

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD GLOBAL Y PROPAGACIÓN DE INCERTIDUMBRE DEL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE AMORTIGUADORES TIPO STOCKBRIDGE

GLOBAL SENSITIVITY ANALYSIS AND UNCERTAINTY PROPAGATION OF THE DYNAMIC BEHAVIOR OF STOCKBRIDGE TYPE DAMPERS

Damián F. Campos^a, Andrés E. Ajas^a, Lucas G. Goytíño^a y Marcelo T. Piovan^b

^a*Departamento de Mecánica Aplicada, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Comahue,
Buenos Aires 1400, 8300 Neuquén, Argentina, damian.campos@fain.uncoma.edu.ar*

^b*Centro de Investigaciones de Mecánica Teórica y Aplicada, Universidad Tecnológica Nacional FRBB
y CONICET. 11 de Abril 461, Bahía Blanca. Argentina, mpiovan@frbb.utn.edu.ar*

Palabras clave: Vibraciones Eólicas, Stockbridge, Sobol', Incertidumbre.

Resumen. Este trabajo tiene como objetivo evaluar la incertidumbre en el comportamiento dinámico de un amortiguador tipo Stockbridge, utilizado para el control de vibraciones eólicas en líneas aéreas de transmisión eléctrica. A tal fin, con el propósito de reducir el costo computacional, se sustituye el modelo de elementos finitos no lineal por un metamodelo Polynomial Chaos Kriging (PCK) construido a partir de un diseño experimental de tamaño limitado. Los parámetros relevantes (geométricos y dinámicos) se asumen como variables aleatorias cuya distribución se deduce mediante el Principio de Máxima Entropía. Finalmente, se lleva a cabo un análisis de sensibilidad global basado en la simulación Monte Carlo para identificar los índices de Sobol para evaluar qué parámetros tienen mayor incidencia en la variabilidad del comportamiento dinámico. En consecuencia, el estudio se convierte en una potente herramienta para el diseño paramétrico de los sistemas amortiguantes de líneas eléctricas.

Keywords: Aeolian Vibrations, Stockbridge, Sobol', Uncertainty.

Abstract. This work aims to evaluate the uncertainty in the dynamic behavior of a Stockbridge damper used for wind vibration control in overhead power transmission lines. For this purpose, to reduce the computational cost, the nonlinear finite element model is replaced by a Polynomial Chaos Kriging (PCK) metamodel built from an experimental design of limited size. The relevant parameters (geometrical and dynamic) are assumed to be random variables whose distribution is deduced employing the Maximum Entropy Principle. Finally, a global sensitivity analysis based on Monte Carlo simulation is carried out to identify Sobol indices to assess which parameters significantly impact the dynamic behavior's variability. Consequently, the study becomes a powerful tool for the parametric design of power line damping systems.

1. INTRODUCCIÓN

Durante el funcionamiento de las líneas de transmisión eléctrica, los conductores e hilos de guardia están sujetos a diversos tipos de vibraciones mecánicas, tales como galloping, eólicas, y en el caso de haces de conductores, se incluyen las oscilaciones de subvano. Debido al carácter estocástico de la velocidad del viento, se originan fenómenos aleatorios que hacen difícil su evaluación. Fundamentalmente, producen efectos dinámicos nocivos y daños a las líneas.

Las de mayor criticidad son las denominadas vibraciones eólicas, y son generadas por los denominados vórtices de Von Karman, cuyo desprendimiento inducen las vibraciones señaladas, que se manifiestan en el rango de 3 a 100 Hz (Cosmai et al., 2017). Este fenómeno es uno de los problemas más relevantes en las líneas de transmisión, ya que representa la mayor causa de fallas por fatiga en los hilos de los cables o de accesorios de soporte, uso y protección. Generalmente, las mismas se producen en correspondencia con las grapas de suspensión o en las grapas de sujeción de los amortiguadores, dado que en efecto estas zonas se constituyen en un pseudo empotramiento que restringe el movimiento libre del cable generando elevadas tensiones normales por flexión alternativa.

Con el fin de atenuar estos efectos nocivos y prevenir probables fallos, es necesario reducir dentro de límites tolerables las vibraciones y sollicitaciones dinámicas, lo cual se consigue aumentando el amortiguamiento del sistema. Esto puede lograrse de dos formas: la primera, más costosa, consiste en reducir la tensión mecánica del conductor para aumentar su amortiguamiento interno, con el consiguiente aumento de la flecha y elevación del costo de los soportes. La otra, generalmente más económica, es dotar a la línea de absorbedores de energía o amortiguadores.

Los amortiguadores tipo Stockbridge (Stockbridge, 1925), introducidos en la década de 1920, son los más utilizados en el control de vibraciones eólicas en líneas aéreas de transmisión eléctrica. Este absorbedor dinámico comprende un cable portador con una masa en cada extremo y una grapa atornillada que puede fijarse a un conductor o un hilo de guardia, con el propósito de complementar la energía disipada por el cable relacionada con su autoamortiguamiento

La máxima respuesta de este tipo de absorbedores está asociada con las frecuencias de sus distintos modos de oscilación. Las masas se diseñan de tal forma de obtener momentos de inercia y ubicación de su centro de gravedad tales que, con la vibración de la grapa, se exciten sus diversos modos característicos de flexión y torsión. En la bibliografía específica se pueden encontrar formulaciones basadas en el modelo de viga de Euler-Bernoulli que tienen como objetivo alcanzar modelaciones más realistas de las propiedades modales del amortiguador (Wang et al., 2021).

El presente trabajo parte de un modelo de elementos finitos (MEF) no lineal bidimensional que contempla la no linealidad intrínseca del cable mensajero. Con el fin de estudiar la naturaleza estocástica de los parámetros del fenómeno que explican la no linealidad del modelo, se aplicaron técnicas de inversión Bayesiana para estimar los parámetros no medibles directamente, como la rigidez y los momentos a flexión de cada uno de los hilos que conforman el cable. El proceso descrito suele requerir un gran número de iteraciones del modelo determinístico para diferentes valores de los parámetros de entrada. Con el objetivo de disminuir el costo computacional asociado a este proceso se consideró necesaria la implementación de un metamodelo del tipo Polynomial Chaos Kriging (PCK) para sustituir el MEF. Utilizando esta metodología fue posible calibrar el modelo a partir de los datos experimentales en un trabajo previo (Campos et al., 2023).

El análisis de sensibilidad global se ha consolidado en el último tiempo como un potente método para determinar la importancia de los parámetros de entrada aleatorios que determinan la incertidumbre de las predicciones de salida de los modelos. El cálculo de los denominados índices de Sobol se basa en la simulación Monte Carlo, que no es asequible cuando se utilizan modelos costosos desde el punto de vista computacional, como ocurre en la mayoría de las aplicaciones de ingeniería y ciencias aplicadas. En particular, los metamodelos PCK han recibido una enorme atención en los últimos años, ya que permiten sustituir el modelo original por un sustituto construido a partir de un diseño experimental de tamaño limitado. A continuación, se presenta como el metamodelo puede utilizarse para calcular los índices de sensibilidad en un tiempo de cómputo razonable.

2. METODOLOGÍA

2.1. Descripción del Metamodelo

La rigidez flexional (EI) de los cables mensajeros es un parámetro importante en el estudio de la respuesta dinámica de los amortiguadores. Se han desarrollado diversos modelos que contemplan la variación no lineal de este parámetro con respecto a la curvatura (κ), los cuales se basan en un modelo del tipo *stick-slip* (Papailiou, 1997). La rigidez flexional varía entre dos valores: uno conocido como EI_{min} donde se produce un deslizamiento total entre los hilos y se contempla únicamente la resistencia a la flexión de los hilos respecto a su propio eje neutro, y el EI_{max} donde todos los hilos se adhieren como un cuerpo sólido.

El momento a la flexión puede aproximarse mediante la Ecuación (1), donde la rigidez a la flexión depende de la zona del régimen *stick-slip*, según se indica en las ecuaciones (2) y (3).

$$M \approx EI\kappa \quad (1)$$

$$EI_{m\acute{a}x} = EI_{m\acute{i}n} + EI_{stick} \quad (2)$$

$$EI = EI_{m\acute{i}n} + EI_{slip} = fnc(\kappa) \quad (3)$$

A partir de estas consideraciones, el comportamiento dinámico del amortiguador se analiza mediante un modelo de elementos finitos no lineal implementado en el software CodeAster (CodeAster, 1989–2017). El modelo emplea como método de resolución el esquema Newmark-beta para la integración directa en el tiempo (Newmark, 1959). La rigidez a la flexión de cada elemento en un tiempo dado depende de la curvatura como fue definido precedentemente. Bajo una carga cíclica, se observa un comportamiento histerético, responsable de la disipación de energía del sistema.

Con el objetivo de modelar el cable mensajero del amortiguador, se superponen diversos niveles de vigas en cada subdivisión de la malla. La primera viga tiene un comportamiento elástico, mientras que las siguientes tienen un comportamiento elastoplástico ideal. El modelo probabilístico se construye a partir de la formulación del MEF determinístico, considerando como variables aleatorias los parámetros que pueden variar debido a la incertidumbre en el comportamiento del sistema. En este caso, las variables estocásticas del modelo son la rigidez a la flexión de las capas externas (μ) y el núcleo del cable mensajero (δ) y los momentos límites de las capas superiores del mismo (λ). Asimismo, la excentricidad de la masa (ϵ) es también considerada de naturaleza estocástica.

Para derivar las funciones de densidad de probabilidad de las variables aleatorias, se propone el Principio de Máxima Entropía de la siguiente forma:

$$p_V^{(opt)} = \arg \max_{p_V \in \mathfrak{P}} S(p_V) \quad (4)$$

Donde $p_V^{(opt)}$ es la función de densidad de probabilidad óptima tal que $S(p_V^{(opt)}) \geq S(p_V), \forall p_V \in \mathfrak{P}$, y S es la medida de la entropía donde \mathfrak{P} es un conjunto de funciones de densidad de probabilidad admisibles que satisfacen los datos conocidos de las variables aleatorias y las físicas. La medida de la entropía S se define, según [Shannon \(1948\)](#), como:

$$S(p_V) = - \int_{\mathfrak{S}} p_V \ln(p_V) dv \quad (5)$$

Donde \mathfrak{S} es el soporte de las distribuciones de probabilidad de las variables aleatorias que se tiene en cuenta en el procedimiento de optimización.

El proceso descripto suele requerir un gran número de iteraciones del modelo determinístico para diferentes valores de los parámetros de entrada. Con el objetivo de disminuir el costo computacional asociado a este proceso se consideró necesaria la implementación de un metamodelo para evaluar el comportamiento dinámico del amortiguador. En la literatura de referencia, existe una gran variedad de metamodelos, tales como las superficies de respuesta, los modelos Kriging, las funciones de base radial o las redes neuronales ([Kianifar y Campean, 2020](#)). En particular, los modelos Kriging han alcanzado una gran popularidad en los últimos años gracias a su gran flexibilidad para aproximar respuestas con alto grado de no linealidad proporcionando información estadística del error cometido en la predicción ([Tong et al., 2019](#)).

La característica de Kriging es interpolar las variaciones locales de la salida del modelo computacional en función de los puntos de diseño experimentales vecinos. En cambio, las expansiones polinómicas del caos (PCE) se utilizan para aproximar el comportamiento global de \mathcal{M} utilizando un conjunto de polinomios ortogonales ([Schobi et al., 2015](#)).

Combinando las dos técnicas se pretende capturar el comportamiento global del modelo computacional con el conjunto de polinomios ortogonales en la tendencia de un modelo universal de Kriging y la variabilidad local con el proceso gaussiano (σ^2). Este enfoque denominado Polynomial-Chaos-Kriging (PCK) combina estas dos técnicas distintas de metamodelación y sus características, y puede ser expresado en notación polinomial de la siguiente forma:

$$\mathcal{M} \approx \mathcal{M}^{(PCK)}(x) = \sum_{\alpha \in FA} a_\alpha \psi_\alpha(x) + \sigma^2 Z(x) \quad (6)$$

Donde $\sum_{\alpha \in FA} a_\alpha \psi_\alpha(x)$ es una suma ponderada de polinomios ortonormales que describen el valor medio del proceso gaussiano y x es el conjunto de índices de los polinomios. Siendo (x) un proceso gaussiano estacionario de media cero y varianza unitaria, definido por una función de autocorrelación $R(|x - x'|; \phi)$ y parametrizado por un conjunto de hiperparámetros ϕ .

En definitiva, la construcción de un metamodelo PCK consta de dos partes: la determinación del conjunto óptimo de polinomios contenidos en la parte de regresión y la calibración de los hiperparámetros de correlación ϕ , así como de los parámetros de Kriging $\{\sigma^2, a_\alpha\}$. Finalmente, en la metodología adoptada, se contempla la aplicación del método estadístico de Latin Hypercube Sampling (LHS) para realizar un muestreo de las distribuciones posteriores calibradas del modelo con el objetivo de evaluar la propagación de incertidumbre ([Dutta y Gandomi, 2020](#)).

2.2. Análisis de Sensibilidad

En la literatura existen diversos métodos de análisis de sensibilidad global clasificados según el grado de complejidad creciente (Saltelli et al., 2008). Dado que el estudio tiene por objeto realizar una evaluación de la importancia de los parámetros de entrada en relación con los resultados del modelo, este se focaliza en la importancia que cobra cada una de las variables de entradas que deben ser medidas. De hecho, uno de los métodos más relevantes tanto en matemáticas aplicadas como en estudios de ingeniería es la descomposición de la varianza, que se deriva de la descomposición del modelo de la función de Sobol'. Este permite calcular los índices de Sobol' totales, que representan la proporción de la varianza del resultado explicada por cada parámetro. Los índices de Sobol' de orden superior también identifican las contribuciones debidas a los efectos conjuntos de grupos de parámetros. Por lo expuesto, el método de los índices de Sobol' se seleccionó debido a su robustez, amplia gama de aplicabilidad y su precisión en el estudio de sensibilidad para la mayoría de los modelos (Sudret, 2008)(Reuter y Liebscher, 2008). Este método proporciona una clasificación completa de la importancia global de los parámetros de un modelo, que revela la mecánica del modelo y las interacciones de los parámetros involucrados.

El análisis de sensibilidad global cuantifica cuáles son los parámetros de entrada $\{\Theta_i\}_{i=1}^M$ o dependientes de ellos que son más adecuados para representar la variabilidad de la variable de interés $Y = \mathcal{M}^{(PCK)}(\Theta)$. Esta variabilidad se calcula con la varianza $\text{Var}[Y]$, y el problema se limita a distribuir esta última a cada parámetro de entrada $\{\Theta_1, \dots, \Theta_M\}$. Para ello, se implementa el método de descomposición de la varianza de Sobol' (Sobol, 2001) que establece que cualquier función cuadráticamente integrable \mathcal{M} relativa a una medida de probabilidad asociada a una función de densidad de probabilidad (PDF) $f_{\Theta}(\boldsymbol{\theta}) = \prod_{i=1}^M f_{\Theta_i}(\theta_i)$, puede descomponerse como:

$$\mathcal{M}^{(PCK)}(\boldsymbol{\theta}) = \mathcal{M}_0 + \sum_{i=1}^M \mathcal{M}_i(\theta_i) + \sum_{1 \leq i < j \leq M} \mathcal{M}_{ij}(\theta_i, \theta_j) + \dots + \mathcal{M}_{12\dots M}(\boldsymbol{\theta}) \quad (7)$$

La siguiente notación de conjunto de índices representa la descomposición de Sobol' en la siguiente forma, donde $\boldsymbol{\theta}_u$ es un subvector de $\boldsymbol{\theta}$ que contiene los elementos del conjunto de índices u :

$$\mathbf{u} \stackrel{\text{def}}{=} \{i_1, \dots, i_s\} \subset \{1, \dots, M\} \mathcal{M}^{(PCK)}(\boldsymbol{\theta}) = \mathcal{M}_0 + \sum_{\substack{\mathbf{u} \subset \{1, \dots, M\} \\ \mathbf{u} \neq \emptyset}} \mathcal{M}_u(\boldsymbol{\theta}_u) \quad (8)$$

Los índices de Sobol' S_u se expresan como el cociente entre las varianzas parcial (D_u) y total (D). Así, cada índice representa la contribución relativa de cada grupo de variables a la varianza total. Los índices de primer orden corresponden a variables de entrada únicas ($u = \{i\}$):

$$S_i = \frac{D_i}{D} = \frac{\text{Var}[\mathcal{M}_i(\Theta_i)]}{\text{Var}[Y]} \quad (9)$$

El índice de Sobol' total S_i^T , que cuantifica la influencia total de un parámetro dado Θ_i , incluyendo todas las relaciones con otros parámetros, puede calcularse mediante la suma de los índices de Sobol' de cualquier orden que impliquen Θ_i :

$$S_i^T = \sum_{i \in \mathbf{u}} S_{\mathbf{u}} \quad (10)$$

Los índices totales de Sobol pueden definirse como el cociente de la varianza de la amplitud descrita por cada parámetro de entrada del modelo que contiene no linealidad e interacciones. En cambio, los índices de primer orden aíslan el impacto directo de cada parámetro sin interacciones.

El núcleo de la metodología propuesta se implementa, según el diagrama de flujo dado en la Fig. 1, en el *framework* UQLab para cuantificación de incertidumbre (Marelli y Sudret, 2014).

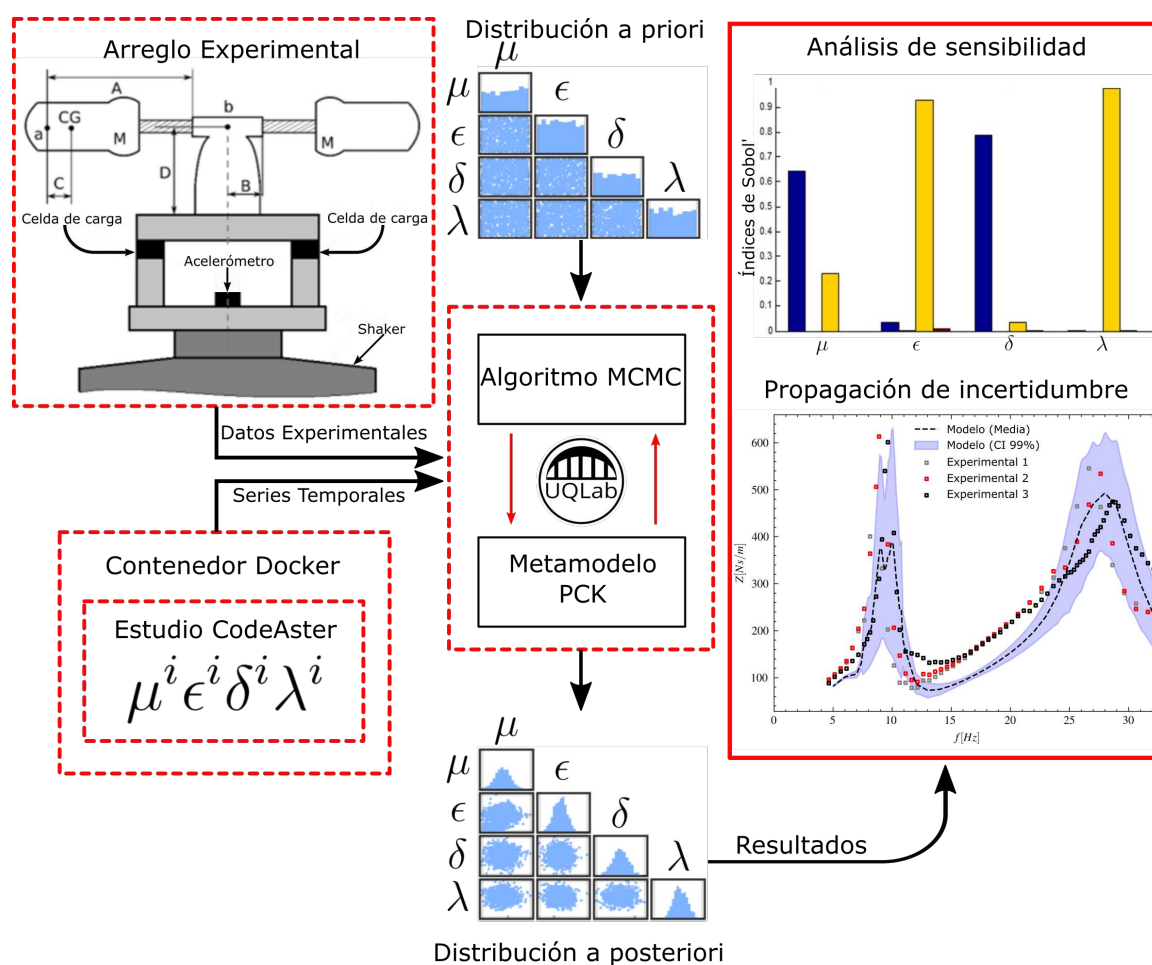


Figura 1: Procedimiento computacional para la calibración del modelo.

3. RESULTADOS

En este apartado se presentan los resultados obtenidos a partir de las simulaciones de Monte Carlo empleando el metamodelo PCK para un amortiguador simétrico. En la Tabla 1 se presentan sus características geométricas y de masas en relación al esquema de la Fig. 1. El modelo fue calibrado a partir de los datos experimentales obtenidos de ensayos realizados según lo especificado en la norma IEC 61897-2020. En la Fig. 2 se presentan las distribuciones posteriores de las variables estocásticas consideradas en el modelo.

Parámetro	A	B	C	D	M
Valor	0.138 m	0.030 m	0.020 m	0.088 m	0.640 kg

Tabla 1: Características del amortiguador simétrico.

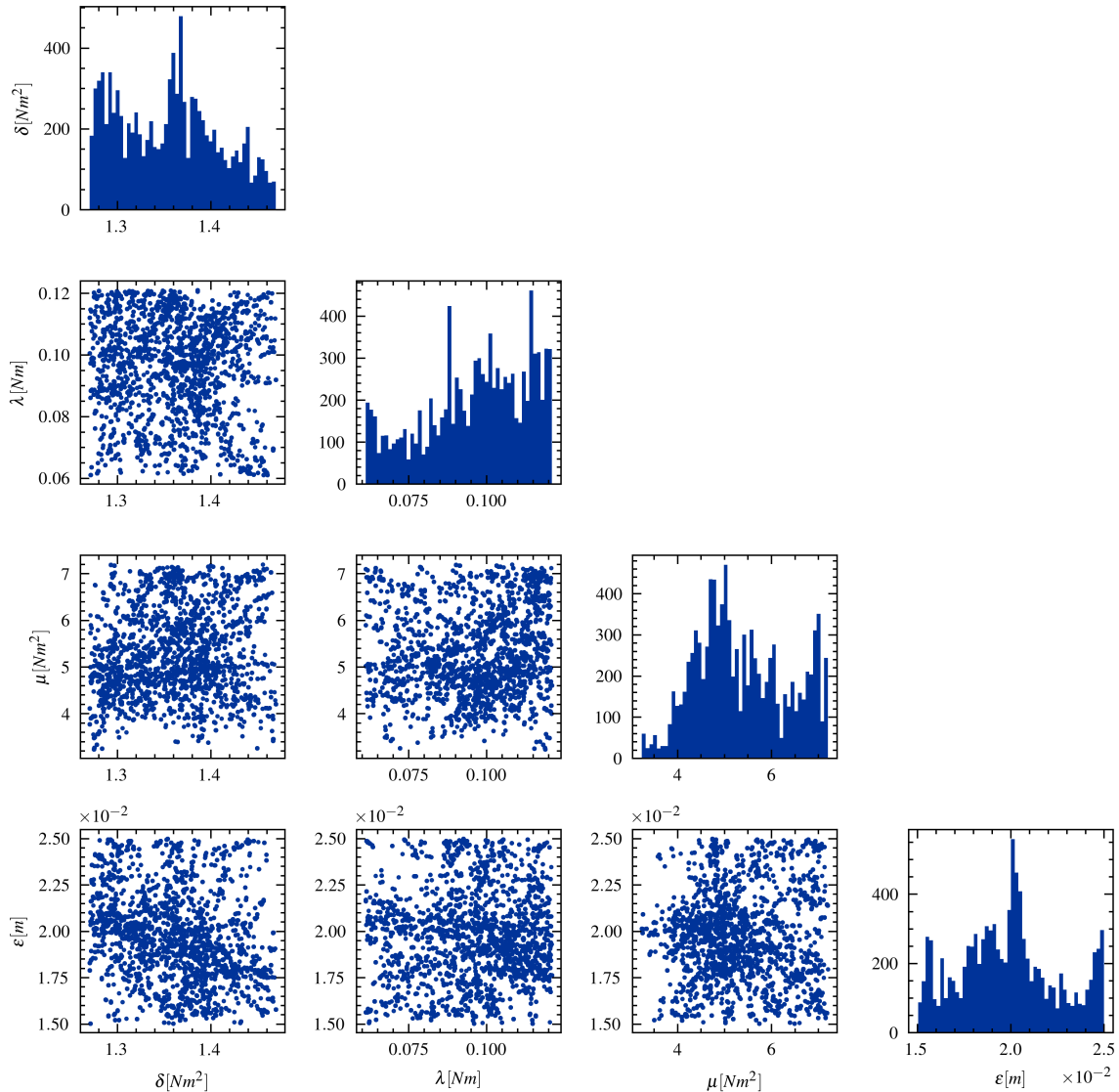


Figura 2: Distribución a posteriori para cada parámetro de interés.

En la Fig. 3 se presenta el análisis de sensibilidad realizado a partir de los índices de Sobol' de primer orden y totales. Este gráfico muestra como varían los índices de Sobol' para cada uno de los parámetros del modelo (δ , λ , μ y ϵ) en relación a las cuatro variables de salida principales del metamodelo PCK (Z_1, Z_2, f_1, f_2). Siendo Z_1 y Z_2 los valores pico de la impedancia mecánica del Stockbridge en correspondencia con sus modos de resonancia (f_1 y f_2).

En primer término se observa que existe una gran diferencia entre los índices de Sobol' totales y los de primer orden para los parámetros δ , λ y μ , lo que representa una gran interacción entre los parámetros cuando se intenta determinar los modos característicos del amortiguador. Si bien el parámetro ϵ (excentricidad) reporta un menor grado de interacción con los otros parámetros, muestra un alto impacto en la contribución individual a la variabilidad de la respuesta

del sistema. En este sentido, se debe resaltar la importancia significativa que tiene el parámetro ϵ con respecto a los otros parámetros en la variabilidad del corrimiento de la frecuencia para el primer y segundo modo de resonancia.

El análisis requirió un total de 786432 evaluaciones del modelo PCK, si se tiene en cuenta que por cada sampleo de Sobol' se evalúa el modelo 6 veces, se concluye que se realizaron 131072 sampleos para obtener los índices de Sobol'.

El estudio de la convergencia se basa en la estimación de los índices de Sobol' de primer orden y total para ejecuciones de simulación progresivamente mayores, con un valor límite de 130.000 muestras. En cuanto al comportamiento de la convergencia, como los índices se utilizan cualitativamente, las discrepancias menores no afectan a la comprensión en un estudio de sensibilidad. Además, se puede observar que los índices de Sobol' convergen con relativa rapidez, tal y como se informa en la literatura (Awad et al., 2019), teniendo un pequeño error entre iteraciones consecutivas para evaluaciones del modelo superiores a 40.000.

El costo computacional del metamodelo es bajo, dado que el código solo ejecuta algunas llamadas de función para obtener el resultado y el total de 130.000 muestras se computaron en menos de 2 minutos con las siguientes especificaciones de hardware: CPU Intel i5 9400 y Memoria RAM DDR4 16 GB@3200 MHz.

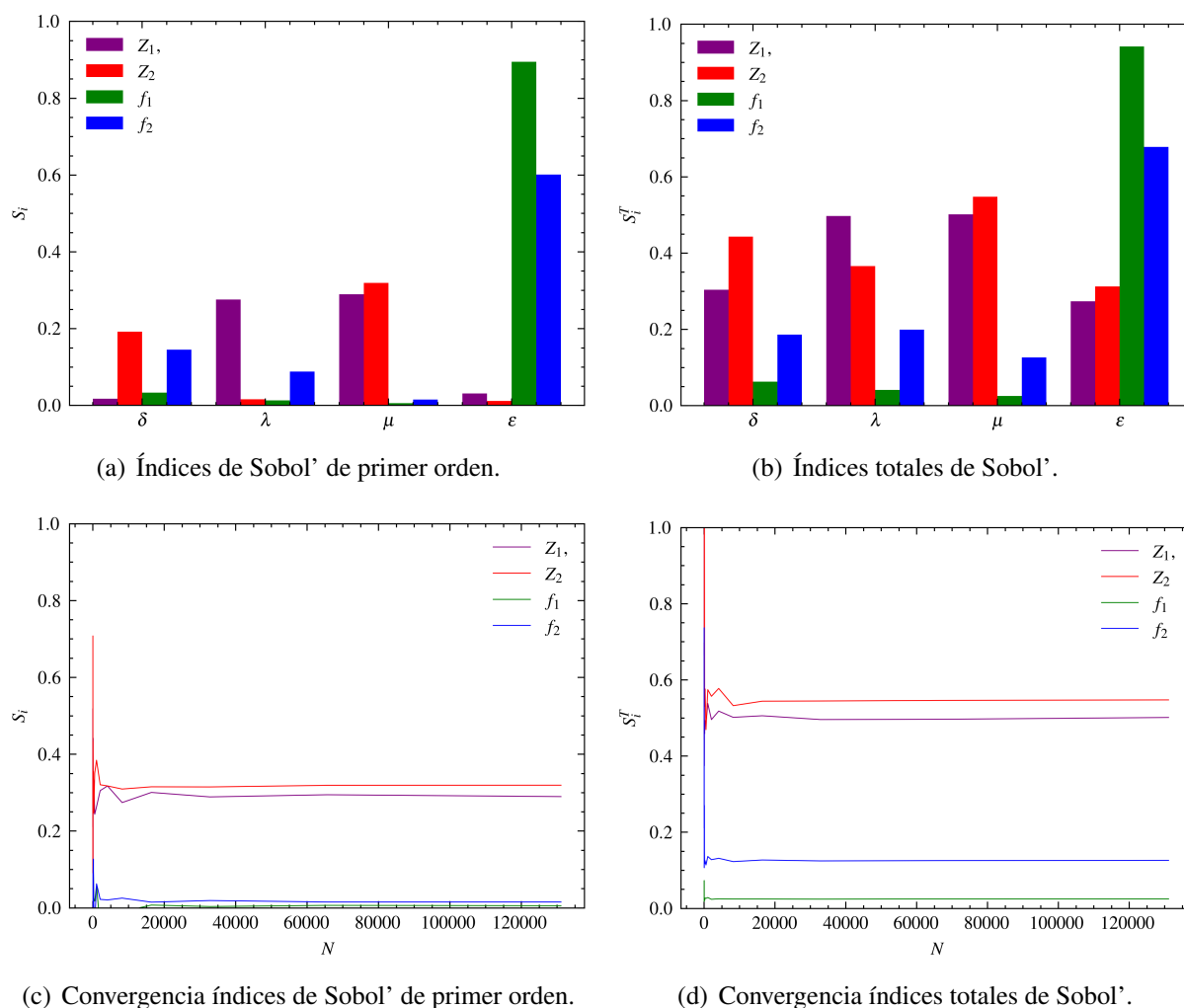


Figura 3: Análisis de Sensibilidad.

4. CONCLUSIONES

La metodología y las herramientas propuestas en este trabajo permitieron modelar el comportamiento dinámico no lineal del amortiguador. El metamodelo PCK, además de su capacidad para predecir valores con un bajo costo computacional, también proporciona estimaciones de incertidumbre asociadas con las predicciones. Esto brinda una mayor comprensión de la fiabilidad de las predicciones y su variabilidad. Asimismo, su empleo para llevar a cabo el análisis de sensibilidad permitió evaluar la influencia de los diversos parámetros del modelo.

Finalmente, este desarrollo se presenta como un enfoque novedoso que resulta útil para diseñar las configuraciones de los sistemas de amortiguantes. En consecuencia, el aporte más significativo de este estudio radica en la identificación de los parámetros del modelo que inciden de manera más significativa en la variabilidad de la respuesta dinámica.

AGRADECIMIENTOS

Los autores de este trabajo desean agradecer a la FaIn-UNCo por su apoyo en el Proyecto 04/I270-PIN1 y a la UTN por su apoyo en Proyecto PID 8454TC.

REFERENCIAS

- Awad M., Senga Kiese T., Assaghir Z., y Ventura A. Convergence of sensitivity analysis methods for evaluating combined influences of model inputs. *Reliability Engineering & System Safety*, 189:109–122, 2019. ISSN 0951-8320. doi:10.1016/j.ress.2019.03.050.
- Campos D., Ajas A., Goytiño L., y Piovan M. Bayesian inversion of a non-linear dynamic model for stockbridge dampers. En A. Vizán Idoipe y J.C. García Prada, editores, *Proceedings of the XV Ibero-American Congress of Mechanical Engineering*, páginas 3–9. Springer International Publishing, Cham, 2023. ISBN 978-3-031-38563-6.
- CodeAster. Finite element *code_aster*, analysis of structures and thermomechanics for studies and research. Electricité de France. Open source on www.code-aster.org, 1989–2017.
- Cosmai U., Van Dyke P., Mazzola L., y Lillien J.L. *Conductor Motions*, páginas 559–711. Springer International Publishing, Cham, 2017. ISBN 978-3-319-31747-2.
- Dutta S. y Gandomi A.H. Chapter 15 - design of experiments for uncertainty quantification based on polynomial chaos expansion metamodels. En P. Samui, D. Tien Bui, S. Chakraborty, y R.C. Deo, editores, *Handbook of Probabilistic Models*, páginas 369–381. Butterworth-Heinemann, 2020. ISBN 978-0-12-816514-0. doi:10.1016/B978-0-12-816514-0.00015-1.
- IEC 61897-2020. IEC 61897 - Overhead lines - Requirements and tests for Aeolian vibration dampers. Standard, International Electrotechnical Commission, 2020.
- Kianifar M.R. y Campean F. Performance evaluation of metamodelling methods for engineering problems: towards a practitioner guide. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 61:159–186, 2020. doi:10.1007/s00158-019-02352-1.
- Marelli S. y Sudret B. Uqlab: a framework for uncertainty quantification in matlab. En *Proc. 2nd Int. Conf. on Vulnerability, Risk Analysis and Management (ICVRAM2014)*, Liverpool, United Kingdom. 2014.
- Newmark N.M. A method of computation for structural dynamics. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 85(3):67–94, 1959.
- Papailiou K. On the bending stiffness of transmission line conductors. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, 12:1576 – 1588, 1997.

- Reuter U. y Liebscher M. Global sensitivity analysis in view of nonlinear structural behavior. 2008.
- Saltelli A., Ratto M., Andres T., Campolongo F., Cariboni J., Gatelli D., Saisana M., y Tarantola S. *Global Sensitivity Analysis. The Primer*. John Wiley & Sons, Ltd, 2008. ISBN 9780470725184. doi:10.1002/9780470725184.ch4.
- Schobi R., Sudret B., y Wiart J. Polynomial-chaos-based kriging. *International Journal for Uncertainty Quantification*, 5(2):171–193, 2015. ISSN 2152-5080. doi:10.1615/Int.J.UncertaintyQuantification.2015012467.
- Shannon C.E. A mathematical theory of communication. *The Bell System Technical Journal*, 27(3):379–423, 1948. doi:10.1002/j.1538-7305.1948.tb01338.x.
- Sobol I. Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their monte carlo estimates. *Mathematics and Computers in Simulation*, 55:271–280, 2001. doi:10.1016/S0378-4754(00)00270-6.
- Stockbridge G.H. Overcoming Vibration in Transmission Lines. Informe Técnico, Electrical World, 1925.
- Sudret B. Global sensitivity analysis using polynomial chaos expansions. *Reliability Engineering System Safety*, 93(7):964–979, 2008. ISSN 0951-8320. doi:10.1016/j.res.2007.04.002. Bayesian Networks in Dependability.
- Tong C., Wang J., y Liu J. A kriging-based active learning algorithm for mechanical reliability analysis with time-consuming and nonlinear response. *Mathematical Problems in Engineering*, 2019:1–14, 2019. doi:10.1155/2019/7672623.
- Wang Z., Li H.N., y Song G. Aeolian vibration control of power transmission line using stockbridge type dampers — a review. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 21(01):2130001, 2021. doi:10.1142/S0219455421300019.