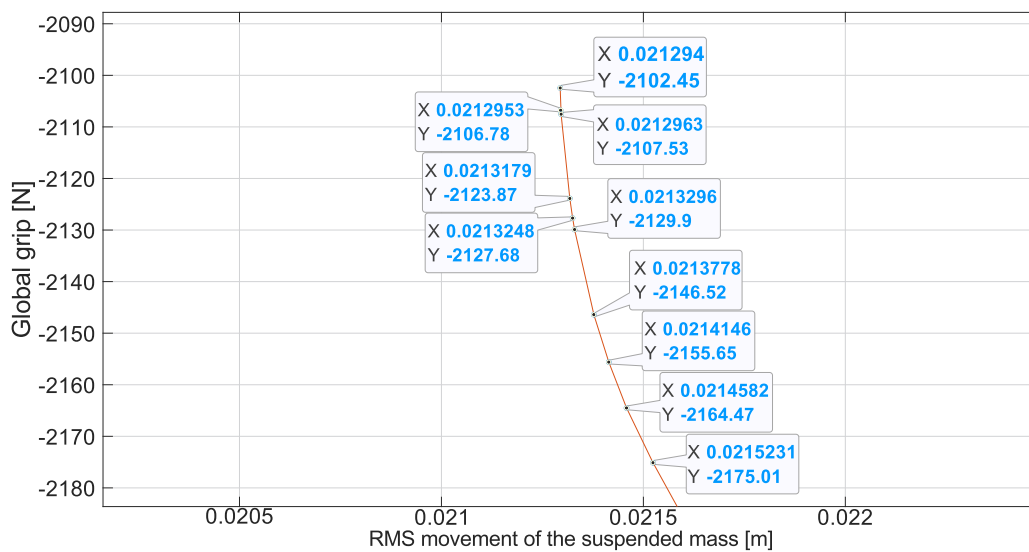


Figura 5: Acercamiento a la curva de optimización Grip vs RMS

Por su parte, la figura 6 muestra los pares ordenados de valores de rigideces con las que se obtuvieron los respectivos valores de grip en el PC y RMS del movimiento de la MS.



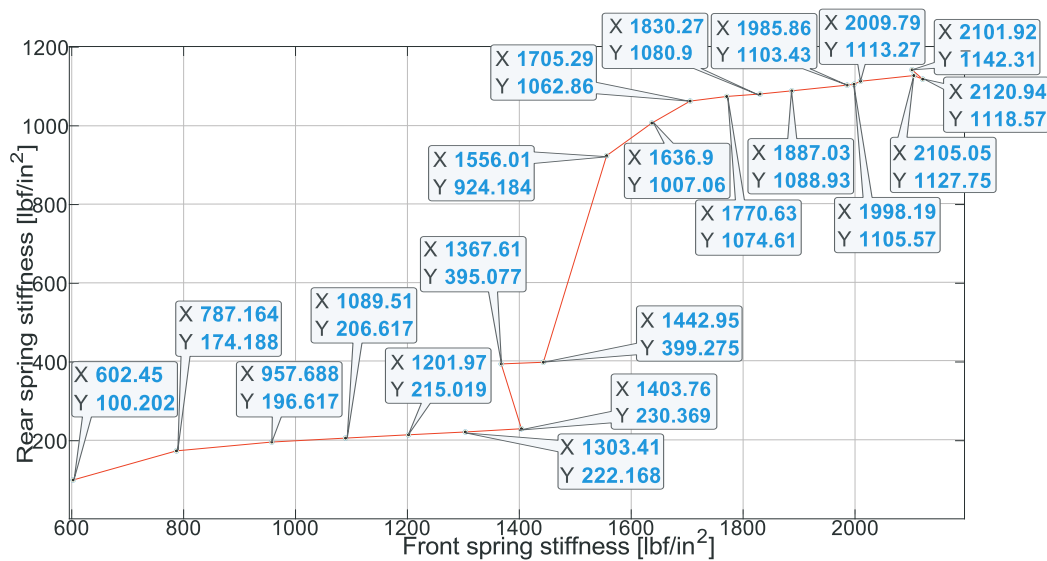


Figura 6: Curva de rigideces de los espirales

#### 4.2.1. Análisis de resultados de optimización

Si no se opta por ninguno de los casos extremos (optimizar sólo grip en el PC, o RMS del movimiento de la MS), debe adoptarse una solución de compromiso. Si lo que se busca es que dicha solución priorice el RMS del movimiento de la MS, la figura 5 deja ver que pueden lograrse mejoras sustanciales en el grip en el PC, manteniendo un RMS del movimiento de la MS cercano al óptimo. Para estos casos, debería optarse por una solución que se encuentre en esta zona de la curva.

Si, por el contrario, se busca que la solución de compromiso priorice el grip en el PC, un análisis de la figura 4 muestra que pueden obtenerse valores de grip en el PC cercanos al óptimo optando por las soluciones  $(-2541.53; 0.0253276)$  o  $(-2558.95; 0.0272064)$ , correspondiéndose con los valores de “i” 18 y 19, respectivamente. Estos puntos se encuentran en la zona central de la curva, sin llevar el RMS del movimiento de la MS a su “peor” valor, hallado en el extremo inferior derecho de la misma.

Otros análisis de la figura 4 indican que las soluciones más conservadoras se encuentran en el sector inferior izquierdo de la curva, remarcando el hecho de que para obtener el grip en el PC óptimo, o el RMS del movimiento de la MS óptimo, debe superarse una brecha de valores (hacia arriba y a la izquierda para el RMS del movimiento de la MS, y hacia abajo y a la derecha para el grip en el PC) que perjudican de manera más marcada al objetivo contrapuesto al optimizado individualmente.

Finalmente, un análisis de la figura 6, revela que valores de rigideces “altos” se corresponden con mayores ponderaciones al RMS del movimiento de la MS durante la optimización (valores de “i” próximos al límite inferior); mientras que los valores de rigideces “bajos” se corresponden con ponderaciones mayores hacia el grip en el PC durante la optimización (valores de “i” próximos al límite superior). Por otro lado, si bien los máximos valores de rigideces obtenidos están a menos de la mitad del límite superior fijado para la rigidez ( $10000 \frac{lbf}{in^2}$ ), los mínimos valores obtenidos son prácticamente idénticos al límite inferior de  $100 \frac{lbf}{in^2}$ . Es probable que reduciendo este valor puedan lograrse resultados de grip en el PC aún mejores; sin embargo, en la

práctica difícilmente se implementen espirales con valores tan bajos, debido al impacto negativo sobre la carga aerodinámica.

#### 4.2.2. Grado de mejora obtenido

Los valores calculados con los parámetros correspondientes a la configuración original del automóvil son los siguientes:

- **Grip en el PC:** -2448.28 [N]
- **RMS del movimiento de la MS:** 0.0241498 [m]

El grado de “mejora” respecto de la configuración base es de un 12 % para la RMS del movimiento de la MS cuando se optimiza sólo esta variable ( $i = 0$ ), y de 5 % para el grip en el PC, cuando se optimiza sólo la misma ( $i = 20$ ). Sin embargo, optimizar sólo RMS del movimiento de la MS implica una pérdida de 14 % de grip en el PC y, por otro lado, optimizar sólo grip en el PC implica un aumento del RMS del movimiento de la MS (situación desfavorable) de 47 %.

### 5. CONCLUSIONES

El análisis de los resultados indica que el camino para la mejora del grip en el PC lleva a una disminución continua de la rigidez de los espirales. Es por ello que sería provechoso incorporar un límite inferior para acotar el espectro de trabajo, debido que valores de rigidez inferiores a los  $100 \frac{lb_f}{in^2}$  difícilmente tengan una aplicación real en el automovilismo de competición. De hecho, en la práctica, no suelen usarse valores inferiores a los  $200 \frac{lb_f}{in^2}$  (para las relaciones de movimiento de suspensión usuales) debido a la influencia negativa que tendría sobre el comportamiento del automóvil en relación a la fuerza aerodinámica.

Las situaciones límites de optimización “sólo grip” o “sólo RMS de la MS” presentan escenarios en los que *puede* afectar al objetivo contrapuesto, y el resultado final dependerá de la experiencia del piloto. Por ejemplo: si se optimiza sólo grip se obtiene el mejor escenario de transmisión de esfuerzos de aceleración y frenado; a costa de empeorar el RMS del movimiento de la MS, lo cual afecta cuán reactivo es el automóvil, es decir, la maniobrabilidad. Si un RMS del movimiento de la MS igual a 0.03546985 m (situación de peor maniobrabilidad) representa un escenario en el que el piloto puede controlar el automóvil sin inconvenientes, el resultado será igualmente una mayor velocidad y, consecuentemente, un menor tiempo de vuelta, aún en una situación de “baja maniobrabilidad”, solventada por la capacidad del piloto. Esto mismo es válido para el análisis del caso inverso (optimización de sólo RMS del movimiento de la MS).

No existe realmente una solución que sea mejor que otra. Si bien puede cuantificarse el grado de mejoría del grip, o del RMS del movimiento de la MS, debe evaluarse en conjunto el desempeño del automóvil y del piloto, al que se le ofrecen distintos escenarios de conducción con configuraciones que favorecen uno u otro tipo de respuesta del vehículo.

### REFERENCIAS

- Crettaz J.R. Súper tc 2000. 2012.
- Kuri Á., Galaviz J., et al. *Algoritmos genéticos*. Sirsi) i9789681663834. IPN, 2002.
- Nelly Silva E.C. y Negrín Hernández L.I. Optimización en ingeniería. 2018.
- Valencia P.E. Optimización mediante algoritmos genéticos. En *Anales del Instituto de Ingenieros de Chile*, volumen 109, páginas 83–92. 1997.