

RESPUESTA DINAMICA NO LINEAL DE TUBERIAS CURVAS BAJO CARGAS EXPLOSIVAS MEDIANTE UNA FORMULACION POR ELEMENTOS FINITOS

Jairo F. Useche Vivero

Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Tecnológica
Parque Industrial Velez-Pombo, Km. 1 Vía Ternera, Cartagena de Indias, Colombia
TE: (+57 -5) 66535310 e-mail: juseche@cutb.edu.co, http://www.geocities.com/jairo_useche

Palabras Claves: Plasticidad, elementos finitos, esfuerzos residuales, tuberías curvas

Abstract. *Se desarrolla un modelo por elementos finitos que permite describir la respuesta dinámica de tuberías curvas de oleoductos expuestas a cargas explosivas en contacto. El modelo considera la teoría elasto-plástica de Green-Naghdi. La respuesta geométrica no lineal es modelada empleando una formulación Lagrangiana Total y un esquema de integración en el tiempo basado en dinámica explícita. La interacción tubería-explosivo es modelada empleando una condición de velocidad inicial aplicada a puntos sobre el material directamente afectados por la onda de presión. El modelo predice teóricamente la respuesta mecánica transiente, los efectos de la deformación plástica residual en la resistencia residual de la tubería, representada por la pérdida de ductilidad del material, y la distribución de esfuerzos residuales. El modelo desarrollado es empleado como una herramienta preliminar para estimar la resistencia residual de abolladuras generadas por cargas explosivas; como aquellas presentadas en atentados terroristas en oleoductos colombianos. El presente trabajo es una continuación del trabajo de investigación denominado "Residual Strength Assessment of Pipelines Dents Generated by Explosive Loads" desarrollado inicialmente por el Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad de los Andes (Bogotá, Colombia) y continuada por el Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Tecnológica de Bolívar (Cartagena de Indias).*

1. INTRODUCTION

Abolladuras producidas por cargas explosivas en tuberías de oleoducto, generadas por atentados terroristas solo han sido reportadas en Colombia (Sur América) y Nigeria (África). Debido a esto, este problema ha sido poco estudiado. Sin embargo se debe resaltar que alguno de estos atentados no produce la rotura de la tubería, simplemente generan una deformación plástica tal como Marquez³ ha demostrado. Algunas de estas tuberías pueden continuar operando de una manera segura por algún tiempo adicional. El presente trabajo aplica los procedimientos presentados por Lee¹, para el desarrollo de un modelo por elementos finitos que permita describir el comportamiento transiente de curvas y codos en tuberías de 24" y 0.27" de espesor cuando estos son sometidos a cargas dinámicas, tal como las generadas por cargas explosivas. Problemas similares han sido estudiados mediante modelos computacionales tal como lo exponen Morino et al.⁴, Mohareb et. al.⁵, Dinovitzer et al.⁶, Kormi et al.⁷ y Useche et al.⁹ en tuberías rectas.

1.1 Generación De Abolladuras

El proceso se inicia con un segmento pequeño de material explosivo cuya ignición genera un pulso de presión que resulta en una detonación. El frente de la detonación interacciona con la tubería y una onda de choque es transferida a esta. Al mismo tiempo cierta parte del frente es reflejado. Cuando la onda de choque en el material encuentra la superficie libre interior de la tubería se refleja y se acelera (parte es transmitida al fluido interno). Esta onda reflejada encontrará nuevamente la superficie de interacción explosivo-tubería. Este fenómeno puede considerarse como la primera etapa en la generación de una abolladura, ya que se produce en tiempos muy cortos. Posteriormente, se generan desplazamientos, rotaciones y deformaciones en el material lo cual conlleva a la generación de la abolladura, velocidad del proceso controlada principalmente por la resistencia e inercia de la tubería.



Figura 1. Fotografías de abolladuras generadas sobre tuberías de 24in API 5L X65 (tomado de Nieves¹).

2. ECUACIÓN DE TRABAJO VIRTUAL

La ecuación de equilibrio para el problema puede ser escrita de la siguiente forma¹:

$$T_{KL}x_{i,L} + \rho_0 f_i = \rho \ddot{u}_i \quad (1)$$

Sometida a condiciones de contorno e iniciales adecuadas. En esta, σ_{ij} es el tensor de esfuerzos de Cauchy; ρ , ρ_0 son densidades máscas en el estado deformado y no deformado respectivamente; f_i representa fuerzas por unidad de masa; $x_{i,j}$ es el gradiente de deformación. Segundo tensor de Piola-Kirchhoff están definidos respectivamente como:

$$T_{KL}x_{i,L} = JX_{K,i}X_{L,j}\sigma_{ij} \quad (2)$$

Si la ecuación (1) es multiplicada por el desplazamiento virtual δ_i e integrada sobre el volumen no deformado, la ecuación de trabajo virtual obtenida es:

$$\int_{s^*} T_{KL}(\delta_{NL} + u_{N,L})\delta u_N dA_K + \int_V \rho_0 f_k \delta u_k dV = \int_V T_{KL} \delta E_{KL} dV \quad (4)$$

Donde dA_K el vector diferencial de área en el estado no deformado. El tensor de deformación unitaria de Green-Lagrange es definido como:

$$E_{KL} = (u_{K,L} + u_{L,K} + u_{M,K}u_{M,L})/2 \quad (5)$$

u_K y f_K son respectivamente el vector de desplazamiento y el vector de fuerza de cuerpo expresados en coordenadas Lagrangianas. Supongamos ahora que la solución es conocida en un estado inicial "1"; entonces las solución en un estado "2" puede ser expresada como la sumas de soluciones del estado "1" y soluciones incrementales:

$$T_{KL}(2) = T_{KL}(1) + \Delta T_{KL} \quad (6)$$

Entonces la ecuación (4) puede ser re-escrita como:

$$\int_{s^*} [T_{KL}(1) + \Delta T_{KL}][\delta_{NL} + u_{N,L}(1) + \Delta u_{N,L}]\delta \Delta u_N dA_K + \int_V \rho_0 [f_K(1) + \Delta f_K]\delta \Delta u_K dV = \int_V [T_{KL}(1) + \Delta T_{KL}]\delta \Delta E_{KL} dV \quad (7)$$

3. FORMULACIÓN POR ELEMENTOS FINITOS

Consideremos un cuerpo sólido dividido en muchos elementos; consistiendo cada uno de ellos de N puntos nodales. Correspondiendo a cada uno de estos puntos, existe N funciones de forma, N_i , con $i = 1, 2, 3, \dots, N$, de tal manera que las coordenadas Lagrangianas de un punto cualquiera de coordenadas (X, Y, Z) dentro del elemento pueda ser relacionada a las coordenadas de los puntos nodales $(x_\alpha, y_\alpha, z_\alpha)$ a través de la siguiente forma matricial:

$$\mathbf{X}_K = \mathbf{N}_{K\alpha} \mathbf{X}_\alpha \quad (8)$$

Donde: $X_j = (X, Y, Z)^T$ y $X_\alpha = (X_\alpha, Y_\alpha, Z_\alpha)^T$ y $N_{j\alpha} X_\alpha$ es una matriz de $3 \times 3N$ que contiene funciones de forma. De igual manera, los desplazamientos y los desplazamientos incrementales de un punto cualquiera al interior de elemento puede ser relacionados con sus contrapartes en los puntos nodales como:

$$\begin{bmatrix} u_K \\ \Delta u_K \end{bmatrix} = N_{K\alpha} \begin{bmatrix} U_\alpha \\ \Delta U_\alpha \end{bmatrix} \quad (9)$$

En una formulación Lagrangiana Total, la variación del Tensor de deformaciones de Green-Lagrange puede ser expresada como:

$$\delta E_{KL} = 1/2 (B_{KL\alpha} + B_{LK\alpha} + B_{MK\beta} U_\beta B_{ML\alpha} + B_{ML\alpha} U_\beta B_{MK\alpha}) \delta U_\alpha \quad (10)$$

Donde:

$$\begin{bmatrix} u_{K,L} \\ \Delta_{K,L} \end{bmatrix} = B_{KL\alpha} \begin{bmatrix} U_\alpha \\ \Delta U_\alpha \end{bmatrix} \quad (11)$$

La matriz $B_{KL\alpha}$ relaciona los gradientes de desplazamientos y gradientes de desplazamientos incrementales de puntos al interior de un elemento con sus contrapartes en los puntos nodales. Para un elemento genérico se cumple:

$$\delta u_\alpha F_\alpha = 0 \quad (12)$$

Donde F_α representa el vector de fuerzas nodales de un elemento cualquiera. Entonces el sistema de ecuaciones se ensambla a partir de la expresión:

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}^e \quad (12a)$$

en esta expresión n representa el numero total de elementos en el cuerpo las componentes de F^e vienen dadas por:

$$F_{\alpha}^e = \int_V T_{KL} \hat{B}_{KL\alpha} dV - \int_V \rho_o f_K N_{K\alpha} dV - \int_{s^*} T_{KL} (\delta_{ML} + B_{ML\beta} U_{\beta}) N_{M\alpha} dA_K \quad (13)$$

Donde:

$$\hat{B}_{KL\alpha} = B_{KL\alpha} + B_{MK\beta} U_{\beta} B_{ML\alpha} \quad (14)$$

La expresión incremental del tensor de deformaciones de Green-Lagrange para el desarrollo de la formulación por elementos finitos puede obtenerse a partir de la ecuación (5):

$$\Delta E_{KL} = 1/2(\Delta u_{K,L} + \Delta u_{L,K} + u_{M,K} \Delta u_{M,L} + u_{M,L} \Delta u_{M,K} + \Delta u_{M,K} \Delta u_{M,L}) \quad (15)$$

Definiendo ΔG_{KL} y ΔH_{KL} como:

$$\Delta G_{KL} = \Delta u_{K,L} + u_{M,K} \Delta u_{M,L} = \hat{B}_{KL\alpha} \Delta U_{\alpha} \quad (16)$$

$$\Delta H_{KL} = 1/2(\Delta u_{M,K} \Delta u_{M,L}) \quad (17)$$

Ahora la ecuación (7) puede ser expresada como:

$$\begin{aligned} \int_V \Delta T_{KL} \delta \Delta E_{KL} dV &\simeq \int_V A_{KLMN} (1) \Delta G_{MN} \delta \Delta G_{KL} dV = \delta \Delta U_{\beta} \Delta U_{\alpha} \int_V A_{KLMN} (1) \hat{B}_{MN\alpha} \hat{B}_{KL\beta} dV \\ &\equiv \delta \Delta U_{\beta} \Delta U_{\alpha} K_{\alpha\beta}^{(1)} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \int_V T_{KL} (1) \delta \Delta E_{KL} dV &\simeq \left[\int_V T_{KL} (1) \hat{B}_{KL\beta} dV \right] \delta \Delta U_{\beta} + \delta \Delta U_{\beta} \Delta U_{\alpha} \int_V T_{KL} (1) \hat{B}_{MK\alpha} \hat{B}_{MK\beta} dV \\ &\equiv -F_{\beta}^{(1)} \delta \Delta U_{\beta} + \delta \Delta U_{\beta} \Delta U_{\alpha} K_{\alpha\beta}^{(2)} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\int_V \rho_o [f_K (1) + \Delta f_K] \delta \Delta u_K dV = \delta \Delta U_{\beta} \int_V \rho_o [f_K (1) + \Delta f_K] N_{\alpha\beta} dV \equiv \delta \Delta U_{\beta} F_{\beta}^{(2)} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \int_{s^*} [T_{KL} (1) + \Delta T_{KL}] [\delta_{ML} + u_{M,L} (1) + \Delta u_{M,L}] \delta \Delta u_M dA_K &\simeq \\ \int_{s^*} [T_{KL} (1) + \Delta T_{KL}] [\delta_{ML} + u_{M,L} (1)] \delta \Delta u_M dA_K &= \end{aligned}$$

$$\delta \Delta U_{\beta} \int_{s^*} [T_{KL} (1) + \Delta T_{KL}] [\delta_{ML} + B_{ML} U_{\alpha} (1)] N_{M\beta} dA_K \equiv \delta \Delta U_{\beta} F_{\beta}^{(3)} \quad (21)$$

Donde A_{KLMN} especifica la relación constitutiva para un sólido elasto-plástico:

$$T_{KL} = A_{KLMN} \dot{E}_{MN} \quad (22)$$

Finalmente las ecuaciones matriciales de gobierno para un elemento en general están dadas por:

$$[K_{\alpha\beta}^{(1)} + K_{\alpha\beta}^{(2)}] \Delta u_{\beta} = F_{\alpha}^{(1)} + F_{\alpha}^{(2)} + F_{\alpha}^{(3)} \quad (23)$$

4. MODELO ELASTOPLÁSTICO DE GREEN-NAGHDI

Las ecuaciones básicas de la teoría de Green-Naghdi para medios con respuesta elasto-plástica (despreciando efectos termomecánicos) son:

$$E_{KL} = E_{KL}^e + E_{KL}^p \quad (24)$$

$$\Sigma = \Sigma(E^e) \quad (25)$$

$$T_{KL} = \frac{\partial \Sigma}{\partial E_{KL}^e} = T_{KL}(E^e) \quad (26)$$

$$F = f(\mathbf{T}, \mathbf{E}^p) - K \quad (27)$$

$$L = \frac{\partial f}{\partial T_{KL}} \dot{T}_{KL} \quad (28)$$

$$\dot{E}_{KL}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial T_{KL}} L \quad (\text{carga}) \quad (29)$$

$$\dot{K} = \left(1 + \lambda \frac{\partial f}{\partial T_{KL}} \frac{\partial f}{\partial E_{KL}^p} \right) L \quad (\text{carga}) \quad (30)$$

$$\dot{E}_{KL}^p = \dot{K} = 0 \quad (\text{neutral ó descarga}) \quad (31)$$

Donde E^e es el tensor elástico y E^p es el tensor plástico de Green-Lagrange respectivamente. $F = 0$ especifica la superficie de fluencia; K es el parámetro de endurecimiento por deformación; L es la velocidad de carga; f es la función de fluencia. Las ecuaciones (26) y (29) pueden ser también escritas como:

$$\dot{T}_{KL} = \frac{\partial^2 \Sigma}{\partial E_{KL}^e \partial E_{MN}^e} E_{MN}^e \equiv B_{KLMN} \dot{E}_{MN}^e \quad (32)$$

$$\dot{E}_{KL}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial T_{KL}} \frac{\partial f}{\partial T_{MN}} \dot{T}_{MN} \quad (33)$$

Combinando estas ecuaciones obtenemos:

$$\dot{T}_{KL} = A_{KLMN} \dot{E}_{MN} \quad (34)$$

Donde:

$$\dot{T}_{KL} = A_{KLMN} \dot{E}_{MN} \quad (35)$$

$$A_{KLMN}^{-1} = B_{KLMN}^{-1} + \lambda \frac{\partial f}{\partial T_{KL}} \frac{\partial f}{\partial T_{MN}} \dot{T}_{MN} \quad (36)$$

La forma incremental de la ecuación (34) es:

$$\Delta T_{KL} = \hat{A}_{KLMN} \Delta E_{MN} \quad (37)$$

En esta expresión \hat{A}_{KLMN} está dada por:

$$\hat{A}_{KLMN} = \text{promedio}\{A_{KLMN}[\mathbf{T}(1), \mathbf{E}^p(1)], A_{KLMN}[\mathbf{T}(2), \mathbf{E}^p(2)]\} \quad (28)$$

5. PROCEDIMIENTO DE SOLUCIÓN

El procedimiento de solución por elementos finitos se resume en los siguientes pasos:

Paso 1. Basado en el estado actual de esfuerzos, deformaciones plásticas y desplazamientos, las matrices de rigidez $\mathbf{K}^{(1)}$ y $\mathbf{K}^{(2)}$ son calculadas de acuerdo a las expresiones (18) y (19) y los términos de fuerza $\mathbf{F}^{(1)}$, $\mathbf{F}^{(2)}$, $\mathbf{F}^{(3)}$ a través de las ecuaciones (19) a (21).

Paso 2. La matriz global de ecuaciones es conformada a través de la expresión:

$$\mathbf{K}\Delta\mathbf{U} = \mathbf{F} \quad (29)$$

Paso 3. El tensor de deformación incremental de Green-Lagrange es calculado como:

$$\Delta E_{KL} = 1/2(\hat{B}_{KL\alpha} + \hat{B}_{LK\alpha})\Delta U_{\alpha} + 1/2B_{MK\alpha}B_{ML\beta}\Delta U_{\alpha}U_{\beta} \quad (30)$$

Paso 4. Calculo de $\mathbf{E}^e(1)$ a través de la ecuación (26):

$$T_{KL} = \frac{\partial \Sigma}{\partial E_{KL}^e} = T_{KL}(\mathbf{E}^e(1)) \quad (31)$$

Calcular: $\mathbf{E}^e(2) = \mathbf{E}^e(1) + \Delta\mathbf{E}$, para determinar el tensor de Piola-Kirchhoff en el estado “2” a través y la superficie de fluencia:

$$T_{KL}(2) = T_{KL}(\mathbf{E}^e(2)) \quad (32)$$

$$F = f(\mathbf{T}(2), \mathbf{E}^p(1)) - K \quad (33)$$

Si $F \leq 0$ entonces T_{KL} es actualizado y se continua con el paso 6; de lo contrario se continúa con el paso 5.

Paso 5.

(A) Realizar una estimación para $T_{KL}(2)$ y calcular E_{KL}^e de acuerdo a la ecuación (32).

(B) Calcular $E_{KL}^p(2)$ de acuerdo a la expresión:

$$E_{KL}^p(2) = E_{KL}^e(1) + E_{KL}^p(1) + \Delta E_{KL} - E_{KL}^e(2) \quad (34)$$

(C) Calcular las expresiones:

$$f_1 = f[\mathbf{T}(1), \mathbf{E}^p(1)], \quad (35)$$

$$f_2 = f[\mathbf{T}(2), \hat{\mathbf{E}}^p(2)]$$

$$A_{KLMN}(1) = A_{KLMN}[\mathbf{T}(1), \mathbf{E}^p(1)] \quad (36)$$

$$A_{KLMN}(2) = A_{KLMN}[\mathbf{T}(2), \hat{\mathbf{E}}^p(2)]$$

(D) Si $f_1 = K$ y $f_2 > K$, entonces calcular:

$$\hat{\mathbf{A}} = \frac{1}{2}[\mathbf{A}(1) + \mathbf{A}(2)] \quad (37)$$

Si $f_1 < K$ y $f_2 > K$ entonces evaluar las siguientes expresiones:

$$\mathbf{C} \equiv \{\mathbf{A}^{-1}(1)(K - f_1) + \mathbf{A}^{-1}(2)(f_2 - K)\} / (f_2 - f_1) \quad (38)$$

$$A_{IJKL}^{-1} C_{KLMN} = 1/2(\delta_{IM} \delta_{JN} + \delta_{IN} \delta_{JM}) \quad (39)$$

(E) Calcular:

$$T'_{KL}(2) = T_{KL}(1) + \hat{A}_{KLMN} \Delta E_{MN} \quad (40)$$

Si $T'_{KL}(2)$ es aproximadamente igual a $T_{KL}(2)$ dentro de una tolerancia de error establecida, entonces realizar las siguientes actualizaciones:

$$T_{KL}(2) \leftarrow T'_{KL}(2) \quad (41)$$

$$K \leftarrow f_2 \quad (42)$$

$$E_{KL}^p(2) \leftarrow \hat{E}_{KL}^p(2) \quad (43)$$

Continuar con el paso 6. De lo contrario regresar a (A).

Paso 6. Actualizar los desplazamientos nodales a través de la expresión:

$$U_\alpha \leftarrow U_\alpha + \Delta U_\alpha \quad (44)$$

Igualmente debe actualizarse la matriz $\hat{B}_{KL\alpha}$ de acuerdo a la ecuación (14). Calcular el vector de fuerzas nodales de acuerdo a la ecuación (13). Si el equilibrio no ha sido alcanzado o si la norma de error no se encuentra dentro de una tolerancia establecida entonces las fuerzas internas calculadas a través de las ecuaciones (13), (19), (20) y (21) son tomadas como valores iniciales para una nueva iteración a partir del paso 1.

5.1 Dinámica explícita.

La fuerza inercial debido a la aceleración de un punto dentro del cuerpo, así como fuerzas viscosas de amortiguamiento se encuentra considerada dentro del vector de fuerzas másicas f_v . Su formulación por elementos finitos puede expresarse como:

$$f_v = \int_V \mu \dot{u}_\alpha dV - \int_V \rho_o \ddot{u}_\alpha dV \approx \delta \Delta \ddot{U}_\alpha \int_V N_{K\alpha}^T \mu N_{K\alpha} dV - \delta \Delta \ddot{U}_\alpha \int_V N_{K\alpha}^T \rho_o N_{K\alpha} dV \equiv C_{\alpha\beta} \delta \Delta \ddot{U}_\alpha - M_{\alpha\beta} \delta \Delta \ddot{U}_\alpha \quad (45)$$

Donde C es la matriz de amortiguamiento viscoso y M la matriz de masa consistente. La matriz C es aproximada empleando los parámetros de Rayleigh:

$$C_{\alpha\beta} = \alpha M_{\alpha\beta} + \beta K_{\alpha\beta} \quad (46)$$

El modelo considera $\alpha = 2.5$ y $\beta = 0.05$ según lo estableció Paredes et al.⁹. El avance en el tiempo es implementado a través de una formulación explícita para el avance en el tiempo de las variables cinemáticas del problema:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^{(i+1/2)} &= \mathbf{u}^{(i-1/2)} + \frac{\Delta t^{(i+1)} + \Delta t^{(i)}}{2} \mathbf{u}^{(i)}, \\ \mathbf{u}^{(i+1)} &= \mathbf{u}^{(i)} + \Delta t^{(i+1)} \mathbf{u}^{(i+1/2)} \end{aligned} \quad (47)$$

En la construcción del modelo se supone que el material es continuo durante el proceso de deformación e inicialmente se considera como isotrópico y homogéneo, pudiendo ser modelado empleando una curva esfuerzo-deformación del tipo bi-lineal con endurecimiento cinemática. La ecuación constitutiva no considera perdida de continuidad en el material, transformaciones de fase, cambio en las propiedades mecánicas por temperatura, esfuerzos iniciales, ni efectos de endurecimiento cinético (efecto de Baushinger). Las propiedades mecánicas del material son: esfuerzo de fluencia mínimo: 65000 psi, modulo elástico: 29×10^6 psi, modulo de endurecimiento: 101ksi, modulo de poisson: 0.32.

5.2. Discretización de Geometría

La figura 2 presenta la discretización de la geometría de un codo 90° 24" Sch. Std y $r/d = 1.0$. Esta malla consta de cuarenta divisiones en dirección tangencial y setenta divisiones en dirección circunferencial, para un total de 2800 elementos. Los elementos en la malla presentan relaciones entre sus lados que varían entre 1:1.143" y 1:1.31" El elemento de mayor tamaño presenta longitudes iguales a 1.414" en dirección tangencial y 1.077" en dirección circunferencial. El mayor ángulo de distorsión en un elemento es igual a 2.25° . En la formulación se emplea una transformación isoparamétrica y se trabaja bajo un sistema de coordenadas locales en el elemento. Se emplearon elementos tipo lámina de cuatro nodos basados en la teoría de láminas de Kirchhoff. Estos elementos presentan doce grados de libertad por nodo: tres desplazamientos, tres ángulos de giro, tres velocidades lineales y tres aceleraciones en cada uno de los ejes. Para esto se emplea funciones de forma basadas en polinomios completos de Hermite de tercer grado:

$$w(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 [H_{0i}^{(1)}(\xi)H_{0j}^{(1)}(\eta)w_{ij} + H_{1i}^{(1)}(\xi)H_{0j}^{(1)}(\eta)w_{\xi ij} + H_{0i}^{(1)}(\xi)H_{1j}^{(1)}(\eta)w_{\eta ij} + \dots + H_{1i}^{(1)}(\xi)H_{1j}^{(1)}(\eta)w_{\xi \eta ij}] \quad (45)$$

Donde

$$\begin{aligned} H_{01}^{(1)}(\xi) &= (2\xi^3 - 3a\xi^2 + a^3)/a^3 \\ H_{02}^{(1)}(\xi) &= -(2\xi^3 - 3a\xi^2)/a^3 \\ H_{11}^{(1)}(\xi) &= -(\xi^3 - 2a\xi^2 - a^2\xi)/a^2 \\ H_{12}^{(1)}(\xi) &= -(\xi^3 - a\xi^2)/a^2 \end{aligned}$$

ξ y η representan coordenadas locales en el elemento y a representa la longitud del lado en dirección "x". Expresiones similares para la dirección "y" se obtienen reemplazando ξ por η y a por b (longitud del lado en dirección "y"). Por otra parte, La no linealidad geométrica es involucrada mediante el acoplamiento entre la deflexión del elemento y los desplazamientos

en el plano de lámina a través del tensor de deformaciones de Green-Lagrange. Entonces teniendo en cuenta la hipótesis de Kirchhoff se tiene:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{XX} &= u_{,X} + 1/2w_{,X}^2 - zw_{,XX} \\ \varepsilon_{YY} &= v_{,Y} + 1/2w_{,Y}^2 - zw_{,YY} \\ \gamma_{XY} &= u_{,Y} + v_{,X} + w_{,X}w_{,Y} - 2z_{,XY}\end{aligned}\quad (46)$$

5.3 Condiciones Iniciales y de Borde

El modelo considera los nodos ubicados en las secciones transversales extremas del codo, restringidos en todos sus grados de libertad, ya que se considera el fenómeno de deformación altamente localizado en la región central del codo, siendo despreciable los desplazamientos en esos nodos. La onda de presión generada por el explosivo y que interactúa sobre el codo es modelada a través de una condición inicial de velocidad. Dicha aproximación ha sido utilizada con bastante éxito por Moraieb et al⁵ y Useche et al¹⁰. La figura 2 presenta las condiciones de contorno e iniciales presentadas.

8. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El algoritmo de solución por elementos finitos presentado fue implementado en un código computacional desarrollado en MATLAB 6.1. un modelo con 2800 elementos y una condición inicial de velocidad igual a 7000 in/s fue corrido en un sistema IBM Aptiva con procesador Pentium IV, 256MB RAM y 20Gb HD, con un tiempo de computo total de 10 doce minutos.

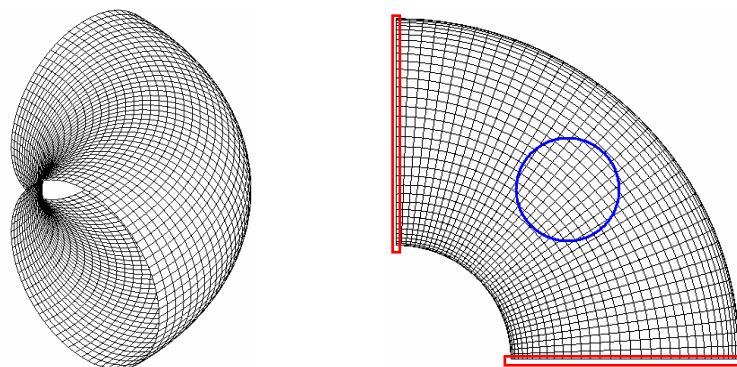


Figura 2. Izquierda. Discretización del dominio. Derecha. Vista superior del codo mostrando nodos con restricción de sus doce grados de libertad (recuadros rojos) y nodos con condición inicial de velocidad (al interior del círculo azul).

Desarrollo de una abolladura. La secuencia de graficas presentadas en la figura 3 muestra el proceso de generación de una abolladura representada a través de de distribución en el tiempo de deformaciones unitarias totales equivalentes. En ellas se puede observar como la abolladura se genera desde el centro y se expande en dirección tangencial y circunferencial pero con predominio en dirección tangencial. A un tiempo de 0.05 segundos de iniciado el evento la abolladura alcanza su geometría final y se observan zonas muy definidas donde existen gradientes de deformación significativos hacia el flanco interno de la abolladura donde alcanza valores en el rango de 0.1923 a 0.2197 in/in lo cual indica que el material ubicado en esta región será el primero en fallar si se considera que el acero API 5L presenta una deformación máxima a la rotura alrededor de 0.2465 in/in. Hacia el centro de la abolladura y hacia los flancos en dirección tangencial se observan regiones con deformaciones residuales en el rango de 0.1423 a 0.1923 in/in. Las gráficas presentadas en la figura 4 muestra el desarrollo del perfil circunferencial central de la abolladura (obtenido sobre un eje que intercepta el centro de la región circular de aplicación de la condición de velocidad inicial) con el tiempo. Las graficas muestran igualmente como el material ubicado en los flancos de la abolladura experimentan desplazamientos verticales ascendentes en el orden de 0.25", con mayor preponderancia en el flanco interior. Por otra parte, se observa como la distribución de esfuerzos residuales de Von Mises no presenta un patrón definido, lo cual indicaría la necesidad de un mayor refinamiento de la malla empleada en el análisis. Se observa una simetría en la abolladura en dirección tangencial, evidenciada en su geometría deformada y en sus distribuciones de deformaciones y esfuerzos residuales.

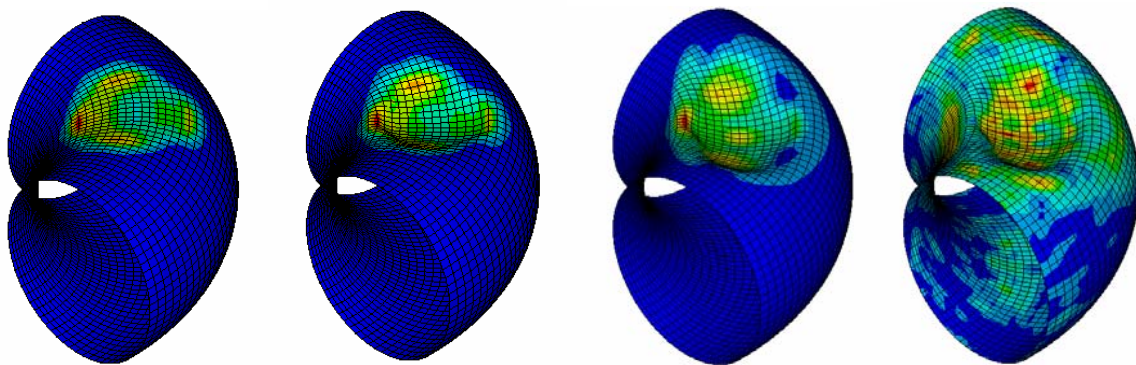


Figura 3. De izquierda a derecha: distribución de deformaciones en tiempos de 0.1ms, 0.6ms y 0.05ms a partir del iniciado el evento. La grafica a la derecha presenta la distribución de esfuerzos de Von Mises residuales. Se observa un patrón no definido para esta distribución.

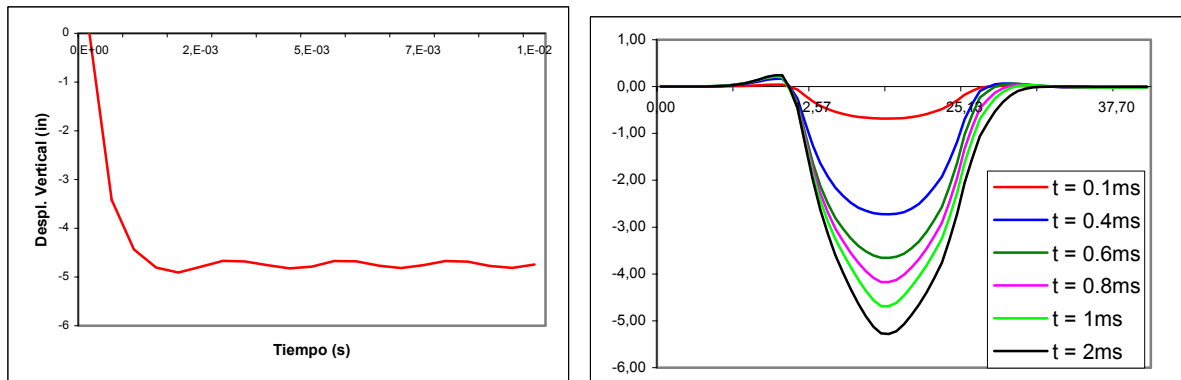


Figura 4. Izquierda: desplazamiento vertical máximo versus tiempo. Derecha: desarrollo del perfil circunferencial en el tiempo (desplazamiento vertical contra longitud de arco circunferencial).

Comparación entre distintas condiciones iniciales. Se ejecutaron corridas con condiciones de velocidad inicial en el rango de 2000 in/s a 7000 in/s. Las graficas 5 a 8 muestran curvas presentando perfiles circunferenciales desarrollados y distribuciones de esfuerzos y deformaciones en función de la magnitud de velocidad inicial. La figura 8 muestra como existe una relación lineal entre el desplazamiento desarrollado en la abolladura y la condición inicial de carga. La distribución de deformaciones residuales presenta un patrón muy definido caracterizado por la presencia de puntos máximos en los flancos de la abolladura y hacia el centro de esta. Se observa como estas deformaciones se concentran básicamente en la zona afectada por la abolladura y su valor decrece muy rápidamente al alejarse de esta, tal como se presenta en al figura 6. En esta figura se observa también como existe una dependencia lineal de este variable con la velocidad inicial impuesta. La figura 7 presenta la distribución de esfuerzos residuales de Von Mises en dirección circunferencial. Se observa la no existencia de un patrón definido, aunque tiende a ser mayor hacia el centro y hacia los flancos de la abolladura.

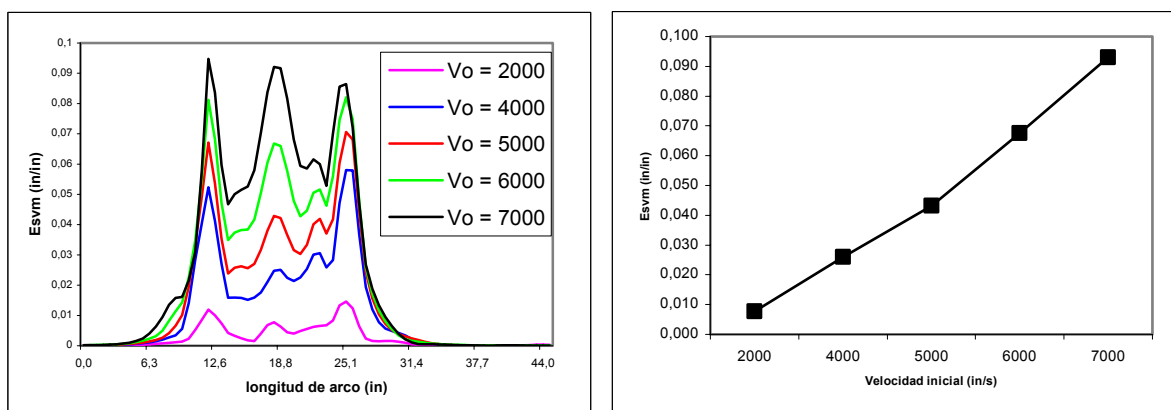


Figura 6. Izquierda. Distribución de deformación unitaria equivalente en función de la longitud de arco circunferencial. Derecha. Dependencia de esta variable con la velocidad inicial impuesta.

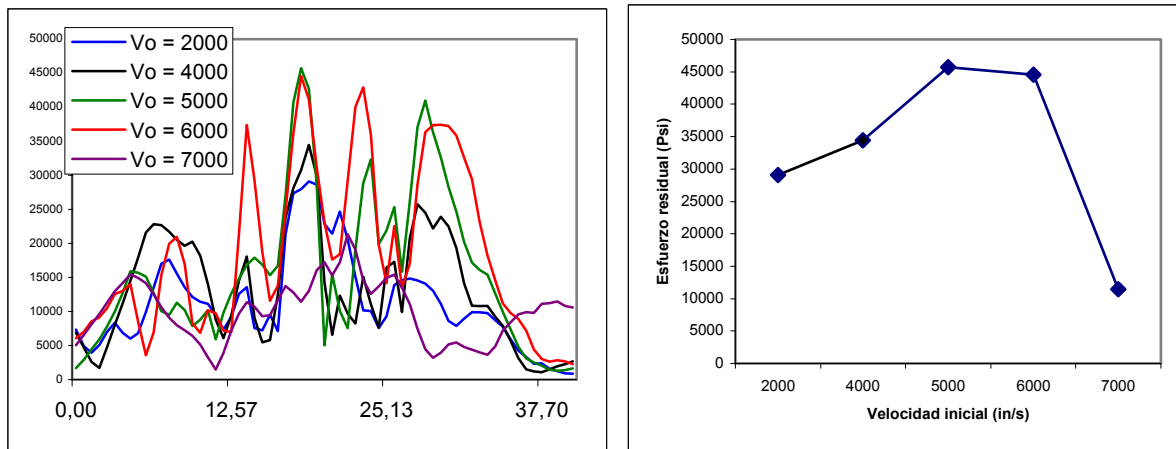


Figura 7. Izquierda. Distribución de esfuerzos residuales de Von Mises. Derecha. Dependencia del valor máximo de esfuerzos con la velocidad inicial impuesta.

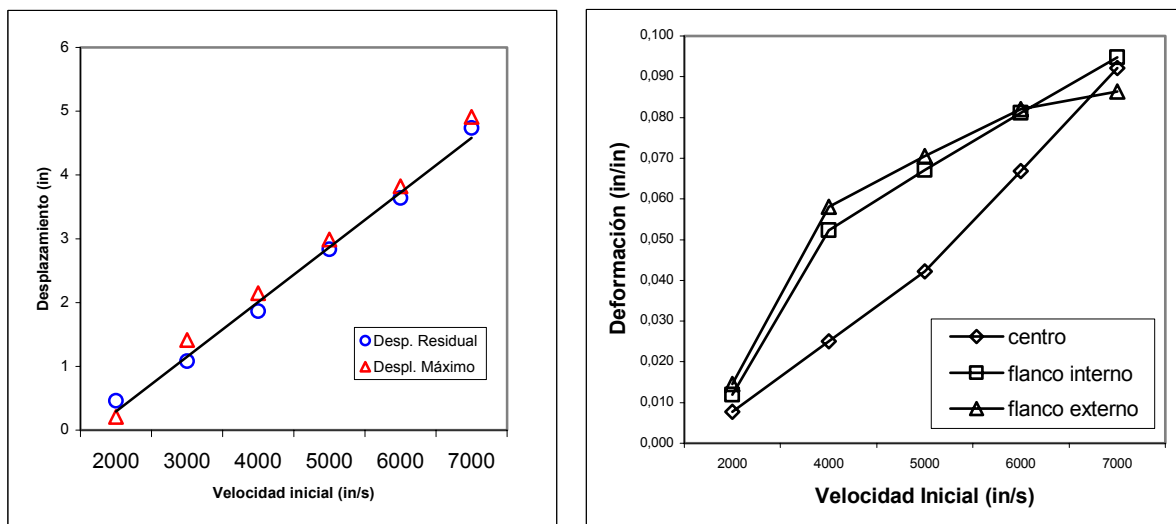


Figura 8. Izquierda: Relación entre desplazamientos y condiciones iniciales de velocidad. Derecha: variación de la deformación residual en los flancos interno, externo y centro de la abolladura.

9. CONCLUSIONES

Se ha presentado el proceso de modelación de generación de abolladuras mediante cargas explosivas en tuberías curvas de oleoductos empleando el modelo elasto-plástico de Green-Naghdi y se ha planteado una metodología de solución por elementos finitos. Dicho modelo puede ser aplicado igualmente al modelamiento del fenómeno en tuberías rectas. Si bien el modelo no tiene en cuenta la influencia de la deformación dinámica en la respuesta mecánica del material, la formulación presentada y la estrategia de solución implementada, permite obtener resultados muy ajustados obtenidos a través de modelos experimentales. Aun así,

dichos efectos deberán ser incorporados en un futuro al modelo, así como también una mejor aproximación al modelamiento de la interacción explosivo-estructura e influencia de la presión la interna de la tubería.

10. REFERENCIAS

- [1] Lee, James, D., *Finite Element Procedures for Large Strain Elastic-Plastic Theories*, Computers & Structures, Vol. 28 No. 3, pp. 395-406, 1988, Pergamon Press.
- [2] Nieves, C. H., *Evaluación de Tuberías de Oleoductos Abolladas Mediante Cargas Explosivas*, Tesis de Maestría MIM-2001-12, Depto. Ing. Mec. Universidad de los Andes, 2001.
- [3] Marquez, M., *Inspección Mediante Ultrasonido, Partículas Magnéticas, Evaluación de Espesores y Toma de Durezas en Tubería Abollada*, Informe Técnico 024-00. EMAC, Julio de 2000
- [4] Morino, L., Weelch, J.W. & Witmer, E.A., *An Improved Numerical Calculation For Large Elastic-Plastic Transient Deformations of Thins Shells – Part II*, Transaction of ASME Journal of Applied Mechanics, ASME, June 1971.
- [5] Mohareb, M.E., Elwi, A.E., Kulak, G.L. & Murray, D.W., *Deformation Behaviour of Line Pipe*, Structural Engineering Report No.202. University of Alberta, Department of Civil Engineering, Alberta, 1994.
- [6] Dinovitzer, A., Lazor, R.B., Walker, R. & Bayley, C., *A Pipeline Dent Assessment Model*, ENBRIGE PIPELINE INC., Alberta, 1999.
- [7] Kormi, K. Webb D.C. & Shaghoei, E., *The Simulation of pipeline Collision Damage By The Finite Element Method*, DOE Facilities Programs, ASME, New Orleans, 1992.
- [8] Paredes, J.M., *Modelación Computacional De Deformaciones Plásticas Producidas Por Abolladuras En Tuberías De Acero*, Tesis de Ingeniería Mecánica, Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de los Andes, Bogotá, 1998.
- [9] Useche, J.F., *Implementación de un Modelo Por Elementos Finitos para Evaluación de Esfuerzos y Deformaciones Residuales en Abolladuras Generadas por Cargas Explosivas*, Tesis de Maestría MIM-2001-13, Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de los Andes, Bogotá, 2001.