

SÍNTESIS DE TIPO Y DIMENSIONAL DE MECANISMOS UTILIZANDO ALGORITMOS GENÉTICOS Y ECUACIONES ALGEBRAICAS EXACTAS

Martín A. Pucheta y Alberto Cardona

Centro Internacional de Métodos Computacionales en Ingeniería (CIMEC)

INTEC - CONICET - U.N.L.

Güemes 3450 (3000) Santa Fe, Argentina

e-mail: acardona@intec.unl.edu.ar

Palabras clave: Síntesis de Tipo, Algoritmos Genéticos, Mecanismos Rígidos, Teoría de Grafos.

Resumen. *El objetivo de la síntesis de mecanismos es encontrar el mecanismo adecuado para un movimiento dado. Este trabajo describe la aplicación computacional de una metodología para la síntesis de tipo¹ y dimensional² partiendo de partes descriptas por el usuario. Se entiende por tipo, a una configuración topológica abstraída de los detalles, para la cual se halla una familia de soluciones mediante un análisis combinatorio auxiliado de teoría de grafos. Posteriormente, cada configuración se explota en lazos³ y se definen tipos de cuerpos y uniones, cuya resolución sea analítica y exacta.⁴ Se emplean algoritmos genéticos^{5,6} como método de búsqueda del mecanismo óptimo “evaluado” según criterios y restricciones preestablecidas, tales como, máxima y mínima longitud de barras, ángulos de transmisión de esfuerzos y espacio permitido. El “generador” de tipos fue implementado mediante programación orientada a objetos en lenguaje C++, y fue agregado como un módulo del soft multifísico Oofelie.⁷ Los resultados fueron analizados cinemáticamente en el soft MECANO.^{8,9}*

1. INTRODUCCIÓN

El diseño de mecanismos de aplicación en industrias aeronáutica, automotriz, máquinas agrícolas y maquinaria en general, es una actividad en la cual el ingeniero se enfrenta a la tarea difícil de diseñar con una amplia variedad de funciones y configuraciones de elementos mecánicos, de manera de satisfacer los requerimientos del cliente.

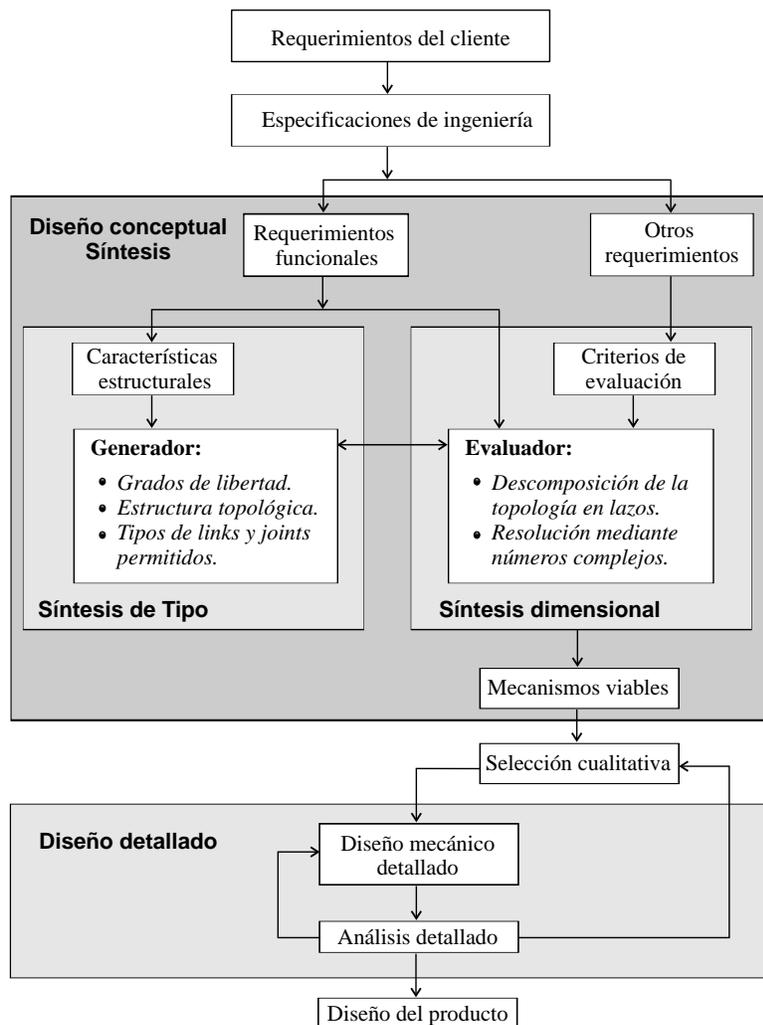


Figura 1: Metodología sistemática de diseño de mecanismos

Entre la fase de “especificación del producto” y la de “diseño del producto”, existe una intermedia, la fase de **diseño conceptual de mecanismos**. Aquí el diseñador hace uso de su intuición, ingeniosidad y experiencia como una guía a la síntesis de tipo y número, dentro de todas las alternativas que él cree posible. Se vale iterativamente de la síntesis y del análisis con la meta de alcanzar una solución válida que satisfaga los requerimientos.

Actualmente, existen procedimientos y programas comerciales altamente eficientes para simular numéricamente y analizar mecanismos.

Las aplicaciones computacionales para la síntesis están en creciente desarrollo. Gran parte de los aspectos que abarca la síntesis pertenecen al *arte de la ingeniería* y no pueden sistematizarse.

Nuestros esfuerzos se abocan al estudio de la síntesis cinemática, valiéndonos de desarrollos recientes de clasificación topológica y métodos algebraicos exactos de resolución y así explorar todo el espacio de alternativas de diseño válidas posibles. Con esta herramienta el ciclo de diseño del producto se verá reducido en tiempos y eficientizado en la exploración.

Habitualmente, las tareas de síntesis cinemática se clasifican en tres:

- Generación de movimiento: El objetivo es hallar las dimensiones de los elementos, de manera que uno o más puntos del mecanismo se muevan por una serie de posiciones prefijadas.
- Generación de función: Consiste en coordinar el movimiento entre los miembros de entrada y salida del mecanismo cumpliendo una ley prescripta.
- Guiado de un cuerpo rígido: Se prescriben las posiciones y orientaciones que uno o más elementos deben cumplir durante un movimiento dado.

Nuestro algoritmo consta de dos partes principales:

- a) El **generador**: Toma de los requerimientos funcionales de las especificaciones las características estructurales y genera todas las alternativas posibles ;
- b) el **evaluador**: Con el resto de los requerimientos, sumados a los criterios fijados por el usuario, se valúa cada mecanismo. Puede ocurrir que no exista solución, como así también, ser múltiples ó infinitas. Para este último caso se utilizó algoritmos genéticos, cuyos parámetros fija el usuario.

La metodología completa involucra conceptos de geometría, matemática analítica, heurística, combinatoria y algoritmia.

En este trabajo, se presentará la metodología de la Figura 1 aplicada a un problema de generación de movimiento, en nuestro caso una recta. El generador utilizó juntas rotoidales y prismáticas. En el evaluador se empleó el “**método de ecuaciones de lazo cerrado con números complejos**”³ y en los criterios de evaluación se minimizó la longitud de barras.

2. METODOLOGÍA PARA LA SÍNTESIS CINEMÁTICA

2.1. Síntesis de tipo y dimensional

Dada una prestación requerida:

- ¿Cuál es el tipo de mecanismo apropiado?
- ¿Cuántos miembros debe tener el mecanismo?
- ¿Cuántos grados de libertad se requieren?
- ¿Qué configuración es la más adecuada?

Las decisiones que se tomen en esta fase, dependen de las prescripciones impuestas por los requerimientos, por ejemplo, la tarea puede consistir en generación de movimiento plano con 1 grado de libertad como entrada. De esta manera, el espacio de topológico se reduce a buscar estructuras de 1 GDL.

Aquí surge otra decisión basada en las partes prefijadas por el cliente. Las partes prefijadas, tal como un submecanismo al cual hay que completarlo, debe ser identificado por su topología característica para compararlo, y completarlo con otras. Siguiendo con el ejemplo, la tarea consistirá en analizar aquellos casos en que el mecanismo prescripto aparece dentro de las opciones. En esta tarea se utiliza codificación y operaciones mediante grafos.

Por otro lado, si el cliente no prescribe un mecanismo, sino sólo la tarea, el problema de encontrar el mecanismo óptimo tendrá su máximo espacio de búsqueda.

Resuelta la síntesis de número, se tiene que definir el *tipo* para cada eslabón (“link”) y junta (“joint”). Hasta aquí se conoce qué topología es válida. Por cada una de ellas, se conoce si un eslabón es ternario, binario, cuaternario, y su conexionado, definiendo el número de juntas. Ahora se abandona la abstracción y se definen tipos de elementos mecánicos. Los eslabones pueden ser barras, levas, engranajes, deslizadores curvos, etc. Las juntas pueden ser rotoidales, prismáticas, esféricas, etc.

Igualmente, si no hay prescripciones de tipos de eslabón y junta la explosión combinatoria es muy grande. Teniendo en cuenta sólo tipos de eslabones de barras y juntas prismáticas y rotoidales, se entra en la clasificación de las cadenas de eslabones (“linkages”). El más simple de todos es el de 4 barras. En la Figura 2 se pueden ver las combinaciones de tipos de juntas. Aparece un concepto de isomorfismo, que restringe la *explosión combinatoria* y reduce el número de soluciones.

Luego, para una cadena de eslabones dada hay combinaciones dependientes de cuál es el eslabón fijo a la fundación (“ground”) ó tierra (observar las flechas de la Figura 2). Esto se conoce como *inversión de la cadena de eslabones*. Finalmente, la combinatoria aparece después de la síntesis dimensional, combinando las distintas *inversiones de las soluciones*, que se dan en los casos de soluciones múltiples.

De este modo bastante general, se procede con la síntesis cinemática. Falta agregar que las soluciones están condicionadas dimensionalmente por las restricciones que el diseñador agregue en base a su experiencia en el diseño de elementos de máquinas. Por ejemplo, computacionalmente, el usuario, debe puede mínima longitud de barras, ángulos de transmisión mínimos permitidos, etc, y todo aquello que facilite la convergencia.

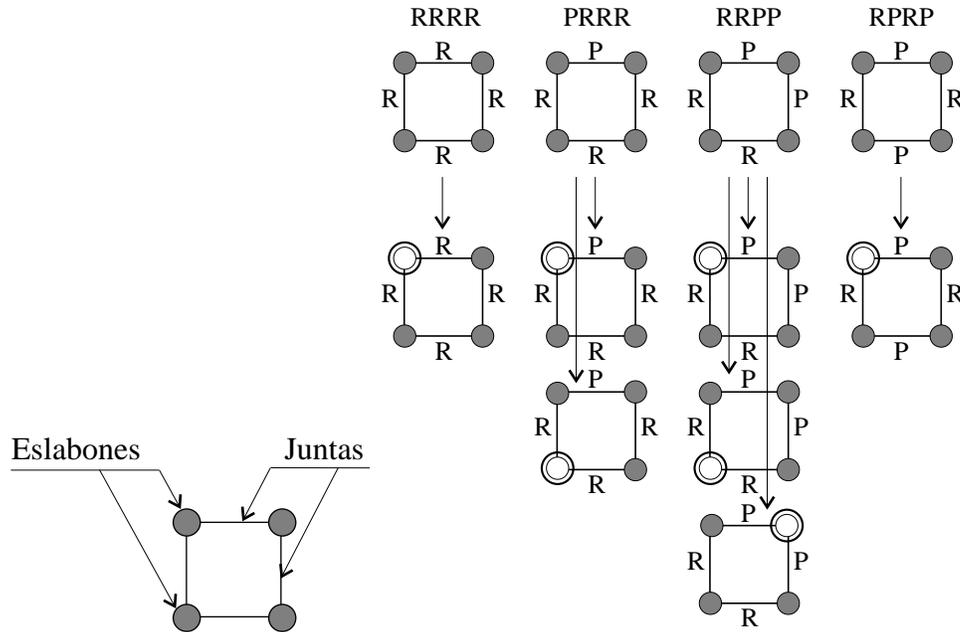


Figura 2: Explosión combinatoria evitando isómeros, y considerando juntas de un mismo tipo a la vez.

3. ANÁLISIS TOPOLÓGICO

Existen relaciones entre la naturaleza de la conexión entre los miembros de un mecanismo y su movilidad, donde participan la cantidad de grados de libertad, el número de eslabones, de juntas y tipos de juntas usadas en un mecanismo. En forma general, puede hablarse de mecanismos abstractos, sin dimensiones físicas. Entonces, como herramienta se hace uso de la teoría de grafos.¹⁰

3.1. Semejanza entre grafos y mecanismos

Los elementos de la estructura topológica de una cadena cinemática, se pueden representar mediante un grafo (Tabla 1), por lo que muchas características de grafos pueden traducirse a las estructurales de una cadena cinemática (Tabla 2). Ambas tablas son reproducidas desde el libro de Tsai.¹

3.2. Representación de mecanismos

Los links se numeran secuencialmente de 1 a n . El *esquema funcional* de un mecanismo se asocia a una *cadena cinemática*. La cadena cinemática se traduce a un grafo, y para operar con el mismo utilizamos la matriz de adyacencia. El usuario ingresa la cadena cinemática en forma de script en el programa **OoFeLie** especificando:

- Coordenadas de nodos (posiciones y orientaciones para definir juntas, elementos, y posiciones precisas de la tarea),

Grafo	Símbolo	Mecanismo	Símbolo
Número de vértices	v	Número de eslabones	n
Número de lados	e	Número de juntas	j
Número de vértices de grado i	v_i	Número de eslabones con i juntas	n_i
Grado del vértice i	d_i	Número de juntas sobre el eslabón i	d_i
Número de lazos independientes	L	Número de lazos independientes	L
Número total de lazos ($L + 1$)	\tilde{L}	Número total de lazos ($L + 1$)	\tilde{L}
Número de lazos con i lados	L_i	Número de lazos con i juntas	L_i

Cuadro 1: Correspondencia entre mecanismos y grafos.

Grafos	Mecanismos
$L = e - v + 1$	$L = j - n + 1$
$e - v + 2 \geq d_i \geq 2$	$j - n + 2 \geq d_i \geq 2$
$\sum_i d_i = 2e$	$\sum_i d_i = 2j$
$\sum_i v_i = v$	$\sum_i n_i = n$
$\sum_i i v_i = 2e$	$\sum_i i n_i = 2j$
$v_2 \geq 3v - 2e$	$n_2 \geq 3n - 2j$
$\sum_i L_i = \tilde{L} = L + 1$	$\sum_i L_i = \tilde{L} = L + 1$
$\sum_i i L_i = 2e$	$\sum_i i L_i = 2j$
Grafos isomorfos	Mecanismos isomorfos

Cuadro 2: Características estructurales de mecanismos y grafos.

- Elementos,
- Fijaciones (attachment points),

referidas al mecanismo existente a completar y los requerimientos referidos a la síntesis:

- *Grados de libertad* requeridos para el mecanismo resultante,
- *Tarea de síntesis* con la especificación según caso:
 - Generación de movimiento: Secuencia de posiciones precisas sobre una trayectoria.
 - Generación de función: Secuencia de datos del movimiento de entrada y sus correspondientes de salida.
 - Guiado de cuerpo rígido: Secuencia de datos de posiciones y orientaciones precisas para el ó los cuerpos a guiar (y coordinar).
- *Juntas permitidas*,

3.3. Matriz de adyacencia

En primera instancia se identifica el grafo del mecanismo existente. La matriz de adyacencia eslabón-a-eslabón, se define por:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el eslabón } i \text{ está conectado al eslabón } j \text{ por una junta,} \\ 0 & \text{no conectado (incluyendo } i = j \text{).} \end{cases}$$

Como puede observarse en la Figura 3, la matriz de adyacencia es simétrica y los elementos diagonales son nulos.

3.4. Isomorfismo estructural

Dos mecanismos se dice que son isomorfos si comparten la misma estructura topológica. En términos de grafos, existe una correspondencia 1 a 1 entre sus vértices y lados que conservan la misma incidencia. Esto puede identificarse desde la matriz de adyacencia (o incidencia), con el cuidado de que ésta es *dependiente del etiquetado*. Si la matriz de adyacencia S^* de un mecanismo resulta una permutación de la de otro mecanismo S , éstos son isomorfos. Y se cumple que $S^* = PS$, donde P es una matriz de permutación, o sea, un reordenamiento de la matriz identidad.

La detección de estructuras isomórficas evita soluciones duplicadas, pero una falsa identificación puede reducir potenciales diseños nuevos.

3.4.1. Identificación de isomorfismo: *Degree Code*

El método ideal de identificación debe satisfacer *unicidad*, *eficiencia* y *decodificabilidad*. Para ello, se han utilizado varios métodos, algunos clasifican las cadenas en familias según el número de juntas, el número y variedad de eslabones, otros según la característica polinómica (analítico), sin satisfacer suficientemente las tres condiciones.

Otro método, consiste en concatenar fila por fila los elementos de la submatriz triangular superior (excluyendo los elementos de la diagonal), de la matriz de adyacencia del mecanismo etiquetado, de modo que el número binario obtenido sea máximo. El entero decimal obtenido de convertir la cadena binaria se llama *MAXCode*. Esto asegura decodificabilidad eficiente e identificación positiva del isomorfismo con independencia del etiquetado. Tang y Liu hicieron un algoritmo heurístico eficiente llamado *degree code (DC)* para reducir la cantidad de permutaciones necesarias para hallar el *MAXCode*. Utilizaron teoría de grupos y el concepto de grado de un vértice en un grafo, equivalente al número de eslabones adyacentes a una junta, formando grupos de permutaciones para vértices de igual grado (Figura 3). Se diferencia del *MAXCode* en que aquí se busca el máximo dentro de cada grupo de vértices del mismo grado.

Dados dos mecanismos, se verifica fácilmente su isomorfismo sólo comparando sus códigos.

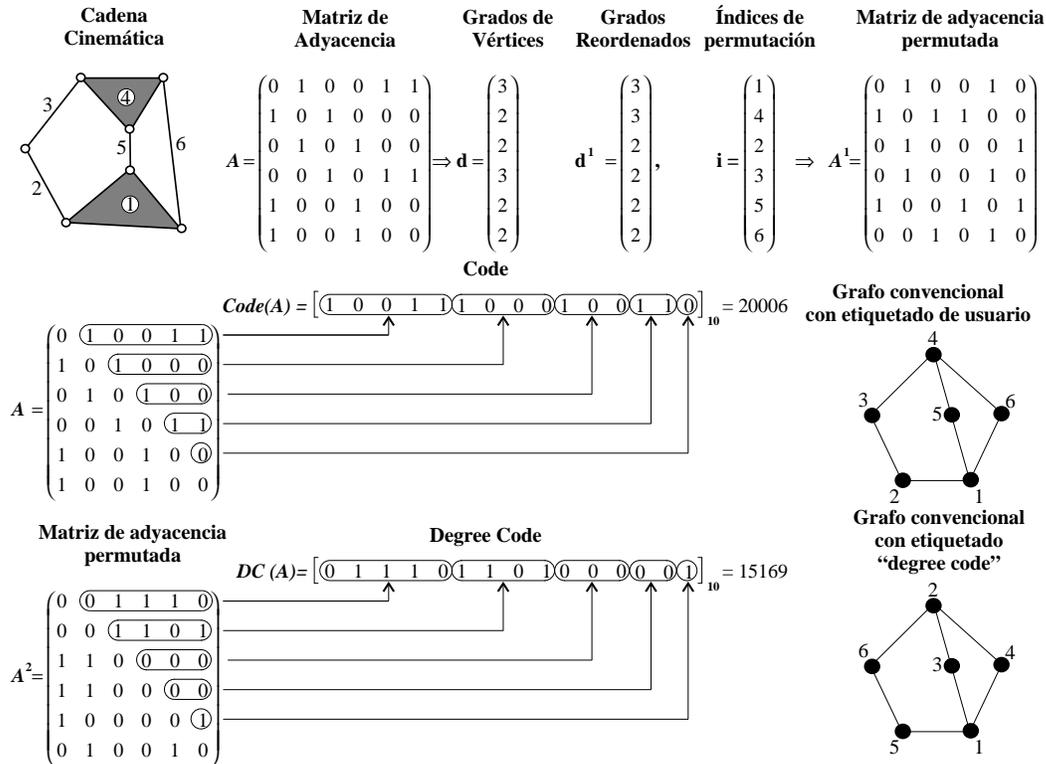


Figura 3: Procedimiento para obtener el *degree code*

En este ejemplo, con el *DC* se logra identificar el mecanismo de seis links. Se identifican los grados usando el vector d , luego se reordena en orden decreciente, resultando en un vector d^1 , su vector de índices asociado i se utiliza para realizar las permutaciones sobre la matriz de adyacencia hasta obtener el *DC*. Para el *MAXCode* se necesitaban 6! permutaciones, con el *DC*, formado los dos grupos (1, 2) y (3, 4, 5, 6) con los grados de vértices repetidos, se necesitan $2!4!$ permutaciones.

3.4.2. Atlas de TSAI

Desde uno de los atlas dados por Tsai,¹ con la enumeración completa de grafos convencionales y de cadenas cinemáticas planas de barras, se codificaron los de 1 a 3 grados de libertad. En las Figuras 4 y 5 se observan los grafos obtenidos para 1 GDL. Los círculos representan eslabones y las etiquetas rectangulares las juntas.

3.4.3. Identificación de un submecanismo

Mediante la relación entre el *DC* y la matriz de adyacencia, sumado a las propiedades de isomorfismo, se puede detectar un submecanismo dentro de otro. Este problema se resolvió recorriendo las permutaciones en orden lexicográfico,¹¹ y testeando el isomorfismo

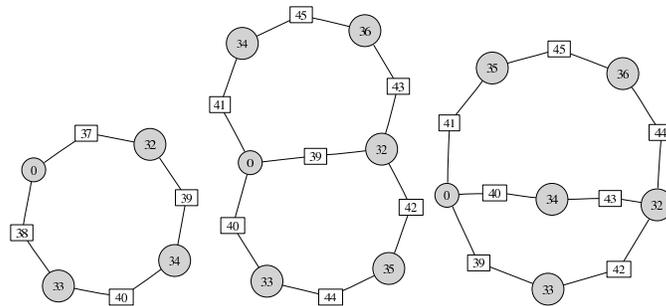


Figura 4: Opciones de 4 y 6 barras

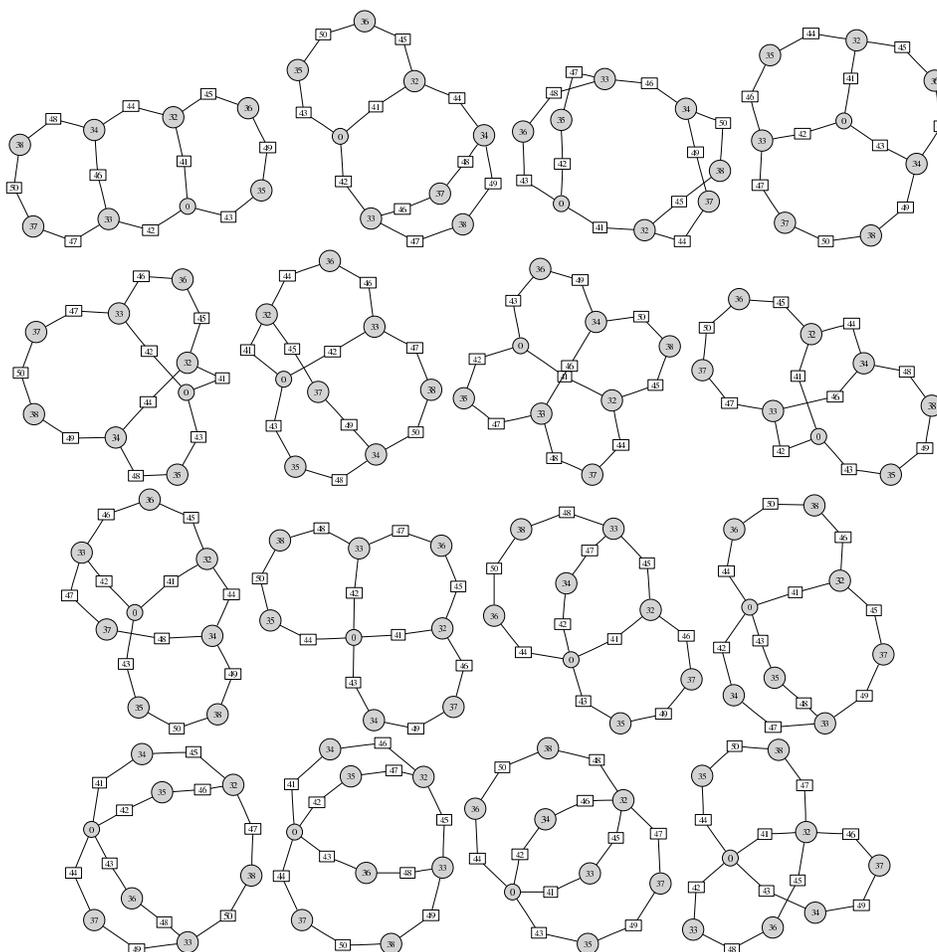


Figura 5: Opciones de 8 barras

mediante la igualdad de *degree code*. El análisis combinatorio permitió barrer en forma lexicográfica las permutaciones.

4. DESCOMPOSICIÓN EN LAZOS

Se aplican algoritmos de obtención del árbol abarcante (“Spanning Tree”), a partir de la fundación para detectar los lazos. Supusimos que los datos están sobre la fundación. Las ramas del árbol se separan en díadas, tríadas, etc (Figura 6), para ser calculadas por métodos conocidos.

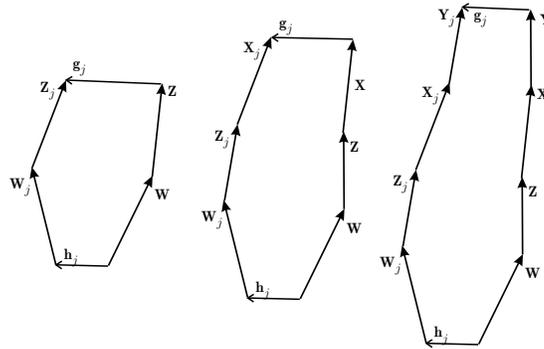


Figura 6: Nomenclatura clásica de díadas, tríadas y cuatríadas

Cabe aclarar que existe un orden de sintetizado, dado que sobre alguna rama puede no existir datos hasta que se calcule una vecina. Por otro lado, del cálculo de la primera pueden existir soluciones múltiples o infinitas. En el caso de infinitas se aplican algoritmos genéticos. Entonces, en el proceso secuencial de cálculo, cada grado de libertad (posiciones u orientaciones) de un nodo de un mecanismo puede tener datos en tres estados que denominamos:

- *PREproceso*: Conocidos por especificaciones.
- *GENético*: Parámetro libre que produce infinitas soluciones.
- *POSTproceso*: Calculados en una rama previa.

Las variables de tipo *genético* necesitan estar acotadas entre fronteras inferiores y superiores (“lower and upper bounds”). Al resolver casos de síntesis aparecen distintos tipos de variables: ángulos relativos (α_i), incrementos de ángulos relativos ($\Delta\alpha_i$), desplazamientos relativos (ρ_i), incrementos de desplazamientos relativos ($\Delta\rho_i$), posiciones y ángulos absolutos de algún pivot ($X_{ground}, Y_{ground}, \gamma_{ground}$), etc. Esto puede observarse en la Figura 7.

5. SÍNTESIS EXACTA

En la síntesis exacta, existe una relación entre el número de posiciones prescriptas y el número de parámetros libres resultantes de plantear las ecuaciones en lazos cerrados. Por ejemplo para una díada, con 5 posiciones prescriptas, la solución es única, en cambio para

3 posiciones son infinitas y tiene dos parámetros libres.³ Veremos a modo ilustrativo la forma que toman las ecuaciones para una díada que pasa por tres posiciones prescritas.

5.1. Díada que pasa por tres posiciones

Hacemos el planteo de la ecuación del caso general suponiendo juntas simultaneamente rotoidales y prismáticas a fines demostrativos del número de variables puestas en juego.

5.1.1. Definiciones, nomenclatura y estructura de datos.

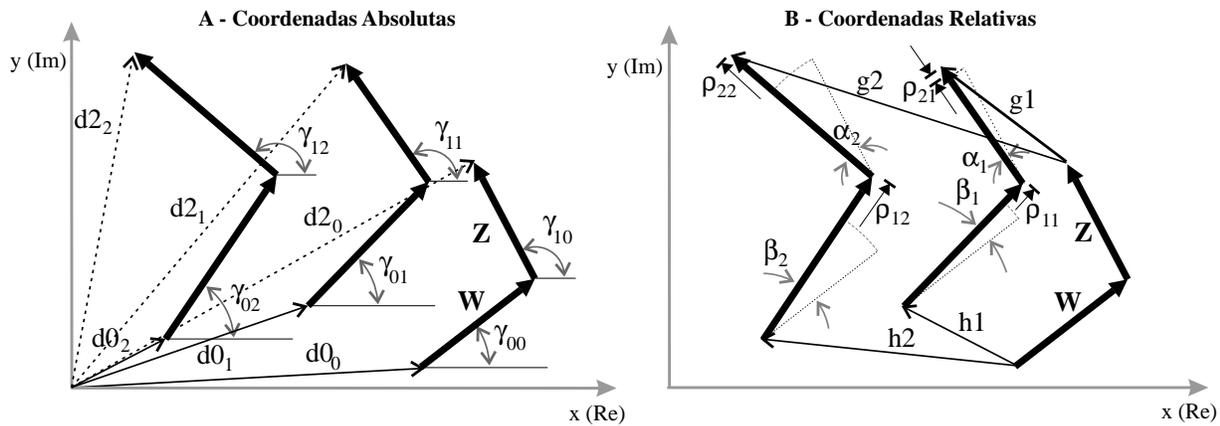


Figura 7: Esquema general del paso de una díada por 3 posiciones precisas

- Eslabones: Se los designa con las letras W y Z , representados por números complejos.
- Juntas: Las juntas que constituyen una cadena de eslabones pueden ser rotativa (R) ó prismática (P). En las díadas dan lugar a 4 combinaciones (R-R, R-P, P-R, P-P), de las cuales hay un caso de simetría, pero su resolución no es simétrica, sino que depende de cómo se presentan los datos.
- Puntos de paso: Estan definidos en coordenadas absolutas mediante los complejos d_2 , y especifican la tarea a realizar.
- Fundación: Puede ser fijo (pivot) ó móvil, denotando su posición con d_0 . En el caso de ser móvil, significa que existe un número prescripto de posiciones precisas, indicado por un segundo índice.

5.1.2. Ecuaciones de lazos cerrados

Se desea determinar las magnitudes de los complejos W y Z . La notación en números complejos se prefiere a la matricial por la simplicidad analítica. La rotación en un ángulo

θ en sentido antihorario de un número complejo W se expresa como $W^* = W e^{i\theta}$ y el escalado o estiramiento en un factor ρ , como $W^* = W \rho$. Para deducir una ecuación general, se parte de la suposición de que las juntas son simultáneamente R-P, luego se deduce cada caso que consideran sólo un tipo de junta, en forma excluyente, para cada extremo de eslabón.

Para las juntas prismáticas, los eslabones se deslizan en función de los factores de escalamiento. En la posición 1, W y Z se estiran: $W_1 = W \rho_{11}$, $Z_1 = Z \rho_{21}$, y en la posición 2: $W_2 = W \rho_{12}$, $Z_2 = Z \rho_{22}$. Las coordenadas absolutas de las posiciones y rotaciones de

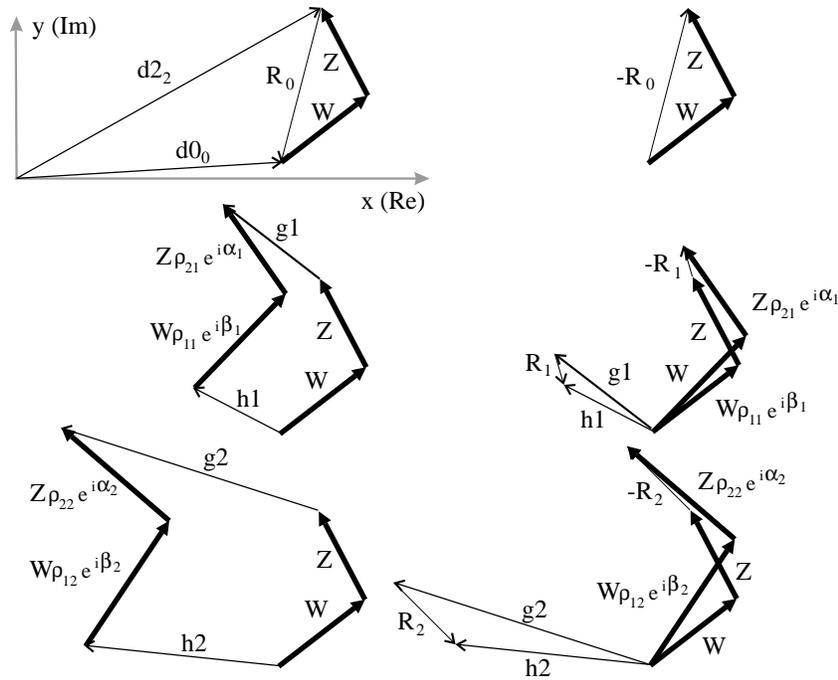


Figura 8: Lazos cerrados de cálculo para el planteo de las ecuaciones

los nodos son los datos de entrada, con estados *PRE* si los especifica el usuario ó *POST* si provienen de un cálculo previo. Para no perder de vista los datos desarrollaremos tres circuitos cerrados en coordenadas absolutas, que pueden seguirse desde la Figura 7-A:

- i) Siguiendo el camino cerrado $d0_0$, W , Z , $d2_0$ (Figura 8), se plantea la ecuación vectorial:

$$d0_0 + W + Z - d2_0 = 0 \tag{1}$$

- ii) Para la segunda posición, el vector W aparece rotado un ángulo igual a la diferencia de sus posiciones angulares absolutas, o sea $W e^{i(\gamma_{01}-\gamma_{00})}$, a la vez escalado en magnitud en un factor ρ_{11} , queda entonces como $W \rho_{11} e^{i(\gamma_{01}-\gamma_{00})}$. El vector Z queda transformado a $Z \rho_{21} e^{i(\gamma_{11}-\gamma_{10})}$.

Un segundo circuito que pase por ambas posiciones, partiendo desde el origen es:

$$d0_0 + W + Z + (d2_1 - d2_0) - Z\rho_{21}e^{i(\gamma_{11}-\gamma_{10})} - W\rho_{11}e^{i(\gamma_{01}-\gamma_{00})} - d0_1 = 0 \quad (2)$$

iii) Un tercer lazo se plantea con la posición inicial y la final:

$$d0_0 + W + Z + (d2_2 - d2_0) - Z\rho_{22}e^{i(\gamma_{12}-\gamma_{10})} - W\rho_{12}e^{i(\gamma_{02}-\gamma_{00})} - d0_2 = 0 \quad (3)$$

Con las ecuaciones (1), (2) y (3), se puede plantear el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} -W - Z + d2_0 - d0_0 = 0 \\ W(\rho_{11}e^{i(\gamma_{01}-\gamma_{00})} - 1) + Z(\rho_{21}e^{i(\gamma_{11}-\gamma_{10})} - 1) + (d0_1 - d0_0) - (d2_1 - d2_0) = 0 \\ W(\rho_{12}e^{i(\gamma_{02}-\gamma_{00})} - 1) + Z(\rho_{22}e^{i(\gamma_{12}-\gamma_{10})} - 1) + (d0_2 - d0_0) - (d2_2 - d2_0) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Que en forma matricial se puede expresar como:

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & (d2_0 - d0_0) \\ (\rho_{11}e^{i(\gamma_{01}-\gamma_{00})} - 1) & (\rho_{21}e^{i(\gamma_{11}-\gamma_{10})} - 1) & (d0_1 - d0_0) - (d2_1 - d2_0) \\ (\rho_{12}e^{i(\gamma_{02}-\gamma_{00})} - 1) & (\rho_{22}e^{i(\gamma_{12}-\gamma_{10})} - 1) & (d0_2 - d0_0) - (d2_2 - d2_0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

El sistema puede reducirse a coordenadas relativas de traslación (h_i y g_i) y rotación (β_i y α_i), como se muestra en la Figura 7-B. Convertimos a traslaciones relativas por:

$$h1 = d0_1 - d0_0; \quad g1 = d2_1 - d2_0; \quad h2 = d0_2 - d0_0; \quad g2 = d2_2 - d2_0,$$

y las rotaciones relativas reemplazando por:

$$\beta_1 = \gamma_{01} - \gamma_{00}; \quad \alpha_1 = \gamma_{11} - \gamma_{10}; \quad \beta_2 = \gamma_{02} - \gamma_{00}; \quad \alpha_2 = \gamma_{12} - \gamma_{10}.$$

Reemplazando en (5):

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & (d2_0 - d0_0) \\ (\rho_{11}e^{i(\beta_1)} - 1) & (\rho_{21}e^{i(\alpha_1)} - 1) & (h1 - g1) \\ (\rho_{12}e^{i(\beta_2)} - 1) & (\rho_{22}e^{i(\alpha_2)} - 1) & (h2 - g2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

Ahora, haciendo la sustitución:

$$R_0 = d2_0 - d0_0; \quad R_1 = h1 - g1; \quad R_2 = h2 - g2,$$

se convierte (6) en:

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & R_0 \\ (\rho_{11}e^{i(\beta_1)} - 1) & (\rho_{21}e^{i(\alpha_1)} - 1) & R_1 \\ (\rho_{12}e^{i(\beta_2)} - 1) & (\rho_{22}e^{i(\alpha_2)} - 1) & R_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Finalmente, el sistema tiene solución si el determinante de la matriz del sistema es nulo:

$$\det \begin{pmatrix} -1 & -1 & R_0 \\ (\rho_{11}e^{i\beta_1} - 1) & (\rho_{21}e^{i\alpha_1} - 1) & R_1 \\ (\rho_{12}e^{i\beta_2} - 1) & (\rho_{22}e^{i\alpha_2} - 1) & R_2 \end{pmatrix} = 0. \quad (8)$$

El significado de los R_i , puede observarse a la derecha de la Figura 8. Son los desplazamientos de los extremos de la díada si se mantuviese su origen como pivot.

5.1.3. Identificación de los datos

En función de las coordenadas absolutas y la ecuación (5) se puede determinar los datos necesarios para resolver el problema en coordenadas relativas mediante (8). Suponemos que los desplazamientos d_i son prescriptos (12 datos conocidos). La medición de los alargamientos ρ_i y ángulos γ_i se hace según la Figura 7-B, y se pueden clasificar según a qué junta y posición de paso pertenecen. Según cuáles de estos 10 datos se conocen se

Datos	Puntos de paso			
	0	1	2	
Junta	0	γ_{00}	γ_{01}, ρ_{11}	γ_{02}, ρ_{12}
	1	γ_{10}	γ_{11}, ρ_{21}	γ_{12}, ρ_{22}

Cuadro 3: Tabla de variables

puede determinar qué casos, para la combinación de juntas permitidas, tienen solución y cuántas variables serán de tipo *GEN*.

5.1.4. Caso R-R

Con sólo juntas rotoidales en (8) los coeficientes de translación ρ_{ij} son unitarios:

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & R_0 \\ (e^{i\beta_1} - 1) & (e^{i\alpha_1} - 1) & R_1 \\ (e^{i\beta_2} - 1) & (e^{i\alpha_2} - 1) & R_2 \end{pmatrix} \quad (9)$$

Para que este sistema tenga solución se deben definir dos parámetros libres, tenemos dos casos:

- Dados β_1 y β_2 (γ_{00} , γ_{01} y γ_{02} conocidos), se resuelve el determinante por la primer columna, luego, mediante relaciones y construcciones geométricas con los determinantes² se pueden calcular α_1 y α_2 .
- Dados α_1 y α_2 (γ_{10} , γ_{11} y γ_{12} conocidos), se resuelve el determinante por la segunda columna, entonces se obtienen β_1 y β_2 .

Finalmente, se necesita invertir una matriz compleja, para obtener el par W, Z .

$$\begin{bmatrix} W \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (e^{i\beta_1} - 1) & (e^{i\alpha_1} - 1) \\ (e^{i\beta_2} - 1) & (e^{i\alpha_2} - 1) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix}$$

Igualmente se procede para las juntas R-P y P-R.

6. EVALUADOR: ALGORITMOS GENÉTICOS

La función de evaluación requiere necesariamente que el mecanismo esté sintetizado dimensionalmente. Para cada topología, con eslabones y juntas prefijadas, se requiere un loop con el algoritmo genético, con un gran número de evaluaciones. La síntesis exacta tiene la desventaja de que está definida para un número pequeño de posiciones precisas. A su vez, las soluciones, son exactas matemáticamente, pero a veces resultan inapropiadas cinemáticamente. Es decir, pueden haber singularidades e inversión de sentido del movimiento, para determinados parámetros libres. En ese sentido, se pueden mejorar “a priori” las soluciones, manejando adecuadamente las fronteras de los parámetros libres. Esto requiere una participación del usuario pero asegura que el mecanismo sintetizado sea físicamente útil.

6.1. Parámetros del algoritmo

Se utilizó el esquema clásico de algoritmo genético con los siguientes valores: Población 10, Número de bits = 12, Probabilidad de Cruza = 0,25, Probabilidad de Mutación = 0,01. El número de variables es dependiente del caso de síntesis a resolver. Se trabajó con un modelo elitista de conservar el mejor. Y la terminación fue por máximo número de generaciones (50).

6.2. Función de evaluación

La función de evaluación es la suma de las longitudes de barras, con penalidad a las barras inferiores a 0,5.

7. PROBLEMA TEST: “GENERACIÓN DE MOVIMIENTO EN LÍNEA RECTA”

Los requerimientos son:

- Puntos de paso (PRECISION POINTS): (0.6 0.24) (0.6 0.495) (0.6 0.76)
- Puntos fijos (ATTACH POINTS): (0.0 0.0) (1.2 0.99)
- Tarea de Síntesis (PATH GENERATION). Se requiere que un punto del mecanismo pase por los tres puntos de paso.

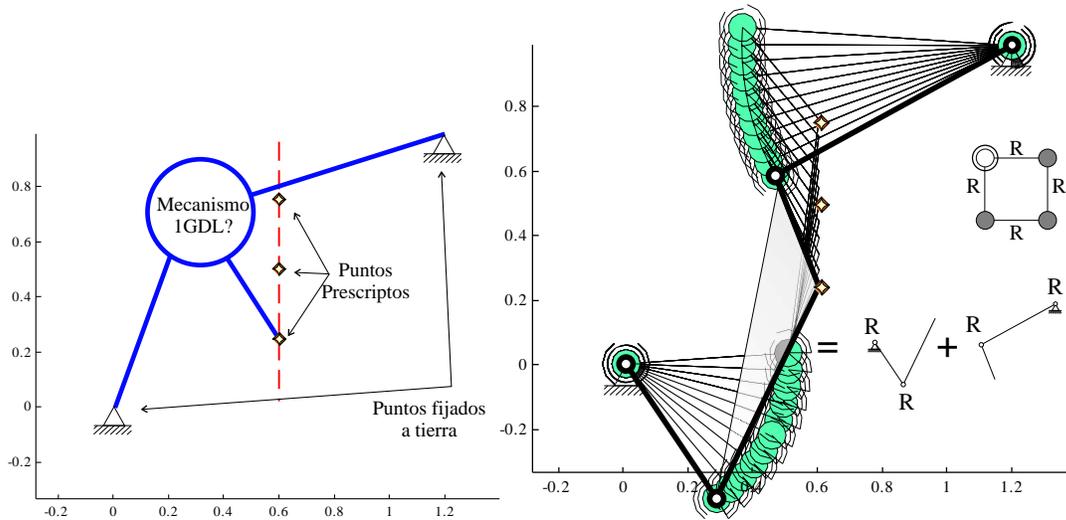


Figura 9: Problema test y resultado RRRR

El mecanismo de 4 barras propuesto por la síntesis de tipo se explotó en dos diadas. Definiendo la primera dando valores random a los parámetros libres con el algoritmo genético, la segunda quedó determinada por las variables en estado *POST* generados por la primera.

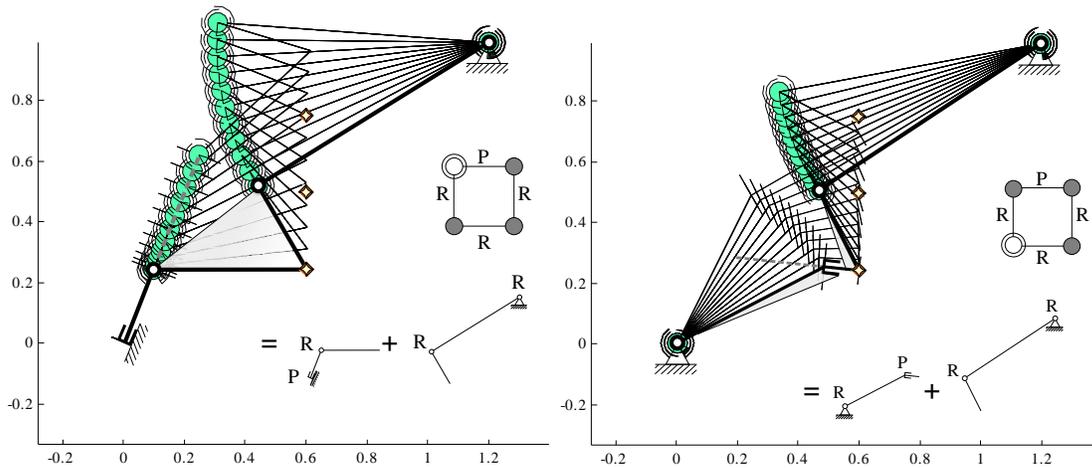


Figura 10: Casos sintetizados: PRRR y RPRR

En las Figuras 9 (derecha) y 10 pueden observarse las simulaciones cinemáticas en MECANO y la posición inicial resaltada calculada en forma exacta.

8. CONCLUSIONES

Se logró generar mecanismos viables desde requerimientos de usuario para cadenas de eslabones con juntas rotoidales y prismáticas, en forma automática. La descomposición en lazos de las cadenas cinemáticas es el nexo entre la síntesis de tipo y dimensional. Los algoritmos genéticos resultaron adecuados para encontrar configuraciones óptimas. La metodología fue satisfactoria inclusive para el manejo de restricciones espaciales cuyos resultados no han sido expuestos. La síntesis exacta resultó ser una herramienta poderosa para el diseño preliminar, pudiéndose comprobar su eficiencia mediante su análisis cinemático posterior en MECANO. En adelante se trabajará sobre la incorporación de funciones que resuelvan más posiciones, y más tipos de eslabones, como así también se agregará mayor número de criterios de evaluación.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se desarrolló con financiación de la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica y de la Unión Europea, en el marco del proyecto SYNAMEC (SYNthesis tool for Aeronautical MEchanisms design), proy. UE 2001-001-0058, contrato G4RD-CT-2001-00622 celebrado entre la UE y la UNL.

REFERENCIAS

- [1] Lung-Wen Tsai. *Mechanism Design: Enumeration of Kinematic Structures According to Function*. CRC Press, Boca Raton, (2001).
- [2] A.G. Erdman and G.N. Sandor. *Mechanism Design: Analysis and Synthesis*, volume 1. Prentice-Hall, New Jersey, 3rd edition, (1997).
- [3] G.N. Sandor and A.G. Erdman. *Mechanism Design: Analysis and Synthesis*, volume 2. Prentice-Hall, New Jersey, (1984).
- [4] Alberto Cardona. *Computational Methods for Synthesis of Mechanisms*. Technical report, CIMEC-INTEC, (10-02-2002).
- [5] C. Houck, J. Joines, and M. Kay. *A Genetic Algorithm for Function Optimization: A Matlab Implementation*. NCSU-IE TR 95-09, (1995).
- [6] Z. Michalewicz. *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. Springer, 3rd edition, (1997).
- [7] I. Klapka, A. Cardona, and M. Gérardin. *An Object-Oriented Implementation of the Finite Element Method for Coupled Problems*. *Revue Européenne des Eléments Finis*, **7**, 469–504 (1998).
- [8] SAMCEF. *MECANO 6.1*. Samtech S.A., M11 En.V., (1996).
- [9] Alberto Cardona. *An integrated approach to mechanism analysis*. PhD thesis, Université de Liège, Belgium, (1989).
- [10] Béla Bollobás. *Modern Graph Theory*. Number 184 in Graduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag New York, (1998).
- [11] Alan Tucker. *Applied Combinatorics*. John Wiley & Sons, third edition, (1995).